

상용차 조향장치용 U-joint 어셈블리 공차해석

Tolerance Analysis of Automobile Steering System

이장용^{1,✉}
Jang Yong Lee^{1,✉}

¹ 한국생산기술연구원 (Korea Institute of Industrial Technology)
✉ Corresponding author: jangyongL@gmail.com, Tel: 041-589-8417

Manuscript received: 2011.4.29 / Revised: 2011.7.3 / Accepted: 2011.8.23

Quality of manufactured goods under mass production system depends largely upon accuracy rate of quality control. Tolerance analysis is a useful method to set up a guide for inspection of product. However it usually would happen that strict tolerance provoke very high manufacturing cost. It is the main concern of tolerance analysis to find optimal values of tolerance to satisfy both quality and cost. This paper presents three tolerance analysis methods and its corresponding results upon automobile steering system to analysis the merits and demerits of each method.

Key Words: Automobile Steering System (자동차 조향장치), Tolerance Analysis (공차해석), Quality Control (품질관리), Monte Carlo Simulation (몬테카를로 시뮬레이션)

1. 서론

대량생산 체제에서는 제품을 구성하는 부품이 허용된 치수범위에서 제작되어 부품간에 무작위적으로 조립된다. 이러한 구성 부품의 호환성으로 인해 제품생산의 전 공정이 특정 지역이나 공장에서 일괄적으로 수행될 필요가 없어졌다. 또한 부품의 교환에 의한 제품의 유지관리도 쉬워졌다. 이러한 현상의 기반이 되는 부품표준화를 위해 공차를 위한 설계 데이터를 제공해 주는 것이 필요하다. 이것을 위한 공차해석은 기계부품이나 조립체의 누적된 치수 변화량을 추정하는 것을 의미한다.¹ 설계자는 공차해석을 통해 공차의 변동량에 대한 전체 조립체의 변위 민감도를 알게 되어 설계목적에 부합하는 정확한 공차부여가 가능하게 된다.

공차해석은 제품의 품질관리를 위한 검사기준을 세우는데 있어서도 유용한 결과를 제공해 준다. 제품의 가공 정밀도가 높아질수록 생산단가는 가파르게 상승하는 경향을 보이므로 품질을 만족시

키면서 과도하게 엄격하지 않은 공차를 지정하는 것은 가공비를 낮추어 주는데 크게 기여한다. 공차해석은 허용된 오차범위에서 가능한 최대의 공차 값을 미리 추정함으로써 이러한 경제적 생산이 가능하게 한다.

공차해석에는 크게 세 가지 방법이 있다.¹ 첫 번째는 산술적인 방법으로 누적공차의 최대, 최소 값을 계산하는 것이다. 이 방법으로는 이론적으로 가능한 극단적인 공차 값을 얻게 되므로 가장 엄격한 치수공차가 된다. 두 번째 방법은 확률적인 고려를 하여 누적공차를 추정하는 방법인데, 이것은 부품치수의 변동 값이 정규분포를 따른다는 가정하에 누적공차를 계산한다. 확률로 계산된 공차의 최대 값이 현실적으로 허용된 제품의 오차범위 내에 있도록 함으로서 대수적 방법보다는 여유 있는 공차범위를 얻을 수 있다.

세 번째 방법은 Monte carlo 시뮬레이션 기법을 컴퓨터 프로그램을 통해 구현하여 누적공차의 최대, 최소 값을 구하는 것인데 충분한 횟수의 시뮬

레이션이 이루어진다면 세가지 방법 중 가장 적용 가능성이 높은 공차 값을 산출하게 된다. 대부분의 3 차원 공차해석 소프트웨어는 기하학적 해석에 의한 분석이 난해한 경우가 많으므로 Monte carlo 시뮬레이션을 이용하고 있다.

본 논문에서는 적재용량 10 ton 이상의 트럭에서 주로 사용되고 있는 조향장치에 대해 상기한 세가지 방법으로 공차해석을 수행하여 그 차이점과 효용성을 분석해 보고자 한다. 조향장치의 공차가 중요한 이유는 회전력을 전달하는 축 사이에 존재하는 틈새에서 발생하는 헛들의 건들거림은 운전자가 매우 예민하게 감지하는 부분으로서 제품의 평가에 많은 영향을 끼치게 되기 때문이다.

2. 산술적 및 확률적 공차해석

2.1 산술적 공차해석

산술적 공차해석법은 이론적으로 가능한 공차의 극한 값을 수치적으로 계산하는 것이다. Fig. 1 에 자동차 조향장치의 어셈블리를 나타내었다.

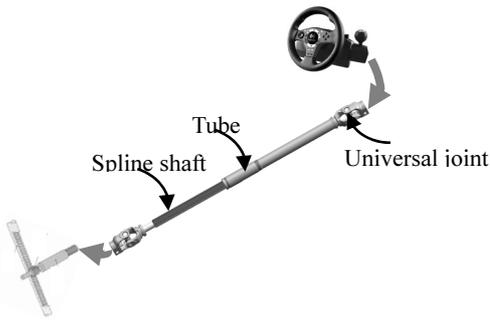


Fig. 1 Steering assembly²

그림의 조향장치는 운전자에 의한 핸들의 회전력이 차축에 연결된 랙과 피니언 기어까지 전달되는 구조이며 스플라인 축과 튜브 사이에 공차에 의한 틈새가 존재하며 두 부품의 끝에 부착된 유니버설 조인트에서도 스파이더와 요크(yoke)사이에도 틈새가 있다. 따라서 공차해석이 필요한 부분은 Fig. 2 에 타원으로 표시한 세 개의 부분이 된다. 그림에서 스파이더와 니들베어링 및 요크가 서로 결합되는 상태를 확대하여 나타내었다.

산술적 공차해석을 위해서는 해석대상에 대한 기하학적 분석이 선행되어야 한다. 스플라인 축과 튜브 사이에서는 2 차원적인 해석이 가능하지만

(Fig. 2 참조) 스파이더와 요크 사이에서는 3 차원적인 운동이 발생하므로 이 경우 해석적인 방법을 적용하기가 어렵다. 본 논문에서는 스플라인 축과 튜브 사이의 운동에 대해 전 절에서 기술한 세가지 방법을 활용하여 공차해석을 수행하려고 한다.

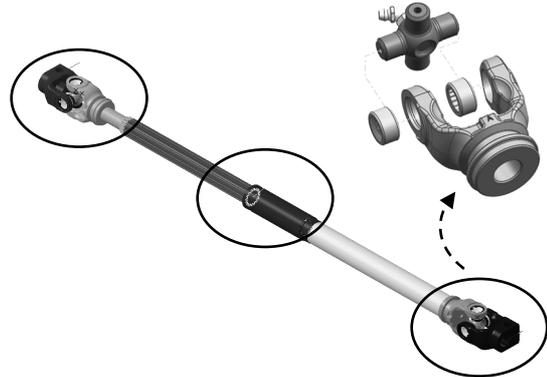


Fig. 2 Tolerance analysis areas in steering assembly

스플라인축과 튜브가 결합되어 있는 상태의 단면모양을 Fig. 3 에 나타내었다. 그림에서 두 부품 사이의 백래쉬는 스플라인축과 튜브의 치형의 폭 (d_1, d_2)에 각각 부여된 공차에 의해서 결정된다. 두 부품 사이의 백래쉬가 가장 작은 상태는 스플라인 치형의 폭이 가장 크고 튜브의 폭이 가장 작은 경우에 발생하고 이를 MMC(Maximum Material Condition)^{3,4} 라고 한다. 반대의 경우가 백래쉬가 가장 크게 되며 이 상태를 LMC(Minimum Material Condition)라고 한다. 산술적 공차해석의 목적은 두 부품의 접촉 및 운동을 기하학적으로 분석하여 MMC, LMC 조건에서의 상대적인 회전각(백래쉬)을 구하는 것이 된다.

Fig. 3 에서 스플라인의 치형중심선 l_0 와 축 중심에서의 각도 α_0, β_0 는 각각 식과 같이 표현된다.(n 은 스플라인축의 치형의 개수로서 본 논문에서 16 입)

$$\alpha_0 = \frac{\pi}{2} - \frac{3\pi}{n} = \frac{n-6}{2n}\pi, \beta_0 = 1.5 \times \frac{2\pi}{n} \quad (1)$$

Fig. 3 의 직선 l_1, l_2 와 축 중심을 지나는 연직선 l_4 의 교점을 각각 점 $P_1(P_{1x}, P_{1y}), P_2(P_{2x}, P_{2y})$ 라고 할 때 그 좌표 값은 다음 식과 같이 나타내진다.

2.2 확률적 공차해석

공차해석을 위하여 확률이론을 사용하면 산술적으로 계산한 공차의 극한 값보다 여유있는 공차를 얻을 수 있다. 제조업체의 입장에서 각 부품에 대해서 주어진 불량률을 만족하는 범위 내에서 최대의 공차를 갖는 것이 생산단가를 낮추는 길이다. 이러한 불량률을 확률적으로 고려하여 누적 공차를 계산하는 방법이 확률적 공차해석이라고 한다. RSS(Root Sum Square) 방법에 의한 공차해석은 공차 값이 적용된 부품의 치수가 정규분포를 이룬다는 가정하에 적용될 수 있다. 따라서 이것은 대량생산이 이루어지는 대다수의 제조공장에 적용 가능하다. RSS 방법은 치수의 평균값(μ)을 중심으로 공차 표준편차(σ)의 세 배 값의 범위 안에 (수식으로는 $\mu \pm 3\sigma$) 실제 치수 값의 99.73%가 속한다는 확률이론에 근거하고 있다.² (Fig. 4 참조)

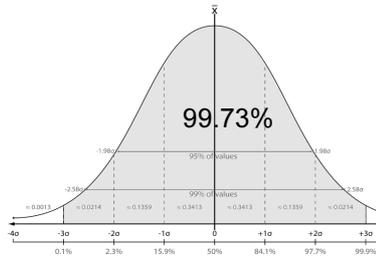
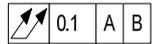


Fig. 4 Normal distribution

RSS 방법에 의한 공차해석을 통해 얻은 누적 공차의 최대, 최소 값은 산술적 공차에 비해 작은 값을 갖게 되며 99.73%의 확률적 정확도를 갖는다. 어셈블리를 이루는 부품들에 대해 같은 치수 공차를 적용하여 계산한 누적공차 값이 작다는 것은 각 부품의 공차를 상대적으로 크게 줄 수 있다는 것을 의미한다. 그리고 이것은 부품의 생산 단가를 낮추게 해준다.

확률적 공차해석은 산술적 공차해석에서 수행한 기하학적 분석에 근거하여 비교적 쉽게 실행될 수 있다. 전술한 것처럼 각 부품의 $\mu \pm 3\sigma$ 값이 치수의 최대, 최소 값이 된다. 이 값을 활용하여 계산한 주요 설계변수(본 논문의 경우 스플라인 축과 튜브 치 폭의 누적공차에 의한 두 부품의 상대적 회전 량)가 공차해석의 결과가 된다. Table 2에 Fig. 3에 나타낸 스플라인 축과 튜브의 치수 및 공차를 수록하였다.

Table 2 Dimension of tooth width of spline shaft and tube, and diameter of spline shaft²

	Spline shaft (d_1)	Tube (d_2)	Diameter of spline shaft (r_s)
Dimension and Tolerance	2.728±0.012 mm	2.765±0.015 mm	27.77±0.05 mm
GD&T			

RSS 방법을 통해 스플라인 축과 튜브사이의 틈새를 구하는 과정을 Table 3에 간략히 수록하였다. 두 부품의 ± 방향의 공차범위는 서로 같으므로 공차를 적용한 평균값은 각각 기준치수 (2.728, 2.765)와 같다. 따라서 두 부품 틈새의 평균값(μ)은 두 기준치수의 차이(0.037)가 된다. 이 값에 두 부품의 표준편차의 세 배를 더한 값($\mu \pm 3\sigma$)이 RSS 방법에 의한 틈새의 최대(0.05621), 최소 값(0.01779)이 된다. 산술적 방법에 의한 틈새에 비해(Table 1 참조) 최대, 최소간격의 차이가 작은 것을 알 수 있고 이것은 같은 공차 값이라도 RSS 방법으로 계산한 백래쉬가 더 작다는 것을 의미한다.

Table 3 Extreme clearance of RSS

Mean	σ	RSS of σ	$\mu \pm 3\sigma$
tube	2.765	0.005	0.01779
spline	2.728	0.004	0.05621
Mean of Clearance(μ)	0.037		

RSS 방법에 의한 스플라인 축과 튜브사이의 백래쉬 결과는 다음 장에서 3 차원 공차해석 소프트웨어인 3DCS를 이용한 계산결과와 비교하여 수록한다.

3. 3DCS 에 의한 Monte carlo 시뮬레이션

공차해석이 3 차원인 운동을 하는 부품을 대상으로 수행될 때는 해석적인 방법을 사용하기가 상당히 까다로운 경우가 많다. 이 경우에 CAD를 활용한 부품의 모델링이 되어있다면 상용해석 소프트웨어를 사용하는 것이 쉽게 공차해석을 수행하는 방법이 된다. Monte carlo 시뮬레이션을 활용한 상용 공차해석 소프트웨어인 3DCS를 사용하여 유니버설 조인트 어셈블리의 공차해석을 수행하였다.

2 장에서는 스플라인 축과 튜브 사이의 백래쉬 만을 구하였지만 해석 소프트웨어를 활용하면 Fig. 2 에 도시한 전체 어셈블리에 대해서도 공차해석이 가능하다.

Monte carlo 시뮬레이션은 무작위의 숫자를 사용한 비결정적 시뮬레이션 법으로서 3DCS 는 공차 범위에서 부품의 치수를 무작위로 발생시켜 각 경우에 대해 누적공차 및 상대운동의 변위 량을 계산한다. 일반적으로 1 만회 이상의 무작위 수를 시뮬레이션 해야 해석결과에 신빙성이 있다고 알려져 있다.²

3DCS 를 활용한 공차해석은 스플라인 축과 튜브 사이에 백래쉬에 대한 경우와 전체 U-joint 어셈블리 대해서 수행되었는데 Fig. 2 의 타원으로 나타난 세 부분의 백래쉬의 효과가 합쳐져서 클램프 요크(clamp yoke)의 회전각 θ 의 형태로 나타나는 데 이를 Fig. 6 에 도시하였다.

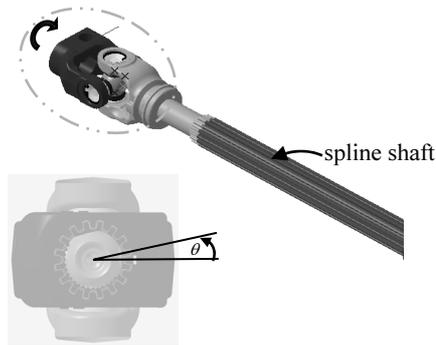


Fig. 5 Tolerance analysis of U-joint assembly by 3DCS²

공차에 의한 부품 사이 백래쉬의 민감도는 공차해석의 중요한 부분으로서 각 부품의 공차가 전체 어셈블리의 백래쉬에 미치는 영향을 비율로서 나타낸다. Table 4 에 3DCS 를 사용하여 U-joint 어셈블리(Fig. 2)에 대한 민감도해석 결과를 수록하였다. 공차 민감도가 1 부터 8 까지 동일한데 이것은 니들베어링과 스파이더 사이에 존재하는 8 개의 공차를 의미한다(Fig. 7 참조). U-joint 어셈블리에는 모두 2 개의 스파이더가 있으므로 8 개의 니들베어링이 존재하게 된다.

Table 4 에서 스파이더와 니들베어링 사이의 8 곳의 공차가 전체 U-joint 어셈블리의 백래쉬에 차지하는 비중이 약 94%(11.76% × 8)로서 가장 큰 것을 알 수 있다. 그렇다면 백래쉬를 줄이고 싶은

Table 4 Sensitivity analysis of U-joint assembly²

ranking	Tolerance	Percent
1	Bearing1	11.76%
2	Bearing2	11.76%
3	Bearing3	11.76%
4	Bearing4	11.76%
5	Bearing5	11.76%
6	Bearing6	11.76%
7	Bearing7	11.76%
8	Bearing8	11.76%
9	Tube Tooth	3.60%
10	Spline shaft Tooth	2.30%

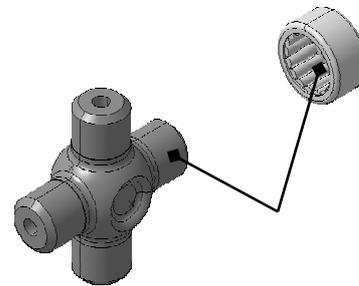


Fig. 6 Spider and needle bearing²

경우 이 부분에 대해 공차를 조절하면 매우 큰 효과를 얻을 수 있을 것이다. 실제로 대부분의 조향장치용 U-joint 어셈블리 제조업체는 스파이더와 니들베어링 조립체를 외부에서 조달받는다. 따라서 적절한 공차를 갖는 제품을 선택하는 것만으로도 많은 품질개선이 가능하다. 이들 업체에서 백래쉬를 위해 자체적으로 할 수 있는 것은 튜브와 스플라인 축의 치 폭 공차(Table 의 9 번과 10 번)를 품질을 만족시키면서 되도록 크게 하는 것이 생산성을 향상시키는 방법이 된다.

본 논문에서는 세 가지 공차해석 방법을 도입하였다. 이 방법들을 스플라인 축과 튜브 사이의 백래쉬에 대한 적용한 해석결과를 Table 5 에 비교하여 수록하였다. 산술적 방법에 의한 백래쉬 값은 2.1 절에 기술한 방법에 의해 계산되었고(Table 1 참조) RSS 에 의한 결과는 Table 3 에 수록한 틈새의 최대 값을 2.1 절에 기술한 방법으로 계산한 결과이다. Monte carlo 시뮬레이션 결과는 본 절의 3DCS 를 활용하여 얻었다.

Table 5 Comparison of rotation angle by tolerance analysis methods

Tolerance analysis methods	Rotation angle ($2\theta_s$)
Arithmetic	0.270°
RSS	0.241°
Monte carlo simulation	0.248°

Table 5 에서 산술적 방법(Arithmetic)에 의한 공차해석이 백래쉬가 가장 크게 계산되었는데 이것은 공차에 의한 부품의 틈새를 가장 크게(Table 1 의 LMC) 가정했기 때문이다. RSS 와 Monte carlo 시뮬레이션은 각각 확률이론과 1 만회의 시뮬레이션에 근거하여 계산하였으므로 산술적 극한 값에 비해서는 작은 백래쉬 값을 갖게 된다. 이 두 방법에 의한 백래쉬는 Table 5 에서 거의 비슷한 값을 보여준다. 이 결과는 주어진 백래쉬를 만족시키기 위해서는 산술적 방법보다 RSS 나 Monte carlo 시뮬레이션에 기반한 설계가 각 부품에 보다 여유 있는 공차를 줄 수 있다는 것을 의미한다.

4. 결론

본 논문에서는 U-joint 어셈블리를 구성하는 스플라인 축과 튜브 사이에 3 가지 공차해석 방법을 적용한 결과를 서로 비교하였고 3DCS 해석 소프트웨어를 사용하여 U-joint 어셈블리에 대한 3 차원적 공차해석을 수행하였다. Table 5 에 수록한 비교결과를 통해 확률적 방법(RSS)과 Monte carlo 시뮬레이션에 기반하여 공차를 부여하는 것이 여유 있는 공차에 의해 생산단가를 낮출 수 있다는 것을 알 수 있다. 그런데 이러한 방법들은 정확도의 한계와 제품의 허용된 제조오차 범위를 고려하여 이루어져야 한다.

RSS 방법은 99.73%의 확률로서 정확도가 인정되며 Monte carlo 시뮬레이션은 1 만회의 시뮬레이션이 99%의 정확도를 갖는다고 인정된다. RSS 방법을 활용하면 확률이론에 의해 즉각적으로 누적 공차를 계산할 수 있지만 정확도에서 Monte carlo 시뮬레이션에 비해 낮다. Monte carlo 시뮬레이션은 주어진 공차범위내의 값들을 무작위로 산출한 시뮬레이션을 여러 번 반복할 수 있는데 예를 들어 제품의 허용된 불량률(예를 들어 10 만분의 1) 만큼의 시뮬레이션이(10 만회)의 다수 수행이 가능하다. 이에 비해 RSS 방법은 불량률에 관계없이 하나의 공차해석 결과가 존재하고 이에 기반하여 공

차가 결정되므로 매우 낮은 불량률이 요구되는 제조라인에 직접 활용하기에는 정확도가 다소 떨어진다.

Monte carlo 방법은 RSS 방법에 비해 확률 이론적으로도 정확도가 높지만 주어진 생산조건에 맞게 시뮬레이션을 여러 번 반복할 수 있고 이 결과를 공차 부여에 활용할 수 있다는 점에서 세 가지 방법 중 가장 현장 적용성이 높다고 할 수 있다.

후 기

이 논문은 지식경제부에서 시행한 2008 년 부품·소재전문기업기술지원사업의 기술지원 결과임.

참고문헌

1. Lee, J., "Tolerance analysis of universal joint," Proceedings of the KSPE Autumn Conference, pp. 633-634, 2010.
2. Lee, J. and Park, H., "16 tooth type precise U-joint assembly development," Research Project Report for Ministry of Knowledge and Economy, 2010.
3. Krulikowski, A., "Fundamentals of geometric dimensioning and tolerancing, 2nd Ed.," Cengage Learning, 2007.
4. Cogorno, G. R., "Geometric Dimensioning and Tolerancing for Mechanical Design," McGraw-Hill, 2006.