韓國數學敎育學會誌 시리즈 E
<數學敎育 論文集>
제 25집 제 4호, 2011. 11. 681-691

J. Korean Soc. Math. Ed. Ser. E:
Communications of Mathematical Education
Vol. 25, No. 4, Nov. 2011. 681-691

2009 개정 교육과정에 따른 수학과 교육과정에서의 무게중심 교수·학습 제안

하 영 화 (아주대학교)
고 호 경 (아주대학교)

2009 개정 교육과정에 따른 수학과 교육과정에서 학교 수학은 학생들의 창의적 사고 능력과 더불어 수학에 대한 흥미와 호기심을 길러주고, 주변의 여러 가지 현상을 수학적으로 관찰하고 해석하는 능력과 태도를 길러야 한다고 제시한다. 2007 개정 교육과정에서 삼각형의 무게중심은 '삼각형의 세 중선의 교점'으로 정의되고, 평행선의 성질과 삼각형의 닮음을 이용한 증명에 초점을 두어 지도되었다. 이는 무게중심 그 자체에 초점을 두고 지도되지 못하였을 뿐 아니라 학생들에게 오개념 역시 심어줄 수 있는 문제점이 노출됨에 따라 본고에서는 무게중심을 '평형을 이루는 점'이라고 하는 본질에 맞게 지도하고 이에 대한 정당화 방법 역시 달리 할 수 있음을 제안한다.

Ⅰ. 들어가는 말

2009 개정 교육과정에 따른 수학과 교육과정(교육과학기술부, 2011))에서 수학과는 수학의 개념, 원리, 법칙을 이해하고 기능을 습득하여 주변의 여러 가지 현상을 수학적으로 관찰하고 해석하는 능력을 기르며, 수학적 문제 상황을 수리·논리적 사고를 통하여 합리적으로 해결하는 능력과 태도를 기르는 교과임을 규정하고 있다. 이를 통해서 창의적 사고 능력, 문제 해결 능력, 정보처리 능력, 의사소통 능력 등을 키움은 물론 수학에 대한 흥미와 호기심 등 긍정적인 태도를 증진시킴을 그 목표로 두고 있다.

또한 2009 개정 교육과정에 따른 수학과 교육과정(2011)에서는 학습량 감축을 위하여 핵심이 되는 내용을 선별하여 가르치고 꼭 필요하지 않은 용어와 개념은 그 내용을 줄이고자 하는 노력을 기울였다. 이러한 관점에 따라 중점연결정리를 이해하고 활용하는 내용을 별도의 성취기준으로 두지 않게 됨에 따라 이와 연결되어 가르쳐왔던 무게중심의 교수·학습의 변화도 고려의 대상이 되었다. 다시 말하면, 교과서 내에서 무게중심 내용을 어느 위치에서 다루고, 또한 이를 가르치는 목적을 어디에 두어야 하는지를 재고할 필요성이 제기되었다.

황선욱 외(2011)는 학교에서의 기하교육은 학생들이 도형을 탐구하여 기하학적 성질을 이해함으로써 기하 지식을 습득하고 추론능력을 향상시키며, 또한 기하 지식의 습득 방법에 있어서도 학생 활동을 중시하여 증명보다는 학생 수준에 합당한 활동을 지향하고 다양한 정당화 수준의 교육을 실시함으로써 기하에 대한 긍정적인 태도를 함양하는 것을 그 목표로 두고 있다고 제안한다. 따라서 기하 학습이 형식적 공리적 체계보다는 학생의 경험과 기하지식을 토대로 한 추론 학습을 더욱 강화해야 할 필요성이 대두되고 있다.

무게중심은 일반화와 특수화, 반례의 적절한 사용, 해의 존재성과 유일성, 실세계의 수학적 모델링, 공리적 방법론 등과 관련지어 많은 논의와 추론을 비롯한 수학적 탐구를 유발시킬 수 있는 좋은 소재이며(홍갑주, 2005), 학교 정규 교육과정뿐만 아니라 영재 학생 지도의 소재로 다양하게 활용되고 있다(김선희·김기연, 2005). 속도나 가속도 등이 수학적 개념은 아니면서도 수학에서 중요히 다루어지고 또 많은 분야에 널리 응용이 되고 있듯

* 접수일(2011년 10월 4일), 심사(수정)일(1차: 2011년 10월 18일, 2차: 10월 28), 게재확정일(2011년 10월 31일)
* ZDM분류 : B1, D3
* MSC2000분류 : 9703, 97C30
* 주제어 : 무게중심, 2009 개정 교육 과정, 평형, 정당화

이, 무게중심 역시 수학적 개념과 연관 지어 실생활에서 응용력이 큰 중요한 내용이기도 하다.

현 중학교 2학년 교육과정에서 다루고 있는 삼각형의 무게중심은 세 중선의 교점으로 정의되고 있다. 무게중심을 이루고 있는 점을 기준으로 중선이 2:1로 내분점을 이루고 있다는 것을 증명하고 이 성질을 활용한 문제를 다루는 것이 중학교 삼각형의 무게중심으로 다루고 있는 내용이다. 또한 '세 중선은 한 점에서 만나고 그 교점을 무게중심이라 하며, 이 무게중심은 각 중선을 2:1로 내분한다'는 정리는 고등학교에서 좌표를 이용한 내분점 지도로 연결되는 내용으로서 문제해결을 위한 소재로 활용되고 있다. 이는 모두 무게중심 그 자체를 탐구하기 보다는 증명과 문제해결의 한 도구로서 무게중심을 활용하고 있는 것이다.

그러나 무게중심이 현재 교육과정에서와 같이 평행선의 성질과 삼각형의 닮음 성질을 이용한 증명 학습과 내분점을 활용한 문제해결로 다루어지는 것도 중요하지만 무게중심을 그 본질에 맞게 다루어져야 할 필요가 있다. 다시 말하면, 형식적 증명을 약화시키고 다양한 정당화 학습을 강조하고 있는 2009 개정 교육과정에 따른 수학과 교육과정에 따른 무게중심 교수학습은 실험적 정당화를 포함한 다양한 정당화 과정을 포함해야 할 것이다.

따라서 본 고에서는 현 교육과정에서의 삼각형의 무게중심의 위치 즉, 삼각형의 중점 연결 정리 뒤에 '중선의 교점을 삼각형의 무게중심이라 한다'고 제시하는 현 교육과정에 문제는 없는가를 살펴보고, 삼각형의 무게중심을 중학교 기하 영역 어디에 위치하는 것이 그 내용을 의미 있게 가르칠 수 있을 것인가에 대하여 논하고자 한다. 또한 삼각형의 무게중심을 보다 본질에 충실하게 가르치기 위해서 변화시켜야 할 내용은 무엇인지를 현 교육과정과 비교하여 제시하고, 더불어 변화가 필요한 내용과 대안으로서의 예를 제시하고자 한다.

이는 무게중심과 관련지어 2009 개정 교육과정에 따른 수학과 교육과정을 이해하는 데 도움이 될 뿐 아니라 새로운 교육과정에 터하여 개발되는 교과서 집필자나 현장의 교사들이 무게중심을 보다 의미 있게 가르치기 위한 내용을 구성하는데 있어 중요한 시사점을 제공할 수 있을 것이다.

Ⅱ. 무게중심의 물리적 의미와 수학적 중요성

물체의 무게중심은 물리(정확히는 역학)에서 중요한 역할을 하는 개념이다. 물체에 힘이 가해질 때 물체가 어떤 움직임을 나타내게 되는지를 결정하는 데에 필수적인 개념이 바로 무게중심이다. 지구상의 모든 물체는 지구 중력이라는 힘의 영향 아래에 있기 때문에 실생활에서 무게중심은 아주 다양한 분야에서 다루어질 수 있는 개념이다.

모든 물체에는 무게중심이라는 고유한 점이 존재한다. 무게중심은 물체를 다른 물건으로 받칠 때 평형을 이루게 되는 점이다. 예를 들어, 납작한 물체를 이 물체의 무게중심 위치에서 뾰족한 물건으로 받쳐 들면 수평으로 평형이 이루어진다. 또한 자의 날과 같은 선 모양의 물체로 무게중심을 지나게 물체를 수평으로 받칠 때에도 평형이 이루어진다.

정지하고 있는 물체에 힘을 가하면 뉴턴의 운동법칙에 따라 물체가 가속되어 움직인다. 그런데 힘을 받는 물체의 크기가 작지 않을 때에는 힘을 받는 방향에 무게중심이 놓여있는지 여부에 따라 이 물체가 힘의 방향으로 움직이게 되든지 회전을 하게 된다. 이 사실은 당구공을 큐대로 쳐서 다양한 효과를 얻기 원할 때에 이용되기도 한다. 만유인력의 법칙에 따르면 두 물체 간에는 질량의 곱에 비례하고 거리의 제곱에 반비례하는 힘이 작용한다. 이 때 두 물체간의 거리는 정확하게는 두 물체의 무게중심들 사이의 거리가 된다. 이와 같이 물체를 한 점으로 간주해야 할 경우 무게중심이 그 역할을 하게 된다.

도형을 밀도가 균일한 납작한 물체로 보면 도형의 무게중심을 생각할 수 있다. 무게중심은 원래 물리적인 개념이지만, 도형의 무게중심은 기하학적인 특징이 있는 수학적 개념이 되기 때문에 다양한 도형의 무게중심을 수학적으로 다룰 수 있게 된다. 몇 가지 예를 들면 다음과 같다.

1. 닮은 도형의 무게중심은 닮음대응에 의한 대응 위치에 있게 된다.
2. 대칭인 도형은 대칭축 위에 무게중심이 있게 된다.
3. 점대칭인 도형은 대칭의 중심이 무게중심이 된다.
4. 원과 정다각형의 무게중심은 도형의 중심에 있다.

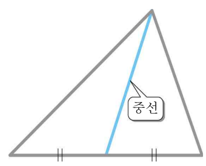
보다 일반적인 도형을 위해서는 다음 성질이 유용하다.

5. 한 도형을 두 부분으로 나누고 각 부분의 무게중심을 구하면, 이 두 무게중심을 이은 선분을 각 부분의 넓이에 반비례하여 내분하는 점이 전체 도형의 무게중심이 된다.

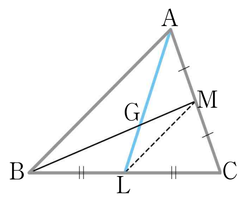
모든 다각형은 삼각형으로 분할할 수 있고, 삼각형의 무게중심을 구할 수 있기 때문에 성질 5를 이용하면 모든 다각형의 무게중심을 구할 수 있다. 또한 이 무게중심을 이용하면 회전곡면의 넓이와 회전체의 부피를 쉽게 구할 수 있다(Pappus 정리).

Ⅲ. 현 교육과정에서의 무게중심 교수학습 내용

1. 중학교에서 다루고 있는 무게중심 내용

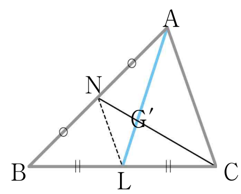


현 교육과정의 중학교 2학년 기하 영역에서 다루고 있는 무게중심 내용은 교과서 마다 무게중심을 찾고 이를 이해하기 위한 다양한 학생 활동들(삼각형이 평형을 이루는지 한 점을 찾아 받쳐보는 활동, 삼각형이 수평을 이루는지 추를 매달아 보는 활동, 삼각형 모빌 만들기, 삼각형 팽이 만들기 등)을 먼저 제시하고 있다. 그러나 결국 중선을 이용하여 중선의 교점이 무게중심의 정의가 됨을 제시하고 있다.[1)]



[주요 내용] 삼각형의 한 꼭짓점과 그 대변의 중점을 이은 선분을 중선이라고 한다. 한 삼각형에는 세 개의 중선이 있다.

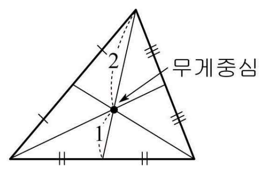
삼각형의 세 중선이 한 점에서 만남을 증명하여 보자. 오른쪽 그림과 같이 △ABC의 두 중선 AL과 BM의 교점을 G라고 하자. 점 L, M은 각각 변 BC, AC의 중점이므로 $\overline{ML} \parallel \overline{AB}$, $\overline{ML} = \frac{1}{2}\overline{AB}$이다.



따라서, △ABC ∽ △LMG이고, 두 삼각형의 닮음비는 2 : 1이므로, 점 G는 중선 AL, BM을 꼭짓점으로부터 각각 2 : 1로 나눈다.

또한 오른쪽 그림과 같이 △ABC의 두 중선 AL, CN의 교점을 G′이라 하고, 같은 방법으로 하면 점 G′도 중선 AL, CN을 꼭짓점으로부터 각각 2 : 1로 나눈다. 따라서 점 G와 점 G′은 일치하므로, △ABC에서 세 중선은 한 점 G에서 만나고, 이 점은 세 중선을 각 꼭짓점으로부터 각각 2 : 1로 나눈다.

이와 같이 삼각형에서 '세 중선이 만나는 점을 삼각형의 무게중심'이라고 한다.



---

1) 강신덕 외, 2009; 김원경 외, 2009; 김홍종 외 2009; 박규홍 외, 2009; 박영훈 외 2009; 박윤범 외, 2009; 박종률 외, 2009; 신항균 외, 2009; 우정호 외, 2009; 유희찬 외, 2009; 윤성식 외 2009; 이강섭 외 2009; 이준열 외, 2009; 정창현 외 2009; 정상권 외 2009)

2. 고등학교에서 다루고 있는 무게중심 내용

고등학교는 같은 내용을 좌표 평면을 이용하여 성질을 증명하고 이를 활용한 문제를 해결하도록 하고 있다.

[주요 내용] 세 점 A(x_1, y_1), B(x_2, y_2), C(x_3, y_3)를 꼭짓점으로 하는 △ABC의 무게중심 G의 좌표는 다음과 같다.

$$\left(\frac{x_1+x_2+x_3}{3}, \frac{y_1+y_2+y_3}{3}\right)$$

증명)

변 BC의 중점을 M(x′, y′)이라 하면

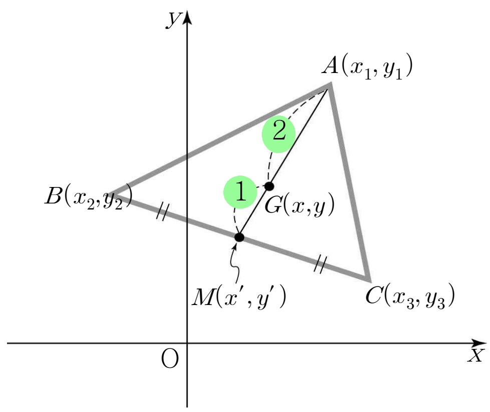
$$x' = \frac{x_2+x_3}{2}$$

$$y' = \frac{y_2+y_3}{2}$$

△ABC의 무게중심 G(x, y)는 선분 AM을 2 : 1로 내분하므로

$$x = \frac{2\times x' + 1\times x_1}{2+1} = \frac{x_1+x_2+x_3}{3}$$

$$y = \frac{2\times y' + 1\times y_1}{2+1} = \frac{y_1+y_2+y_3}{3}$$



따라서, 무게중심 G의 좌표는

$$\left(\frac{x_1+x_2+x_3}{3}, \frac{y_1+y_2+y_3}{3}\right)$$

3. 현 교육과정에 제시된 무게중심 교수·학습으로 인해 야기될 수 있는 오류

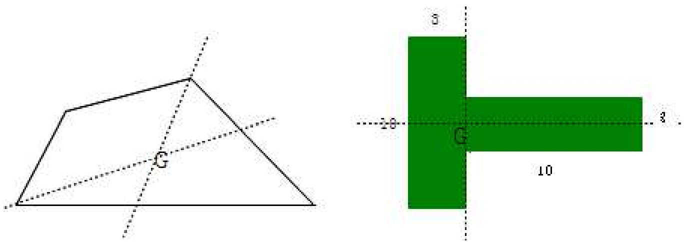
현 교육과정의 수학교과서에서와 같이 중선의 교점으로 무게중심을 정의하는 것은 ‘중선이 넓이를 이등분한다’는 성질로 인하여 무게중심은 넓이를 이등분하는 선분의 교점이라는 오개념을 가질 수 있다. <그림 1>에서와 같이 이에 대한 연구를 실시한 연구에 따르면, 다각형의 무게중심을 찾는데 있어서, 무조건 중선을 찾으려 한다거나 다각형의 넓이를 이등분하는 교점을 찾음으로서 무게중심을 찾는 데 성공할 수 없었다고 한다.

또한 학생들의 의도와 실제로 그들이 사용한 방법 사이의 차이를 조사함으로써, 학생들은 대부분 다음과 같은 전략을 사용한 것으로 나타났다고 하였다(홍갑주, 2005);

① 중선전략 : 삼각형 중선의 기하학적인 성질을 확장하여 사각형에서도 중선의 교점을 찾고자 함.

② 넓이 이등분 전략 : 넓이라는 기하학적 성질에 의존해 무게중심을 찾음.

③ 산술평균 전략 : 산술평균의 대수적 형식으로 표현된 삼각형 무게중심의 좌표를 곧바로 사각형에 대한 것으로 확장.



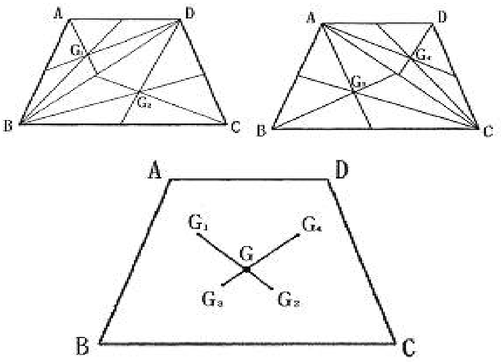
<그림 1> 다각형의 무게중심에서의 오개념 예시(홍갑주, 2005)

뿐만 아니라, 무게중심을 그 본질인 평형을 이루는 선분들의 교점으로 탐구하지 않는 한 다음과 같은 사각형의 무게중심을 찾고 난 후에도 학생들은 그 점이 왜 무게중심이 되는지에 대한 이해가 어려울 수 있다.

① 삼각형 $\triangle DAB, \triangle BCD, \triangle ABC, \triangle CDA$의 무게중심 G_1, G_2, G_3, G_4를 찾는다.

② 이제 G_1과 G_2를 잇고, G_3과 G_4를 잇는다.

③ 두 선분 $\overline{G_1G_2}$와 $\overline{G_3G_4}$의 교점 G가 사각형 $ABCD$의 무게중심이다.



따라서 이와 같은 문제점을 해결하기 위해서는 무게중심을 지도하는 데 있어서 물리적인 현상으로부터 직관적으로 추상된 원리가 무게중심의 위치를 결정하는 수학적인 조건으로 받아들일 수 있도록 지도되어야 할 것이다.

Ⅳ. 2009 개정 교육과정에서의 무게중심 교수·학습 방안 제안

2009 개정 교육과정에 따른 수학과 교육과정에서는 무게중심이 별도의 성취목표에 진술되지는 않지만, <용어와 기호>에 삼각형의 닮음조건 뒤에 나오는 것이 아닌 외심과 내심(내접, 내접원)과 바로 연이어 제시되어 있다(현 교육과정에서는 삼각형의 닮음조건 뒤에 위치하고 있음).

<용어와 기호> …, 내심, 내접, 내접원, 중선, 무게중심, 닮음, 닮음비, 삼각형의 닮음조건,…

따라서 기존의 교육과정대로 평행선의 성질과 삼각형의 닮음 조건을 학습한 후 이를 활용하여 무게중심을 찾고 그 성질을 증명하는 학습도 가능하겠으나, 현재의 내용과는 변화된 교과서 구성도 가능하다.

2009 개정 교육과정에 따른 수학과 교육과정에서 무게중심 용어의 위치를 외심과 내심과 연결 지어 옮긴 이유는 현재의 교육과정대로 무게중심을 기술할 수도 있으나 삼각형의 다른 중심과 마찬가지로 삼각형의 또 다른 중심으로서 그 본질에 충실하여 기술할 수 있는 여지가 있다고 생각된다. 다시 말하면, 외심, 내심과 함께 삼각형의 여러 중심 중 하나로서의 본질에 충실한 설명이 가능한 것이다.

따라서 본 절에서는 완전히 엄밀하지는 않지만 물리적으로 그리고 수학적으로 간단한 추론을 바탕으로 하며 중학교 수준에서 교과서에 제시할 수 있는 내용들을 제시하고자 한다.

1. 삼각형의 세 중선과 그 성질

중학교에서 다루어야 하는 중선에 관한 성질은 '세 중선은 한 점에서 만나며, 그 교점은 각 중선을 2:1로 내분한다'는 것이다. 따라서 다음과 같은 교수·학습 과정을 밟을 수 있을 것이다.

삼각형의 한 꼭짓점과 그 대변의 중점을 이은 선분을 중선이라 한다. 삼각형의 세 중선을 그려보자. 어떤 사실을 발견하였는가?

학생들은 다양한 수학적 실험을 통해 중선을 그어보고 그 성질을 탐구하는 과정으로 중선의 성질들을 자연스럽게 이끌어 낼 수 있다. 이후 이에 대한 정당화 내용은 학생의 수준에 따라 경험적 정당화나 필요에 따라 형식적 정당화로 이어질 수 있을 것이다.

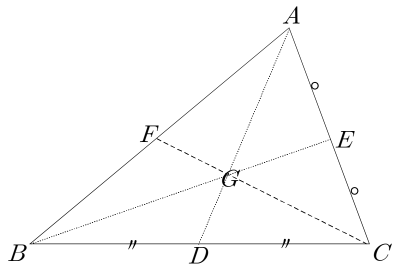
삼각형의 세 중선은 한 점에서 만날까? 세 중선의 교점은 각 중선을 2:1로 내분할까? 그 이유를 설명해보자.

위의 내용을 삼각형의 외심, 내심을 학습한 후 중선과 연이어 학습하게 되면 평행선의 성질과 삼각형의 닮음 성질을 활용하여 증명을 할 수 없다(물론, 증명은 삼각형의 닮음 성질 이후에 이루어져도 무방하다). 이러한 경우 세 중선의 교점이 한 점에서 만남을 중학교 2학년에서 가능한 수준으로 보여줄 필요가 있을 것이다. 이러한 경우 다음과 같은 형식적 정당화가 가능하다.

'삼각형의 세 중선은 한 점에서 만나고, 이 교점은 각 중선을 $2:1$로 내분한다.'

(형식적 정당화)

그림과 같이 ΔABC의 두 변 BC와 AC의 중점을 각각 D와 E라 하고, 두 중선 AD와 BE의 교점을 G라 하자. 그리고 선분 CG의 연장이 변 AB와 만나는 점을 F라 하자.



그러면 $\Delta ABD=\Delta ACD$이고 $\Delta GBD=\Delta GCD$이므로 $\Delta ABG=\Delta ACG$이고, $\Delta BAE=\Delta BCE$이고 $\Delta GAE=\Delta GCE$이므로 $\Delta ABG=\Delta BCG$이다. 따라서 $\Delta ACG=\Delta BCG$이다. 이로부터 ΔACG와 ΔBCG의 변 CG에 대한 높이들이 같음을 알 수 있고, 이 높이들은 또한 각각 ΔAFG와 ΔBFG의 높이와 같으므로 $\Delta AFG=\Delta BFG$이다. 그러므로 $AF=BF$이고 CF는 중선이며 ΔABC의 세 중선은 점 G에서 만난다.

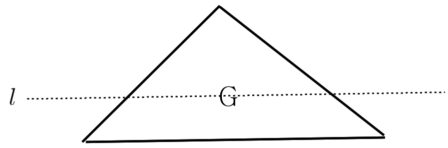
위의 증명과정에서 중선에 의해 분할된 6개의 삼각형의 넓이가 모두 같음을 알았다. 그러므로 선분 BG는 ΔABD의 넓이를 $2:1$로 나눈다. 따라서 점 G는 중선 AD의 길이를 $2:1$로 내분한다. 같은 식으로 나머지 두 중선도 점 G에 의해 $2:1$로 내분된다.

2. 삼각형의 무게중심 탐구와 정당화 활동

본 고에서는 무게중심의 정의를 그 물리적 의미인 '평형을 이루는 점'으로 정의한다. 이에 따라서 학생들은 다음과 같은 활동으로 무게중심 탐구를 시작해 볼 수 있다.

무게중심을 찾아봅시다. 어떻게 찾을 수 있는가?

학생들은 실제 삼각형을 가지고 실험을 통해서 평형을 이루는 선(l)을 찾고 또한 그 선과 평행이지 않은 또 다른 평형을 이루는 선의 교점으로서 무게중심을 찾을 수 있을 것이다.



무게중심을 찾았는가? 어떤 특징을 찾아낼 수 있는가?

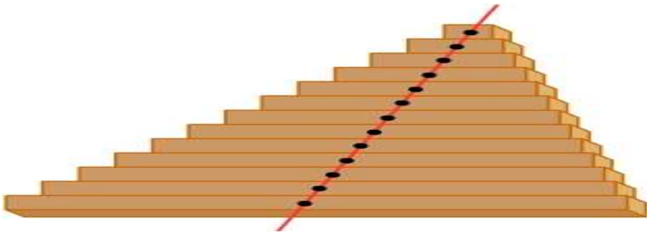
학생들은 평형을 이루는 선의 교점이 무게중심이 되고 이러한 평형을 이루는 선들 중 하나가 중선임을 찾아낼 수 있다. 따라서 중선의 교점과 무게중심이 일치함을 알 수 있다.

왜 삼각형의 무게중심과 삼각형의 세 중선의 교점이 일치할까? 그 이유를 설명해 보자.

지렛대의 법칙을 사용하지 않고 중학교 학생들의 수준에 맞는 정당화 활동으로서는 <그림 2>와 같은 예가 있다.

<그림 2> 삼각형의 무게중심을 막대의 중심 이용하여 찾는 경험적 정당화 활동(Serra, 2003, p.184).

이러한 활동은 긴 막대는 그 중심을 받침점으로 할 때 평형을 이룬다는 것을 기본으로 하여, 삼각형을 한 변에 평행한 막대가 모여 이루어진 것으로 볼 때, 그 삼각형은 막대들의 중심을 연결하는 직선 위에서 평형을 이룰 것이다. 이를 다시 그림으로 나타내면 <그림 3>과 같이 나타낼 수 있다. 여기서 나타난 직선은 삼각형의 중선과 일치하며, 이와 같은 원리가 삼각형의 다른 변에 대해서도 성립하므로, 무게중심은 세 중선의 교점이 된다.

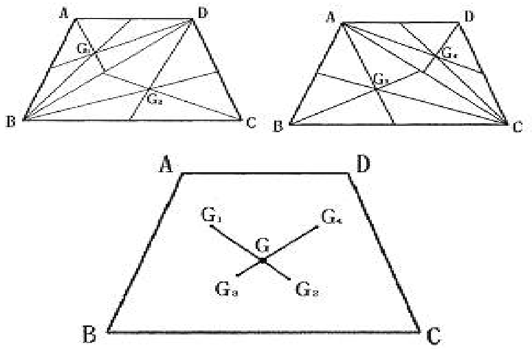


<그림 3> 삼각형의 중선이 평형선이 되는 정당화 활동(홍갑주, 2005)

이는 직관에 의존한 방법으로써 중학교 학생들에게 설득력이 있을 것으로 보인다. 홍갑주(2005)는 좌우 대칭인 막대가 그 중심에서 받침점 위에 놓일 때 평형한 상태, 즉 기울어짐이란 현상에 있어서 대칭적인 상태를 이루게 될 것임은 자명하게 여겨진다고 하였다. 더욱이 삼각형 무게중심의 유일성 또한 이 논법을 응용하여 설명할 수 있다는 점에서, 이러한 방법은 삼각형의 무게중심에 대해 수학적으로 설명이 가능하며, 직관적으로 자명한 원리를 통해 무게중심에 대해 충분히 정확한 설명을 하고 있으므로, 학교수학에서 물리적인 의미의 삼각형 무게중심 위치를 설명하기 위한 좋은 대안이 될 것으로 제안하였다.

3. 사각형과 다각형의 무게중심

중학교 교육과정 상의 내용은 아니나, 조금 더 나아가 앞에서 다룬 사각형과 다각형의 무게중심 구하는 원리를 살펴보면,



먼저, G_1, G_2, G_3, G_4는 각각 삼각형 $\triangle DAB$, $\triangle BCD$, $\triangle ABC$, $\triangle CDA$의 무게중심이고, G는 두 선분 G_1G_2와 G_3G_4의 교점이다. 점 G가 사각형 $ABCD$의 무게중심이 되는 이유는 다음과 같다.

$\triangle DAB$는 무게중심 G_1을 지나는 모든 선에 대해 평형을 이룬다. 선분 G_1G_2는 G_1을 지나기 때문에 $\triangle DAB$는 선분 G_1G_2에 대해 평형을 이룬다. 또한 선분 G_1G_2가 $\triangle BCD$의 무게중심 G_2도 지나기 때문에 $\triangle BCD$도 선분 G_1G_2에 대해 평형을 이룬다. 사각형 $ABCD$의 두 부분인 $\triangle DAB$와 $\triangle BCD$가 선분 G_1G_2에 대해 평형을 이루므로 결국 사각형 $ABCD$가 선분 G_1G_2에 대해 평형을 이룬다. 따라서 선분 G_1G_2는 사각형 $ABCD$의 무게중심을 지난다. 같은 식으로 선분 G_3G_4도 사각형 $ABCD$의 무게중심을 지난다. 그러므로 두 선분 G_1G_2와 G_3G_4의 교점 G가 사각형 $ABCD$의 무게중심이다.

동일한 방법으로 다각형의 무게중심을 구할 수 있다. 먼저 주어진 다각형 F에 대각선 d를 그어 두 개의

부분다각형으로 나누고 부분다각형의 무게중심을 각각 구하여 이 두 점을 이은 선분ℓ을 구한다. 다음으로 다각형 F에 d와 다른 대각선 e를 그어 두 개의 부분다각형으로 나누어 두 부분의 다각형의 무게중심을 이은 선분 m을 구한다. 그러면, ℓ과 m의 교점이 주어진 다각형 F의 무게중심이 된다. 이와 같이 어떠한 다각형도 두 부분의 다각형으로 나누어 각각의 무게중심을 구한 후 이 무게중심을 잇는 선분(평형을 이루는 선)을 찾고 이 선분들의 교점으로써 무게중심을 찾을 수 있다는 물리적인 현상을 위의 삼각형의 무게중심을 찾는 활동으로부터 확장할 수 있는 것이다.

V. 나가는 말

박달원(2006)은 삼각형의 무게중심을 중선의 교점으로만 정의하고 물리적인 성질과 원리가 규명되지 않은 상태로 학생들을 지도하는 것은 학생들에게 형식적인 무게중심을 가르치는 것이며 삼각형에서 확장된 도형에서의 무게중심을 찾는 문제를 해결할 수 없도록 하는 원인이라 하였다. 또한 학생들에게 무게중심 본질을 탐구 활동과 실험을 통해 지도한 결과 학생 스스로 삼각형의 무게중심이 중선 위에 있음을 발견할 수 있었다고 하였다.

2009 개정 교육과정에 따른 수학과 교육과정에서는 여러 가지 현상을 수학적으로 관찰하고 해석하는 능력을 기르는 것을 그 목표로 두고, 학생들의 다양한 탐구 활동과 추론능력의 향상을 중시여기고 있다. 무게중심은 교수·학습 측면에서 수학과 실생활 맥락을 연결할 수 있는 중요한 내용이며 학생들에게 다양한 탐구와 흥미를 유발할 수 있는 좋은 소재이다. 따라서 2009 개정 교육과정에 따른 수학과 교육과정에서는 무게중심을 보다 그 본질적인 의미에 충실하게 접근하여 가르치는 것이 바람직할 것으로 보인다.

이를 위하여 본고에서는 먼저, 삼각형의 무게중심을 '세 중선의 교점'으로 정의하고 있는 현 교육과정의 내용을 '평형을 이루는 선분의 교점'으로 접근할 것을 제안하였다. 이는 무게중심의 물리적 본질에 충실한 정의일 뿐 아니라, '중선의 교점'으로 정의함으로써 더 확장된 도형, 즉 사각형 혹은 일반 다각형의 무게중심을 구하는 데 있어서의 어려움을 극복할 수 있다.

또한 이러한 무게중심을 보다 의미 있게 가르치기 위하여서는 무게중심을 다루는 위치도 변화시킬 필요가 있다. 다시 말하면, 현 교육과정에서는 무게중심을 삼각형의 중점 연결 정리를 활용하기 위한 내용으로서, '세 중선의 교점'으로 무게중심을 정의하고 성질을 증명하는 것에 초점이 맞추어져 있다. 그러나 무게중심을 다룸에 있어서 삼각형의 다른 중심과 같은 또 다른 중심임을 강조하기 위해서는 삼각형의 외심, 내심과 함께 다루는 것도 대안이 될 수 있다. 그러나 삼각형의 닮음의 성질을 학습한 후 이를 활용하여 증명을 하도록 하는 현 교육과정과 다르게 삼각형의 외심과 내심을 학습한 후 바로 이어서 다룰 경우, 중선은 한 점에서 만나고, '각 꼭짓점으로부터 2:1이 된다'는 중선의 성질을 닮음비를 활용하여 증명할 수 없다. 따라서 이러한 성질에 대한 증명은 삼각형의 닮음을 학습한 이후 다루거나 혹은 본 고에서 제시한 것과 같은 증명을 활용할 수 있을 것이다.

마지막으로 삼각형의 무게중심을 가르치는 데 있어서 무게중심의 성질에 대한 경험적 정당화에도 초점을 맞추어 단계적으로 그 성질을 탐구하고 찾을 수 있는 예시를 제안하였다. 이는 한 가지 예시일 수 있으며, 향후 교과서 및 학교 현장에서 무게중심을 다루는 데 있어서 무게중심 교수·학습 내용을 그 본질적인 특성에 맞추어 탐구할 수 있는 다양한 정당화 활동을 제안하는 바이다.

참 고 문 헌

강신덕·홍인숙·김영우·이재순·전민정·나미영 (2009). 중학교 수학2. 서울: (주)교학사.

교육과학기술부 (2011). 수학과 교육과정. 교육과학기술부 고시 제2011-361호.

김선희·김기연(2005). 수학 영재의 심화학습을 위한 다각형의 무게중심 연구, 수학교육학연구, 15(3), 335-352.

김원경·조민식·김영주·김윤희·방환선·윤기원·이춘신 (2009). 중학교 수학2. 서울: 비상교육.

김홍종·계승혁·오지은·원애경 (2009). 중학교 수학2. 서울: 성지출판(주).

박규홍·최병철·안숙영·김준식·유미경 (2009). 중학교 수학2. 서울: (주)동화사.

박달원 (2006). 영재학생들을 위한 삼각형의 무게중심 지도 방법. 한국학교수학회논문집 9(1), 93-105.

박영훈·여태경·김선화·심성아·이태림·김수미 (2009). 중학교 수학2. 서울: 천재문화.

박윤범·남상이·최소희·홍유미 (2009). 중학교 수학2. 서울: 웅진씽크빅.

박종률·유종광·이창주·오혜정·이미라·박진호 (2009). 중학교 수학2. 서울: (주)도서출판 디딤돌.

신항균·이광연·윤혜영·이지현 (2009). 중학교 수학2. 서울: (주)지학사.

우정호·박교식·박경미·이경화·김남희·임재훈·박인·이영란·고현주·김은경 (2009). 중학교 수학2. 서울: 두산동아.

유희찬·류성림·한혜정·강순모·제수연·김명수·천태선·김민정 (2009). 중학교 수학2. 서울: (주)미래엔컬쳐그룹.

윤성식·조난숙, 김화영·조준모·장홍월·김해경 (2009). 중학교 수학2. 서울: 더텍스트.

이강섭·왕규채·송교식·이강희, 안인숙 (2009). 중학교 수학2. 서울: 도서출판 지학사.

이준열·최부림·김동재·송영준·윤상호·황선미 (2009). 중학교 수학2. 서울: 천재교육.

정창현·김창동·이치형·민정범·김지용 (2009). 중학교 수학2. 서울: 대교.

정상권·이재학·박혜숙·홍진곤·서혜숙·박부성·강은주 (2009). 중학교 수학2. 서울: (주)금성출판사.

홍갑주 (2005). 도형의 무게중심과 관련된 오개념 및 논리적 문제. 학교수학, 7(4), 391-401

황선욱 외 (2011). 창의 중심의 미래형 수학과 교과내용 개선 및 교육과정 개정 시안 연구. 한국과학창의재단연구보고서.

Serra, M. (2003). *Discovering geometry-an investigative approach*, Key Curriculum Press.

Centroid teaching-learning suggestion for mathematics curriculum according to 2009 Revised National Curriculum

Ha, Young Hwa
Ajou University
E-mail : yhha@ajou.ac.kr

Ko, Ho Kyoung
Ajou University
E-mail : kohoh@ajou.ac.kr

Mathematics curriculum according to 2009 Revised National Curriculum suggests that school mathematics must cultivate interest and curiosity about mathematics in addition to creative thinking ability of students, and ability and attitude of observing and analyzing many things happening around. Centroid of a triangle in 2007 Revised National Curriculum is defined as 'an intersection point of three median lines of a triangle' and it has been instructed focusing on proof study that uses characteristic of parallel lines and similarity of a triangle. This could not teach by focusing on the centroid itself and there is a problem of planting a miss concept to students. And therefore this writing suggests centroid must be taught according to its essence that centroid is 'a dot that forms equilibrium', and a justification method about this could be different.

* ZDM Classification : B1, D3
* 2000 Mathematics Subject Classification : 9703, 97C30
* Key Words : Centroid, 2009 Revised National Curriculum, Equilibrium, Justification