

# 단힘균열의 1차원 모델을 이용한 고조파 발생에 대한 파라미터 연구

## Parameter Study of Harmonics Generation Using One-dimensional Model of Closed Crack

양승용<sup>†</sup> · 김노유<sup>1</sup>

Sung Young Yang · Nohyu Kim

**Abstract** When a crack exists under a residual stress, for example in welds, the crack can be closed and it shows non symmetric behavior for tension and compression. Ultrasonic detection method for those nonlinear cracks has been developed recently. The method uses the higher order harmonics generating at the crack surface. In this study, parameter study was carried out for the analysis of the harmonics generation at a nonlinear contact interface as a preliminary study for general 3-dimensional cracks. One-dimensional problem with simple bilinear behavior for the contacting surface was considered. The amplitude of second harmonic to the fundamental wave was obtained for various stiffness ratios, incident frequencies, and the contacting layer thicknesses.

**Keywords** : Harmonics, Nondestructive test, Ultrasound

**초 록** 균열이 용접부 내외 같은 잔류응력의 영향을 받는 곳에 존재할 경우, 균열은 단힘균열로 존재할 수 있으며, 인장과 압축에 대하여 비대칭적인 거동을 보이게 된다. 이러한 비선형 균열에 대하여 균열면에서 발생하는 고조파를 이용한 초음파 탐지 기법이 활발히 연구되고 있다. 본 연구에서는 비선형 접촉면에서 발생하는 고조파에 대한 파라미터 연구를 수행하였다. 본 연구는 일반적인 3차원 균열로 나아가기 위한 기초연구의 성격을 띄고 있다. 압축과 인장에 대해 각기 다른 선형 거동을 나타내는 접촉면을 가정하였고 1차원 문제를 고려하였다. 기본주파수 성분에 대한 2차고조파 성분의 비를 다양한 강성비, 입사파의 주파수, 접촉면의 두께에 대하여 조사하였다.

**주요어** : 고조파, 비파괴검사, 초음파

### 1. 서 론

철도차량의 용접부는 고온의 가열과 냉각과정에서 마르텐사이트 조직이 발생하여 취성을나타낼 수 있고 미세균열이 발생할 수 있다. 또한 열응력에 의한 잔류응력이 발생하게 된다. 이러한 용접부에 존재하는 균열은 잔류응력의 영향에 의해 균열면이 접촉하는 단힘균열(closed crack) 상태로 존재하게 된다. 이러한 단힘균열은 초음파의 반사 및 투과를 이용하는 기초적인 비파괴검사 기법으로는 검출하기가 어렵다.

단힘균열에서 접촉하는 두 면은 하중에 대하여 다양한 형태의 비선형 특성을 나타낸다. 즉, 압축면의 응력 상태에 따라 강성계수가 다를 수 있고, 하중 부가와 제하 시에 이력 현상을 나타낼 수도 있다. 이러한 비선형성을 설명하기 위하여 접촉면의 조도와 재료의 항복강도 등을 고려한 미시역학(micromechanics) 모델이 제안되기도 하였다. 즉 접촉면의 실제 접촉면적이 바뀔에 따라 접촉면의 전체적인 탄성계수

가 변하는 특성을 고려하여 접촉면을 비선형 탄성 스프링으로 모델링 하는 연구가 진행된 바 있다 [1-3]. 하중 부가와 제하 시의 이력현상이 관찰되었고[4,5], Kim 등[5]은 이러한 이력 현상이 거친 접촉면의 탄소성 압축변형과 탄성 제하에 의해 발생할 수 있음을 보였다.

이러한 접촉면 강성계수의 비선형적 특성을 단힘균열의 검출에 이용하는 연구가 진행되어 왔다[6,7]. 즉 Fig. 1에 나타난 바와 같이 접촉면의 비선형성에 의해 입사파의 일부만 투과 또는 반사되게 되고 이로 인해 투과 또는 반사파는 기본주파수의 정수배에서 고조파 성분을 가지게 된다.

일반적인 3차원 균열에서의 고조파 성분의 발생을 이해하기 위해서는 우선 1차원으로 단순화된 문제를 고려하여 대략의 경향을 파악하는 것이 필요하리라 판단된다. 즉 접촉면의 강성계수, 비선형도, 두께 등과 입사파 진동수에 따라 고조파 성분이 변화하는 경향이 밝혀져야 한다. 실험이나 유한요소해석을 통하여 이러한 연구를 수행하기는 번거로우므로, 해석해를 유도하고 주요 변수를 변화시켜가며 영향을 관찰하는 파라미터(parameter) 연구가 적절하리라 판단된다.

본 연구에서는 단힘균열의 접촉면을 압축과 인장에 대하여 각기 다른 탄성계수를 가지는 단순화된 비선형 재질로 모델링하여 1차원 미분방정식을 유도하였다. 수치해석을 수행

<sup>†</sup>교신저자 : 한국기술교육대학교 기계정보공학부  
E-mail : ysy@kut.ac.kr

<sup>1</sup>한국기술교육대학교 메카트로닉스공학부

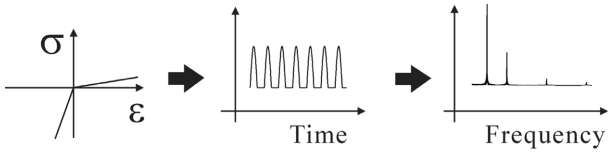


Fig. 1 Generation of harmonic components by nonlinear material

하여 반사파와 투과파의 해를 구한 후, 가진 주파수의 정수 배에 해당하는 2차 이상의 고조파(harmonics) 성분을 추출하였다.

## 2. 본 론

### 2.1 접촉면 1차원 모델

구조물 내부에 존재하는 균열에 의해 탄성파의 전달은 영향을 받게 된다. 균열이 압축 잔류응력에 의해 닫혀있는 경우 초음파의 반사를 이용하여 균열을 검출하기는 쉽지 않다. 접촉하고 있는 균열면은 미시적인 차원에서 기공이나 요철이 존재하는 접촉면으로 생각할 수 있고 이러한 접촉면의 접촉 정도에 따라 접촉면을 포함하는 영역의 강성계수는 변화하리라 생각된다. 본 연구에서는 Fig. 2와 같이 접촉면이 인장과 압축에 대하여 다른 값의 탄성계수를 가지는 단순화된 형태의 비선형 문제를 고려하였다. 실제의 접촉면은 이력현상이 포함된 복잡한 형태의 비선형성을 띠는 것으로 생각되나 실제적인 해석이 어려우므로 Fig. 2과 같은 가장 기초적인 형

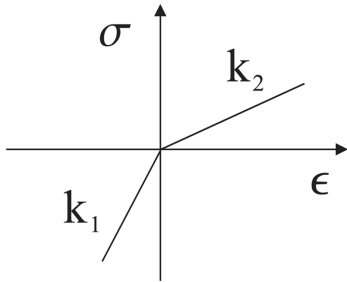


Fig. 2 Stress vs. strain curve of contacting region

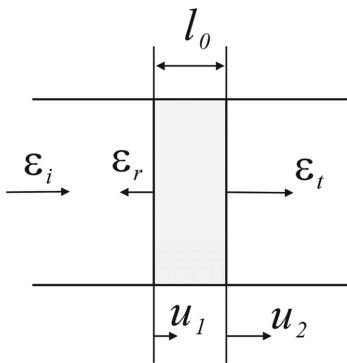


Fig. 3 One-dimensional model of contacting interface. The origin ( $x = 0$ ) is where  $u_1$  is denoted

태의 비선형성을 고려하였다. 접촉면을 비균질층으로 고려할 때, 모재에 대한 압축 상태에서의 탄성계수 비율을  $k_1$ , 인장상태에서의 비율을  $k_2$ 로 표시하였다. 문제의 모델링을 위해 다음과 같은 조건을 고려하였다.

- (1) 거친 접촉면을 Fig. 3의 두께가  $l_0$ 인 비균질층 또는 경계층으로 고려한다.
- (2) 비균질층이 매우 얇다고 가정하고 층내에서의 응력과 현상은 무시한다.
- (3) 응력과 전달방향으로 1차원 문제를 고려한다.

정현파 형태의 변형이 Fig. 3의 경계층에 왼쪽으로부터 입사되었다고 하면 경계층의 왼쪽 경계를 원점으로 잡을 때,  $x < 0$ 인 영역에서의 질점의 변위는 파동방정식의 해를 이용하여 임의의 함수  $f(\cdot)$ 와  $g(\cdot)$ 를 이용하면 다음과 같다[8].

$$u(x, t) = f(x - c_0 t) + g(x + c_0 t) = u_i + u_r \quad (1)$$

여기서  $c_0$ 는 파동의 전파속도이다.  $u_i$ 와  $u_r$ 은 각각 입사파와 반사파의 변위이다.  $x$ 로 미분하면 변형률은

$$\varepsilon = f' + g' = \varepsilon_i + \varepsilon_r \quad (2)$$

시간으로 미분하면

$$\dot{u} = c_0(-f' + g') = c_0(-\varepsilon_i + \varepsilon_r) \quad (3)$$

을 얻을 수 있다. 원점에서의 변위증분  $\Delta u_1$ 은

$$\Delta u_1(t) = c_0 \int_t^{t+\Delta t} (-\varepsilon_i + \varepsilon_r) dt \quad (4)$$

비균질층의 오른쪽 영역에 대하여 변위는

$$u(x, t) = h(x - c_0 t) = u \quad (5)$$

속도는

$$\dot{u} = -c_0 h' = -c_0 \varepsilon_t \quad (6)$$

$x = l_0$  위치에서의 변위증분  $\Delta u_2$ 는

$$\Delta u_2(t) = -c_0 \int_t^{t+\Delta t} \varepsilon_t dt \quad (7)$$

$\Delta u_1(t)$ 과  $\Delta u_2(t)$ 으로부터, 비균질층의 변형률  $\varepsilon_s$ 는

$$\Delta \varepsilon_s(t) = \frac{\Delta u_2 - \Delta u_1}{l_0} = \frac{c_0}{l_0} \int_t^{t+\Delta t} (-\varepsilon_i + \varepsilon_r - \varepsilon_t) dt \quad (8)$$

접촉이 유지되고, 비균질층 내에서의 응력과 현상을 무시할 때, 트래션(traction) 평형에 의하여

$$t_1 = E(\varepsilon_i + \varepsilon_r) = t_2 = E\varepsilon_t \quad (9)$$

$E$ 는 모재의 탄성계수이다. 따라서

$$\varepsilon_i + \varepsilon_r = \varepsilon_t \quad (10)$$

(8)과 (10) 식으로부터,

$$\Delta \varepsilon_s = -\frac{2c_0}{l_0} \int_t^{t+\Delta t} \varepsilon_r dt \quad (11)$$

아탄성(hypoelastic) 증분형태로 평형방정식을 기술하면

$$E(\Delta \varepsilon_i + \Delta \varepsilon_r) = E \Delta \varepsilon_i = E' \Delta \varepsilon_s = -\frac{2c_0 E'}{l_0} \int_{t_i}^{t_i + \Delta t} \varepsilon_r dt \quad (12)$$

$E$ 는 비균질층의 현재상태에서의 탄성계수이다. 만약 모체의 탄성계수와  $E' = kE$ 의 관계가 있다면,

$$\dot{\varepsilon}_i + \dot{\varepsilon}_r = -\frac{2c_0 k}{l_0} \varepsilon_r \quad (13)$$

## 2.2 비선형 접촉면에 대한 수치해

비균질층의 변형률  $\varepsilon_s$ 는 식 (11)을 이용하여  $\varepsilon_r$ 이 주어지면 구할 수 있으며,  $\varepsilon_r$ 은 미분방정식 (13)을 풀어 구할 수 있다. 미분방정식 (13)의 해를 구하기 위하여 다음과 같은 코사인 형태의 변위 입력을 고려하였다[9].

$$u_i(x, t) = A - A \cos \gamma(x - c_0 t) \quad (14)$$

변형률은

$$\varepsilon_i(x, t) = \gamma A \sin \gamma(x - c_0 t) \quad (15)$$

접촉면에서 ( $x = 0$  위치) 변형률은

$$\varepsilon_i(0, t) = -\gamma A \sin(\gamma c_0 t) \quad (16)$$

이고, 변형률 속도는

$$\dot{\varepsilon}_i(0, t) = -\gamma^2 c_0 A \cos(\gamma c_0 t) \quad (17)$$

이다. 이를 (13)에 대입하면

$$\dot{\varepsilon}_r + \frac{2c_0 k_i}{l_0} \varepsilon_r = \gamma^2 c_0 A \cos(\gamma c_0 t) \quad (18)$$

위 미분방정식의 일반해는

$$\varepsilon_r(t) = C_i \exp\left(-\frac{2c_0 k_i(t-t_i)}{l_0}\right) + \frac{\gamma^2 l_0 A (2k_i \cos(\gamma c_0 t) + \gamma l_0 \sin(\gamma c_0 t))}{4k_i^2 + \gamma^2 l_0^2} \quad (19)$$

$t_i \leq t < t_{i+1}$

이다.  $C_i$ 는 적분상수이다.  $k_i$ 는 응력상태에 따라  $k_1$  또는  $k_2$ 의 값을 가지고,  $t_i$ 와  $t_{i+1}$ 는 접촉층의 변형률이 0이 되는 시간, 즉  $\varepsilon_s(t) = 0$ 인 시간이다. 초기 시간  $t = 0$ 에서  $\varepsilon_s(t) = \varepsilon_r(t) = 0$ 이므로  $t_1 = 0$ 이다.  $\varepsilon_r(0) = 0$ 이므로 적분상수를 구하면

$$C_i = -\frac{2k_1 l_0 \gamma^2 A}{4k_1^2 + \gamma^2 l_0^2} \quad (20)$$

이다.  $\varepsilon_r(t)$ 의 적분이 0이 되는 다음 시간을 구하면  $\varepsilon_s(t)$ 가 0이 되는 시간이므로 이를 이용하여  $t_2$ 를 구할 수 있다. 즉  $t_i$ 의 값과  $C_i$ 의 값을 알 때  $t_{i+1}$ 의 값을 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\varepsilon_s(t_{i+1}) - \varepsilon_s(t_i) = \int_{t_i}^{t_{i+1}} \varepsilon_r dt = 0 \quad (21)$$

또는 이를 미분방정식 (13)에 대입하여

$$\varepsilon_r(t_{i+1}) + \varepsilon_i(t_{i+1}) = 0 \quad (22)$$

을 이용하여  $t_{i+1}$ 을 구할 수 있다.  $t_{i+1} \leq t < t_{i+2}$  구간에서의  $\varepsilon_r(t)$ 함수의 적분상수  $C_{i+1}$ 의 값은 시간  $t_{i+1}$ 에서의  $\varepsilon_r(t)$  함수의 연속성 또는  $\varepsilon_r(t_{i+1}) + \varepsilon_i(t_{i+1}) = 0$ 인 성질을 이용하여 구할 수 있다. 따라서 순차적으로 모든 시간에 대하여  $\varepsilon_r(t)$  함수를 구할 수 있다.

## 2.3 파라미터 연구(parameter study)

### 2.3.1 푸리에 급수(Fourier series)

접촉 경계층에서 발생하는 반사파와 투과파의 수치해를 이용하여 접촉 경계면의 재질과 입사파의 조건이 반사파와 투과파에 미치는 영향을 연구하였다. 임의의 파에 대하여 2차 고조파 성분이 얼마나 발생하는지 조사하기 위해서는 주파수 성분을 조사하면 되므로 푸리에 정현파 급수를 이용하여 고조파 성분을 추출하였다. 원점에 대하여 대칭인 임의의 시간함수를 정현파 함수를 이용하여 전개하면

$$f(t) = a_1 \sin \omega t + a_2 \sin 2\omega t + a_3 \sin 3\omega t + a_4 \sin 4\omega t + \dots \quad (23)$$

이고

$$a_1 = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \sin \omega t dt \quad (24)$$

$$a_2 = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \sin 2\omega t dt \quad (25)$$

$$a_3 = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \sin 3\omega t dt \quad (26)$$

$$a_4 = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \sin 4\omega t dt \quad (27)$$

전체 시간범위  $T$ 는 주파수  $\omega$ 와  $T = 2\pi/\omega$ 의 관계가 있다.  $T$ 의 값은 충분한 데이터를 얻기 위하여 입사파의 주기보다 매우 큰 값이며, 본 연구에서는  $T$ 의 값을 입사파 주기의 20배로 정하였다. 따라서  $\omega$ 와 입사파의 진동수  $\omega_0$  사이에는 최소 진동수의 20배 되는 진동수가 기본 입사 주파수와 같은 ( $20\omega = \omega_0$ ) 관계가 있고  $40\omega$  또는  $a_{40}$ 이 2차 고조파에 해당한다.

시간 구간의 양 끝단에서 데이터가 끊어지게 되므로 원하지 않는 주파수 성분이 발생할 수 있다. 이를 방지하기 위하여 시간 데이터에 삼각형의 윈도우 함수를 곱해주어 양 끝단에서의 신호가 점차 0으로 감소하도록 하였다.

### 2.3.2 계산 결과

계산에 이용된 변수 값은 Table 1과 같다. Kim 등[3]은 소성변형 하는 접촉면의 두께를  $10^{-7}$ 미터 정도로 추정하였으므로 이에 따라 본 연구의 비균질층 두께  $l_0$ 를 가정하였다.

주파수 해석을 실시하기에 앞서 대략적인 반사파, 투과파, 입사파의 파형을 조사하면 Fig. 4와 같다.  $k_1$ 의 값이 모체의 탄성계수의 0.1배로 상대적으로 클 경우 반사파의 크기는 크지 않다. 한편  $k_1$ 의 값이 작을 경우 대부분의 파가 반사되고 투과파는 매우 작은 크기이다. 입사파 함수  $\varepsilon_i$ 의 그래프는 식 (16)과 같다.

Table 1 Parameter values

Variable	value
$C_0$	5875m/s
A	$0.1l_0$
$\omega_0$	$10^7$ rad/s 또는 $5 \times 10^7$ rad/s
$l_0$	$10^{-7}$ m 또는 $10^{-6}$ m

$k_1$ 과  $k_2$ 가 고조파 발생에 미치는 영향을 조사하기 위하여  $k_1$ 과  $k_2$ 의 값을 변화시켜가며 각각의 경우 얻어지는 반사파와 투과파 파형의 주파수 성분을 조사하였다. 각각에 대해  $\omega_0 = 10^7$ rad/s와  $\omega_0 = 5 \times 10^7$ rad/s인 경우,  $l_0 = 0.1\mu\text{m}$ 와  $l_0 = 1\mu\text{m}$ 인 경우를 고려하였다. 먼저 Fig. 5 (a)를 보면  $k_1$ 의 값이 작을 경우 대부분의 입사파는 반사되므로 반사파의 기본주파수 성분이 크고 이에 비해 2차 고조파의 성분은 작아서  $|a_{40}/a_{20}|$ 의 값이 작게 나옴을 볼 수 있다.  $k_1$ 의 값이 커지면 대부분의 파가 투과하므로 반사파의 기본주파수 성분이 작아지고  $|a_{40}/a_{20}|$ 의 값은 커지게 된다.  $k_2/k_1$ 의 값이 대략 0.5일 때  $|a_{40}/a_{20}|$ 의 값은 최대가 되었다.

Fig. 5 (a)와 (b)를 비교하면 투과파의 경우는  $k_1$ 의 값이 작을 때 대부분의 입사파가 반사하므로 투과파 성분이 작고 이 경우 2차 고조파 성분이 상대적으로 큼을 볼 수 있다. 또한 투과파의 경우  $k_2/k_1$ 의 값이 작을수록 고조파의 성분이 크게 나왔다.

Fig. 6은 입사파의 진동수가 Fig. 5에 비하여 5배 큰 경우이다. 이 경우 반사파의 크기가 크고 기본주파수 대비 2차 고조파의 크기는 Fig. 5에 비하여 작은 것으로 나타났다. 투과파의 경우는 Fig. 5(b)와 비슷한 최대값과 전체적인 경향을 나타내었다.

Fig. 7은 비균질 경계층의 두께가 Fig. 5에 비하여 10배 크다고 가정한 경우이다. 이 경우도 반사파의 경우 기본주파수 대비 고조파의 크기가 Fig. 5에 비하여 줄어들었다. 투과파의 경우는 Fig. 5(b)와 비슷한 최대값과 전체적인 경향을 나타내었다.

본 연구 결과를 검증할 수 있는 실험 결과는 매우 부족한 상황이다. 하지만 Kim 등[3]은 반사파의 크기가 입사파의 주파수가 증가함에 따라 커지고 접촉면을 누르는 잔류압력의 크기가 감소함에 따라 (접촉면의 강성이 감소) 반사파가 커

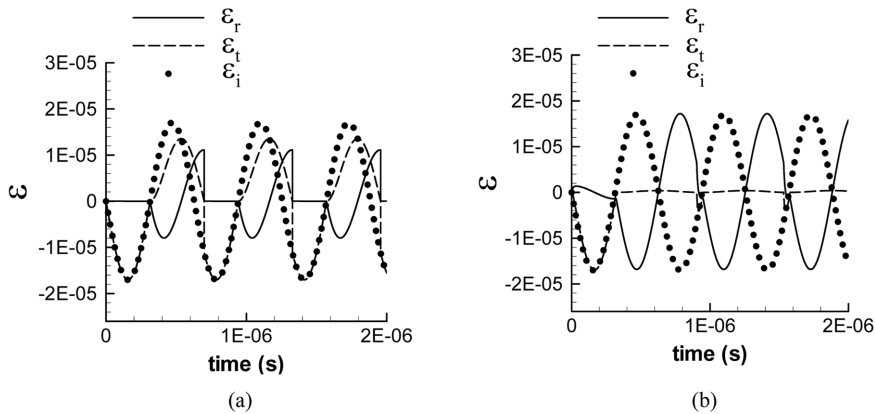


Fig. 4 Strain vs. time graphs.  $\omega_0 = 10^7$ rad/s,  $l_0 = 0.1\mu\text{meter}$ . (a)  $k_1 = 0.1$ ,  $k_2 = 0.0001$ , (b)  $k_1 = 0.001$ ,  $k_2 = 0.000001$

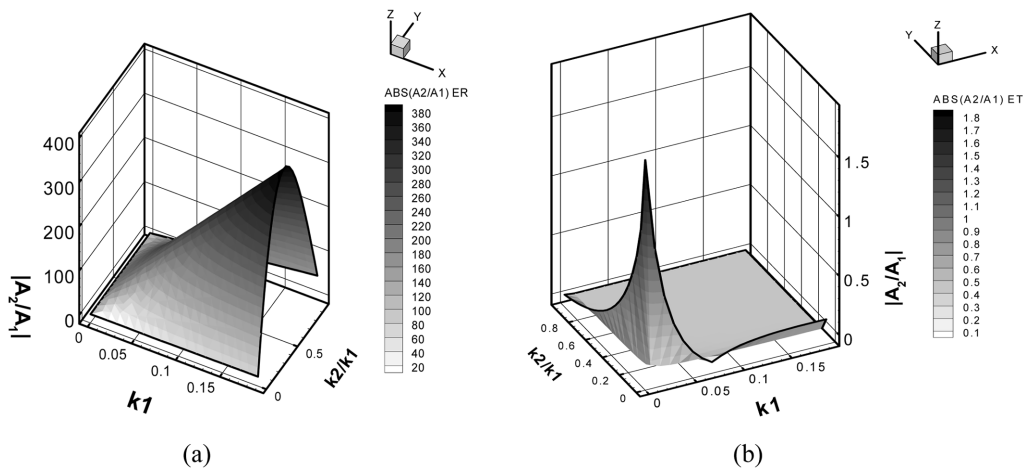


Fig. 5 Ratio of the second harmonic component to the fundamental component  $|a_{40}/a_{20}|$  for  $\omega_0 = 10^7$ rad/s,  $l_0 = 0.1\mu\text{meter}$ . (a) Reflected wave  $\epsilon_r$ , (b) transmitted wave  $\epsilon_t$ .  $|A_2/A_1|$  means  $|a_{40}/a_{20}|$

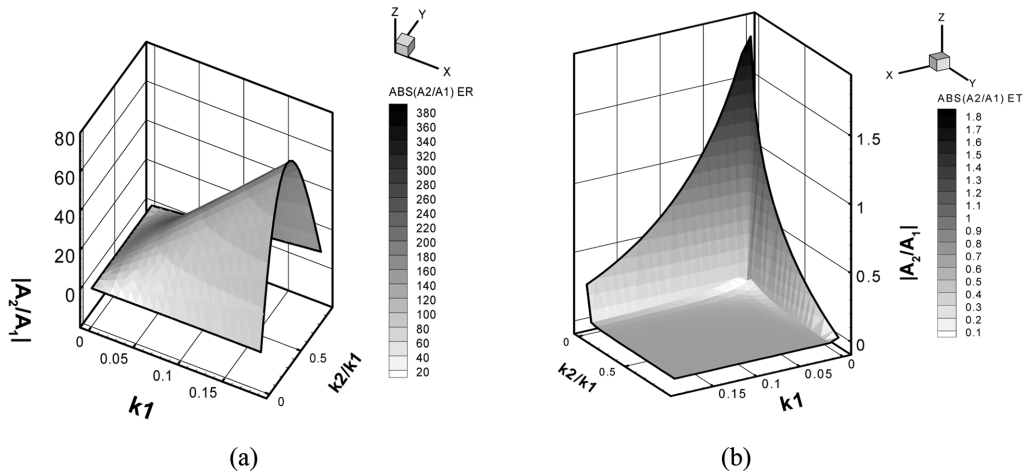


Fig. 6 Ratio of the second harmonic component to the fundamental component  $|a_{40}/a_{20}|$  for  $\omega = 5 \times 10^7 \text{ rad/s}$ ,  $l_0 = 0.1 \mu\text{meter}$ . (a) Reflected wave  $\epsilon_r$ , (b) transmitted wave  $\epsilon_r$ .  $|A_2/A_1|$  means  $|a_{40}/a_{20}|$

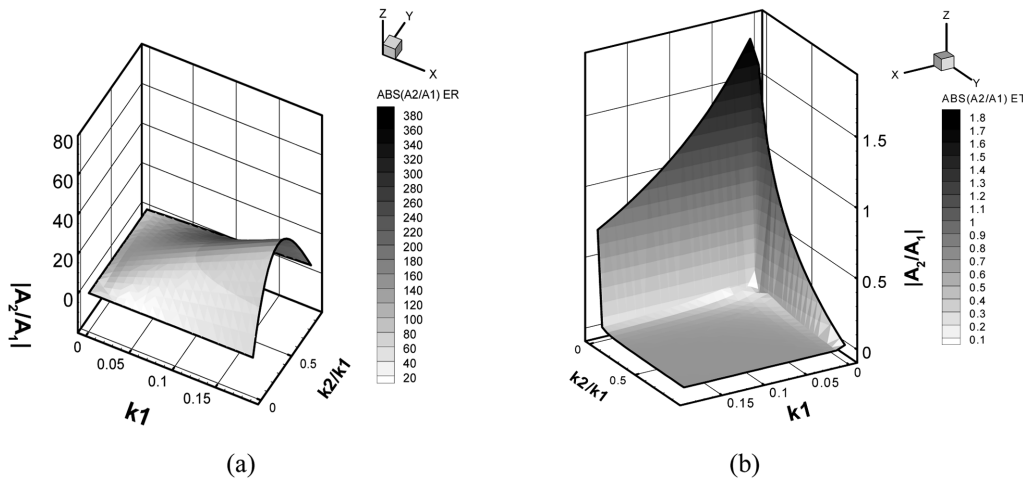


Fig. 7 Ratio of the second harmonic component to the fundamental component  $|a_{40}/a_{20}|$  for  $\omega_0 = 10^7 \text{ rad/s}$ ,  $l_0 = 1 \mu\text{meter}$ . (a) Reflected wave  $\epsilon_r$ , (b) transmitted wave  $\epsilon_r$ .  $|A_2/A_1|$  means  $|a_{40}/a_{20}|$

짐을 측정하였다. 본 연구의 파라미터 연구 결과 입사 주파수가 5배 커짐에 따라 반사파의 기본파 성분은 대략 100배 정도 크기가 커짐을 확인하였고 강성비  $k_1$ 의 값이 작아짐에 따라 또한 반사파의 기본파 성분이 증가함을 확인하였고, 이는 Kim 등[3]의 실험결과와 같은 경향을 나타낸다고 볼 수 있다.

### 3. 결 론

담힘균열의 1차원 모델을 고려하였다. 균열의 접촉면을 비선형 응력-변형률 특성을 띠는 얇은 접촉층으로 고려하였고, 정현파 형태의 입사파에 대하여 반사 및 투과파의 수치해를 구하였다. 이를 푸리에 변환하여 고조파 성분을 구하였다. 모재에 대한 접촉 경계층의 압축 탄성계수비율  $k_1$ , 인장 탄성계수비율  $k_2$ , 경계층의 두께, 입사파 진동수를 변화시켜가며 그에 따른 고조파 성분의 비를 구하였다. 파라미터 연구로

부터 다음과 같은 결과를 얻을 수 있었다.

- (1)  $k_1$ 의 값이 작을 경우 대부분의 입사파는 반사되고, 투과파에서 고조파 성분의 비율이 높게 나타났다.
- (2)  $k_1$ 의 값이 클 경우 반대로 반사파의 고조파 성분 비율이 크게 나타났다.
- (3) 반사파는  $k_2/k_1$ 의 값이 0.5 부근에서 고조파 성분 비율이 크게 나타났다.
- (4) 투과파는  $k_2/k_1$ 의 값이 작을수록 고조파 성분 비율이 크게 나타났다.
- (5) 입사파의 주파수가 커지면 반사파의 고조파 성분 비율이 작아졌다.
- (6) 경계층의 두께를 두껍게 가정할 경우 반사파의 고조파 성분 비율이 작아졌다.

이상의 관찰 결과를 바탕으로, 균열이 압축응력에 의해 닫힌 정도가 클수록  $k_1$ 의 값이 증가하여 1에 접근한다고 볼 수 있고 대부분의 파는 투과되게 된다. 이 때, 반사파를 이용

하여 2차 고조파 성분을 측정하면 단함 균열의 검출에 유리할 것으로 판단된다. 물론 완전히 열린 균열의 경우, 기존 선형 초음파 기법과 같이 균열에서 반사되는 파의 존재로부터 균열의 유무를 판단하게 된다.

## 후 기

이 논문은 2009년도 정부 (교육과학기술부)의 재원으로 한국과학재단의 지원을 받아 수행된 연구임 (No. 2007-00467). 이 논문의 일부는 양승용에 대한 한국기술교육대학교 교육연구진흥비지원 프로그램(2011년)의 지원에 의하여 수행되었음.

## 참고문헌

- [1] S. Biwa, S. Hiraiwa, E. Matsumoto (2006) Experimental and theoretical study of harmonic generation at contacting interface, *Ultrasonics*, 44, pp. 1319-1322.
  - [2] P.P. Delsanto, S. Hirsekorn, V.A. Loparco (2002) Modeling the propagation of ultrasonic waves in the interface region between two bonded elements, *Ultrasonics*, 40, pp. 605-610.
  - [3] J.Y. Kim, A. Baltazar, S.I. Rokhlin (2004) Ultrasonic assessment of rough surface contact between solids from elastoplastic loading-unloading hysteresis cycle, *J. Mech. Phys. Solids*, 52, pp. 1911-1934.
  - [4] S. Biwa, S. Hiraiwa, E. Matsumoto (2007) Stiffness evaluation of contacting surfaces by bulk and interface waves, *Ultrasonics*, 47, pp. 123-129.
  - [5] J.Y. Kim, A. Baltazar, W. Hu, S.I. Rokhlin (2006) Hysteretic linear and nonlinear acoustic responses from pressed interfaces, *Int. J. Solids and Structure*, 43, pp. 6436-6452.
  - [6] C.S. Kim, I.K. Park, K.Y. Jang (2004) Ultrasonic characteristic of thermal degradation in ferritic 2.25Cr-1Mo steel, *NDT&E International*, 42, pp. 204-209.
  - [7] N. Kim, S.Y. Yang (2007) Nonlinear displacement discontinuity model for generalized Rayleigh wave in contact interface, *J. Korean Soc. Nondestructive Testing*, 27, pp. 582-590.
  - [8] K.F. Graff (1975) Wave motion in elastic solids, Dover Publications, Inc.
  - [9] H. Go, U. Lee (2009) A guided wave-based structural damage detection method for structural health monitoring, *Journal of the Korean Society for Railway*, 12(3), pp. 412-419.
- 접수일(2011년 8월 18일), 수정일(2011년 10월 18일),  
게재확정일(2011년 10월 25일)