

베이지안 접근법을 이용한 스프링 피로 수명 파라미터의 역 추정

허찬영* · 안다운* · 원준호* · 최주호*†

* 한국항공대학교 항공우주 및 기계공학과

Inverse Estimation of Fatigue Life Parameters of Springs Based on the Bayesian Approach

Chan Young Heo*, Dawn An*, Jun Ho Won* and Joo-Ho Choi*†

* Dept. of Aerospace & Mechanical Engineering, Korea Aerospace Univ.,

(Received August 24, 2010 ; Revised January 18, 2011 ; Accepted January 21, 2011)

Key Words : Fatigue Life Parameters(피로 수명 파라미터), Inverse Estimation(역 추정), Bayesian Approach(베이지안 접근법), Markov Chain Monte Carlo(마코프체인몬테카를로)

초록: 본 연구에서는 현장의 축적된 피로 수명 시험 데이터를 바탕으로 유한요소해석(Finite Element Analysis)을 이용하여 스프링의 피로 수명 파라미터를 역 추정(Inverse Estimation)하는 연구를 수행하였다. 베이지안 접근법(Bayesian Approach)을 이용하여 불확실성 피로 수명 파라미터의 사후분포(Posterior distribution)를 구하였고, 마코프체인몬테카를로(Markov Chain Monte Carlo) 기법을 이용하여 역 추정된 파라미터의 샘플 데이터를 생성하였다. 얻어진 샘플링 데이터를 기반으로 피로 수명을 예측한 결과 신뢰 수준 내에서 실제 수명 시험 결과가 예측한 범위 내에 잘 포함되고 있음을 알 수 있었다.

Abstract: In this study, a procedure for the inverse estimation of the fatigue life parameters of springs which utilize the field fatigue life test data is proposed to replace real test with the FEA on fatigue life prediction. The Bayesian approach is employed, in which the posterior distributions of the parameters are determined conditional on the accumulated life data that are routinely obtained from the regular tests. In order to obtain the accurate samples from the distributions, the Markov chain Monte Carlo (MCMC) technique is employed. The distributions of the parameters are used in the FEA for predicting the fatigue life in the form of a predictive interval. The results show that the actual fatigue life data are found well within the posterior predictive distributions.

- 기호설명 -

- S_f : 피로강도 [MPa]
- S_a : 교변응력 [MPa]
- S_m : 평균응력 [MPa]
- N : 피로수명 [Cycles]
- a : 피로강도계수 [MPa]
- b : 피로강도지수
- θ : 추정하고자 하는 불확실성 파라미터
- y : 피로 시험을 통해 측정된 수명 [Cycles]
- $f(\theta)$: θ 의 사전분포
- $f(\theta|y)$: y 하에서 업데이트 되는 사후분포
- $f(y|\theta)$: θ 하에서 측정된 데이터의 우도

- σ : 측정오차의 표준편차 [Cycles]
- K : 역 추정된 파라미터를 이용한 피로수명 [Cycles]
- S_{ur} : 극한강도 [MPa]

1. 서론

기계 시스템의 사용 중 발생하는 반복적인 하중에 의한 피로 파괴 현상은 기계 분야에서 오랫동안 관측되어 왔으며 특히 스프링, 기어, 체인, 볼트 등 많은 기계 요소에서 이러한 현상이 발생하고 있다.⁽¹⁾ 따라서 이러한 제품의 설계에서 피로 파괴는 항상 고려되어야 하며, 이에 따라 피로 수명 시험 또한 필수적인 사항이다. 그러나 이러한 시험에는 많은 비용과 시간이 소모될 뿐만 아니라 목표했던 수명을 만족하지 못할 경우 설계 변경 후 재시험 해야 한다.

† Corresponding Author, jhchoi@kau.ac.kr
© 2011 The Korean Society of Mechanical Engineers

이러한 문제를 해결하기 위한 방안으로 피로 수명을 사전에 예측하기 위해 유한요소해석을 이용한 많은 연구^(2)~4)가 진행되어 왔다. 이 방법은 먼저 유한요소해석을 이용하여 기계 요소나 구조물의 응력 이력을 구하고, 문헌에 있는 이론적 피로 수명 관계식을 이용하여 수명을 예측하는 것이다. 이는 적은 비용으로 빠른 시간 안에 피로 수명을 예측한다는 장점이 있는 반면에 피로 수명 관계식에 사용되는 계수가 불확실하여 수명 예측 결과의 신뢰성이 낮다는 문제점이 있다.⁽⁵⁾ 이를 극복하기 위해 해당 재료의 시편으로 피로 시험을 실시하여 응력-수명(S-N)이나 변형률-수명(E-N) 등 피로 선도 데이터를 얻고 이로부터 확률론적으로 관련 파라미터를 추정하는 방법^(6)~8)이 있다. 그러나 이 방법 역시 제품이 아닌 시편 테스트에서 오는 오차로 인해 실제와 다른 피로 수명 결과가 나타나고, 이로 인해 피로 수명 예측의 신뢰성에 여전히 문제가 존재한다. 따라서 제작업체에서는 이와 상관 없이 제품 신뢰성 입증에 위해 많은 시간과 비용이 소요되는 피로 시험을 의무적으로 실시하고 있다. 한편 이렇게 고비용이 수반되어 얻어진 제품 시험 데이터는 그 중요도에도 불구하고 계속적으로 축적되기만 할 뿐 다른 엔지니어링 용도로는 전혀 활용할 생각을 못하고 있다. 본 연구에서는 이러한 점에 착안하여 어차피 시행되고 있는 현장의 제품 피로 시험 데이터를 활용하여 응력-수명 관계식에 사용되는 파라미터를 역 추정하는 새로운 방법을 제안하고자 한다. 이렇게 추정된 파라미터는 실제 제품의 수명 데이터를 가지고 얻은 결과이므로 해당 재료로 만든 제품에 대해서는 항상 신뢰성 있는 수명 예측을 기대할 수 있다.

본 연구에서는 스프링을 대상으로 해당 제조업체에서 축적한 제품 피로 시험 데이터를 활용하여 유한요소해석으로부터 피로 수명 관계식의 파라미터를 역 추정하는 방법론을 제안하였다. 동일 재료로 구성된 총 7 종류의 스프링에 대해 현장에서 수명 입증에 위해 시험한 결과를 활용하였는데 이 중에서 6 종은 각 1 회, 마지막 1 종은 3 회 반복 수행된 결과이다. 본 연구에서는 피로 시험 데이터를 정규화 변환(normalize transform) 하여 나타내었다. 피로 수명 예측에서는 유한요소해석을 통한 응력의 정확한 계산이 매우 중요하므로 실제 모델과의 오차를 최소화하기 위해 3D 스캔 데이터를 이용하여 실 제품에 대한 모델을 생성하였고, 유한요소해석의 정확도를 검증하기 위해 정적 시험을 통해 압축변위에 따른 하중과 변형률 측정 결

과를 비교하였다. 피로 수명 파라미터는 재료 자체 및 표면처리, 열처리 등으로부터 기인하는 다양한 불확실성(uncertainty)으로 인해 확정 값이 아닌 확률적 특성을 가지므로 이를 고려하기 위해 최근 많은 연구가 진행되고 있는 베이지안 접근법을 이용하였다.^(9),10) 이에 의하면 역 추정 파라미터의 확률분포는 사전분포와 시험데이터를 결합하여 만들어진 사후분포로 표현된다.⁽¹¹⁾ 이것의 샘플 데이터는 마코프체인몬테카를로(MCMC) 기법을 이용하여 효과적으로 만들 수 있으며,⁽¹²⁾ 이것을 가지고 피로 수명을 예측하면 그 결과는 확률분포로 표현되고, B1 또는 B10 수명과 같은 신뢰구간도 구해진다. 현장에서 정기적으로 시행되는 시험 데이터가 계속 축적되면 될수록 이전의 것은 사전 분포가 되고 새로운 시험 데이터를 가지고 사후분포가 만들어지면서 업데이트가 반복된다. 그 결과 파라미터의 불확실성은 점점 감소하고, 이로부터 예측되는 수명은 더욱 믿을만한 것이 될 것이다. 본 연구를 통하여 불확실성을 고려한 피로 수명 파라미터의 추정 및 피로 수명 예측 기법에 대한 새로운 방향을 제시하고자 한다.

2. 유한요소해석의 검증

2.1 3D 스캔 데이터를 이용한 CAD 모델링

피로 수명은 작은 차이의 응력에 의해 매우 큰 변동을 보인다.⁽¹³⁾ 유한요소해석에 이용되는 CAD 모델의 형상이나 치수가 조금만 달라져도 응력의 산포는 크게 발생하기 때문에 정확한 피로 수명 보장을 위해서는 실제와 똑같은 CAD 모델을 이용하여 해석을 수행해야 한다. 실 제품의 경우 형상이나 치수가 설계 도면과 차이가 있기 때문에 H.I.T Automotive 사의 Cimcore, Kreon ScanArm 을 이용한 3D 스캔 데이터를 이용하여 오차 범위 $\pm 40\mu\text{m}$ 의 정밀도를 갖는 정확한 CAD 모델을 확보하였고, 이를 이용하여 유한요소해석을 실시하였다. 위 과정을 Fig. 1에 나타내었고, 모델링 과정은 다음과 같다.

- ① 스프링의 기준면으로 설정이 가능한 바닥 면에 기준면을 생성한다.
- ② 기준면을 이용하여 XY, YZ 에 대한 기준면을 생성하고, 0 점을 설정한다.
- ③ Tracking 기능을 이용하여 스프링의 중심 라인을 생성한다.
- ④ 와이어 직경을 입력하여 완성한다.

Table 1 Measurement of elastic modulus

Uni	Test method	Results
N/mm ²	KS B 0802 : 2003	2.11×10^5
		1.96×10^5

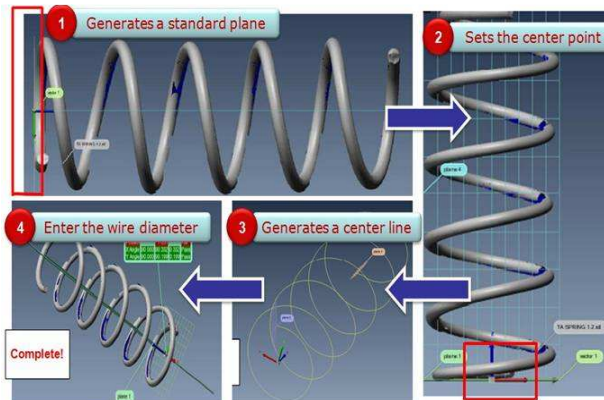


Fig. 1 Modeling process using 3D scan data

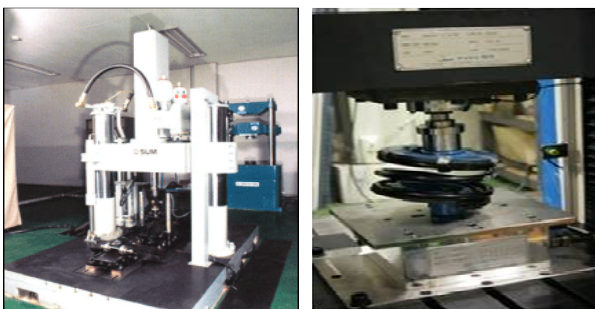


Fig. 2 Fatigue test of springs

2.2 압축변위에 따른 하중 측정

스프링의 피로 시험은 Fig. 2와 같다. 본 연구에서는 이를 유한요소해석 하기 위해 상용 프로그램인 ANSYS 12.0 을 사용하였고, 대 변위 및 접촉 여부를 고려해야 하므로 SOLID 95, TARGET 170, CONTACT 174 요소 등을 활용하여 비선형해석을 수행하였다. 유한요소해석 결과의 정확성 검증 방법으로 실제 스프링에 로드셀을 부착하여 압축변위에 따른 하중을 3 회 반복 측정하였고, 이를 유한요소해석 결과와 비교하였다. 유한요소해석에서 압축변위에 따른 하중은 탄성계수에 영향을 받기 때문에 임의로 선정한 Type A 스프링에 대하여 탄성계수 변화에 따른 결과를 Fig. 3에 나타내었다. 이때의 탄성계수 범위는 Table 1에 나타낸 것과 같이 한국화학시험원의 탄성계수 측정 결과를 바탕으로 하였다. 비교 결과 탄성계수가 207GPa 일 때 시험 결과와 가장 잘 일치하는 것을 알 수 있었고, 변위 증가에 따른 하중의 최대 오차가 변위

Table 2 Maximum relative error of reaction force between experiment and FEA in terms of increased displacement

Spring type	Compressive displacement(mm)	Reaction force(N)		Error (%)
		FEA	Experiment	
A	4.19	668.32	611.09	8.56
B	42.56	670.61	611.10	8.87
C	64.61	1034.93	975.97	5.70
D	69.40	1104.02	1086.39	1.60
E	224.34	4450.85	4447.38	2.27
F	224.81	4449.88	4447.31	2.25
G	44.59	701.20	645.04	8.01

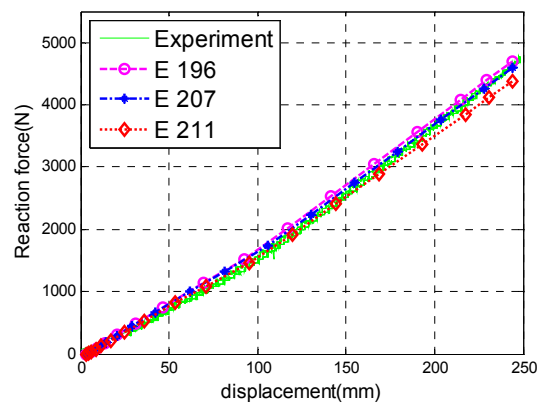


Fig. 3 Reaction force comparison in terms of compressive displacement under different values of elastic modulus

42.19mm 에서 8.56% 이내로 나타났다. 이 때 시험 결과는 3 회 반복 시험의 평균값을 이용하였다. 이 값을 유한요소해석의 탄성계수 값으로 이용하여 나머지 6 종류의 스프링에 대해 각각 압축시험 결과와 유한요소해석 결과를 비교하였고, 변위 증가에 따른 하중의 시험과 해석간 최대오차를 Table 2에 나타내었으며 그 값은 Type B의 8.87% 오차로 나타났다.

2.3 압축변위에 따른 변형을 측정

또 다른 검증 과정으로 압축 변위에 따른 변형을 측정 결과를 비교하였다. Fig. 4에 최대전단응력이 발생하는 취약부위 1 과, 또 다른 취약부위 2 지점을 나타내었다. 위 취약지점에 vishy 사의 shear type, J2A-06-S149K-350 스트레인 게이지를 부착하여 압축변위 증가에 따른 최대전단변형률을 측정하였다. 최대전단변형률은 요소 개수에 영향을 받기 때문에 임의로 선정한 Type A 스프링에 대하여 취약부위 1, 2 에서 요소 개수의 변화에 따른 최대전단변형률을 구하여 Fig. 5에 나타내었다. 해석과

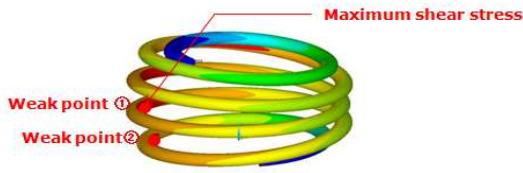


Fig. 4 Strain measurement points

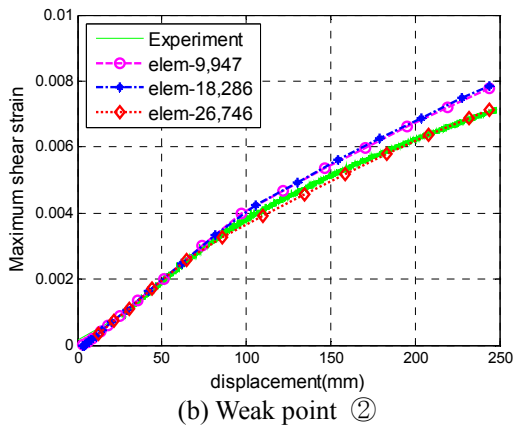
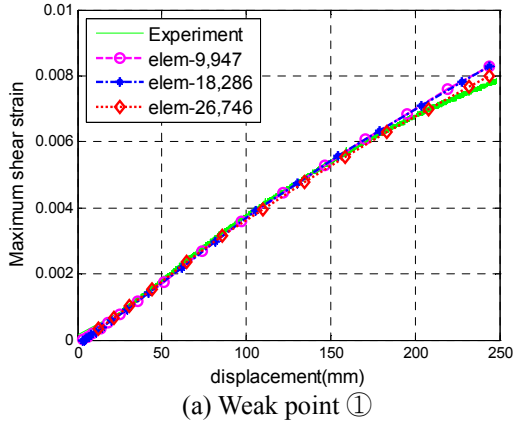


Fig. 5 Strain comparison according to a number of elements

시험간 최대변형률의 상대오차를 계산한 결과 약 26,000 개의 요소에서 값 3.84% 이내로 잘 일치하였고, 이 모델을 유한요소해석에 이용하였다. 나머지 6 종류의 스프링에 대해 각각 변형률 측정과 유한요소해석을 실시하였고, 두 결과간의 최대오차를 Table 3, Table 4에 나타내었으며, 그 값은 Type C의 14.06% 오차로 나타났다.

3. 피로-수명 관계

고 주기 피로에서 재료의 대표적 피로-수명 관계식은 다음과 같다.⁽¹⁾

$$S_f = aN^b \quad (1)$$

여기서 N 과 S_f 는 각각 피로 수명(cycles)과 해당

Table 3 Strain comparison according to a compressive displacement of weak point ①

Compressive displacement (mm)	Maximum shear strain		Error(%)
	FEA	Experiment	
244.3	0.0079828	0.0077742	2.61
234.8	0.0074493	0.0069887	6.18
227.5	0.0076916	0.0067816	11.83
233.1	0.0073606	0.0069272	5.89
234.7	0.0070588	0.0063769	9.66
238.7	0.0074759	0.0070193	6.11
239.1	0.0078202	0.0071102	9.08

Table 4 Strain comparison according to a compressive displacement of weak point ②

Compressive displacement (mm)	Maximum shear strain		Error(%)
	FEA	Experiment	
134.4	0.0045743	0.0047500	3.84
234.8	0.0065049	0.0060144	7.54
227.5	0.0065909	0.0056643	14.06
233.1	0.0061482	0.0054558	11.26
234.7	0.0057015	0.0050355	11.68
238.7	0.0063321	0.0060702	4.14
239.1	0.0068991	0.0061037	11.53

피로강도(MPa)를 의미하며 a 와 b 는 관련 파라미터이다. 본 식에 의하면 교번응력이 피로강도와 같을 때 수명이 N 이 된다. 한편 평균응력이 0 이 아닐 때는 이의 영향을 고려해야 하는데 이를 위해 본 연구에서는 Goodman Equation⁽¹⁾을 활용하였고, 그 결과 식 (1)에서 피로 강도 S_f 는 다음과 같이 수정된다.

$$S_f = \frac{\sigma_a}{1 - \frac{\sigma_m}{S_{ut}}} \quad (2)$$

여기서 σ_a 및 σ_m 은 각각 교번 및 평균응력 (MPa)으로써 유한요소해석을 이용하면 두 응력을 구할 수 있고, S_{ut} 는 재료의 극한강도(MPa)를 의미한다. 본 연구에서는 식 (1)의 두 피로 수명 파라미터와 함께 극한강도를 재료 물성을 나타내는 불확실성 파라미터로 다루고 스프링의 피로 시험

데이터를 이용하여 이들의 확률분포를 역 추정하는 방법을 제시한다.

4. 베이저안 접근법

피로 물성의 불확실성 파라미터를 역 추정하기 위한 방법으로 베이저안 접근법을 이용할 수 있고, 이는 다음과 같은 베이즈 정리(Bayes' theorem)를 기본 이론으로 한다.⁽¹⁴⁾

$$f(\theta|y) \propto f(y|\theta)f(\theta) \quad (3)$$

θ 는 추정하고자 하는 불확실성 파라미터이고, y 는 측정된 데이터로 스프링 피로 시험 결과 구해진 수명이다. $f(\theta|y)$, 즉 θ 의 사후분포(posterior distribution)는 측정된 피로 수명 데이터로부터 업데이트되며 데이터가 추가되면 이전 단계에서의 사후분포는 다음 단계에서 사전분포(prior distribution)로 쓰이게 되며, 이러한 과정이 반복됨으로써 θ 에 대한 신뢰도를 점점 더 향상 시키게 된다. 피로 수명 시험의 측정 오차가 평균이 0 이고 표준편차가 σ 인 정규분포를 따른다고 가정하면 불확실성 파라미터는 앞의 세 변수 a, b, S_{ur} 에 표준편차 σ 가 추가되어 모두 네 개가 된다. 이들에 대한 사전정보가 주어지지 않아 사전분포를 균등분포(uniform distribution)로 가정할 때 불확실성 파라미터 a, b, S_{ur} 에 대한 사후분포는 다음과 같다.

$$(a, b, S_{ur}, \sigma | y_e) \propto (\sigma^2)^{-n/2} \exp\left\{-\frac{1}{2\sigma^2}(y_e - K)(y_e - K)\right\} \quad (4)$$

여기서 y_e 는 측정된 스프링의 피로 수명, K 는 추정된 파라미터를 이용하여 계산된 피로 수명으로써 $Y_e - K$ 는 정규분포 $N(0, \sigma^2)$ 을 따르는 측정 오차가 된다. 식 (4)에 의해 구해지는 사후분포는 한정된 수명시험 데이터로 인해 만들어진 파라미터의 불확실성 정도 또는 우리의 믿음의 정도를 나타낸다.

식 (4)를 보면 알 수 있듯이 일반적으로 사후분포는 특정 확률분포 식으로 주어지지 않고 임의의 식으로 복잡하게 표현되는데, 이 경우 확률분포는 난수생성(샘플링) 과정을 통해 해당 분포를 만족하는 데이터를 대량으로 생성하는 방법이 효과적이다. 이를 위해 최근에 많이 활용되고 있는 방법으로 MCMC 방법⁽¹²⁾이 있다. MCMC의 대표적인 방법으로 Metropolis-Hastings(M-H) 알고리즘이 있으며 M-H 알고리즘은 식 (5)와 같은 과정을 통해, 이전 샘플링 결과가 다음 샘플링에 영향을 미쳐

체인처럼 맞물리는 과정의 반복으로 이루어진다.

1. Initialise $s^{(0)}$.
2. For $i = 0$ to $N - 1$
 - Sample $u \sim U_{[0,1]}$.
 - Sample $s^* \sim q(s^* | s^{(i)})$.
 - if $u < A(s^{(i)}, s^*) = \min\left\{1, \frac{p(s^*)q(s^{(i)} | s^*)}{p(s^{(i)})q(s^* | s^{(i)})}\right\}$ (5)
 - $s^{(i+1)} = s^*$
 - else
 - $s^{(i+1)} = s^{(i)}$

여기서 $s^{(0)}$ 는 추정하고자 하는 불확실변수의 초기값, N 은 불확실변수를 샘플링 할 개수, U 는 균등분포(uniform distribution), $p(s)$ 는 샘플링하고자 하는 PDF(target PDF), $q(s^* | s^{(i)})$ 는 임의의 제안 함수(proposal PDF)이다. 이와 같은 MCMC 시뮬레이션방법은 사후분포가 임의의 수식으로 표현되거나 명시적으로 표현되지 못한 경우에도 적용이 가능하다는 장점이 있다. 이를 통해 얻어진 파라미터의 샘플 데이터를 이용하면 피로 수명을 확률분포로 구할 수 있고 이로부터 B1 또는 B10 수명과 같은 신뢰구간 값도 결정할 수 있다.

5. 피로 수명 파라미터의 역 추정

5.1 피로 시험 데이터

불확실성 피로 수명 파라미터를 역 추정하기 위해 실제 현장에서 수행된 피로 수명 시험 데이터를 이용하였다. 현장의 피로 시험 데이터는 베이저안 접근법을 이용하여 불확실성을 갖는 피로 수명 예측에 유용하게 사용될 수 있고, 향후 더 많은 데이터가 얻어질수록 신뢰성 높은 피로 수명 예측이 가능하다. 본 연구에서는 총 7 종류의 스프링을 대상으로 하였고, 시험과 똑같은 조건으로 유한요소해석을 실시하였다. Table 5에 시험 조건, 즉 압축변위 조건 및 유한요소해석 결과 구해진 평균응력과 교변응력을 수록하였다. 실제의 피로 수명 데이터는 제작업체의 보안상 문제로 정확한 정보가 공개될 수 없기에 임의의 숫자로 나누어 정규화 변환하여 나타내었다. Type A 부터 F 까지 6 종류의 데이터를 Case 1, 7 번째인 Type G 데이터를 추가한 총 9 개 데이터를 Case 2 라고 하고 각각을 이용한 결과를 비교해 보았다.

Table 5 Fatigue life test data

Spring Type	Compressive displacement (mm)	Measured fatigue life (cycles)	Mean Stress (MPa)	Alt. Stress (MPa)
A	1.006 ± 1.015	0.700	1005.5	271.1
B	1.008 ± 1.020	1.153	1049.0	279.8
C	1.016 ± 1.040	0.855	1025.8	285.9
D	1.015 ± 1.038	0.820	1048.7	276.8
E	0.992 ± 0.980	1.020	1070.4	265.4
F	0.964 ± 0.910	0.849	1116.5	242.0
G	0.999 ± 0.997	1.279 1.153 1.172	1150.7	259.7

Table 6 Posterior distribution values of fatigue life parameters

Parameters	Case	5% value	Mean value	95% value	Confidence interval
a (log scale)	1	2.839	3.009	3.276	0.436
	2	2.854	2.930	3.011	0.157
b	1	-0.099	-0.086	-0.067	0.032
	2	-0.099	-0.090	-0.078	0.021
S_{ut} (log scale)	1	3.239	3.894	5.126	1.887
	2	3.650	4.255	4.828	1.178
σ	1	0.179	0.331	0.510	0.361
	2	0.172	0.276	0.406	0.234

5.2 피로 수명 파라미터의 사후분포

불확실성 피로 수명 파라미터 a, b 와 극한강도 S_{ut} 및 표준편차 σ , 총 4 개의 파라미터에 대해 MCMC 시뮬레이션을 이용하여 식(4)와 같은 사후 분포를 따르는 샘플 데이터를 5000 개 생성하고, 이를 히스토그램으로 나타낸 결과를 Fig. 6에 나타내었다. 9 개의 피로 수명 데이터를 이용한 Case 2 가 6 개의 피로 수명 데이터를 이용한 Case 1 의 결과보다 사후분포의 산포가 더 작게 나타났다. 이것은 더 많은 데이터를 이용함에 따라 불확실성이 줄어들어 신뢰도가 증가했음을 보이고 있다. Table 6에 4 개 파라미터의 사후분포에 대한 5% 변량(percentile), 평균, 95% 변량 및 신뢰구간 등 사후분포의 주요 값을 수치로 나타내었다. 신뢰구간을 보면 Case 1 에 비해 Case 2 에서 산포가 얼마나 줄어들었는지 알 수 있다. 한편 이렇게 추정된 값들을 해당 재료에 대해 문헌에서 제시한 값을 이용해 비교할 수 있다⁽¹⁾. 이에 의하면 a 는 3.254MPa (log scale), b 는 -0.07, S_{ut} 는 3.200MPa (log scale)로써 추정된 값과는 차이가 있다. 특히 피로 수명 파라미터 a 와 극한강도 S_{ut} 가 문헌값과 비교하여 a 는 상대적으로 작게, S_{ut} 는 크게 생성 되었음을 알 수 있다. 이는 Fig. 7과 같이 a 와 S_{ut} 가 상관관계가 있기 때문이며, 결과적으로 상관관계상에 존재하는 어느 값을 이용하던지 예측 수명은 차이가 없게 된다. 하지만 만일 이들에 대해 확신할 수 있는 사전정보를 갖고 있다면 이를 베이지안 법칙에 반영함으로써 보다 향상된 추

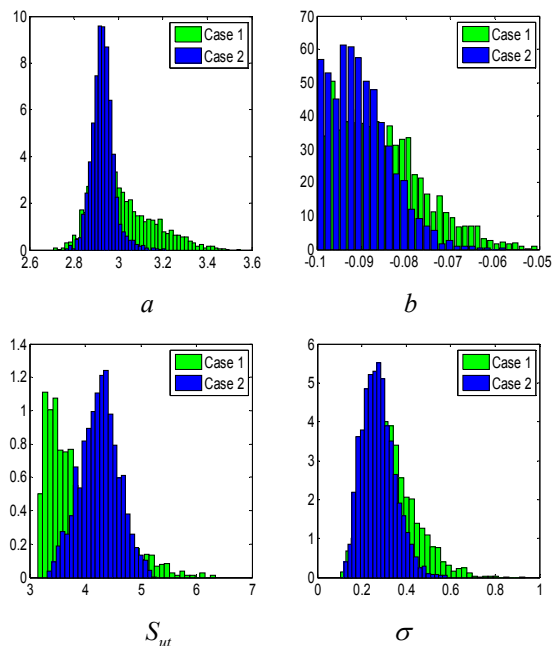


Fig. 6 Posterior distribution of fatigue life parameters

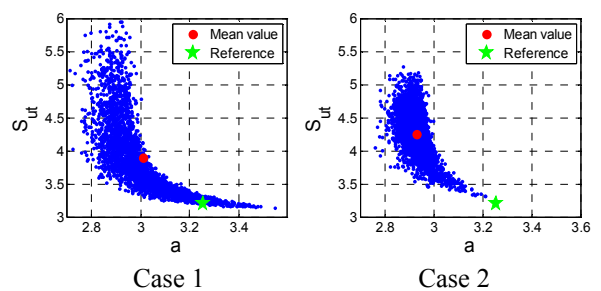


Fig. 7 Correlation between a and S_{ut}

정을 할 수 있을 것이나 본 연구에서는 아직 반영하지 않았다.

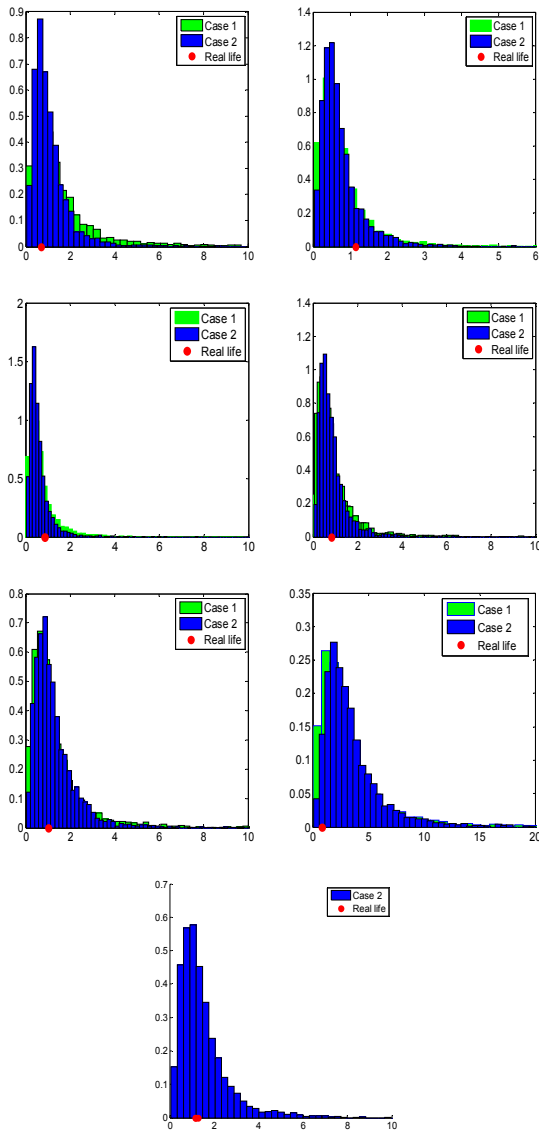


Fig. 8 Posterior predictive distribution of fatigue life

5.3 피로 수명 예측

앞 절에서 구한 불확실성 파라미터의 사후분포 데이터를 가지고 식 (3), (4)에 적용하여 7 종의 스프링에 대해 피로 수명을 계산한 후 이를 히스토그램으로 나타낸 결과를 Fig. 8에 나타내었다. 아울러서 실제 수명 시험 데이터를 점으로 함께 표시하여 예측된 수명 분포가 실제의 수명 시험데이터를 포함하고 있는지 확인하였다. Case 1 과 Case 2 모두 예측된 수명 분포가 빨간색 점으로 표시된 실제 수명 시험 데이터 주위에 분포되어 있음을 알 수 있다. 총 9 개의 시험 데이터를 이용한 Case 2 에서 예측된 수명 분포의 산포가 Case 1 보다 더 작은 것을 알 수 있는데, 이는 역 추정된 피로 수

Table 7 Calculation of the B1 life and B10 life

Type	Actual life (cycles)	B1 life(cycles)		B10 life(cycles)	
		Case 1	Case 2	Case 1	Case 2
A	0.700	0.0966	0.1323	0.3405	0.3608
B	1.153	0.0611	0.0938	0.1977	0.2476
C	0.855	0.0443	0.0751	0.1654	0.1952
D	0.820	0.0784	0.1166	0.2277	0.2760
E	1.020	0.1007	0.1708	0.3324	0.4130
F	0.849	1.1969	0.5035	0.7286	1.1677
G	1.279 1.153 1.172		0.1957		0.4910

명 파라미터의 산포가 작을수록 예측된 수명 분포의 산포가 작다는 것을 의미한다. 그러나 피로 시험 데이터의 부족으로 인해 예측된 피로 수명의 범위가 넓게 나타난 것을 알 수 있다. 현장의 수명 시험 데이터를 더 많이 이용하여 피로 수명 파라미터를 역 추정한다면 예측된 수명 분포의 산포가 줄어들어 더욱 신뢰성 있는 예측이 가능할 것으로 예상된다.

예측된 피로 수명 분포를 이용하여 B1 수명과 B10 수명을 계산하고 정규화 변환하여 Table 7에 나타내었다. B1 및 B10 수명은 전체 제품 중 1% 및 10%가 수명을 만족 못하는 사이클을 의미하며 이는 기계류 부품의 신뢰성 척도로 널리 쓰이고 있다. Type F 스프링을 제외하고 모든 스프링의 피로 수명 시험 결과가 B10 수명보다 높은 것을 알 수 있다. 그러나 Type F 스프링에서는 B10 수명보다 실제 시험 결과가 낮게 나타났는데, 이는 B10 수명이 보장하는 90% 신뢰범위에서 벗어났음을 보여준다. 이는 실제 시험 결과가 확률적으로 매우 드문 케이스에 해당하는 것일수도 있고 또는 잘못된 시험일수도 있으나 그 원인을 파악하기는 어렵다. 이러한 의문을 해소하는 방법은 시험데이터를 추가하여 예측수명분포의 신뢰도를 높인 후 다시 비교하여 판단하는 수 밖에 없다.

6. 결 론

본 연구에서는 스프링을 대상으로 해당 제조업체에서 축적한 제품 피로 시험 데이터를 바탕으로 유한요소해석을 이용하여 응력-수명(S-N) 관계식에 사용되는 파라미터를 역 추정하였다. 피로 수명 파라미터는 확정 값이 아닌 확률적 특성을 가

지므로 이를 고려하기 위해 베이지안 접근법을 이용하여 분포로써 나타내었고, 역 추정된 파라미터의 분포를 이용하여 피로 수명 또한 확률적인 분포로 예측하였다. 그 결과 실제 수명 시험 데이터를 대부분 잘 포함하고 있음을 확인 하였고, 더 많은 피로 시험 데이터를 이용함에 따라 역 추정된 파라미터의 불확실성이 줄어들어 신뢰도가 증가함을 검증하였다. 이를 통해 동일 재질의 다른 모델에 대하여 역 추정된 피로 수명 파라미터를 이용하여 피로 수명을 예측한다면 그 결과는 적어도 주어진 시험데이터 만큼의 신뢰성은 보장한다는 것을 알 수 있다. 이렇게 구축된 시스템을 설계 단계에서 피로 수명 예측에 활용한다면 보다 신뢰성 있는 최적설계를 도출할 수 있어 제품 경쟁력 향상으로 이어질 뿐 아니라 궁극적으로는 제품의 피로 시험 횟수도 감소함으로써 관련 시간 비용을 절감하는데 기여할 수 있다.

본 연구에서는 9 개의 피로 시험 데이터를 이용하였다. 그런데 피로 시험 데이터는 제품 생산을 하는 동안에는 계속해서 생성될 것이므로 향후 연구에 이를 추가하여 피로 수명 파라미터를 구하고 피로 수명을 예측하여 결과의 신뢰성이 증가함을 확인할 예정이다. 또한 유한요소해석을 이용하여 평균응력, 교변응력을 확정값으로 구하고 이를 이용하여 피로강도를 계산하였다. 그러나 이러한 응력도 실제로는 불확실성을 내포하고 있기 때문에 산포가 존재한다. 향후 연구에서는 이러한 응력도 불확실성 분포로 추가 고려하여 위 연구과정을 진행할 예정이다.

후 기

이 논문은 2008 년도 정부재원(교육인적자원부 학술연구조성사업비)으로 한국학술진흥재단의 지원을 받아 연구되었음(KRF-2008-521-D00021).

참고문헌

- (1) Budynas & Nisbett. 2007, *Shigley's Mechanical Engineering Design*, McGraw-Hill, New York.
- (2) Yim, H., J. and Lee, S., B., 1996, "An Integrated CAE System for Dynamic Stress and Fatigue Life Prediction of Mechanical Systems," *KSME International Journal*, Vol. 10, No. 2, pp. 158~168.
- (3) Song, Y. C., Yoh, E. G. and Lee, Y. S., 1999, "A Study on the Prediction of Fatigue Life in Die," *Transactions of the Korean Society of Machine Tool Engineers*, Vol. 8, No. 4, pp. 87~92.
- (4) Lee, S., B., Park, T., W. and Yim, H., J., 2000, "A Study on Computational Method for Fatigue Life Prediction of Vehicle Structure," *Journal of KSNVE*, Vol. 10, No. 4, pp. 686~691.
- (5) Yoon, H. Y. and Zhang, J., 2008, "Evaluation for Probabilistic Distributions of Fatigue Life of Marine Propeller Materials by using a Monte Carlo Simulation," *Trans. of the KSME(A)*, Vol. 32, No. 12, pp. 1055~1062.
- (6) Kim, D. S. and Kim, J. K., 1994, "The Prediction of Fatigue Life According to the Determination of the Parameter in Residual Strength Degradation Model," *Trans. of the KSME*, Vol. 18, No. 8, pp. 2053~2061.
- (7) Hu, Q. and Xu, H., 1995, "Two-parameters nominal stress approach," *International journal of fatigue*, Vol. 17, No. 5, pp. 339~341.
- (8) Lin, J. and Pan, J., 1998, "A New Method for Selection of Population Distribution and Parameter Estimation," *Reliability Engineering & System Safety*, Vol. 60, No. 3, pp. 247~255.
- (9) Gunawan, S. and Papalambros, P. Y., 2006, "A Bayesian Approach to Reliability-Based Optimization With Incomplete Information," *Journal of Mechanical Design*, Vol. 128, No. 4, pp. 909~918.
- (10) Cruse, T.A. and Brown, J.M., 2007, "Confidence Interval Simulation for Systems of Random Variables," *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power ASME*, Vol. 129, pp.836~842.
- (11) An, D. W., Won, J. H., Kim, E. J. and Choi, J. H., 2009, "Reliability Analysis Under Input Variable and Metamodel Uncertainty Using Simulation Method Based on Bayesian Approach," *Trans. of the KSME(A)*, Vol. 33, No. 10, pp. 1163~1170.
- (12) Andrieu, C., de Freitas, N., Doucet, A. and Jordan, M., 2003, "An Introduction to MCMC for Machine Learning," *Machine Learning*, Vol. 50, No. 1~2, pp. 5~43.
- (13) Rice, R. C., 1997, *SAE Fatigue Design Handbook*, 3rd ed., SAE, Warrendale.
- (14) Gelman, A., Carlin, J. B., Stern, H. S. and Rubin, D. B., 2004, *Bayesian Data Analysis*, CHAPMAN & HALL/CRC, Inc., New York.