Journal of the Korean Data & Information Science Society
2011, **22**(6), 1123–1135

한국데이터정보과학회지

다변량 통합공정관리에서 재수정 절차†

조교영[1] · 박종숙[2]

[12]경북대학교 통계학과

접수 2011년 10월 18일, 수정 2011년 11월 2일, 게재확정 2011년 11월 10일

요 약

다변량 통합공정관리의 기본절차는 잡음이 내재하는 공정에 수정조치를 취하여 공정편차를 백색잡음으로 전환하도록 하여 공정제곱편차를 최소화하게 되는 것이며, 이러한 다변량 통합공정관리의 수정활동을 하는 경우 공정에 이상원인이 발생하면 관리도를 통해 이를 탐지하고 제거하게 된다. 수정된 공정은 이상원인 발생 전에는 백색잡음이지만, 이상원인 발생 후 다양한 형태의 시계열 모형으로 변환하게 된다. 만약 수정된 공정을 탐지하여 이상원인의 신호가 발생한 경우 교정활동을 통하여 이를 제거해야 하지만, 구조적으로 교정이 불가능 하거나 교정활동의 비용이 많이 발생하는 경우에는 이상원인의 효과를 감안하여 수정활동을 재조정해야할 것이다. 이 논문에서는 공정모형으로 다변량 IMA(1,1)모형을 가정하고 다변량 통합공정관리 절차를 수행하는 경우 이상신호가 발생한 후 재수정 절차를 제안한다.

주요용어: 다변량 관리도, 다변량 통합공정관리, 재수정절차.

1. 서론

생산 기술이 발전하고 제품 구조가 복잡해 짐에 따라 하나의 특성치 보다는 여러 개의 연관된 특성치를 동시에 관리해야 하는 경우가 많아지게 되었다. 다변량 공정관리는 상관관계가 존재하는 다수의 품질 특성치들을 관리하기 위해 사용하는 것이다.

다변량 공정관리에 있어 장치산업이나 화학산업 등의 공정에서는 관측값들이 서로 상관되어 있으며, 조정을 하지 않은 경우 공정수준이 목표값으로부터 멀어지는 경향을 가지는 경우가 많다. 이러한 공정에서 경향의 원인을 내재하는 잡음에 의한 것으로 보고 일반적으로 피드백 콘트롤러 (feedback controller)를 사용해 공정수준을 목표값에 가깝게 유지하도록 하는 수정 (adjustment)을 하게 된다. 이와 같은 공정수정을 통한 공정관리 절차를 공학적 공정관리 (EPC; Engineering Process Control)라고 하며, 이상원인 (special cause)을 탐색 (monitoring)하고 이를 제거함으로써 공정산포를 줄이는 통계적 공정관리 (SPC; Statistical Process Control)와 구분하여 말하고 있다.

공학적 공정관리와 통계적 공정관리는 주어진 공정 여건에 맞는 한가지를 선택하여 공정을 관리하는 것으로 알려져 왔으나, 현대의 생산공정은 공정자체가 복잡하고 혼합된 양상을 나타내기 때문에 두 관리절차를 병행하여 사용함으로써 관리효과를 증대시킬 수 있게 된다. 이 경우에는 공정 진행 중에 주기적으로 공정수정을 하면서 이상원인의 발생을 동시에 탐지한다. 이와 같이 수정과 검색을 동시에

† 이 논문은 2010학년도 정부 (교육과학기술부)의 재원으로 한국연구재단 기초연구사업 지원을 받아 수행 된 것임 (과제번호: 2010-0023732).

[1] 교신저자: (702-701) 대구광역시 북구 산격동 1370번지, 경북대학교 통계학과, 교수.
E-mail: gycho@knu.ac.kr

[2] (702-701) 대구광역시 북구 산격동 1370번지, 경북대학교 통계학과, 박사과정.

사용하여 공정을 좀 더 효율적으로 관리하고자 하는 절차를 통합공정관리 (IPC; Integrated Process Control)라 한다. 통합공정관리는 최근 공정관리 분야에서 활발히 연구되고 있다 (Lee와 Lee, 2007; 박창순과 이재헌, 2008; 박창순과 권성구, 2009; 박창순과 이재헌, 2009; Lee와 Lee, 2009).

다변량 통합공정관리의 기본절차는 우선 잡음이 내재하는 공정에 대해 수정조치를 취하여 공정편차벡터를 백색잡음벡터 (white noise vector)로 전환하도록 하여 공정제곱편차벡터를 최소화하게 된다. 이런 수정절차를 MMSE (minimum mean square error)수정이라 한다. 또한 수정활동을 하면서 다변량 관리도를 통하여 공정에 이상원인 발생을 탐지하게 된다. 공정수정을 수행하는 공학적 공정관리에 대해서는 Del Castillo (2002), 통합공정관리에 대한 최근 연구는 Pan과 Del Castillo (2003), Jiang (2004), Runger 등 (2006), Park (2007), Nembhard와 Chen (2007), Park과 Lee (2008), 그리고 Park과 Reynolds (2008) 등이 있다.

다변량 통합공정관리에서 MMSE 수정된 공정은 이상원인 발생 전에는 백색잡음벡터가 되지만, 이상원인 발생 후에는 다양한 형태의 다변량 시계열 모형으로 변환하게 된다. 이러한 현상은 공정모수의 변환을 야기 시키는 이상원인 효과의 다양성에 기인한다. 이상원인의 효과는 크게 세 종류, 즉 지속적 변화 (sustained shift), 지속적 흐름 (sustained drift), 그리고 일시적 변화 (transient shift)로 분류한다 (박창순과 이재헌, 2009). 이 세 가지 변화 중에서, 지속적 변화는 수정된 공정에서 그 효과의 크기가 지수적으로 감소하고, 지속적 흐름은 공정을 목표치로부터 점점 더 멀어지게 하는 특성이 있다. 반면에 일시적 변화는 일정잔류기간 후에는 그 원인이 더 이상 존재하지 않게 된다.

다변량 통합공정관리에서 MMSE수정을 수행할 때, 위에서 언급한 바와 같이 이상원인의 형태에 따라 수정된 공정은 다양한 형태를 가지게 된다. 이와 같이 수정된 공정을 탐지하여 이상원인의 신호가 있을 경우 교정활동을 통하여 이를 제거해야 하지만, 교정활동의 비용이 너무 크거나 또는 구조적으로 이를 제거할 수 없는 경우에는 이상원인의 효과를 감안하여 수정활동을 재조정해야 할 것이다.

이 논문에서는 이상원인의 효과가 지속적 변화와 지속적 흐름인 경우 이상신호 후 공정을 재수정 (readjustment)하는 절차를 제안한다.

2. 관리상태의 공정모형

이 장에서는 다변량 통합공정관리 절차를 수행하는 공정에서 이상원인이 발생하기 이전인 관리상태의 공정모형 (in control process model)에 대하여 설명하고자 한다.

먼저 $\boldsymbol{Y}_t$는 시점 t에서의 관측값의 벡터라고 할 때 편의상 공정의 목표값을 $\mathbf{0}$으로 놓을 경우 $\boldsymbol{Y}_t$는 목표값으로부터의 관측편차 (observed deviation from target) 벡터가 된다. 이후로 공정의 목표값은 $\mathbf{0}$으로 간주하며 p차원으로 가정한다. $\boldsymbol{X}_t$는 시점 t에서의 입력변수 값의 벡터, $\boldsymbol{G}$는 시스템게인 행렬 (system gain matrix) 또는 공정게인 행렬 (process gain matrix), 그리고 $\boldsymbol{N}_t$는 시점 t에서의 잡음값의 벡터라 할 때, 가장 간단한 공정모형으로

$$\boldsymbol{Y}_t = \boldsymbol{G}\boldsymbol{X}_{t-1} + \boldsymbol{N}_t, \tag{2.1}$$

즉,

$$\boldsymbol{Y}_t = \begin{pmatrix} \boldsymbol{Y}_{t1} \\ \boldsymbol{Y}_{t2} \\ \vdots \\ \boldsymbol{Y}_{tp} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} g_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & g_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & g_p \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \boldsymbol{X}_{t-11} \\ \boldsymbol{X}_{t-12} \\ \vdots \\ \boldsymbol{X}_{t-1p} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \boldsymbol{N}_{t1} \\ \boldsymbol{N}_{t2} \\ \vdots \\ \boldsymbol{N}_{tp} \end{pmatrix},$$

을 고려할 수 있다. 이 모형은 수정의 효과가 바로 다음 시점에만 모든 영향을 주는 것으로 순수단위 지연모형 (pure unit delay model) 또는 반응적 모형 (responsive model)이라 하고, 특히 $\boldsymbol{GX}_{t-1}$는 제로 차수의 Box-Jenkins 전달함수 (zero-order Box-Jenkins transfer function)라고 한다. 이 논문에서 잡음벡터인 $\boldsymbol{N}_t$는 다변량 $IMA(1,\ 1)$모형을 사용하며, 이 모형은 공정수준의 유동적 현상을 잘 표현하여 공정잡음 모형으로 적합한 것으로 알려져 있다 (Box와 Kramer, 1992; Vander Wiel, 1996; Montgomery, 1999). 다변량 $IMA(1,\ 1)$모형은 다음과 같다.

$$\boldsymbol{N}_t = \boldsymbol{N}_{t-1} + \boldsymbol{\epsilon}_t - \boldsymbol{\Theta}\boldsymbol{\epsilon}_{t-1},$$

여기서,

$$\boldsymbol{\Theta}_{p\times p} = \begin{pmatrix} \theta & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \theta & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \theta \end{pmatrix},\ \boldsymbol{\epsilon}_t \sim (\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma}_\epsilon).$$

후진연산자 (backshift operator)와 다음과 같은 간단한 연산으로

$$\begin{aligned} \boldsymbol{N}_t - \boldsymbol{N}_{t-1} &= \boldsymbol{\epsilon}_t - \boldsymbol{\Theta}\boldsymbol{\epsilon}_{t-1} \\ (\boldsymbol{I} - \boldsymbol{B})\boldsymbol{N}_t &= \boldsymbol{\epsilon}_t - \boldsymbol{\Theta}\boldsymbol{B}\boldsymbol{\epsilon}_t \\ (\boldsymbol{I} - \boldsymbol{B})\boldsymbol{N}_t &= (\boldsymbol{I} - \boldsymbol{\Theta}\boldsymbol{B})\boldsymbol{\epsilon}_t \end{aligned}$$

잡음벡터 $\boldsymbol{N}_t$를 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\boldsymbol{N}_t = (\boldsymbol{I} - \boldsymbol{B})^{-1}(\boldsymbol{I} - \boldsymbol{\Theta}\boldsymbol{B})\boldsymbol{\epsilon}_t, \tag{2.2}$$

여기서 $\boldsymbol{B}$는 $\boldsymbol{BN}_t = \boldsymbol{N}_{t-1}$인 후진연산자이고 시점 t에서의 공정오차벡터인 $\boldsymbol{\epsilon}_t$는 평균벡터는 $\boldsymbol{0}$이고 분산-공분산 행렬이 $\boldsymbol{\Sigma}_\epsilon$인 다변량 정규분포를 따르는 확률변수를 가정한다. 또한 θ는 $0 \leq \theta \leq 1$인 평활상수 (smoothing constant)를 나타낸다. 공정모형에서는 시작 시점이 있기 때문에 $t \leq 0$인 경우 $\boldsymbol{N}_t = \boldsymbol{0}$과 $\boldsymbol{\epsilon}_t = \boldsymbol{0}$을 가정하며, 시스템게인 행렬 $\boldsymbol{G}$뿐만 아니라 잡음모형의 모수인 $\boldsymbol{\Theta}$와 $\boldsymbol{\Sigma}_\epsilon$은 참값과 차이가 없을 정도로 잘 추정할 수 있어 알려져 있는 값이라고 가정한다. 식 (2.1)의 공정모형은

$$\begin{aligned} \boldsymbol{Y}_t &= \boldsymbol{GX}_{t-1} + \boldsymbol{N}_t \\ &= \boldsymbol{GX}_{t-1} + (\boldsymbol{I} - \boldsymbol{B})^{-1}(\boldsymbol{I} - \boldsymbol{\Theta}\boldsymbol{B})\boldsymbol{\epsilon}_t \\ &= \boldsymbol{GX}_{t-1} + (\boldsymbol{I} - \boldsymbol{B})^{-1}(\boldsymbol{I} - \boldsymbol{B} + \boldsymbol{B} - \boldsymbol{\Theta}\boldsymbol{B})\boldsymbol{\epsilon}_t \\ &= \boldsymbol{GX}_{t-1} + (\boldsymbol{I} - \boldsymbol{B})^{-1}(\boldsymbol{I} - \boldsymbol{B})\boldsymbol{\epsilon}_t + (\boldsymbol{I} - \boldsymbol{B})^{-1}(\boldsymbol{I} - \boldsymbol{\Theta})\boldsymbol{B}\boldsymbol{\epsilon}_t \end{aligned}$$

이므로 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} \boldsymbol{Y}_t &= \boldsymbol{GX}_{t-1} + \boldsymbol{\epsilon}_t + (\boldsymbol{I} - \boldsymbol{B})^{-1}(\boldsymbol{I} - \boldsymbol{\Theta})\boldsymbol{B}\boldsymbol{\epsilon}_t \\ &= \boldsymbol{GX}_{t-1} + \boldsymbol{\epsilon}_t + (\boldsymbol{I} - \boldsymbol{B})^{-1}(\boldsymbol{I} - \boldsymbol{\Theta})\boldsymbol{\epsilon}_{t-1}. \end{aligned}$$

따라서, MMSE 수정절차는

$$\boldsymbol{GX}_{t-1} + (\boldsymbol{I} - \boldsymbol{B})^{-1}(\boldsymbol{I} - \boldsymbol{\Theta})\boldsymbol{\epsilon}_{t-1} = \boldsymbol{0},$$

즉,

$$\boldsymbol{X}_{t-1} = -\boldsymbol{G}^{-1}(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{B})^{-1}(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{\Theta})\boldsymbol{\epsilon}_{t-1} \tag{2.3}$$

로 하여, 다음 시점 t에서의 관측값이 $\boldsymbol{Y}_t = \boldsymbol{\epsilon}_t$가 되도록 조정하는 것이다. 다음과 같은 간단한 계산과정을 통하여

$$\begin{aligned}
&\boldsymbol{B}\boldsymbol{Y}_t = \boldsymbol{Y}_{t-1}\\
&\boldsymbol{B}^2\boldsymbol{Y}_t = \boldsymbol{B}\boldsymbol{Y}_{t-1} = \boldsymbol{Y}_{t-2}\\
&\qquad\vdots\\
&\boldsymbol{B}^{t-1} = \boldsymbol{Y}_1\\
&\boldsymbol{B}\boldsymbol{Y}_t + \boldsymbol{B}^2\boldsymbol{Y}_t + \cdots + \boldsymbol{B}^{t-1} = \boldsymbol{Y}_{t-1} + \boldsymbol{Y}_{t-2} + \cdots + \boldsymbol{Y}_1\\
&\boldsymbol{Y}_t + \boldsymbol{B}\boldsymbol{Y}_t + \boldsymbol{B}^2\boldsymbol{Y}_t + \cdots + \boldsymbol{B}^{t-1} = \boldsymbol{Y}_t + \boldsymbol{Y}_{t-1} + \boldsymbol{Y}_{t-2} + \cdots + \boldsymbol{Y}_1
\end{aligned}$$

식 (2.3)의 MMSE 수정절차를 시점 t를 기준으로 표현하면, $\boldsymbol{Y}_t = \boldsymbol{\epsilon}_t$의 관계로 인하여

$$\begin{aligned}
\boldsymbol{X}_t &= -\boldsymbol{G}^{-1}(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{B})^{-1}(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{\Theta})\boldsymbol{Y}_t \\
&= -\boldsymbol{G}^{-1}(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{\Theta})\sum_{j=1}^{t}\boldsymbol{Y}_j
\end{aligned} \tag{2.4}$$

가 되어 순수적분 콘트롤러 (pure integral controller)가 된다.

3. 이상상태에서의 공정모형

먼저 이상원인은 알려지지 않은 시점 τ와 $\tau+1$사이에서 발생하며, 잡음벡터 $\boldsymbol{N}_t$의 평균벡터와 분산-공분산 행렬을 변화시킨다고 가정하자. 일반적으로 τ를 공정의 변화시점 (process change point)이라 칭한다. 평균벡터에 대한 이상원인의 효과는 지속적 변화 또는 지속적 흐름을 가정하며, 분산-공분산 행렬에 대한 효과는 지속적 변화만을 가정하기로 한다. 평균벡터와 분산-공분산 행렬에 변화를 주는 이상원인이 발생한 후의 잡음벡터모형은 식 (2.2)와 대비하여 $k \geq 1$에 대하여

$$\boldsymbol{N}_{\tau+k} = (\boldsymbol{I}-\boldsymbol{B})^{-1}(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{\Theta}\boldsymbol{B})\boldsymbol{\epsilon}'_{\tau+k} + \boldsymbol{\Sigma}_\epsilon^{1/2}\boldsymbol{\mu}_k \tag{3.1}$$

로 나타낼 수 있다. 여기서 $\boldsymbol{\epsilon}'_{\tau+k} = \boldsymbol{\Sigma}_k^{1/2}\boldsymbol{\epsilon}_{\tau+k}$이고, $k \leq 0$인 경우에는 $\boldsymbol{\mu}_k = \boldsymbol{\Sigma}_k = \boldsymbol{0}$으로 정의한다. 따라서 이상상태에서의 공정모형은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
\boldsymbol{Y}_{\tau+k} &= \boldsymbol{G}\boldsymbol{X}_{\tau+k-1} + \boldsymbol{N}_{\tau+k}\\
&= \boldsymbol{G}\boldsymbol{X}_{\tau+k-1} + (\boldsymbol{I}-\boldsymbol{B})^{-1}(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{\Theta}\boldsymbol{B})\boldsymbol{\Sigma}_k^{1/2}\boldsymbol{\epsilon}_{\tau+k} + \boldsymbol{\Sigma}_\epsilon^{1/2}\boldsymbol{\mu}_k\\
&= -(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{B})^{-1}(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{\Theta})\boldsymbol{Y}_{\tau+k-1} + (\boldsymbol{I}-\boldsymbol{B})^{-1}(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{\Theta}\boldsymbol{B})\boldsymbol{\Sigma}_{\boldsymbol{k}}^{\boldsymbol{1/2}}\boldsymbol{\epsilon}_{\tau+k} + \boldsymbol{\Sigma}_\epsilon^{1/2}\boldsymbol{\mu}_k\\
&= \boldsymbol{\Sigma}_k^{1/2}\boldsymbol{\epsilon}_{\tau+k} + (\boldsymbol{I}-\boldsymbol{\Theta}\boldsymbol{B})^{-1}(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{B})\boldsymbol{\Sigma}_\epsilon^{1/2}\boldsymbol{\mu}_k.
\end{aligned}$$

마지막 등식은 다음의 연산을 통하여 간단히 보일 수 있다.

$$
\begin{aligned}
&\boldsymbol{Y}_{\tau+k} = -(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{B})^{-1}(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{\Theta})\boldsymbol{Y}_{\tau+k-1} + (\boldsymbol{I}-\boldsymbol{B})^{-1}(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{\Theta}\boldsymbol{B})\boldsymbol{\Sigma}_k^{1/2}\boldsymbol{\epsilon}_{\tau+k} + \boldsymbol{\Sigma}_\epsilon^{1/2}\boldsymbol{\mu}_k \\
&\boldsymbol{Y}_{\tau+k} + (\boldsymbol{I}-\boldsymbol{B})^{-1}(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{\Theta})\boldsymbol{B}\boldsymbol{Y}_{\tau+k} = (\boldsymbol{I}-\boldsymbol{B})^{-1}(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{\Theta}\boldsymbol{B})\boldsymbol{\Sigma}_k^{1/2}\boldsymbol{\epsilon}_{\tau+k} + \boldsymbol{\Sigma}_\epsilon^{1/2}\boldsymbol{\mu}_k \\
&(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{B})^{-1}\left\{(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{B})\boldsymbol{Y}_{\tau+k} + (\boldsymbol{I}-\boldsymbol{\Theta})\boldsymbol{B}\boldsymbol{Y}_{\tau+k}\right\} \\
&\quad = (\boldsymbol{I}-\boldsymbol{B})^{-1}\left\{(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{\Theta}\boldsymbol{B})\boldsymbol{\Sigma}_k^{1/2}\boldsymbol{\epsilon}_{\tau+k} + (\boldsymbol{I}-\boldsymbol{B})\boldsymbol{\Sigma}_\epsilon^{1/2}\boldsymbol{\mu}_k\right\}.
\end{aligned}
$$

그러므로 다음과 같이 된다.

$$
\boldsymbol{Y}_{\tau+k} = \boldsymbol{\Sigma}_k^{1/2}\boldsymbol{\epsilon}_{\tau+k} + (\boldsymbol{I}-\boldsymbol{\Theta}\boldsymbol{B})^{-1}(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{B})\boldsymbol{\Sigma}_\epsilon^{1/2}\boldsymbol{\mu}_k. \tag{3.2}
$$

관리상태와 이상상태에서의 공정모형은 각각 다음과 같이 정리할 수 있다.

$$
\begin{cases}
\boldsymbol{Y}_t = \boldsymbol{\epsilon}_t, & t \le \tau \\
\boldsymbol{Y}_{\tau+k} = \boldsymbol{\Sigma}_k^{1/2}\boldsymbol{\epsilon}_{t+k}(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{\Theta}\boldsymbol{B})^{-1}(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{B})\boldsymbol{\Sigma}_\epsilon^{1/2}\boldsymbol{\mu}_k, & k \ge 1
\end{cases}
$$

식 (3.2)를 후진연산자를 사용하지 않고 풀어서 표현하면

$$
\boldsymbol{Y}_{\tau+k} = \boldsymbol{\Sigma}_k^{1/2}\boldsymbol{\epsilon}_{\tau+k} + \boldsymbol{\Sigma}_\epsilon^{1/2}\boldsymbol{\mu}_k - (\boldsymbol{I}-\boldsymbol{\Theta})\sum_{j=1}^{k-1}\boldsymbol{\Theta}^{j-1}\boldsymbol{\Sigma}_\epsilon^{1/2}\boldsymbol{\mu}_{k-j} \tag{3.3}
$$

이 됨을 알 수 있다. 식 (3.3)의 유도과정은 다음과 같다.

$$
\begin{aligned}
\boldsymbol{B}\boldsymbol{\Sigma}_\epsilon^{1/2}\boldsymbol{\mu}_k &= \boldsymbol{\Sigma}_\epsilon^{1/2}\boldsymbol{\mu}_{k-1} \\
\boldsymbol{B}^2\boldsymbol{\Theta}\boldsymbol{\Sigma}_\epsilon^{1/2}\boldsymbol{\mu}_k &= \boldsymbol{\Theta}\boldsymbol{\Sigma}_\epsilon^{1/2}\boldsymbol{\mu}_{k-2} \\
&\vdots \\
\boldsymbol{B}^{k-1}\boldsymbol{\Theta}^{k-2}\boldsymbol{\Sigma}_\epsilon^{1/2}\boldsymbol{\mu}_k &= \boldsymbol{\Theta}^{k-2}\boldsymbol{\Sigma}_\epsilon^{1/2}\boldsymbol{\mu}_1
\end{aligned}
$$

이므로, 다음과 같이 표현 할 수 있다.

$$
\begin{aligned}
&\boldsymbol{B}\boldsymbol{\Sigma}_\epsilon^{1/2}\boldsymbol{\mu}_k + \boldsymbol{B}^2\boldsymbol{\Theta}\boldsymbol{\Sigma}_\epsilon^{1/2}\boldsymbol{\mu}_k + \boldsymbol{B}^3\boldsymbol{\Theta}^2\boldsymbol{\Sigma}_\epsilon^{1/2}\boldsymbol{\mu}_k + \cdots + \boldsymbol{B}^{k-1}\boldsymbol{\Theta}^{k-2}\boldsymbol{\Sigma}_\epsilon^{1/2}\boldsymbol{\mu}_k \\
&= \boldsymbol{\Sigma}_\epsilon^{1/2}\boldsymbol{\mu}_{k-1} + \boldsymbol{\Theta}\boldsymbol{\Sigma}_\epsilon^{1/2}\boldsymbol{\mu}_{k-2} + \boldsymbol{\Theta}^2\boldsymbol{\Sigma}_\epsilon^{1/2}\boldsymbol{\mu}_{k-3} + \cdots + \boldsymbol{\Theta}^{k-3}\boldsymbol{\Sigma}_\epsilon^{1/2}\boldsymbol{\mu}_2 + \boldsymbol{\Theta}^{k-2}\boldsymbol{\Sigma}_\epsilon^{1/2}\boldsymbol{\mu}_1.
\end{aligned}
$$

위의 식을 정리하면,

$$
\begin{aligned}
&\boldsymbol{B}\boldsymbol{\Sigma}_\epsilon^{1/2}\boldsymbol{\mu}_k = (\boldsymbol{\Sigma}_\epsilon^{1/2}\boldsymbol{\mu}_{k-1} - \boldsymbol{\Theta}\boldsymbol{B}\boldsymbol{\Sigma}_\epsilon^{1/2}\boldsymbol{\mu}_{k-1}) + (\boldsymbol{\Theta}\boldsymbol{\Sigma}_\epsilon^{1/2}\boldsymbol{\mu}_{k-2} - \boldsymbol{\Theta}^2\boldsymbol{B}\boldsymbol{\Sigma}_\epsilon^{1/2}\boldsymbol{\mu}_{k-2}) + \cdots + \\
&(\boldsymbol{\Theta}^{k-3}\boldsymbol{\Sigma}_\epsilon^{1/2}\boldsymbol{\mu}_2 - \boldsymbol{\Theta}^{k-2}\boldsymbol{B}\boldsymbol{\Sigma}_\epsilon^{1/2}\boldsymbol{\mu}_2) + (\boldsymbol{\Theta}^{k-2}\boldsymbol{\Sigma}_\epsilon^{1/2}\boldsymbol{\mu}_1 - \boldsymbol{\Theta}^{k-1}\boldsymbol{B}\boldsymbol{\Sigma}_\epsilon^{1/2}\boldsymbol{\mu}_1) + \boldsymbol{\Theta}^{k-1}\boldsymbol{B}\boldsymbol{\Sigma}_\epsilon^{1/2}\boldsymbol{\mu}_1
\end{aligned}
$$

이 된다. 이를 다시 정리하면 다음과 같다.

$$
\begin{aligned}
&(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{\Theta}\boldsymbol{B})\boldsymbol{\Sigma}_\epsilon^{1/2}\boldsymbol{\mu}_{k-1} + (\boldsymbol{I}-\boldsymbol{\Theta}\boldsymbol{B})\boldsymbol{\Theta}\boldsymbol{\Sigma}_\epsilon^{1/2}\boldsymbol{\mu}_{k-2} + (\boldsymbol{I}-\boldsymbol{\Theta}\boldsymbol{B})\boldsymbol{\Theta}^2\boldsymbol{\Sigma}_\epsilon^{1/2}\boldsymbol{\mu}_{k-3} + \cdots + \\
&(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{\Theta}\boldsymbol{B})\boldsymbol{\Theta}^{k-3}\boldsymbol{\Sigma}_\epsilon^{1/2}\boldsymbol{\mu}_2 + (\boldsymbol{I}-\boldsymbol{\Theta}\boldsymbol{B})\boldsymbol{\Theta}^{k-2}\boldsymbol{\Sigma}_\epsilon^{1/2}\boldsymbol{\mu}_1 + \boldsymbol{\Theta}^{k-2}\boldsymbol{B}\boldsymbol{\Sigma}_\epsilon^{1/2}\boldsymbol{\mu}_1 \\
&= (\boldsymbol{I}-\boldsymbol{\Theta}\boldsymbol{B})\left[\boldsymbol{\Sigma}_\epsilon^{1/2}\boldsymbol{\mu}_{k-1} + \boldsymbol{\Theta}\boldsymbol{\Sigma}_\epsilon^{1/2}\boldsymbol{\mu}_{k-2} + \boldsymbol{\Theta}^2\boldsymbol{\Sigma}_\epsilon^{1/2}\boldsymbol{\mu}_{k-3} + \cdots + \boldsymbol{\Theta}^{k-2}\boldsymbol{\Sigma}_\epsilon^{1/2}\boldsymbol{\mu}_1\right] \\
&= (\boldsymbol{I}-\boldsymbol{\Theta}\boldsymbol{B})\left[\sum_{j=1}^{k-1}\boldsymbol{\Theta}^{j-1}\boldsymbol{\Sigma}_\epsilon^{1/2}\boldsymbol{\mu}_{k-j}\right].
\end{aligned}
$$

식 (3.2)로부터 식 (3.3)은 다음과 같이 얻어진다.

$$\begin{aligned}\boldsymbol{Y}_{\tau+k} &= \boldsymbol{\Sigma}_k^{1/2}\boldsymbol{\epsilon}_{\tau+k} + (\boldsymbol{I}-\boldsymbol{\Theta B})^{-1}(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{B})\boldsymbol{\Sigma}_\epsilon^{1/2}\boldsymbol{\mu}_k \\ &= \boldsymbol{\Sigma}_k^{1/2}\boldsymbol{\epsilon}_{\tau+k} + (\boldsymbol{I}-\boldsymbol{B})(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{\Theta B})^{-1}\boldsymbol{\Sigma}_\epsilon^{1/2}\boldsymbol{\mu}_k \\ &= \boldsymbol{\Sigma}_k^{1/2}\boldsymbol{\epsilon}_{\tau+k} + (\boldsymbol{I}-\boldsymbol{\Theta B}+\boldsymbol{\Theta B}-\boldsymbol{B})(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{\Theta B})^{-1}\boldsymbol{\Sigma}_\epsilon^{1/2}\boldsymbol{\mu}_k \\ &= \boldsymbol{\Sigma}_k^{1/2}\boldsymbol{\epsilon}_{\tau+k} + \boldsymbol{\Sigma}_\epsilon^{1/2}\boldsymbol{\mu}_k - (\boldsymbol{I}-\boldsymbol{\Theta})\boldsymbol{B}(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{\Theta B})^{-1}\boldsymbol{\Sigma}_\epsilon^{1/2}\boldsymbol{\mu}_k \\ &= \boldsymbol{\Sigma}_k^{1/2}\boldsymbol{\epsilon}_{\tau+k} + \boldsymbol{\Sigma}_\epsilon^{1/2}\boldsymbol{\mu}_k - (\boldsymbol{I}-\boldsymbol{\Theta})\sum_{j=1}^{k-1}\left[\boldsymbol{\Theta}^{j-1}\boldsymbol{\Sigma}_\epsilon^{1/2}\boldsymbol{\mu}_{k-j}\right].\end{aligned}$$

식 (3.3)은 단변량의 경우 Park과 Lee (2008)의 식 (3.3)과 동일하지만, 이 논문에서는 후진연산자를 사용하여 식 (3.2)와 같이 좀 더 간략한 형태를 유도하였다. 앞에서 가정했던 이상원인의 효과가 평균벡터에는 지속적 변화 ($\boldsymbol{\mu}_k = \boldsymbol{\delta}$), $\boldsymbol{\delta} = (\delta_1, \delta_2, \cdots, \delta_p)'$, 분산-공분산 행렬에는 지속적 흐름 ($\boldsymbol{\Sigma}_k = \boldsymbol{\Sigma}$)인 경우 식 (3.3)은 식 (3.4)와 같다.

$$\boldsymbol{Y}_{\tau+k} = \boldsymbol{\Sigma}^{1/2}\boldsymbol{\epsilon}_{\tau+k} + \boldsymbol{\Theta}^{k-1}\boldsymbol{\Sigma}_\epsilon^{1/2}\boldsymbol{\delta}. \tag{3.4}$$

식 (3.4)의 유도과정은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}&\boldsymbol{\Sigma}_\epsilon^{1/2}\boldsymbol{\mu}_k - (\boldsymbol{I}-\boldsymbol{\Theta})\sum_{j=1}^{k-1}\boldsymbol{\Theta}^{j-1}\boldsymbol{\Sigma}_\epsilon^{1/2}\boldsymbol{\mu}_{k-j} \\ &= \boldsymbol{\Sigma}_\epsilon^{\mathbf{1/2}}\boldsymbol{\mu}_{\mathbf{k}} - \sum_{\mathbf{j=1}}^{\mathbf{k-1}}\boldsymbol{\Theta}^{\mathbf{j-1}}\boldsymbol{\Sigma}_\epsilon^{\mathbf{1/2}}\boldsymbol{\mu}_{\mathbf{k-j}} + \sum_{\mathbf{j=1}}^{\mathbf{k-1}}\boldsymbol{\Theta}^{\mathbf{j}}\boldsymbol{\Sigma}_\epsilon^{\mathbf{1/2}}\boldsymbol{\mu}_{\mathbf{k-j}} \\ &= \boldsymbol{\Sigma}_\epsilon^{\mathbf{1/2}}\boldsymbol{\delta} - \sum_{\mathbf{j=1}}^{\mathbf{k-1}}\boldsymbol{\Theta}^{\mathbf{j-1}}\boldsymbol{\Sigma}_\epsilon^{\mathbf{1/2}}\boldsymbol{\delta} + \sum_{\mathbf{j=1}}^{\mathbf{k-1}}\boldsymbol{\Theta}^{\mathbf{j}}\boldsymbol{\Sigma}_\epsilon^{\mathbf{1/2}}\boldsymbol{\delta} \\ &= \boldsymbol{\Sigma}_\epsilon^{\mathbf{1/2}}\boldsymbol{\delta} - \boldsymbol{\Sigma}_\epsilon^{\mathbf{1/2}}\boldsymbol{\delta} - \boldsymbol{\Theta}\boldsymbol{\Sigma}_\epsilon^{\mathbf{1/2}}\boldsymbol{\delta} - \boldsymbol{\Theta}^{\mathbf{2}}\boldsymbol{\Sigma}_\epsilon^{\mathbf{1/2}}\boldsymbol{\delta} - \cdots - \boldsymbol{\Theta}^{\mathbf{k-2}}\boldsymbol{\Sigma}_\epsilon^{\mathbf{1/2}}\boldsymbol{\delta} \\ &\qquad + \boldsymbol{\Theta}\boldsymbol{\Sigma}_\epsilon^{1/2}\boldsymbol{\delta} + \boldsymbol{\Theta}^2\boldsymbol{\Sigma}_\epsilon^{1/2}\boldsymbol{\delta} + \cdots + \boldsymbol{\Theta}^{\mathbf{k-1}}\boldsymbol{\Sigma}_\epsilon^{\mathbf{1/2}}\boldsymbol{\delta} \\ &= \boldsymbol{\Theta}^{\mathbf{k-1}}\boldsymbol{\Sigma}_\epsilon^{\mathbf{1/2}}\boldsymbol{\delta}\end{aligned}$$

이므로, 식 (3.4)는 다음과 같이 얻어진다.

$$\begin{aligned}\boldsymbol{Y}_{\tau+\mathbf{k}} &= \boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{k}}^{\mathbf{1/2}}\boldsymbol{\epsilon}_{\tau+\mathbf{k}} + \boldsymbol{\Theta}^{\mathbf{k-1}}\boldsymbol{\Sigma}_\epsilon^{\mathbf{1/2}}\boldsymbol{\delta} \\ &= \boldsymbol{\Sigma}^{1/2}\boldsymbol{\epsilon}_{\tau+k} + \boldsymbol{\Theta}^{k-1}\boldsymbol{\Sigma}_\epsilon^{1/2}\boldsymbol{\delta}.\end{aligned}$$

평균벡터에는 지속적 흐름, 분산-공분산 행렬에는 지속적 변화가 발생한 경우, 즉 $\boldsymbol{\mu}_k = k\boldsymbol{\gamma}$, $\boldsymbol{\gamma} = (\gamma_1, \gamma_2, \cdots, \gamma_p)'$이고 $\boldsymbol{\Sigma}_k = \boldsymbol{\Sigma}$인 경우 식 (3.3)은

$$\boldsymbol{Y}_{\tau+k} = \boldsymbol{\Sigma}^{1/2}\boldsymbol{\epsilon}_{\tau+k} + (\boldsymbol{I}+\boldsymbol{\Theta}+\boldsymbol{\Theta}^2+\cdots+\boldsymbol{\Theta}^{k-1})\boldsymbol{\Sigma}_\epsilon^{1/2}\boldsymbol{\gamma} \tag{3.5}$$

이 된다. 식 (3.5)의 유도과정은 다음과 같다.

$$
\begin{aligned}
&\boldsymbol{\Sigma}_\epsilon^{1/2}\boldsymbol{\mu}_k - (\boldsymbol{I}-\boldsymbol{\Theta})\sum_{j=1}^{k-1}\boldsymbol{\Theta}^{j-1}\boldsymbol{\Sigma}_\epsilon^{1/2}\boldsymbol{\mu}_{k-j}\\
&= \boldsymbol{\Sigma}_\epsilon^{\mathbf{1/2}}\boldsymbol{\mu}_{\mathbf{k}} - \sum_{\mathbf{j=1}}^{\mathbf{k-1}}\boldsymbol{\Theta}^{\mathbf{j-1}}\boldsymbol{\Sigma}_\epsilon^{\mathbf{1/2}}\boldsymbol{\mu}_{\mathbf{k-j}} + \sum_{\mathbf{j=1}}^{\mathbf{k-1}}\boldsymbol{\Theta}^{\mathbf{j}}\boldsymbol{\Sigma}_\epsilon^{\mathbf{1/2}}\boldsymbol{\mu}_{\mathbf{k-j}}\\
&= \boldsymbol{\Sigma}_\epsilon^{\mathbf{1/2}}\mathbf{k}\boldsymbol{\gamma} - \sum_{\mathbf{j=1}}^{\mathbf{k-1}}\boldsymbol{\Theta}^{\mathbf{j-1}}\boldsymbol{\Sigma}_\epsilon^{\mathbf{1/2}}(\mathbf{k-j})\boldsymbol{\gamma} + \sum_{\mathbf{j=1}}^{\mathbf{k-1}}\boldsymbol{\Theta}^{\mathbf{j}}\boldsymbol{\Sigma}_\epsilon^{\mathbf{1/2}}(\mathbf{k-j})\boldsymbol{\gamma}\\
&= \boldsymbol{\Sigma}_\epsilon^{\mathbf{1/2}}\mathbf{k}\boldsymbol{\gamma} - \boldsymbol{\Sigma}_\epsilon^{\mathbf{1/2}}(\mathbf{k-1})\boldsymbol{\gamma} - \boldsymbol{\Theta}\boldsymbol{\Sigma}_\epsilon^{\mathbf{1/2}}(\mathbf{k-2})\boldsymbol{\gamma} - \boldsymbol{\Theta}^{\mathbf{2}}\boldsymbol{\Sigma}_\epsilon^{\mathbf{1/2}}(\mathbf{k-3})\boldsymbol{\gamma}\\
&\quad - \cdots - \boldsymbol{\Theta}^{\mathbf{k-2}}\boldsymbol{\Sigma}_\epsilon^{\mathbf{1/2}}\boldsymbol{\gamma} + \boldsymbol{\Theta}\boldsymbol{\Sigma}_\epsilon^{\mathbf{1/2}}(\mathbf{k-1})\boldsymbol{\gamma}\\
&\quad + \boldsymbol{\Theta}^{\mathbf{2}}\boldsymbol{\Sigma}_\epsilon^{\mathbf{1/2}}(\mathbf{k-2})\boldsymbol{\gamma} + \cdots + \boldsymbol{\Theta}^{\mathbf{k-1}}\boldsymbol{\Sigma}_\epsilon^{\mathbf{1/2}}\boldsymbol{\gamma}\\
&= \boldsymbol{\Sigma}_\epsilon^{\mathbf{1/2}}\boldsymbol{\gamma} + \boldsymbol{\Theta}\boldsymbol{\Sigma}_\epsilon^{\mathbf{1/2}}\boldsymbol{\gamma} + \boldsymbol{\Theta}^{\mathbf{2}}\boldsymbol{\Sigma}_\epsilon^{\mathbf{1/2}}\boldsymbol{\gamma} + \cdots + \boldsymbol{\Theta}^{\mathbf{k-1}}\boldsymbol{\Sigma}_\epsilon^{\mathbf{1/2}}\boldsymbol{\gamma}\\
&= (\boldsymbol{I} + \boldsymbol{\Theta} + \boldsymbol{\Theta}^{\mathbf{2}} + \cdots + \boldsymbol{\Theta}^{\mathbf{k-1}})\boldsymbol{\Sigma}_\epsilon^{\mathbf{1/2}}\boldsymbol{\gamma},\\
&\boldsymbol{Y}_{\tau+\mathbf{k}} = \boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{k}}^{\mathbf{1/2}}\boldsymbol{\epsilon}_{\tau+\mathbf{k}} + (\boldsymbol{I} + \boldsymbol{\Theta} + \boldsymbol{\Theta}^{\mathbf{2}} + \cdots + \boldsymbol{\Theta}^{\mathbf{k-1}})\boldsymbol{\Sigma}_\epsilon^{\mathbf{1/2}}\boldsymbol{\gamma}.
\end{aligned}
$$

그러므로 다음과 같이 식 (3.5)를 구할 수 있다.

$$\boldsymbol{Y}_{\tau+\mathbf{k}} = \boldsymbol{\Sigma}^{\mathbf{1/2}}\boldsymbol{\epsilon}_{\tau+\mathbf{k}} + (\boldsymbol{I} + \boldsymbol{\Theta} + \boldsymbol{\Theta}^{\mathbf{2}} + \cdots + \boldsymbol{\Theta}^{\mathbf{k-1}})\boldsymbol{\Sigma}_\epsilon^{\mathbf{1/2}}\boldsymbol{\gamma}.$$

식 (3.4)와 (3.5)를 살펴보면, 모두 이상원인의 발생 후 관측값의 평균벡터와 분산-공분산 행렬이 변하는 형태로서 평균벡터와 분산-공분산 행렬의 변화를 동시에 탐지하는 관리도를 사용하여 이상원인을 탐지할 수 있다.

4. 이상원인 탐지 후 재수정 절차

앞에서 언급한 바와 같이 MMSE 조정된 공정에서 관측값인 $\boldsymbol{Y}_t$의 함수를 통계량으로 하는 관리도들을 사용하여 이상원인을 탐지할 수 있다. 그런데 관리도에서 이상상태의 신호가 주어졌을 경우 교정활동을 통하여 이를 제거해야 하지만, 교정활동의 비용이 많이 발생하거나 또는 구조적으로 이를 제거할 수 없는 경우가 발생할 수 있다. 이런 경우에는 식 (2.4) 대신 이상원인의 효과를 감안하여 수정활동을 재조정해야 할 것이다. 이상원인은 3장에서 가정한 바와 같이 잡음의 평균벡터와 분산-공분산 행렬을 변화시키는 경우를 고려해 보자. 또한 이상상태의 신호는 공정에 이상원인이 발생하고 L_1시점이 지난 후, 즉 시점 $\tau+L_1$에 주어진다고 가정한다. 이때 신호 이후 시점에서의 잡음모형은 $k \geq L_1+1$에 대하여 식 (3.1)과 같으므로, 공정모형은

$$
\begin{aligned}
\boldsymbol{Y}_{\tau+k} &= \boldsymbol{G}\boldsymbol{X}_{\tau+k-1} + \boldsymbol{N}_{\tau+k}\\
&= \boldsymbol{G}\boldsymbol{X}_{\tau+k-1} + (\boldsymbol{I}-\boldsymbol{B})^{-1}(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{\Theta}\boldsymbol{B})\boldsymbol{\epsilon}'_{\tau+k} + \boldsymbol{\Sigma}_\epsilon^{1/2}\boldsymbol{\mu}_k\\
&= \boldsymbol{G}\boldsymbol{X}_{\tau+k-1} + (\boldsymbol{I}-\boldsymbol{B})^{-1}\left\{(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{B}) + (\boldsymbol{B}-\boldsymbol{\Theta}\boldsymbol{B})\right\}\boldsymbol{\epsilon}'_{\tau+k} + \boldsymbol{\Sigma}_\epsilon^{1/2}\boldsymbol{\mu}_k\\
&= \boldsymbol{G}\boldsymbol{X}_{\tau+k-1} + \boldsymbol{\epsilon}'_{\tau+k} + (\boldsymbol{I}-\boldsymbol{B})^{-1}(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{\Theta})\boldsymbol{\epsilon}'_{\tau+k-1} + \boldsymbol{\Sigma}_\epsilon^{1/2}\boldsymbol{\mu}_k
\end{aligned}
$$

로 표현된다. 따라서 MMSE 수정절차는

$$\boldsymbol{G}\boldsymbol{X}_{\tau+k-1} + (\boldsymbol{I}-\boldsymbol{B})^{-1}(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{\Theta})\boldsymbol{\epsilon}'_{\tau+k-1} + \boldsymbol{\Sigma}_\epsilon^{1/2}\boldsymbol{\mu}_k = \mathbf{0}$$

즉,

$$\boldsymbol{GX}_{\tau+k-1} = -(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{B})^{-1}(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{\Theta})\boldsymbol{\epsilon}'_{\tau+k-1} - \boldsymbol{\Sigma}_{\epsilon}^{1/2}\boldsymbol{\mu}_k$$

로 하여, 다음 시점 $\tau+k$에서의 관측값이 $\boldsymbol{Y}_{\tau+k} = \boldsymbol{\epsilon}'_{\tau+k}$가 되도록 조정하는 것이다. 즉 MMSE 콘트롤러를

$$\boldsymbol{X}_{\tau+k-1} = -\boldsymbol{G}^{-1}\left\{(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{B})^{-1}(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{\Theta})\boldsymbol{Y}_{\tau+k-1} + \boldsymbol{\Sigma}_{\epsilon}^{1/2}\boldsymbol{\mu}_k\right\}$$

로 하는 것인데, 수정을 수행하는 시점 $\tau+k-1$에서 다음 시점의 평균벡터의 변화량에 관련된 $\boldsymbol{\mu}_k$는 추정을 해야 하는 값이다. 따라서 실제 공정에서 수행하는 MMSE 콘트롤러는

$$\boldsymbol{X}_{\tau+k-1} = -\boldsymbol{G}^{-1}\left\{(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{B})^{-1}(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{\Theta})\boldsymbol{Y}_{\tau+k-1} + \boldsymbol{\Sigma}_{\epsilon}^{1/2}\widehat{\boldsymbol{\mu}}_k\right\} \tag{4.1}$$

가 된다. 이와 같은 재수정을 수행할 경우 이상신호 이후, 즉 시점 $\tau+k(k \geq L_1+1)$에서의 공정모형은 다음과 같은 연산을 통하여 얻어진다.

$$\begin{aligned}\boldsymbol{Y}_{\tau+k} &= \boldsymbol{GX}_{\tau+k-1} + \boldsymbol{N}_{\tau+k}\\ &= \boldsymbol{GX}_{\tau+k-1} + (\boldsymbol{I}-\boldsymbol{B})^{-1}(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{\Theta B})\boldsymbol{\Sigma}_k^{1/2}\boldsymbol{\epsilon}_{\tau+k} + \boldsymbol{\Sigma}_{\epsilon}^{1/2}\boldsymbol{\mu}_k\\ &= -(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{B})^{-1}(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{\Theta})\boldsymbol{Y}_{\tau+k-1} - \boldsymbol{\Sigma}_{\epsilon}^{1/2}\widehat{\boldsymbol{\mu}}_k + (\boldsymbol{I}-\boldsymbol{B})^{-1}(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{\Theta B})\boldsymbol{\Sigma}_k^{1/2}\boldsymbol{\epsilon}_{\tau+k} + \boldsymbol{\Sigma}_{\epsilon}^{1/2}\boldsymbol{\mu}_k\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}&\boldsymbol{Y}_{\tau+k} + (\boldsymbol{I}-\boldsymbol{B})^{-1}(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{\Theta})\boldsymbol{Y}_{\tau+k-1} = -\boldsymbol{\Sigma}_{\epsilon}^{1/2}\widehat{\boldsymbol{\mu}}_k + (\boldsymbol{I}-\boldsymbol{B})^{-1}(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{\Theta B})\boldsymbol{\Sigma}_k^{1/2}\boldsymbol{\epsilon}_{\tau+k} + \boldsymbol{\Sigma}_{\epsilon}^{1/2}\boldsymbol{\mu}_k,\\ &\boldsymbol{Y}_{\tau+k} + (\boldsymbol{I}-\boldsymbol{B})^{-1}(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{\Theta})\boldsymbol{Y}_{\tau+k-1}\\ &\quad = (\boldsymbol{I}-\boldsymbol{B})^{-1}(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{B})\boldsymbol{Y}_{\tau+k} + (\boldsymbol{I}-\boldsymbol{B})^{-1}(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{\Theta})\boldsymbol{BY}_{\tau+k}\\ &\quad = (\boldsymbol{I}-\boldsymbol{B})^{-1}\left\{\boldsymbol{Y}_{\tau+k} - \boldsymbol{BY}_{\boldsymbol{\tau+k}} + \boldsymbol{BY}_{\boldsymbol{\tau+k}} - \boldsymbol{\Theta BY}_{\boldsymbol{\tau+k}}\right\}\\ &\quad = (\boldsymbol{I}-\boldsymbol{B})^{-1}\left\{\boldsymbol{Y}_{\tau+k} - \boldsymbol{\Theta BY}_{\tau+k}\right\},\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}&(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{B})^{-1}\left\{\boldsymbol{Y}_{\tau+k} - \boldsymbol{\Theta BY}_{\tau+k}\right\} = -\boldsymbol{\Sigma}_{\epsilon}^{1/2}\widehat{\boldsymbol{\mu}}_k + (\boldsymbol{I}-\boldsymbol{B})^{-1}(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{\Theta B})\boldsymbol{\Sigma}_k^{1/2}\boldsymbol{\epsilon}_{\tau+k} + \boldsymbol{\Sigma}_{\epsilon}^{1/2}\boldsymbol{\mu}_k\\ &(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{B})^{-1}\left\{(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{\Theta B})\boldsymbol{Y}_{\tau+k}\right\} = (\boldsymbol{I}-\boldsymbol{B})^{-1}(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{\Theta B})\boldsymbol{\Sigma}_k^{1/2}\boldsymbol{\epsilon}_{\tau+k} + \boldsymbol{\Sigma}_{\epsilon}^{1/2}(\boldsymbol{\mu}_k - \widehat{\boldsymbol{\mu}}_k)\\ &(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{B})^{-1}\left\{(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{\Theta B})\boldsymbol{Y}_{\tau+k}\right\} = (\boldsymbol{I}-\boldsymbol{B})^{-1}\left\{(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{\Theta B})\boldsymbol{\Sigma}_k^{1/2}\boldsymbol{\epsilon}_{\tau+k} + (\boldsymbol{I}-\boldsymbol{B})\boldsymbol{\Sigma}_{\epsilon}^{1/2}(\boldsymbol{\mu}_k - \widehat{\boldsymbol{\mu}}_k)\right\}\\ &(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{\Theta B})\boldsymbol{Y}_{\tau+k} = (\boldsymbol{I}-\boldsymbol{\Theta B})\left\{\boldsymbol{\Sigma}_k^{1/2}\boldsymbol{\epsilon}_{\tau+k} + (\boldsymbol{I}-\boldsymbol{\Theta B})^{-1}(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{B})\boldsymbol{\Sigma}_{\epsilon}^{1/2}(\boldsymbol{\mu}_k - \widehat{\boldsymbol{\mu}}_k)\right\}.\end{aligned}$$

그러므로,

$$\boldsymbol{Y}_{\tau+k} = \boldsymbol{\Sigma}_k^{1/2}\boldsymbol{\epsilon}_{\tau+k} + (\boldsymbol{I}-\boldsymbol{\Theta B})^{-1}(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{B})\boldsymbol{\Sigma}_{\epsilon}^{1/2}(\boldsymbol{\mu}_k - \widehat{\boldsymbol{\mu}}_k)$$

이 된다. 후진연산자를 사용하지 않고 풀어서 표현하면

$$\boldsymbol{Y}_{\tau+k} = \boldsymbol{\Sigma}_k^{1/2}\boldsymbol{\epsilon}_{\tau+k} + \boldsymbol{\Sigma}_{\epsilon}^{1/2}(\boldsymbol{\mu}_k - \widehat{\boldsymbol{\mu}}_k) - (\boldsymbol{I}-\boldsymbol{\Theta})\sum_{j=1}^{k-1}\boldsymbol{\Theta}^{j-1}\boldsymbol{\Sigma}_{\epsilon}^{1/2}(\boldsymbol{\mu}_{k-j} - \widehat{\boldsymbol{\mu}}_{k-j}) \tag{4.2}$$

이 된다. 식 (4.2)의 증명은 부록 (Appendix)에 있다. 이와 같이 이상신호 이후 재수정을 수행 할 경우 두 가지 이상원인의 효과를 적용하여 표현하면 다음과 같다. 첫째, 평균벡터와 분산-공분산 행렬에 지속적 변화가 발생하는 경우, 식 (4.2)는 다음과 같다.

$$\boldsymbol{Y}_{\tau+k} = \boldsymbol{\Sigma}^{1/2}\boldsymbol{\epsilon}_{\tau+k} + \boldsymbol{\Theta}^{k-1}\boldsymbol{\Sigma}_{\epsilon}^{1/2}(\boldsymbol{\delta} - \widehat{\boldsymbol{\delta}}). \tag{4.3}$$

식 (4.3)은 다음과 같이 유도된다.

$$\begin{aligned}
&-(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{\Theta})\sum_{j=1}^{k-1}\boldsymbol{\Theta}^{j-1}\boldsymbol{\Sigma}_{\epsilon}^{1/2}(\boldsymbol{\mu}_{k-j}-\widehat{\boldsymbol{\mu}}_{k-j})\\
&\quad=-\sum_{j=1}^{k-1}\boldsymbol{\Theta}^{j-1}\boldsymbol{\Sigma}_{\epsilon}^{1/2}(\boldsymbol{\mu}_{k-j}-\widehat{\boldsymbol{\mu}}_{k-j})+\sum_{j=1}^{k-1}\boldsymbol{\Theta}^{j}\boldsymbol{\Sigma}_{\epsilon}^{1/2}(\boldsymbol{\mu}_{k-j}-\widehat{\boldsymbol{\mu}}_{k-j})\\
&\quad=-\sum_{j=1}^{k-1}\boldsymbol{\Theta}^{j-1}\boldsymbol{\Sigma}_{\epsilon}^{1/2}(\boldsymbol{\delta}-\widehat{\boldsymbol{\delta}})+\sum_{j=1}^{k-1}\boldsymbol{\Theta}^{j}\boldsymbol{\Sigma}_{\epsilon}^{1/2}(\boldsymbol{\delta}-\widehat{\boldsymbol{\delta}})\\
&\quad=-\boldsymbol{\Sigma}_{\epsilon}^{1/2}(\boldsymbol{\delta}-\widehat{\boldsymbol{\delta}})+\boldsymbol{\Theta}^{k-1}\boldsymbol{\Sigma}_{\epsilon}^{1/2}(\boldsymbol{\delta}-\widehat{\boldsymbol{\delta}})
\end{aligned}$$

이므로,

$$\boldsymbol{Y}_{\tau+k}=\boldsymbol{\Sigma}_{k}^{1/2}\boldsymbol{\epsilon}_{\tau+k}+\boldsymbol{\Sigma}_{\epsilon}^{1/2}(\boldsymbol{\mu}_{k}-\widehat{\boldsymbol{\mu}}_{k})-(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{\Theta})\sum_{j=1}^{k-1}\boldsymbol{\Theta}^{j-1}\boldsymbol{\Sigma}_{\epsilon}^{1/2}(\boldsymbol{\mu}_{k-j}-\widehat{\boldsymbol{\mu}}_{k-j})$$

으로부터 식 (4.3)이 다음과 같이 얻어진다.

$$\begin{aligned}
\boldsymbol{Y}_{\tau+k}&=\boldsymbol{\Sigma}_{k}^{1/2}\boldsymbol{\epsilon}_{\tau+k}+\boldsymbol{\Sigma}_{\epsilon}^{1/2}(\boldsymbol{\mu}_{k}-\widehat{\boldsymbol{\mu}}_{k})-\boldsymbol{\Sigma}_{\epsilon}^{1/2}(\boldsymbol{\delta}-\widehat{\boldsymbol{\delta}})+\boldsymbol{\Theta}^{k-1}\boldsymbol{\Sigma}_{\epsilon}^{1/2}(\boldsymbol{\delta}-\widehat{\boldsymbol{\delta}})\\
&=\boldsymbol{\Sigma}^{1/2}\boldsymbol{\epsilon}_{\tau+k}+\boldsymbol{\Theta}^{k-1}\boldsymbol{\Sigma}_{\epsilon}^{1/2}(\boldsymbol{\delta}-\widehat{\boldsymbol{\delta}}).
\end{aligned}$$

평균벡터에는 지속적 흐름, 분산-공분산 행렬에는 지속적 변화가 발생한 경우 식 (4.2)는 다음과 같다.

$$\boldsymbol{Y}_{\tau+k}=\boldsymbol{\Sigma}^{1/2}\boldsymbol{\epsilon}_{\tau+k}+(\boldsymbol{I}+\boldsymbol{\Theta}+\boldsymbol{\Theta}^{2}+\cdots+\boldsymbol{\Theta}^{k-1})\boldsymbol{\Sigma}_{\epsilon}^{1/2}(\boldsymbol{\gamma}-\widehat{\boldsymbol{\gamma}}). \tag{4.4}$$

식 (4.4)는 다음과 같이 유도된다.

$$\begin{aligned}
&\boldsymbol{\Sigma}_{\epsilon}^{1/2}(\boldsymbol{\mu}_{k}-\widehat{\boldsymbol{\mu}}_{k})-(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{\Theta})\sum_{j=1}^{k-1}\boldsymbol{\Theta}^{j-1}\boldsymbol{\Sigma}_{\epsilon}^{1/2}(\boldsymbol{\mu}_{k-j}-\widehat{\boldsymbol{\mu}}_{k-j})\\
&=\boldsymbol{\Sigma}_{\epsilon}^{1/2}(\boldsymbol{\mu}_{k}-\widehat{\boldsymbol{\mu}}_{k})-\sum_{j=1}^{k-1}\boldsymbol{\Theta}^{j-1}\boldsymbol{\Sigma}_{\epsilon}^{1/2}(\boldsymbol{\mu}_{k-j}-\widehat{\boldsymbol{\mu}}_{k-j})+\sum_{j=1}^{k-1}\boldsymbol{\Theta}^{j}\boldsymbol{\Sigma}_{\epsilon}^{1/2}(\boldsymbol{\mu}_{k-j}-\widehat{\boldsymbol{\mu}}_{k-j})\\
&=\boldsymbol{\Sigma}_{\epsilon}^{1/2}(k\boldsymbol{\gamma}-k\widehat{\boldsymbol{\gamma}})-\sum_{j=1}^{k-1}\boldsymbol{\Theta}^{j-1}\boldsymbol{\Sigma}_{\epsilon}^{1/2}(k-j)(\boldsymbol{\gamma}-\widehat{\boldsymbol{\gamma}})+\sum_{j=1}^{k-1}\boldsymbol{\Theta}^{j}\boldsymbol{\Sigma}_{\epsilon}^{1/2}(k-j)(\boldsymbol{\gamma}-\widehat{\boldsymbol{\gamma}})\\
&=\boldsymbol{\Sigma}_{\epsilon}^{1/2}(k\boldsymbol{\gamma}-k\widehat{\boldsymbol{\gamma}})-\boldsymbol{\Sigma}_{\epsilon}^{1/2}(k-1)(\boldsymbol{\gamma}-\widehat{\boldsymbol{\gamma}})-\boldsymbol{\Theta}\boldsymbol{\Sigma}_{\epsilon}^{1/2}(k-1)(\boldsymbol{\gamma}-\widehat{\boldsymbol{\gamma}})-\cdots-\boldsymbol{\Theta}^{k-2}\boldsymbol{\Sigma}_{\epsilon}^{1/2}(\boldsymbol{\gamma}-\widehat{\boldsymbol{\gamma}})\\
&\quad+\boldsymbol{\Theta}\boldsymbol{\Sigma}_{\epsilon}^{1/2}(k-1)(\boldsymbol{\gamma}-\widehat{\boldsymbol{\gamma}})+\boldsymbol{\Theta}^{2}\boldsymbol{\Sigma}_{\epsilon}^{1/2}(k-2)(\boldsymbol{\gamma}-\widehat{\boldsymbol{\gamma}})+\cdots+\boldsymbol{\Theta}^{k-1}\boldsymbol{\Sigma}_{\epsilon}^{1/2}(\boldsymbol{\gamma}-\widehat{\boldsymbol{\gamma}})\\
&=(\boldsymbol{I}+\boldsymbol{\Theta}+\boldsymbol{\Theta}^{2}+\cdots+\boldsymbol{\Theta}^{k-1})\boldsymbol{\Sigma}_{\epsilon}^{1/2}(\boldsymbol{\gamma}-\widehat{\boldsymbol{\gamma}})
\end{aligned}$$

이므로, 식 (4.4)는 다음과 같이 얻어진다.

$$\begin{aligned}
\boldsymbol{Y}_{\tau+k}&=\boldsymbol{\Sigma}_{k}^{1/2}\boldsymbol{\epsilon}_{\tau+k}+(\boldsymbol{I}+\boldsymbol{\Theta}+\boldsymbol{\Theta}^{2}+\cdots+\boldsymbol{\Theta}^{k-1})\boldsymbol{\Sigma}_{\epsilon}^{1/2}(\boldsymbol{\gamma}-\widehat{\boldsymbol{\gamma}})\\
&=\boldsymbol{\Sigma}^{1/2}\boldsymbol{\epsilon}_{\tau+k}+(\boldsymbol{I}+\boldsymbol{\Theta}+\boldsymbol{\Theta}^{2}+\cdots+\boldsymbol{\Theta}^{k-1})\boldsymbol{\Sigma}_{\epsilon}^{1/2}(\boldsymbol{\gamma}-\widehat{\boldsymbol{\gamma}}).
\end{aligned}$$

이상상태의 신호 후 재수정을 하지 않는 경우와 하는 경우의 공정모형은 평균벡터와 분산-공분산 행렬에 지속적 변화가 발생할 때 각각 식 (3.4)와 (4.3)이 된다. 이 두 식을 비교해 보면 $|\delta_i| >$

$\left|\delta_i - \widehat{\delta}_i\right|$ $(i = 1, 2, \cdots, p)$이 되도록 $\boldsymbol{\delta}$의 추정량 $\widehat{\boldsymbol{\delta}}$을 선정할 경우 재수정 절차를 통하여 공정편차를 줄일 수 있음을 알 수 있다. 유사하게 평균벡터에는 지속적 흐름, 분산-공분산 행렬에는 지속적 변화가 발생할 때 이상상태의 신호 후 재수정을 하지 않는 경우와 하는 경우의 공정모형은 각각 식 (3.5)와 (4.4)가 된다. 이 두 식을 비교해 보면 $|\gamma_i| > |\gamma_i - \widehat{\gamma}_i|$ $(i = 1, 2, \cdots, p)$가 되도록 $\boldsymbol{\gamma}$의 추정량 $\widehat{\boldsymbol{\gamma}}$을 선정할 경우 재수정 절차를 통하여 공정편차를 줄일 수 있게 된다. 그러므로 재수정을 수행하는 것이 다음 시점의 $\boldsymbol{\mu}_k$를 추정해야 하는 어려움은 있지만, 식 (4.1)과 같이 재수정을 함으로써 관측값 $\boldsymbol{Y}_{\tau+k}$가 목표값인 $\mathbf{0}$에 근접하게 하여 다변량 통합공정관리를 수행하는 공정의 관측편차를 줄일 수 있음을 알 수 있다. 정확한 추정을 할수록 공정의 관측편차를 더 많이 줄일 수 있다.

5. 결론

효과적 공정관리를 위해서는 많은 특성치를 동시에 관리하여 공정의 이상 유무를 판단하는 것이 필요하며 이를 위해 상관관계가 존재하는 다수의 품질 특성치들을 관리하기 위해 다변량 공정관리를 이용한 재수정 절차를 제안하였으며, 잡음이 내재하는 공정에 대하여 수정활동을 수행하는 공학적 공정관리와 수정활동 중 공정에 이상원인이 발생하면 이를 탐지하는 통계적 공정관리를 병행하는 절차인 통합공정관리는 현대와 같이 다양하고 복잡한 생산공정에서 효율적인 공정관리를 위하여 유용하게 사용되고 있는 절차이다. 이 논문에서는 다변량 통합공정관리를 이용하여 잡음이 내재하는 공정모형으로 다변량 $IMA(1,1)$모형을 가정하고 공정평균벡터에 지속적 변화 또는 지속적 흐름이, 분산-공분산 행렬에 지속적 변화의 이상원인이 발생하는 경우를 고려하였다. 이 때 매시점마다 MMSE 수정을 수행하는 과정에서 이상원인의 신호가 발생할 경우에 교정활동을 통하여 이를 제거해야 하지만 교정활동의 비용이 많이 발생하거나 또는 구조적으로 이를 제거할 수 없는 경우 이상원인의 효과를 감안하여 수정활동을 재조정해야 할 것이다. 이 논문에서는 이와 같은 경우 공정을 재수정하는 절차를 제안하였고, 재수정 절차를 통하여 공정의 관측편차를 줄일 수 있음을 알 수 있다.

부록

식 (4.2)의 증명:

$$\begin{aligned}
&\boldsymbol{B}\boldsymbol{\Sigma}_\epsilon^{1/2}(\boldsymbol{\mu}_k-\widehat{\boldsymbol{\mu}}_k)=\boldsymbol{\Sigma}_\epsilon^{1/2}(\boldsymbol{\mu}_{k-1}-\widehat{\boldsymbol{\mu}}_{k-1})\\
&\boldsymbol{B}^2\boldsymbol{\Theta}\boldsymbol{\Sigma}_\epsilon^{1/2}(\boldsymbol{\mu}_k-\widehat{\boldsymbol{\mu}}_k)=\boldsymbol{\Theta}\boldsymbol{\Sigma}_\epsilon^{1/2}(\boldsymbol{\mu}_{k-2}-\widehat{\boldsymbol{\mu}}_{k-2})\\
&\qquad\qquad\vdots\\
&\boldsymbol{B}^{k-1}\boldsymbol{\Theta}^{k-2}\boldsymbol{\Sigma}_\epsilon^{1/2}(\boldsymbol{\mu}_k-\widehat{\boldsymbol{\mu}}_k)=\boldsymbol{\Theta}^{k-2}\boldsymbol{\Sigma}_\epsilon^{1/2}(\boldsymbol{\mu}_1-\widehat{\boldsymbol{\mu}}_1),\\
&\boldsymbol{B}\boldsymbol{\Sigma}_\epsilon^{1/2}(\boldsymbol{\mu}_k-\widehat{\boldsymbol{\mu}}_k)+\boldsymbol{B}^2\boldsymbol{\Theta}\boldsymbol{\Sigma}_\epsilon^{1/2}(\boldsymbol{\mu}_k-\widehat{\boldsymbol{\mu}}_k)+\cdots+\boldsymbol{B}^{k-1}\boldsymbol{\Theta}^{k-2}\boldsymbol{\Sigma}_\epsilon^{1/2}(\boldsymbol{\mu}_k-\widehat{\boldsymbol{\mu}}_k)\\
&\quad=\boldsymbol{\Sigma}_\epsilon^{1/2}(\boldsymbol{\mu}_{k-1}-\widehat{\boldsymbol{\mu}}_{k-1})+\boldsymbol{\Theta}\boldsymbol{\Sigma}_\epsilon^{1/2}(\boldsymbol{\mu}_{k-2}-\widehat{\boldsymbol{\mu}}_{k-2})+\cdots+\boldsymbol{\Theta}^{k-2}\boldsymbol{\Sigma}_\epsilon^{1/2}(\boldsymbol{\mu}_1-\widehat{\boldsymbol{\mu}}_1),\\
&\boldsymbol{B}\boldsymbol{\Sigma}_\epsilon^{1/2}(\boldsymbol{\mu}_k-\widehat{\boldsymbol{\mu}}_k)=\left\{\boldsymbol{\Sigma}_\epsilon^{1/2}(\boldsymbol{\mu}_{k-1}-\widehat{\boldsymbol{\mu}}_{k-1})-\boldsymbol{\Theta}\boldsymbol{B}\boldsymbol{\Sigma}_\epsilon^{1/2}(\boldsymbol{\mu}_{k-1}-\widehat{\boldsymbol{\mu}}_{k-1})\right\}\\
&\quad+\left\{(\boldsymbol{\Theta}\boldsymbol{\Sigma}_\epsilon^{1/2}(\boldsymbol{\mu}_{k-2}-\widehat{\boldsymbol{\mu}}_{k-2})-\boldsymbol{\Theta}^2\boldsymbol{B}\boldsymbol{\Sigma}_\epsilon^{1/2}(\boldsymbol{\mu}_{k-2}-\widehat{\boldsymbol{\mu}}_{k-2})\right\}\\
&\qquad\qquad\vdots\\
&\quad+\left\{(\boldsymbol{\Theta}^{k-2}\boldsymbol{\Sigma}_\epsilon^{1/2}(\boldsymbol{\mu}_1-\widehat{\boldsymbol{\mu}}_1)-\boldsymbol{\Theta}^{k-1}\boldsymbol{B}\boldsymbol{\Sigma}_\epsilon^{1/2}(\boldsymbol{\mu}_1-\widehat{\boldsymbol{\mu}}_1)\right\}\\
&\quad+\boldsymbol{\Theta}^{k-1}\boldsymbol{B}\boldsymbol{\Sigma}_\epsilon^{1/2}(\boldsymbol{\mu}_1-\widehat{\boldsymbol{\mu}}_1),\\
&\boldsymbol{B}\boldsymbol{\Sigma}_\epsilon^{1/2}(\boldsymbol{\mu}_k-\widehat{\boldsymbol{\mu}}_k)=(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{\Theta}\boldsymbol{B})\boldsymbol{\Sigma}_\epsilon^{1/2}(\boldsymbol{\mu}_{k-1}-\widehat{\boldsymbol{\mu}}_{k-1})+(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{\Theta}\boldsymbol{B})\boldsymbol{\Theta}\boldsymbol{\Sigma}_\epsilon^{1/2}(\boldsymbol{\mu}_{k-2}-\widehat{\boldsymbol{\mu}}_{k-2})\\
&\quad+\cdots+(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{\Theta}\boldsymbol{B})\boldsymbol{\Theta}^{k-2}\boldsymbol{\Sigma}_\epsilon^{1/2}(\boldsymbol{\mu}_1-\widehat{\boldsymbol{\mu}}_1),\\
&\boldsymbol{B}\boldsymbol{\Sigma}_\epsilon^{1/2}(\boldsymbol{\mu}_k-\widehat{\boldsymbol{\mu}}_k)\\
&\quad=(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{\Theta}\boldsymbol{B})\left[\boldsymbol{\Sigma}_\epsilon^{1/2}(\boldsymbol{\mu}_{k-1}-\widehat{\boldsymbol{\mu}}_{k-1})+\boldsymbol{\Theta}\boldsymbol{\Sigma}_\epsilon^{1/2}(\boldsymbol{\mu}_{k-2}-\widehat{\boldsymbol{\mu}}_{k-2})+\cdots+\boldsymbol{\Theta}^{k-2}\boldsymbol{\Sigma}_\epsilon^{1/2}(\boldsymbol{\mu}_1-\widehat{\boldsymbol{\mu}}_1)\right]\\
&\quad=(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{\Theta}\boldsymbol{B})\left[\sum_{j=1}^{k-1}\boldsymbol{\Theta}^{j-1}\boldsymbol{\Sigma}_\epsilon^{1/2}(\boldsymbol{\mu}_{k-j}-\widehat{\boldsymbol{\mu}}_{k-j})\right]
\end{aligned}$$

이다. 그러므로

$$\begin{aligned}
\boldsymbol{Y}_{\tau+k}&=\boldsymbol{\Sigma}_k^{1/2}\boldsymbol{\epsilon}_{\tau+k}+(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{\Theta}\boldsymbol{B})^{-1}(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{B})\boldsymbol{\Sigma}_\epsilon^{1/2}(\boldsymbol{\mu}_k-\widehat{\boldsymbol{\mu}}_k)\\
&=\boldsymbol{\Sigma}_k^{1/2}\boldsymbol{\epsilon}_{\tau+k}+(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{B})(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{\Theta}\boldsymbol{B})^{-1}\boldsymbol{\Sigma}_\epsilon^{1/2}(\boldsymbol{\mu}_k-\widehat{\boldsymbol{\mu}}_k)\\
&=\boldsymbol{\Sigma}_k^{1/2}\boldsymbol{\epsilon}_{\tau+k}+(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{\Theta}\boldsymbol{B}+\boldsymbol{\Theta}\boldsymbol{B}-\boldsymbol{B})(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{\Theta}\boldsymbol{B})^{-1}\boldsymbol{\Sigma}_\epsilon^{1/2}(\boldsymbol{\mu}_k-\widehat{\boldsymbol{\mu}}_k)\\
&=\boldsymbol{\Sigma}_k^{1/2}\boldsymbol{\epsilon}_{\tau+k}+\boldsymbol{\Sigma}_\epsilon^{1/2}(\boldsymbol{\mu}_k-\widehat{\boldsymbol{\mu}}_k)-(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{\Theta})\boldsymbol{B}(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{\Theta}\boldsymbol{B})^{-1}\boldsymbol{\Sigma}_\epsilon^{1/2}(\boldsymbol{\mu}_k-\widehat{\boldsymbol{\mu}}_k)\\
&=\boldsymbol{\Sigma}_k^{1/2}\boldsymbol{\epsilon}_{\tau+k}+\boldsymbol{\Sigma}_\epsilon^{1/2}(\boldsymbol{\mu}_k-\widehat{\boldsymbol{\mu}}_k)-(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{\Theta})\sum_{j=1}^{k-1}\left[\boldsymbol{\Theta}^{j-1}\boldsymbol{\Sigma}_\epsilon^{1/2}(\boldsymbol{\mu}_{k-j}-\widehat{\boldsymbol{\mu}}_{k-j})\right].
\end{aligned}$$

참고문헌

박창순, 권성구 (2009). 편차제곱평균과 수정량분산의 균형을 위한 단일 및 이중 지수가중이동평균 피드백 수정기의 수정. <한국데이터정보과학회지>, **20**, 11-24.

박창순, 이재헌 (2008). 미래손실에 기초한 통합공정관리계획. <응용통계연구>, **21**, 247-264.

박창순, 이재헌 (2009). 통합공정관리에서 재수정 절차. <한국통계학회논문집>, **16**, 429-436.

Box, G. E. P. and Kramer, T. (1992). Statistical process control and feedback adjustment adjustment - A discussion. *Technometrics*, **34**, 251-285.

Del Castillo, E. (2002). *Statistical process adjustment for quality control,* John Wiley and Sons, New york, NY.

Jiang, W. (2004). A joint monitoring scheme for automatically controlled processes. *IIE transactions,* **36**, 1201-1210.

Lee, H. Y. and Lee, J. H. (2009). Change point estimators in monitoring the parameters of an IMA(1, 1) model. *Journal of the Korean Data & Information Science Society*, **20**, 435-443.

Lee, J. H and Lee, H. Y. (2007). Change point estimators in monitoring the parameters of an AR(1) plus an additional random error model, *Journal of the Korean Data & Information Science Society*, **18**, 963-972.

Montgomery, D. C. (1999). A perspective on models and the quality sciences: Some challenges and future directions. *ASQ Statistics Division Newsletter*, **18**, 8-13.

Nembhard, H. B. and Chen, S. (2007). Cuscore control charts for generalized feedback-control system. *Quality and Reliability Engineering International,* **23**, 483-502.

Pan, R. and Del Castillo, E. (2003). Integration of sequential process adjustment and process monitoring techniques. *Quality and Reliability Engineering International,* **19**, 371-386.

Park, C. (2007). An algorithm for the properties of the integrated process control with bounded adjustments and EWMA monitoring. *International Journal of Production Research*, **45**, 5571-5587.

Park, C. and Lee, J. (2008). An integrated process control scheme based on the future loss. *The Korean Journal of Applied Statistics*, **21**, 247-264.

Park, C. and Reynolds, M. Jr. (2008). Economic design of an integrated process control procedure with repeated adjustments and EWMA monitoring. *Journal of the Korean Statistical Society,* **37**, 155-174.

Runger, G., Testik, M. C. and Tsung, F. (2006). Relationships among control charts used with feedback control. *Quality and Reliability Engineering International,* **22,** 877-887.

Vander Wiel, S. A. (1996). Monitoring processes that wander using integrated moving average models. *Technometrics*, **38**, 139-151.

Journal of the Korean Data &
Information Science Society
2011, **22**(6), 1123–1135

한국데이터정보과학회지

A readjustment procedure in the multivariate integrated process control[†]

Gyo-Young Cho[1] · Jong Suk Park[2]

[12]Department of Statistics, Kyungpook National University

Received 18 October 2011, revised 2 November 2011, accepted 10 November 2011

Abstract

This paper considers the multivariate integrated process control procedure for detecting special causes in a multivariate IMA(1, 1) process. When the multivariate control chart signals, the special cause will be detected and eliminated from the process. However, when the elimination of the special cause costs high or is not practically possible, an alternative action is to readjust the process with approximately modified adjustment scheme. In this paper, we propose the readjustment procedure after having a true signal, and show that the use of the readjustment can reduce the deviation of a process from the target.

Keywords: Multivariate control chart, multivariate integrated process control procedure, readjustment procedure.

† This research was supported by Basic Science Research Program through the National Research Foundation of Korea (NRF) funded by the Ministry of Education, Science and Technology (grant number: 2010-0023732).

1 Corresponding author: Professor, Department of Statistics, Kyungpook National University, Daegu 702-701, Korea. E-mail:gycho@knu.ac.kr

2 Ph. D. student, Department of Statistics, Kyungpook National University, Daegu 702-701, Korea.