

SAR-GMTI 기술의 원리

전 주 환

한국과학기술원
전기 및 전자공학과

요 약

본 논문은 tutorial로서 synthetic aperture radar(SAR) 및 ground moving target indicator(GMTI)의 원리 및 이들이 왜 함께 사용되어야 하는지를 설명하고자 한다. 우선 SAR의 영상 형성 방법을 설명하고, 지상에서 움직이는 점 표적(point target)이 SAR 영상에서 어떻게 나타나는지를 이해하고, 마지막으로 GMTI 목적으로 사용될 수 있는 space-time adaptive processing(STAP)의 기본원리를 소개한다. 최신기술 동향은 생략하고 기본원리만 깊이 다루고자 한다.

I. 서 론

Synthetic aperture radar(SAR)는 저궤도 위성이나 항공기, 무인기 등 탑재체(SAR vehicle)에 장착되어서 지표면의 reflectivity map을 얻는 레이더이다. SAR는 광학 카메라에 비하여 많은 장점이 있지만, 처리 안한 영상은 왜곡되고 움직이는 물체는 탑재체가 날아가는 방향으로 이동되어서 나타나는 단점이 있다. 본 강좌에서는 strip map SAR의 영상 형성 과정을 자세히 설명하고 움직이는 물체가 이동되어서 나타나는 이유를 알아본다. 이해 과정을 돋기 위하여 이상화된(즉, range walk, range curvature가 없고, antenna 범은 비행 방향에 수직이고, beam pattern이 매우 단순한 경우에 대하여) 가상 baseband SAR raw data를 생성하고 이로부터 가장 기본적인 range-Doppler processing 방식에 의하여 영상을 합성하는 과정을 설명한다^[3].

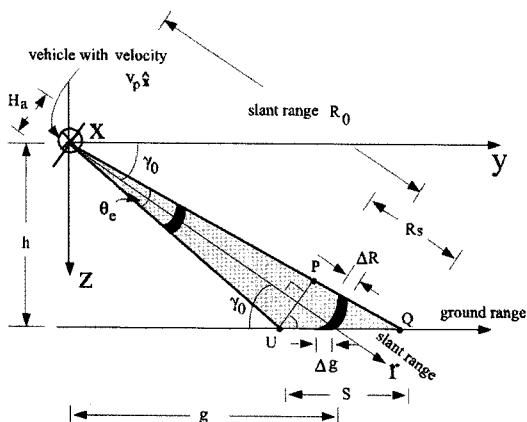
지상에서 움직이는 물체를 레이더로 탐지하는 것, 즉 ground moving target indicator(GMTI)는 지면에서 반사되는 clutter 신호 때문에 매우 어려운 문제이다. GMTI를 위한 한 가지 방안으로 안테나 어레이를 이용한 space-time adaptive processing(STAP)을 들 수 있다. STAP은 기존의 방식들에 비하여 계산량이 크므로 현재 STAP이 실제 시스템에 적용되어 사용될 정도로 실용화 되지는 않았지만, 성능이 우수하므로 앞으로 널리 사용될 것이다. 본 강좌에서는 STAP의 기본 원리를 소개하고, 보다 실용적인 $\Sigma-\Delta$ SATP^[2]을 SAR-GMTI에 어떻게 사용하면 좋을지 설명하고자 한다.

II. SAR 영상처리의 원리

Pulsed Doppler를 이용한 SAR 영상 형성은 echo 신호의 sampling에 의한 range 방향(즉, 탑재체 이동 방향에 수직인 방향) 점 표적들의 분해 및 Doppler history의 차이에 의한 azimuth 방향(즉, 탑재체 이동 방향) 점 표적들의 분해를 이용한다. 결과적으로 SAR raw data는 마치 2-dimentional(2D) 영상의 pixel들을 2D point spread function(PSF)로 blur하여 놓은 것 같은데, original 영상을 얻기 위하여 PSF의 파라메터를 구하여 matched filtering을 통한 deconvolution을 수행하면 된다.

2-1 Range 방향 Mapping

SAR 탑재체가 [그림 1]과 같이 높이 h 에서 $+x$ 축 방향으로 platform velocity v_p 의 일정한 속도로 날아



[그림 1] SAR 레이더 빔의 측면도

가고 있다고 하자. SAR 안테나 높이는 H_a 이고, grazing 각도는 γ_0 , 빔은 sidelobe는 없고 일정한 power의 수직방향 빔폭은 θ_e 라고 가정한다(이 경우 $\theta_e = \lambda/H_a$ 의 관계가 있다). 또한 sampling interval을 T_s (sampling frequency f_s 의 역수), 빛의 속도를 c_0 라고 하자. 그러면 slant range 및 slant range bin interval은 각각 $R_0 = h/\sin \gamma_0$, $\Delta R = c_0 T_s / 2$ 가 됨을 쉽게 알 수 있고, 또한 slant swath 폭 및 swath 폭은 각각 $R_s = h \theta_e / \cos \gamma_0 / \sin^2 \gamma_0$ 와 $S = h \theta_e / \sin^2 \gamma_0$ 로 근사될 수 있음을 알 수 있다.

여기서 T_s (혹은 ΔR)은 실제 range resolution 과는 다르고, 실제 range resolution 은 $\Delta R_r = \frac{c_0}{2B}$ (B 는 수신기의 bandwidth)로 주어진다.

[그림 1]에서 $+x$ 축, $+r$ 축, $+y$ 축을 각각 azimuth 방향, slant range 방향, range 방향이라고 부른다. [그림 1]의 길이 S 인 swath UQ 에서 반사되어 어오는 echo를 sampling하여 영상의 range 방향 mapping(즉, 점 표적들을 range 방향에서 resolve)을 수행하게 되는데, ground range resolution은 $\Delta g = \Delta R / \cos \gamma_0$ 로 주어짐을 알 수 있다.

이때 range ambiguity가 없게 하기 위하여는 slant swath 폭 PQ 에 pulse가 있는 동안은 새로운 pulse가 이곳에 들어오면 안 됨을 알 수 있다. 즉, $1/f_r > 2R_s/c_0$ 즉 pulse repetition frequency(PRF)의 upper bound는 다

음과 같이 주어진다: $f_r < c_0/(2R_s)$

SAR에서 주로 사용하는 waveform은 [그림 2]에 보인 coherent LFM pulse train (PT)로서 식 (1)과 같다.

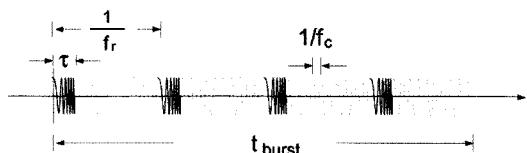
$$s(t) = A \sum_{m=0}^{M-1} \prod \left(\frac{t-mT_r}{\tau} - \frac{1}{2} \right) \cos \left(2\pi f_c t + \pi K \left(t - \frac{\tau}{2} - mT_r \right)^2 \right), \quad 0 \leq t \leq t_{burst} \quad (1)$$

여기서 t_{burst} 는 pulse가 coherent하게 지속되는 (처리하는) 시간이고, M 은 t_{burst} 동안의 pulse의 수를 나타내며, T_r , τ , f_c 는 각각 pulse repetition interval (PRI, 즉 PRF f_r 의 역수), uncompressed pulse width, carrier 주파수를 의미하고, $K=B/\tau$ 는 chirp rate이다 (여기서 B 는 수신기의 bandwidth).

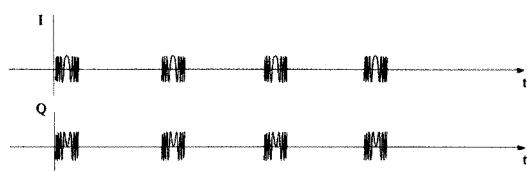
[그림 2]의 coherent LFM PT의 (baseband) complex envelop는 식 (2)로 주어지고, 파형을 [그림 3]에 보였다:

$$s(t) = 2A \sum_{m=0}^{M-1} \prod \left(\frac{t-mT_r}{\tau} - \frac{1}{2} \right) e^{j\pi K \left(t - \frac{\tau}{2} - mT_r \right)^2} \quad (2)$$

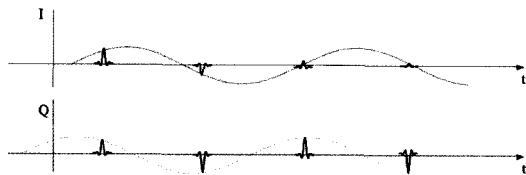
[그림 4]에 탑재체(혹은 moving target)의 Doppler가 실려서 되돌아온 지표면 echo의 complex envelop를



[그림 2] Coherent LFM PT



[그림 3] Coherent LFM PT의 complex envelop

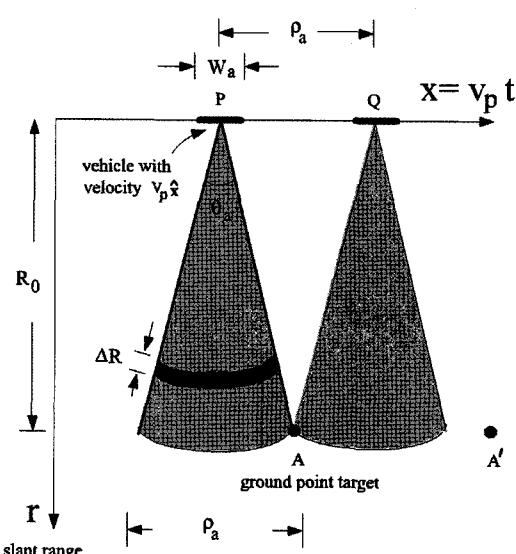


[그림 4] Doppler shift 및 delay된 echo waveform의 complex envelop

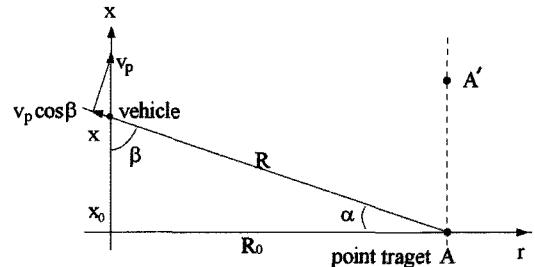
matched filter를 통과시켜서 pulse compress한 모습을 보였다. 다음에 설명하겠지만 이 Doppler 정보로부터 azimuth 방향 mapping(즉 점 표적들을 azimuth 방향에서 resolve)을 수행한다.

2-2 Azimuth 방향 Mapping

[그림 5]에 SAR 레이더 빔의 정면도를 보였다. SAR 안테나의 폭은 W_a 라고 하고, 역시 sidelobe가 없는 일정한 power의 수평 방향 빔을 가정하고, 빔폭은 θ_a 라고 하자. 그러면 horizontal(혹은 azimuth) beam span은 $\rho_a = R_0 \theta_a = (h/\sin \gamma_0) \theta_a$ 로 주어지고, 이 값은 또한 지면에 있는 점포적 A가 레이더 빔에 나타날 때의 탑재



[그림 5] SAR 레이더 빔의 정면도



[그림 6] 점 표적 A의 range 변화

체 위치 P에서부터, 사라질 때의 탑재체의 위치 Q 까지의 길이와 같다. 그러므로 slant range R_0 에 있는 점 표적 A에 레이더 빔이 비추어지는 illumination time (혹은 maximum integration time)은 $T_{int} = \rho_a / v_p$ 로 주어진다.

이제 탑재체가 x 축상을 날아갈 때 점 표적 A에서 돌아오는 echo의 Doppler가 어떻게 변화하는지 알아보자.

[그림 6]에 보인 점 표적 A와 탑재체간의 range R은 식 (3)과 같이 주어진다.

$$R = \sqrt{R_0^2 + (x - x_0)^2} = \sqrt{R_0^2 + (v_p t - x_0)^2} \quad (3)$$

윗식을 미분하면 range rate를 식 (4)와 같이 구할 수 있다.

$$\dot{R} = v_p \cdot \frac{(v_p t - x_0)}{\sqrt{R_0^2 + (v_p t - x_0)^2}} = v_p \cos \beta \quad (4)$$

이제 wave number를 $k = 2\pi / \lambda$ 라고 하면 phase와 phase rate는 각각 $\phi = 2kR$, $\dot{\phi} = 2k\dot{R} = \frac{4\pi}{\lambda} \dot{R}$ 이 되므로 Doppler frequency는 식 (5)와 같이 주어진다:

$$f_D = \frac{1}{2\pi} \dot{\phi} = \frac{2\dot{R}}{\lambda} = \frac{2v_p \cos \beta}{\lambda} = -\frac{2v_p \sin \alpha}{\lambda} \quad (5)$$

여기서 탑재체가 점 표적 A로부터 무한히 멀어지면

즉 $\alpha \rightarrow \pi/2$, 예상할 수 있는 바와 같이 $f_D \rightarrow -\frac{2v_p}{\lambda}$ 가 된다. Doppler frequency의 변화를 보기 위하여 미분

하면 $\dot{f}_D = -\frac{2v_p}{\lambda}(\cos \alpha)\dot{\alpha}$ 의 식을 얻는데 $\alpha=0$ (혹은 $t=t_0$)

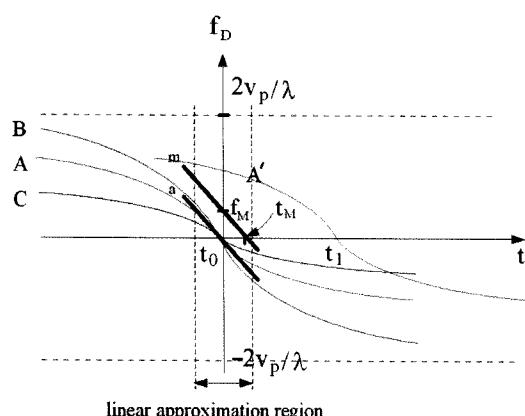
에 서 $\dot{\alpha}|_{\alpha=0} = \frac{v_p}{R}$ 이므로, Doppler rate는 $\dot{f}_D|_{\alpha=0} = -\frac{2v_p^2}{\lambda R}$

이 된다. 이상의 결과를 시간축에 대하여 그리면 [그림 7]의 A라고 표시된 곡선을 얻는다.

곡선 A'는 A와 같은 slant range에 있지만 azimuth 방향에서 떨어져 있는 경우이다. 이들 두 곡선은 위의 Doppler history를 따르는 matched filter를 적용하면 다른 점으로 분리됨을 알 수 있다.

SAR는 일반적으로 범폭이 비교적 작아서 integration time이 작다. 그러면 [그림 7]에서 알 수 있듯이 $t=t_0$ 근방에서는 곡선을 직선(a로 표시된 slope)으로

근사화 할 수 있으므로 점 표적의 Doppler는 $K = \dot{f}_D|_{a=0}$ 의 chirp rate를 갖는 LFM 신호임을 알 수 있다. 그러므로 azimuth 방향에서 illumination time ρ_d/v_p 동안 spread된 점 표적 A의 echo를 한점으로 압축하기 위하여는 range 방향과 마찬가지로 LFM matched filter



[그림 7] 점 표적 Doppler frequency의 time history

를 사용하면 된다.

만약 지상의 점 표적 A가 $t=t_0$ 때 움직여서 radial 방향으로 Doppler $+f_M$ 을 갖는다면, [그림 7]의 직선 a는 웃 방향으로 f_M 만큼 이동할 것이다(m 으로 표시한 직선).

$$\text{이 경우 움직이는 점 표적 } A \text{는 } t_M = \frac{f_M}{|\dot{f}_D|_{\alpha=0}} = \frac{f_M \lambda R}{2v_p^2}$$

만큼 늦게 나타나는 정지표적으로 인식될 것이다.
즉, slant range R 에 있는 $+f_M$ 의 radial Doppler를 갖고

$$\text{움직이는 점 표적은 } x_M = t_m \cdot v_p = \frac{f_M \lambda R}{2v_p} \text{ 만큼 } +x^\odot$$

로 이동하여서 영상에 나타나게 된다.

곡선 B는 slant range가 점 표적 A보다 가까운 점 표적의 경우이고, C는 A보다 먼 경우이다. 항공기용 SAR에서는 일반적으로 이들 곡선의 $t=t_0$ 에서의 기울기는 거의 같으므로 swath width의 중간에서의 chirp rate를 구하여 얻은 matched filter를 전체 영상에서 사용하여도 무방하다.

[그림 5]에서 탑재체가 P, Q에 있을 때 점 표적 A의

$$\text{echo는 각각 } f_{D,\max} = \frac{2v_p}{\lambda} \sin \frac{\theta_a}{2}, \quad f_{D,\min} = -\frac{2v_p}{\lambda} \sin \frac{\theta_a}{2}$$

임을 알 수 있다. 그러므로 $\Delta f = f_{D,\max} - f_{D,\min} \approx \frac{2v_p}{\lambda} \theta_a$

이고, PRF의 lower bound는 $f_r > \frac{2v_p}{\lambda} \theta_a$ 로 주어짐을 알 수 있다.

III 모의실험

위에서 설명한 원리를 확인하기 위하여 다음의 parameter를 가지고 point target들의 raw data 합성하고 matched filter를 이용하여 영상을 얻고자 한다. 이 파라미터값은 실제 사용 가능하기보다는 raw data를 간편하게 보여줄 수 있기 위하여 선택하였다. 여기서 모든 영상은 slant range에서의 영상으로 ground range에서의 영상이 필요하면 추가적인 processing이 필요하다.

3-1 파라메터^[3]

<표 1>의 기본 파라메터로부터 앞에서 설명한 수식을 이용하여 <표 2>의 값을 얻을 수 있다.

<표 1> 기본 SAR 파라메터

Parameters	Values
Height (h)	18,283 m
Platform velocity (v_p)	300 m/sec
Carrier frequency (f_c)	9.4×10^9 Hz
Uncompressed pulse width (τ)	2.5×10^{-6} sec
Grazing angle (γ_0)	12.7°
Sampling frequency (f_s)	125 MHz
Baseband bandwidth (B)	30 MHz
PRF (f_r)	250 Hz
Azimuth beam width (θ_a)	0.26°
Elevation beam width (θ_e)	0.764°

<표 2> 유도된 SAR 파라메터 값

Derived parameters	Values
Slant range ($R_0 = h/\sin \gamma_0$)	83,340 m
Swath width (s)	5,065 m
Slant swath width (R_s)	4,941 m
Upper bound of the PRF	30.36 kHz
Range bin interval ($\Delta R = c_0/(2f_s)$)	1.2 m
Range resolution ($\Delta R = c_0/(2b)$)	5 m
Lower bound of the PRF ($2v_p/\lambda$)	85.125 MHz
Chirp rate ($K = B/\tau$)	12×10^{12} Hz/sec
Integration length ($\rho_a = R_0 \theta_a$)	378 m
Integration time ($t_{int} = \rho_a/v_p$)	1.26 sec
Apparent azimuth resolution(distance flown between pulses) ($v_p T_r$)	1.2 m
True azimuth resolution ($\lambda/(2\theta_a)$)	3.52 m
# of range bins during ($\tau ([\tau/T_s])$)	313
# of pulses during ($T_{int}(T_{int}/T_r)$)	315

3-2 영상형성 실험

<표 2>의 파라메터를 이용하여 512×512 (# of pulses × # of range bins)의 slant range raw data를 얻고자 한다. 이 경우 실제 range 축, azimuth 축 길이는 각각 다음과 같다.

$$l_R = 512 \times \Delta R = 512 \times 1.2 = 614.4 \text{ m} \quad (6)$$

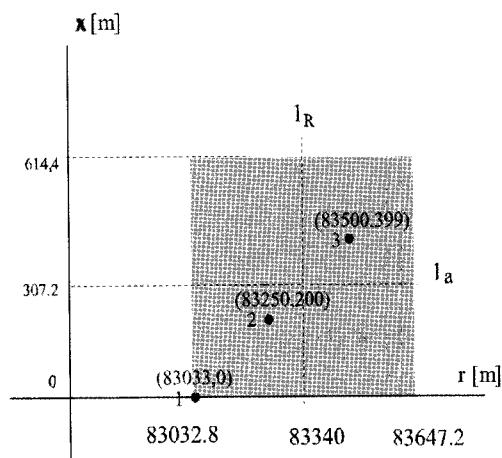
$$l_a = t_a \cdot v_p = (512 \times T_r) \cdot 300 = 614.4 \text{ m} \quad (7)$$

이 경우 range cell migration이 없고, range에 따른 T_{int} 와 $\hat{f}_D|_{\alpha=0}$ 의 변화가 미미함을 쉽게 확인할 수 있다.

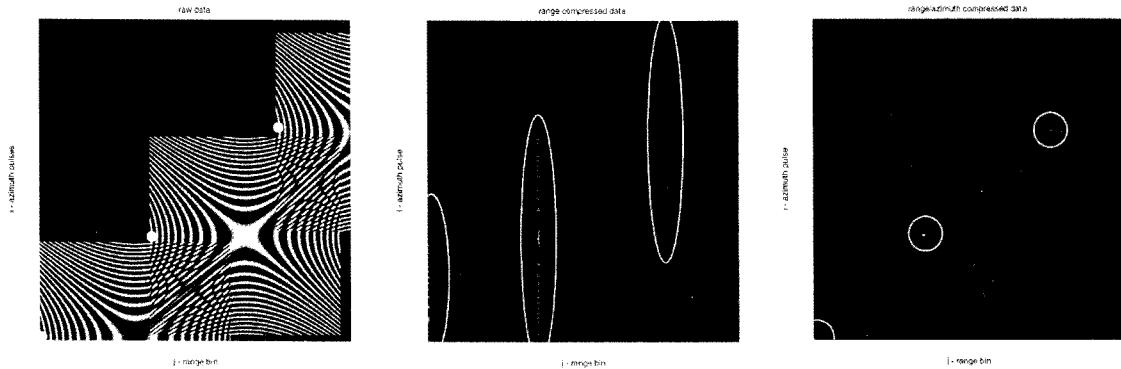
세개의 점 표적의 좌표 (r, χ)는 (83033,0)(83250,200), (83500,399)라고 하면 [그림 8]과 같은 영상 형성 영역을 그릴 수 있다.

[그림 8]의 영역에 대한 raw data를 [그림 9] 가장 왼쪽에 보였고, 이 raw data의 각 row에 대하여 LFM matched filter를 수행한 range compressed 결과를 가운데, 다시 각 column에 대하여 LFM matched filter를 수행한 결과를 가장 오른쪽에 보였다.

최종 결과에서 점 표적 2가 가장 밝게 나타나는 이유는 full integration이 이루어질 수 있기 때문이다.



[그림 8] 영상 형성 영역



[그림 9] 점 표적의 raw data 및 SAR 신호처리 결과

[그림 10]은 점 표적 2가 $-r$ 방향으로 0.25 m/sec 의 속도로 움직이는 경우이다. 이때 radial 방향 Doppler는 $f_M = 2\dot{R}/\lambda = 2 \times 0.25 / 0.032 = 15.625 \text{ Hz}$ 이고, azimuth 방향으로 shift되는 정도는

$$x_M = \frac{f_M \lambda R}{2v_p} = \frac{15.625 \times 0.032 \times 83250}{2 \times 300} = 69.375 \text{ m}$$

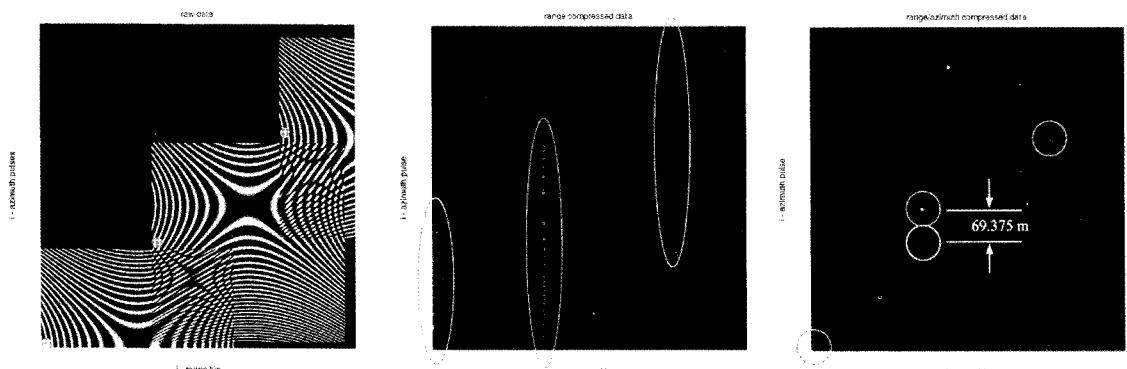
로 주어진다. [그림 10]에서 실제로 점 표적 2가 늦게 나타남을 볼 수 있다. 또한 이동하는 점 표적의 경우 raw data의 interference pattern도 distortion이 있음을 볼 수 있다.

위에서 본 바와 같이 지상에서 천천히 움직이는 표적이 azimuth 방향에서 shift되는데 GMTI 기법으

로 움직이는 표적을 탐지하여서 원위치에 synthetic mark로 표시하여 주는 것이 필요하다. 이를 relocation processing이라고 부른다. GMTI는 single-channel, multiple-channel 방식 모두 가능한데, 여기서는 two-channel 방식을 소개하고자 한다.

IV. STAP의 기본 원리

지면에서 느린 속도로 움직이는 점 표적을 항공 레이더로 탐지하기는 일반적으로 mainlobe clutter 때문에 매우 어렵다. [그림 11]에 항공기 레이더로 지상에서 느리게 움직이는 tank을 탐지하려는 상황을 그렸다.

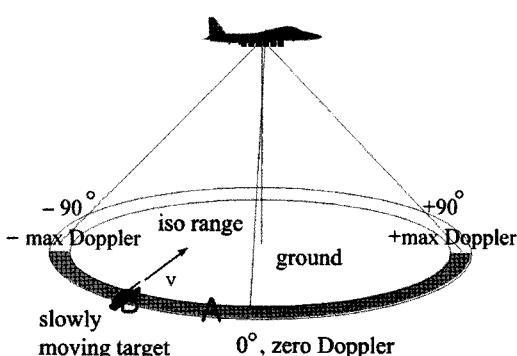


[그림 10] 움직이는 점 표적의 raw data 및 SAR 신호처리 결과

지상의 tank와 같은 range bin에 있는, iso-ring상에 있는 지면 clutter로부터 echo 신호의 도래각 AOA(angle of arrival)과 Doppler 주파수는 <표 3>에 보인 것과 같은 선형관계가 있다.

[그림 11]에서 tank는 비행체로 접근하고 있으므로 Doppler가 tank가 있는 지점의 지상 clutter와 다른 값을 갖게 된다(실제로 tank의 Doppler는 [그림 11]의 A 지점의 지면 clutter의 Doppler와 같은 값을 갖게 된다.). 그러므로 모든 각도에 대하여 <표 3>과 같은 표를 세밀히 만들어두고 tank의 AOA 방향에서 관찰되는 Doppler가 table에 있는 지면 clutter 외에 또 다른 값도 가지고 있으면 그 AOA 방향에 moving 점 표적이 있는 것으로 탐지할 수 있다.

하지만 만약 AOA만 고려하고, Doppler는 고려안하면 tank로부터의 echo는 tank가 있는 지점(B 지점)의 지면 clutter echo와 구분이 안되고, 또 만약 Doppler만 고려하면 tank로부터 echo의 Doppler는 A 지점의 지면 clutter의 echo의 Doppler와 구별이 안된다. 그러



[그림 11] 항공기 레이더의 비행 기하구조

<표 3> AOA 와 Doppler의 관계

AOA	Doppler
90도	+max
0도	0
-90도	- max

므로 AOA와 Doppler를 동시에 고려하여야만 moving 점 표적을 탐지할 수 있다.

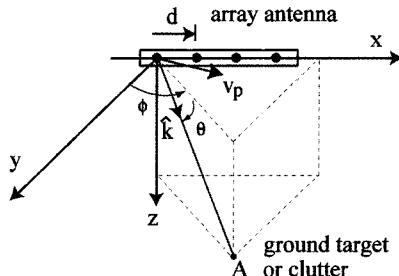
STAP은 이와 같이 AOA, 즉 antenna array에서 수신한(spatial) 신호의 DFT와 Doppler, 즉 multiple coherent(temporal) pulse echo의 DFT를 동시에 고려하는 신호처리 방식을 말한다. 좀 더 일반적으로 말하면, vector 신호의 두 가지 다른 coordinate component가 correlated 되어 있는 경우 각각의 component를 따로 처리하는 것보다 동시에 vector로 처리하여야만 탐지 확률을 높이거나 혹은 추정 오차를 줄일 수 있다

4-1 Space-time Response Vector

Space-time response vector는 array antenna를 가지고 Doppler 레이더를 사용하는 detector의 성능을 simulation을 통하여 검증하기 위하여 snap shot 신호(혹은 sample covariance matrix)를 생성하려고 할 때 필요하다. 또한 detector에서 matched filter 과정을 수행할 때에도 사용된다.

[그림 12]에서 N 개의 antenna를 가진 array를 보였다. 여기서는 $\mathbf{v}_p = v_p \hat{\mathbf{x}}$ 인 경우만 고려하지만 antenna tilting이 있는 경우도 STAP 기술을 사용하는데 문제가 없다.

어떤 한 antenna에서 여러 개의 coherent pulse train에 의한, 점 표적 A로부터 echo의 Doppler 주파수는 식 (8)과 같다.



[그림 12] Array antenna의 비행 기하 구조

$$f_D = \frac{2\hat{\mathbf{k}} \cdot \mathbf{v}_p}{\lambda_0} = \frac{2v_p}{\lambda_0} \cos \theta \sin \phi \quad (8)$$

그러므로 sampled(normalized) temporal frequency는 $b \equiv f_D T_r (|f_D T_r| \leq 1/2)$ 되고, 점 표적 A로부터 각 pulse echo의 temporal response vector는 식 (9)와 같다:

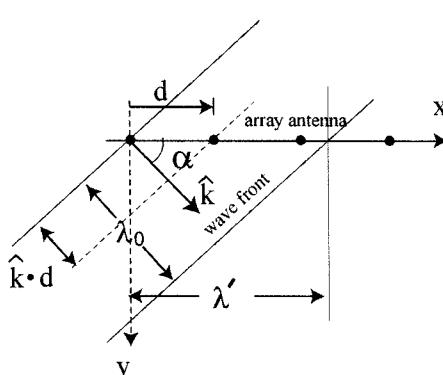
$$\mathbf{b}(b) = [1, e^{j2\pi b}, \dots, e^{j(M-1)2\pi b}]^T \quad (9)$$

또한 점 표적 A에서 부터 돌아오는 echo waveform의 파장이 λ 일 때 이 waveform의 array antenna의 antenna element에서 수신된 후의 값들의 vector 즉 spatial response vector를 구하고자 한다. [그림 13]에서 볼 수 있듯이 파장이 λ_0 인 wave는 array에서 λ' 의 파장을 갖게 된다:

$$\lambda' = \frac{\lambda_0}{\cos \alpha} = \frac{\lambda_0}{\hat{\mathbf{k}} \cdot \hat{\mathbf{x}}} \quad (10)$$

여기서 $\hat{\mathbf{k}} = \cos \theta \sin \phi \hat{\mathbf{x}} + \cos \theta \cos \phi \hat{\mathbf{y}} + \sin \theta \hat{\mathbf{z}}$.

그러므로 array를 따라서 spatial frequency는 $f' = 1/\lambda' = \frac{\hat{\mathbf{k}} \cdot \hat{\mathbf{x}}}{\lambda_0}$ 가 되고, sampled(normalized) spatial frequency는 $f' =$



[그림 13] λ_0 와 λ' 의 관계

quency는 $u = f' \cdot d = \frac{\hat{\mathbf{k}} \cdot \mathbf{d}}{\lambda_0} = \frac{d}{\lambda_0} \cos \theta \sin \phi$ 가 된다.

($|u| \leq 1/2$). 따라서 점 표적 A에 대한 각 antenna에서의 spatial response vector는 식 (11)과 같이 주어진다.

$$\mathbf{a}(u) = [1, e^{j2\pi u}, \dots, e^{j(N-1)2\pi u}]^T \quad (11)$$

여기서 $\mathbf{a}(u)$ 를 response vector로 불렀지만, 만약 각각의 antenna에 $\mathbf{a}(u)$ 의 phase shift를 주어서 즉 matched filter로 사용하면 여러 방향에서 오는 신호 중 점 표적 A 방향으로 부터의 신호만 수신하게 된다. 이와 같은 관점에서는 $\mathbf{a}(u)$ 를 spatial steering vector라고 부르기도 한다. 마찬가지로 $\mathbf{b}(b)$ 도 원하는 주파수의 신호만 선택하는 matched filter로 이해할 수 있고 이 경우 $\mathbf{b}(b)$ 를 temporal steering vector라고 부른다.

위의 temporal response vector와 spatial response vector를 Kronecker product 하면 space-time response vector를 얻는다:

$$\mathbf{v}(u, b) = \mathbf{b}(b) \otimes \mathbf{a}(u) \in C^{NM \times 1} \quad (12)$$

점 표적 A로부터 되돌아오는 echo를 고려하자. 이제 l th range bin, n th 안테나, m th pulse에서 받은 baseband 신호를 $x_{n,m,l}$ 로 표시하고 m th pulse에 대하여 $\mathbf{y}_{m,l} = [x_{0,m,l}, x_{1,m,l}, \dots, x_{N-1,m,l}]^T$ 을 정의하고, 이들을 모아서 vector, $\mathbf{z}_l = [\mathbf{y}_{0,l}^T, \mathbf{y}_{1,l}^T, \dots, \mathbf{y}_{M-1,l}^T]^T$ 라고 놓자. 그러면 vector \mathbf{z}_l 은 l th range bin에 있어서 N 개의 antennas, M 개의 pulses에서의 baseband 수신 신호값을 나타내는데, 다음과 같이 space-time response vector로 표시할 수 있다:

$$\mathbf{z}_l = \alpha \cdot \mathbf{v}(u, b) \quad (13)$$

여기서 α 는 antenna pattern, RCS 혹은 Tx power에

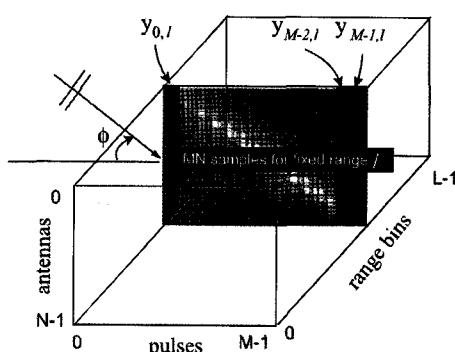
따라 결정되는 값이다.

Baseband 신호 $x_{n,m,l}$ 은 보통 [그림 14]와 같은 coherent processing interval(CPI) data cube로 organize하여 표시하면 편리하다.

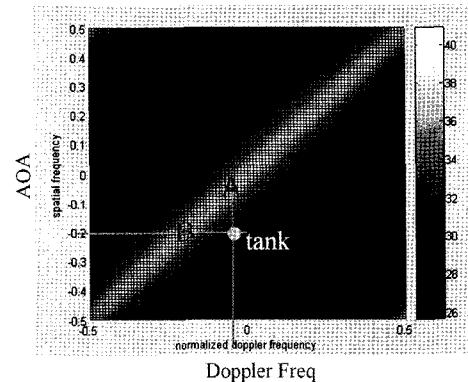
4-2 Fully Adaptive STAP

이제 [그림 11]에서 지면 clutter ring의 경우 sample space-time covariance matrix를 space-time response vector를 사용하여 구할 수 있다. 우선 clutter ring을 예를 들어 360개의 points(즉 patches)로 나누고 각 point의 space-time response vector를 \mathbf{v}_k 라고 하면 clutter ring의 sample space-time covariance matrix는 $R_c = \sum_{k=1}^{360} |\alpha_k|^2 \mathbf{v}_k \mathbf{v}_k^H$ 로 주어지게 된다(이때 R_c 는 highly rank deficient 함을 보일 수 있다.).

수신기에서 $s=v(u,b)$ 의 matched filter를 사용하여 AOA(u)와 Doppler(b)를 선택하면 출력 power는 $p(u,b)=s^H R_s s$ 로 u,b 의 함수로 주어진다. [그림 15]는 $p(u,b)$ 값을 밝기로 표시한 것으로 대각선에 clutter ridge가 나타나 보인다. 여기서 tank의 예상되는 signal power값을 예상되는 위치에 점으로 표시하였다. 이 그림에서 강한 mainlobe 지면 clutter power에도 불구하고 2D processing을 통하여 tank를 탐지할 수 있음을 다시 확인할 수 있다.



[그림 14] CPI cube



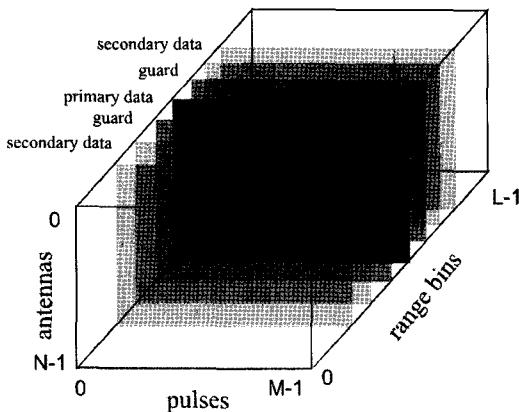
[그림 15] [그림 11]의 경우에 대한 clutter ridge

많은 detector의 경우 clutter covariance matrix가 필요한데, 위에서 보인 것과 같이 space-time response vector로부터 sample covariance matrix를 계산하는 것은 clutter 환경에 대한 정보가 충분치 않아서 불가능하고, 현재 처리하고자 하는 range bin의 snap shot(primary data) 주변의 guard bin을 제외한 조금 떨어진 다른 range bins의 snap shot data(secondary data)를 이용하여 sample covariance matrix \hat{R} 를 계산하여야 한다. 이 경우 실제로 얻어지는 값은 $\hat{R} = \hat{R}_c + \hat{R}_j + \hat{R}_n$, 여기서 \hat{R}_c , \hat{R}_j , \hat{R}_n 은 각각 clutter covariance matrix, jammer covariance matrix, noise covariance matrix이다. [그림 16]에 이를 용어를 정의하였다.

이때 SNR loss를 3 dB 이내로 제한하기 위하여는 추정하고자 하는 covariance matrix dimension의 2배 정도 이상의 secondary data(range bins)가 필요함이 알려져 있다^[4].

최종적으로 현재 primary data에 parameter(u,b)를 갖는 표적이 있나 없나를 판정하기 위하여 잘 알려진 여러 가지 decision statistic을 이용할 수 있다^[11]. 가장 간단하면서 좋은 성능의 예는 식 (14)의 decision statistic이다:

$$l = z^H \hat{R}^{-1} s(u,b), \quad \hat{R} = \hat{R}_c + \hat{R}_j + \hat{R}_n \quad (14)$$



[그림 16] Primary data, guard bin, secondary data 정의

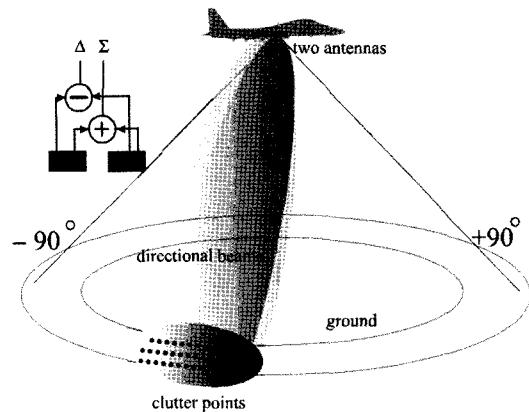
즉, 1개의 range bin 전체에 대하여 1개의 matched filter를 사용하는 것인데 이렇게 하는 것은 계산량도 구현 불가능하게 많을 뿐더러, clutter inhomogeneity 때문에 터지 결과가 옳지도 않게 된다.

4-3 $\Sigma\Delta$ STAP

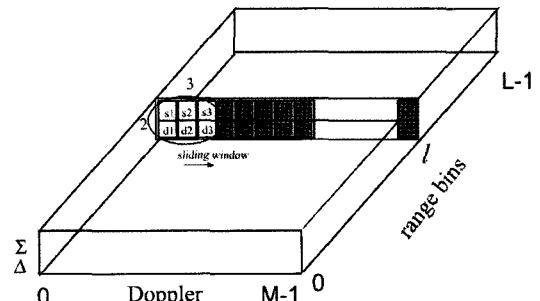
실제 레이더는 위에서와 같이 N 개의 array antennas에서 얻은 신호를 모두 digitize하여 baseband에서 processing 하는 경우는 드물고, baseband에서는 narrow beam을 갖는 2-4 channel만 사용하게 된다. [그림 17]에 두 개의 안테나를 갖고 monopulse beam(Σ -beam, Δ -beam)을 만든 경우를 보였다. 이와 같이 이미 steer 되어 있는 narrow beam 안테나의 경우는 clutter covariance matrix를 구할 때 전체 clutter ring을 고려할 필요가 없고(전체를 고려한 covariance matrix에서 $\Sigma\Delta$ subarray transform을 하여도 되지만) beam 주변의 clutter points만 고려하여 modeling하여도 된다^[5].

Σ channel은 Tx에 사용하고, Rx경우에는 SAR 신호처리 및 monopulse의 Σ -beam으로 사용하며, Δ channel은 Rx에 있어서 monopulse의 Δ -beam으로 사용된다.

STAP 신호처리에는 최소한 두 개의 antenna channel이 필요한데, $\Sigma\Delta$ STAP의 경우 [그림 18]에 보인 바와 같이 Σ channel, Δ channel, 3개의 Doppler



[그림 17] Monopulse radar

[그림 18] $\Sigma\Delta$ STAP

bins를 가지고 총 space-time 6 channels를 사용한다. [그림 14]의 fully adaptive STAP과 다른 점은 pulse 축으로 FFT를 하여서 moving target을 localize하는 점이다. 이와 같이 “post-Doppler” 방식을 사용하면 dimension을 크게 줄일 수 있는 장점이 있다.

$\Sigma\Delta$ STAP은 [그림 18]에 보인 2×3 window를 sliding 하면서 $\mathcal{R} \in C^{6 \times 6}$ 을 주변 12개의 range bins의 secondary data를 가지고 추정하고, 식 (15)의 decision statistic을 계산한다:

$$l = z^H \widehat{R}^{-1} s \quad z = [s_1, d_1, s_2, d_2, d_3]^T, \quad s = [0, 0, 1, 0, 0, 0]^T \quad (15)$$

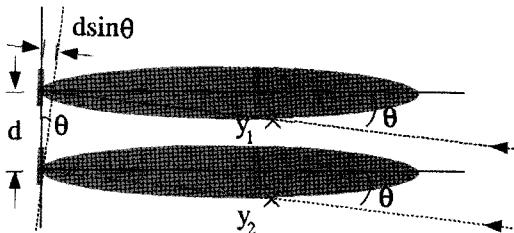
s 가 위와 같은 벡터가 되는 이유는 [그림 19]에 보

인 두 안테나 출력으로 Δ beam을 만들 경우 중앙에서 zero 값을 갖기 때문이다.

어떤 range bin과 Doppler에서 점 표적이 탐지되었으면, 다음의 monopulse angle 추정을 수행한다. 여기서 Doppler 값은 나중에 사용하지 않고 최종적으로 range와 추정한 angle을 이용한다.

STAP 신호 처리 과정을 거치면 정지 clutter가 제거된다고 볼 수 있는데 clutter가 제거된 Σ , Δ channels 가지고 점 표적의 각도를 추정하는 것은 SAR의 경우 [그림 19]에 보인 phase monopulse 방식으로 이루어진다(cf amplitude monopulse).

[그림 19]에 두 개의 동일한 beam pattern을 갖는 antennas를 보았다. Plane wave가 θ 의 각도를 가지고 입사한다고 하면, 두 안테나에서 받는 baseband 신호는 식 (16)과 같이 표시할 수 있다.



[그림 19] Phase monopulse의 원리

$$y_1 = \alpha, \quad y_2 = \alpha e^{j\phi}, \quad \phi = \frac{2\pi}{\lambda} d \sin \theta \quad (16)$$

이 두 값은 Σ, Δ channel에서 식 (17)과 같이 주어지고

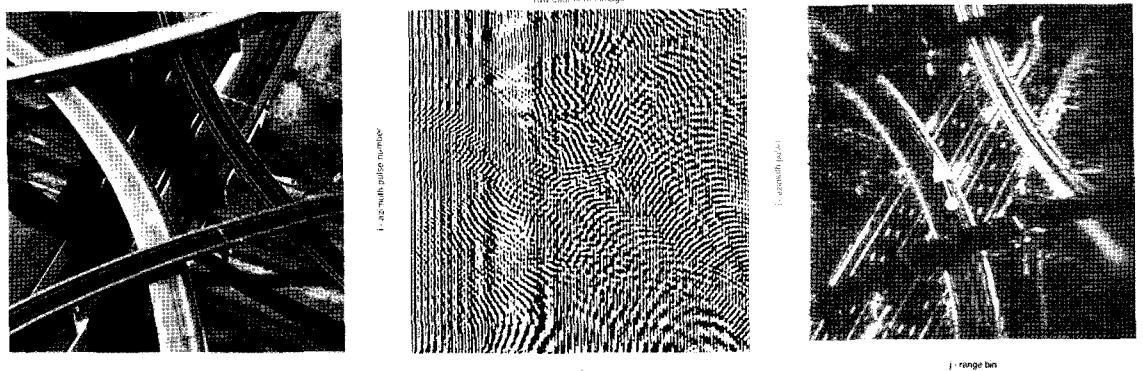
$$\Sigma = y_1 + y_2 = \alpha(1 + e^{j\phi}), \quad \Delta = y_1 - y_2 = \alpha(1 - e^{j\phi}) \quad (17)$$

Monopulse ratio를 계산하면 식 (18)과 같다.

$$\frac{\Delta}{\Sigma} = \frac{1 - e^{j\phi}}{1 + e^{j\phi}} = -j \tan \frac{\phi}{2} = -j \tan \frac{\pi d \sin \theta}{\lambda} \quad (18)$$

그러므로 monopulse ratio로부터 plane wave의 도래각 θ 를 구할 수 있다. 이와 같이 구한 각도 θ 는 SAR에서와 같이 Doppler에 무관하므로 이동되지 않고, 또한 STAP으로 지면 clutter가 제거된 Σ, Δ 값을 사용하였으므로 정확하다고 볼 수 있다.

$\Sigma-\Delta$ STAP으로 moving 점 표적을 탐지하고 각도를 추정할 때 CPI가 크면 표적이 이동하여서 탐지가 어렵거나 angle 추정이 정확하지 않게 된다. 그러므로 STAP에서 사용하는 CPI는 일반적으로 SAR에서 사용하는 CPI의 1/3 정도 이내이다. 이 경우 STAP은 동



[그림 20] $\Sigma-\Delta$ STAP을 이용한 SAR-GMTI

일한 SAR scene에 대하여 3번 이상의 multiple look을 수행하는 셈이 되어서 약간의 tracking이 가능하다.

SAR-GMTI에서의 tracking은 일반적으로 잘 알려진 nearest neighbor data association을 사용한 $\alpha - \beta$ tracker나 6-state Kalman filter(KF)로도 충분하다^[6]. SAR-GMTI에서는 moving 점 표적들의 속도를 추정하고, 형성된 SAR 영상 위에 moving 점 표적의 정확한 위치 및 속도를 marker로 표시하게 된다. [그림 20]은 256×256 highway 영상(가장 왼쪽 그림)에 이동하는 점 표적을 추가한 다음, 앞에서 설명한 방법으로 raw data(가운데 그림)를 생성하고(reflectivity는 pixel intensity 값과 동일하다고 가정하고 parameter 값은 앞과 조금 다르다), 이를 앞에서 설명한 SAR processing을 통하여 영상(맨 오른쪽 그림)을 생성한 후, $\Sigma-\Delta$ STAP을 이용하여 moving target의 위치와 속도를 표시한 그림이다.

V. 결 론

이상에서 SAR 신호처리 및 $\Sigma-\Delta$ STAP의 가장 기본이 되는 원리를 설명하였고, $\Sigma-\Delta$ STAP이 SAR-GMTI에서 어떻게 사용되는지 보였다. 이들 원리는 모의

실험을 통하여 확인하였다.

참 고 문 헌

- [1] B. Jung, R. Adve, J. Chun and M. Wicks, "Detection performance using frequency diversity with distributed sensors", *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 47, no. 3, pp. 1800-1813, Jul. 2011.
- [2] E. Yang, R. Adve and J. Chun, "Hybrid D3 Sigma-Delta STAP algorithm in non-homogeneous clutter", *IET Radar Sonar and Navigation*, pp. 611-625, 2010.
- [3] J. Chun, "Synthetic aperture radar", *EE 625 Lecture Notes 12, 13, 14, 15, KAIST*, Apr. 2009.
- [4] I. Reed, J. Mallett, and L. Brennan, "Rapid convergence rate in adaptive arrays", *IEEE Trans. AES*, vol. 10, no. 6, pp. 853-863, 1974.
- [5] 양은정, "위상배열 레이다에서의 탐지 및 추정을 위한 적응신호처리 기법에 관한 연구", 한국과학기술원 박사학위논문, 2011.
- [6] Y. Bar-Shalom, T. Fortmann, *Tracking and Data Association*, Academic Press, Orlando, FL, 1988.

≡ 필자소개 ≡

전 주 환



1989년: PhD, Dept. of EE, Stanford University, California
1989~1992년: Member of Technical Staff, General Electric, Schenectady, New York
1992년~현재: Professor, KAIST
2009년~현재: Associate Editor of IEEE Transaction on Vehicular Technology