

論文

DOI:10.5139/JKSAS.2010.39.2.137

타원궤도상의 중력구배 인공위성의 Pitch운동의 혼돈계 제어

이목인*

Chaos Control of the Pitch Motion of
the Gravity-gradient Satellites in an Elliptical Orbit

Mokin Lee*

ABSTRACT

The pitch motion of a gravity-gradient satellite can be chaotic, depending on the ratio of mass moments of inertia and the eccentricity of the satellite orbit. For a precise prediction of motion, chaotic pitch motion has to be changed to non-chaotic motion. Feedback control can be used to obtain nonchaotic pitch motion. For chaos control and stabilization of the pitch motion of a gravity-gradient satellite, a feedback control system is designed, based on the linear nonautonomous system obtained by linearizing the nonlinear pitch motion. The control law obtained has two parameters and is applied to chaotic nonlinear pitch motion. The nonlinear control system satisfies the proposed control objectives in the range of the nonchaotic parameter space.

초 록

중력구배 인공위성의 pitch 운동이 관성 모멘트 비와 편심율에 따라 혼돈계가 될 수 있다. 혼돈계의 경우 운동의 정확한 예측을 위하여 비혼돈계로 전환하는 혼돈계 제어가 필요하다. 혼돈계 제어에는 feedback control system을 사용할 수 있다. 중력구배 인공위성의 pitch 운동의 혼돈계 제어를 위하여, 비선형 pitch 운동 방정식을 선형화를 하여 linear nonautonomous system을 구하고, 이를 근거로 pitch 운동의 혼돈계 제어와 안정화(stabilization)를 위한 제어법칙을 설계하고 원래의 비선형 혼돈계 pitch 운동에 적용하였다. 설계된 pitch 운동 제어기는 두 개의 parameter를 가지는데, 혼돈계 제어와 안정화에 만족할 만한 결과를 보여주었다.

Key Words : Gravity-gradient satellite(중력구배 인공위성), Chaos control(혼돈계 제어), Lyapunov characteristic Exponents(리아프노프 계수), Linear nonautonomous system(선형 비자율계)

1. 서 론

많은 인공위성들이 편심율(eccentricity)이 0과 1 사이인 타원궤도(elliptical orbit)로 지구를 공

† 2010년 10월 20일 접수 ~ 2011년 1월 18일 심사완료

* 정회원, 울산대학교 기계자동차공학부
교신저자, E-mail : milee@ulsan.ac.kr
울산광역시 남구 무거동 산29

전하고 있다. 인공위성에 작용하는 가장 중요한 외력은 중력이다. 중력이 작용할 때, 인공위성 형상의 각각의 위치에 작용하는 중력의 미세한 차이로 인해 모멘트가 인공위성에 작용하게 된다. 이러한 영향 하에 있는 인공위성을 중력구배 인공위성(gravity-gradient satellite)이라 한다.

중력구배 인공위성의 pitch 운동은 yaw 운동과 roll 운동의 초기조건이 0이면 위의 두 운동과

는 독립적이 되고, pitch 운동의 초기조건에 따라 회전운동(rotational motion), 또는 진동 운동(librational motion)을 하게 된다.

중력구배 인공위성의 pitch 운동은 혼돈계(chaotic system)가 될 수 있음이 알려져 있다 [1,2]. 혼돈계는 운동 결과가 초기조건에 대단히 민감한 비선형 운동계이다. 혼돈계에서는, 두 초기 조건의 차이가 매우 작더라도 수반되는 운동의 결과는 지수적으로(exponentially) 다르게 되어, 한 초기조건의 운동결과를 가지고, 다른 초기 조건의 운동 결과를 예측할 수 없다. 혼돈계에서는 초기조건 오차를 수반하면, 정확한 운동 결과 예측이 불가능하다[3].

혼돈계를 찾아내는 방법은, 해석적 방법으로 Melnikov 방법이 있고, 수치적 방법으로 Lyapunov 지수 방법 (Lyapunov characteristic exponents), bifurcation maps, 포앙카레 맵(Poincare map) 등이 있다. Melnikov 방법은 크기가 작은 주기섭동(periodic perturbation)을 가지는 Hamiltonian 운동계에 적용되는 해석적 방법으로 적용 범위가 제한적이다[4]. Lyapunov 특성 지수 방법은 수치적 방법으로 혼돈계에서 두 초기 조건의 운동 결과의 차이를 지수로 나타내는 방법이다. 운동계의 Lyapunov 지수가 0보다 크면, 혼돈계로 판명한다[5]. Lyapunov 지수 방법이 정확한 혼돈계 판명방법으로 알려져 있다[6].

정확한 예측이 요구되는 운동계에서는 혼돈계의 성질을 가지는 것이 바람직하지 않다. 이런 경우, 제어를 이용하여 혼돈계를 비혼돈계로 변환시킬 수 있다. OGY(Ott-Grebogy-Yorke) 방법에서는 혼돈계의 parameter를 제어하는 제어법칙을 설계하여, 불안정 주기 궤도(unstable periodic orbit)를 안정 주기 궤도로 변환시키어 비혼돈계로 만든다 [7,8]. Active control 방법으로, Pyragas[9]와 Yagasaki[10]는 feedback control system 설계를 이용하여 비혼돈계로 변환시킬 수 있음을 보였다.

이 논문에서는, Lyapunov 특성 지수 방법을 이용하여 중력구배 인공위성의 pitch운동의 혼돈계 여부를 판단하고, feedback control을 이용하여, 혼돈계인 중력구배 인공위성의 pitch운동을 비혼돈계로 변환시키고, 동시에 pitch 운동을 안정화(stabilization) 시키는 제어계를 설계하고자 한다.

II. 본 론

2.1 중력구배 인공위성의 pitch운동 방정식

Lagrange 운동방정식을 이용하여, roll, pitch, 그

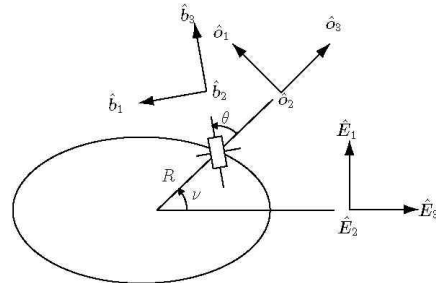


Fig. 1. Coordinate Systems. The vector $(\hat{E}_1, \hat{E}_2, \hat{E}_3)$ is the inertial coordinate system, the vector $(\hat{o}_1, \hat{o}_2, \hat{o}_3)$ is the orbital coordinate system, the vector $(\hat{b}_1, \hat{b}_2, \hat{b}_3)$ is the body-fixed reference system

리고 yaw에 대한 운동방정식을 구한 다음, roll 운동과 yaw 운동의 초기조건이 0이라 가정하면, 중력구배 인공위성의 pitch 운동방정식은 다음과 같이 유도된다[11].

$$\left(\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{d^2\nu}{dt^2} \right) I_{yy} + \frac{3GM_{\oplus}}{R(t)^3} (I_{xx} - I_{zz}) \cos\theta \sin\theta = 0 \quad (1)$$

Fig. 1을 참조하면, $\theta(t)$ 는 pitch 각, $\nu(t)$ 는 타원 궤도의 진편차(true anomaly)이고, $R(t)$ 는 지구 중심으로부터 인공위성까지의 거리, GM_{\oplus} 은 지구의 중력상수, 그리고 I_{xx} , I_{yy} , I_{zz} 는 roll 축, pitch 축, yaw 축에 대한 각각의 관성 질량 모멘트(mass moment of inertia)이다. (1)의 방정식에 (2)의 Kepler의 법칙을 적용하면

$$\frac{d\nu}{dt} = \frac{h}{R^2}, \quad R = \frac{h^2}{GM_{\oplus} (1 + \cos\nu)} \quad (2)$$

(1)의 pitch 방정식은 진편차 (true anomaly)의 함수로 다음과 같이 유도된다.

$$(1 + \epsilon \cos\nu)\theta'' - 2\epsilon \sin\nu(1 + \theta') + 3K \cos\theta \sin\theta = 0 \quad (3)$$

여기서, h 는 궤도 중심에 대한 인공위성의 단위 질량의 각 운동량, $K = (I_{xx} - I_{zz})/I_{yy}$ 는 질량 관성 모멘트 계수, $\theta'' = d^2\theta/d\nu^2$ 그리고 $\theta' = d\theta/d\nu$ 이다.

(3)의 pitch 방정식을 일차 연립 미분방정식 계로 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} \theta' &= \phi \\ \phi' &= -\frac{3K \cos\theta \sin\theta}{1 + \epsilon \cos\nu} + \frac{2\epsilon \sin\nu(1 + \phi)}{1 + \epsilon \cos\nu} \end{aligned} \quad (4)$$

여기서, $\phi = \theta'$ 로 정의한다. (4)의 일차 연립 미분 방정식계는 수치 계산을 실행할 때에 사용한다.

2.2 Lyapunov Exponents 방법

혼돈계를 판정하는 방법 중에, Lyapunov 지수 방법(Lyapunov characteristic exponents)이 수치적으로 정확한 방법으로 알려져 있다[5,6].

아래 Fig. 2에서 보는바와 같이, 혼돈계에서는 두 초기 조건의 차이가 작다 하더라도, 이로부터 수반되는 운동은 지수적(exponentially)으로 차이가 나게 된다.

이때에 두 초기조건으로 부터의 운동의 차 $z(t)$ 를 계산하여 Lyapunov 특성 지수를 다음과 같이 정의한다.

$$LE = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{t} \ln |z(t)|$$

운동계의 Lyapunov 특성 지수, LE 가 0보다 크면 그 운동계는 혼돈계로 판정한다. n -차원의 운동계의 경우, n 개의 Lyapunov 특성 지수가 구하여지는데, 특성 지수가 하나라도 0보다 크면, 이 운동계는 혼돈계로 판정한다.

Lyapunov 특성지수 계산을 위한 수치해석 프로그램은 Wolf등의 논문에 소개되어 있다[6]. 수치해석의 정확도를 높이기 위하여, 운동 방정식이 n 개의 일차 미분방정식계로 주어지면, 원래의 n 개의 주어진 미분방정식계로 부터, n^2 개의 variational system을 구한 다음, $(n+n^2)$ 개의 일차 미분방정식계를 연립하여 Lyapunov 특성지수를 계산한다[6,12].

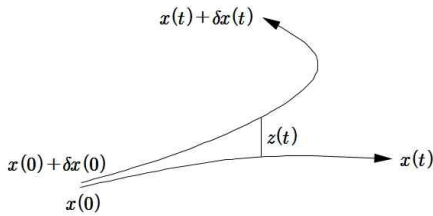


Fig. 2. Lyapunov Exponent Diagram

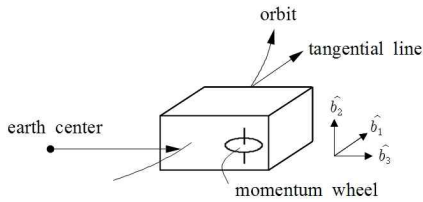


Fig. 3. Diagram of a gravity-gradient satellite with one momentum wheel

2.3 Momentum Wheel을 가진 중력구배 인공위성의 pitch운동 방정식 유도

Orbital plane에 수직한 momentum wheel 을 가지는 인공위성의 pitch운동의 운동 방정식은 다음과 같이 유도된다[13].

$$\left(\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{d^2\nu}{dt^2} \right) (I_{yy} + 2I_{mw}) + \frac{3GM_{\oplus}}{R(t)^3} (I_{xx} - I_{zz}) \cos\theta \sin\theta + I_{mw} \dot{\omega} = 0 \quad (5)$$

여기서, I_{mw} 는 momentum wheel의 회전 관성질량모멘트, ω 는 momentum wheel의 회전 각속도 (spin angular velocity), $\dot{\omega} = d\omega/dt$ 는 회전 각가속도 (spin angular acceleration)이다. (3)의 식을 유도한 것과 같이 (2)의 Kepler 관계식을 사용하여 (5)의 운동방정식을 ν 에 대한 식으로 다음과 같이 변환할 수 있다.

$$\theta'' - \frac{2\epsilon \sin\nu}{(1+\epsilon \cos\nu)} (\theta' + 1) + \frac{3K_1 \cos\theta \sin\theta}{(1+\epsilon \cos\nu)} + K_2 \left(\frac{d\omega}{d\nu} - \frac{2\epsilon \sin\nu}{1+\epsilon \cos\nu} \omega \right) = 0 \quad (6)$$

여기서, $K_1 = \frac{(I_{xx} - I_{zz})}{(I_{yy} + 2I_{mw})}$, $K_2 = \frac{I_{mw}}{(I_{yy} + 2I_{mw})}$, $\omega(\nu)$ 는 ν 에 대한 momentum wheel의 회전 각속도 (angular velocity)이다. 중력구배 인공위성의 안정된 pitch 자세는 $I_{yy} > I_{xx} > I_{zz}$ 이므로, $0 < K_1 < 1$ 의 경우만 고려한다[14]. (6)의 식을 일차 연립방정식계로 나타내면 다음과 같다:

$$\begin{aligned} \theta' &= \phi \\ \phi' &= -\frac{3K_1 \cos\theta \sin\theta}{1+\epsilon \cos\nu} + \frac{2\epsilon \sin\nu}{1+\epsilon \cos\nu} (\phi + 1) - K_2 \left(\frac{d\omega}{d\nu} - \frac{2\epsilon \sin\nu}{1+\epsilon \cos\nu} \omega \right) \end{aligned} \quad (7)$$

(7)의 운동방정식은 ν 에 대한 1차 연립 미분방정식계로 nonlinear nonautonomous system이다.

2.4 제어계 설계

본 논문에서는, 중력구배 인공위성의 혼돈계 제어와 pitch 운동을 안정시키는 제어계(control system)를 설계하고자 한다. 일반적으로 비선형계의 제어계설계는 비선형계를 선형화하여 제어법칙을 구한 다음, 원래의 비선형계에 적용한다.

타원궤도상에서 pitch각이 0인 pitch 운동으로 안정시키기 위하여, (7)의 방정식을 $\theta = 0$, $\phi = 0$ 에 대하여 선형화하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} \theta' \\ \phi' \end{pmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{3K_1}{1+\epsilon\cos\nu} & \frac{2\epsilon\sin\nu}{1+\epsilon\cos\nu} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \theta \\ \phi \end{pmatrix} \\ &+ \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{2\epsilon\sin\nu}{1+\epsilon\cos\nu} - K_2 \frac{d\omega}{d\nu} + K_2 \frac{2\epsilon\sin\nu}{1+\epsilon\cos\nu} \omega \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (8)$$

선형화(linearization)를 통하여 얻어진 (8)의 운동 방정식은 linear nonautonomous system이다.

본 논문에서는 제어계 설계를 다음과 같이 한다.

(8)의 미분방정식 마지막 항은 ω 에 의한 forcing term(외력항)으로, 이 외력 항을 θ 와 ϕ 의 함수로 나타낼 수 있으면, ω 에 대한 feedback loop가 형성되고, 제어변수 ω 를 변화시켜 θ 와 ϕ 의 운동을 제어할 수 있다.

이 연구에서는 ω 에 의한 제어방법으로, 외력 항을 θ 와 ϕ 의 linear combination으로 (9)의 식과 같이 나타낸다.

$$\begin{aligned} \frac{2\epsilon\sin\nu}{1+\epsilon\cos\nu} - K_2 \left(\frac{d\omega}{d\nu} - \frac{2\epsilon\sin\nu}{1+\epsilon\cos\nu} \omega \right) \\ = -(K_p\theta + K_d\phi) \end{aligned} \quad (9)$$

여기서, K_p 와 K_d 는 나중에 정해질 상수들이다. 그러면, (8)의 운동계는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} \theta' \\ \phi' \end{pmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{3K_1}{1+\epsilon\cos\nu} & \frac{2\epsilon\sin\nu}{1+\epsilon\cos\nu} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \theta \\ \phi \end{pmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -K_p & -K_d \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \theta \\ \phi \end{pmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -K_p & -K_d \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \theta \\ \phi \end{pmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -\frac{3K_1}{1+\epsilon\cos\nu} & \frac{2\epsilon\sin\nu}{1+\epsilon\cos\nu} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \theta \\ \phi \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (10)$$

위의 (10)은 $\mathbf{x}' = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{C}(\nu)\mathbf{x}$ 같은 형태를 갖는 linear nonautonomous system이다. 여기서, $\mathbf{x} = \begin{pmatrix} \theta \\ \phi \end{pmatrix}$, \mathbf{A} 는 2×2 상수 행렬이며, $\mathbf{C}(\nu)$ 는 ν 의 2×2 연속함수 행렬이다.

위의 $\mathbf{x}' = [\mathbf{A} + \mathbf{C}(\nu)]\mathbf{x}$ 형태를 가지는 운동계의 안정성은 아래와 같이 증명되어 있다[15].

상수행렬 \mathbf{A} 의 고유값의 실수부분이 음수이고, 그리고 $\int_{\nu_0}^{\nu} \|\mathbf{C}(\xi)\| d\xi$ 값이 유계(bounded)하면, 위의 linear nonautonomous 운동계는 근사적으로 안정(asymptotically stable)하다. 여기서, $\|\mathbf{C}(\xi)\|$ 는 행렬의 Frobenius norm이다.

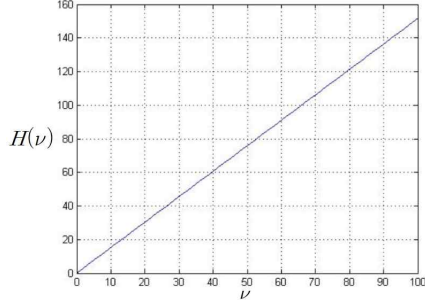


Fig. 4. Frobenius norm integral

그러면, (10)의 운동계가 안정화되기 위한 조건은 다음과 같이 정해진다. \mathbf{A} 행렬의 특성방정식, $\lambda^2 + K_d\lambda + K_p = 0$ 으로부터 $K_p > 0$ 와 $K_d > 0$ 이면, \mathbf{A} 행렬 고유값의 실수부분은 음수값을 갖는다. 또, $\mathbf{C}(\nu)$ 행렬의 Frobenius norm은 다음과 같이 계산된다.

$$\begin{aligned} \|\mathbf{C}(\nu)\| &= \left(\sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 |C_{ij}|^2 \right)^{1/2} \\ &= \sqrt{\left(-\frac{3K}{1+\epsilon\cos\nu} \right)^2 + \left(\frac{2\epsilon\sin\nu}{1+\epsilon\cos\nu} \right)^2} \end{aligned}$$

그러면, 적분함수는 다음과 같이 된다.

$$H(\nu) = \int_{\nu_0}^{\nu} \sqrt{\left(-\frac{3K}{1+\epsilon\cos\xi} \right)^2 + \left(\frac{2\epsilon\sin\xi}{1+\epsilon\cos\xi} \right)^2} d\xi$$

위의 적분은 ν 의 함수로 결과를 그리면 Fig. 4에서 보는 바와 같이 함수 $H(\nu)$ 는 단조증가함수이다. 만약 ν 가 ∞ 로 가면, $H(\nu)$ 가 유계(bounded)가 아니지만, ν 를 어떤 수로 한정시키면, 함수 값은 bounded하다. 그러므로 실용적으로 ν 의 범위가 한정되므로 $H(\nu)$ 는 유계(bounded)하고, (10)의 linear nonautonomous system은 안정하다.

여기서, (9)를 (7) nonlinear system 에 적용할 때, (9)의 처음 항 $2\epsilon\sin\nu/(1+\epsilon\cos\nu)$ 가 상쇄되어서, 더 일반적인 control law를 설계하기 위하여, (9)의 ϵ 을 δ 로 대체하였다. δ 는 제어상수로서, 0과 1사이의 값을 갖는다.

그러면, (9)의 비선형운동계의 제어법칙(control law)을 다음과 같이 정의한다.

$$\begin{aligned} \frac{d\omega}{d\nu} - \frac{2\epsilon\sin\nu}{1+\epsilon\cos\nu} \omega \\ = \left(\frac{1}{K_2} \right) \frac{2\delta\sin\nu}{1+\epsilon\cos\nu} + \left(\frac{1}{K_2} \right) (K_\theta\theta + K_\phi\phi) \end{aligned} \quad (11)$$

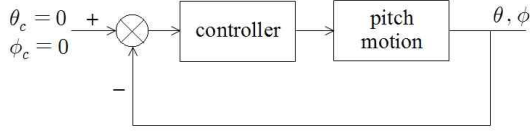


Fig. 5. feedback control system

그다음, (11)로부터 구해진 제어법칙을 비선형 운동계인 (7)에 대입하여, 혼돈계 제어와 pitch 운동 안정화를 만족하는 비선형 제어계 (nonlinear control system)를 구성한다.

$$\begin{aligned} \theta' &= \phi \\ \phi' &= -\frac{3K_1 \cos\theta \sin\theta}{1 + \epsilon \cos\nu} + \frac{2\epsilon \sin\nu}{1 + \epsilon \cos\nu} (\phi + 1) \\ &\quad - \frac{2\delta \sin\nu}{1 + \epsilon \cos\nu} - (K_\theta \theta + K_\phi \phi) \end{aligned} \tag{12}$$

(12)의 설계된 제어기의 운동방정식은 Fig. 5의 feedback control system으로 구성할 수 있다. 여기서, pitch motion은 (7)의 식으로 표현되고, 제어기(controller)는 (11)의 제어법칙(control law)으로 표현된다.

2.5 결과 및 토론

Lyapunov 지수를 이용하여 계산한 결과로, Fig. 6은 제어되지 않은 중력구배 인공위성의 pitch 운동이 K_1 와 ϵ 값에 따른 혼돈계와 비혼돈계의 영역을 보여주고 있다. 진한 영역이 혼돈계를 나타낸다. 제어되지 않은 경우는, $\omega = 0$ 이거나 $\omega = \text{constant}$ 인 경우이다. Fig. 6으로 부터, $K_1 = 0$ 인 경우, (6)이나 (12)는 linear system이 되어 chaos가 일어나지 않음을 확인할 수 있다.

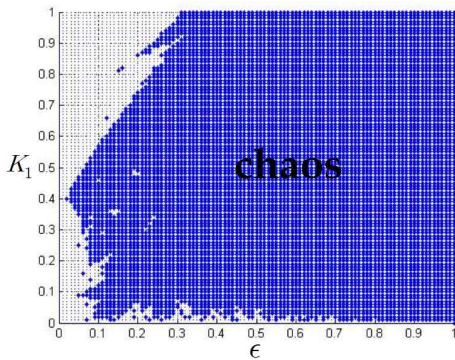


Fig. 6. K_1 - ϵ Parameter space

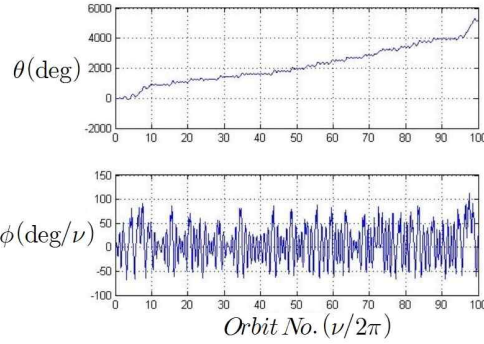


Fig. 7. Chaotic and uncontrolled pitch motion

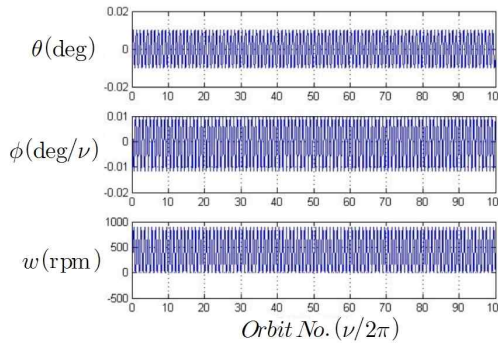


Fig. 8. Nonchaotic and controlled pitch motion

Fig. 7은 $K_1 = 0.5$, $\epsilon = 0.1$ 일 때, 제어되지 않은, 즉, $\omega = 0$ 경우나 $\omega = \text{constant}$ 인 중력구배 인공위성의 pitch 운동을 보여 주고 있다. Lyapunov 지수는 0.0015로 pitch 운동이 혼돈계이고 안정하지 않음을 보여준다.

Fig. 8은 $K_1 = 0.5$, $\epsilon = 0.1$, $K_2 = 0.01$, $K_p = 800$, $K_d = 40$, 그리고 $\delta = 0.02$ 일 때, (11)의 제어법칙을 사용한 중력구배 인공위성의 pitch 운동을 보여 주고 있다. 이 경우 Lyapunov 지수는 -0.4181로 pitch 운동이 비혼돈계로 전환되었고 또 안정화되었음을 보여준다. 또, θ 는 운동은 최대진폭이 0.01deg내의 고유진동수가 0.0011 rad/sec인 진동운동을 보이고 있다.

Fig 9는 $K_1 = 0.5$, $\epsilon = 0.1$, $K_2 = 0.01$, $K_p = 1,755$, $K_d = 40$, 그리고 $\delta = 0.02$ 일 때, (11)의 제어법칙을 사용한 중력구배 인공위성의 pitch 운동을 보여 주고 있다. 이 경우 Lyapunov 지수는 0.0012로 pitch 운동이 혼돈계임을 보여준다. 이것은 K_p 와 K_d 에 대한 혼돈계와 비혼돈계의 영역이 있음을 나타낸다. 이는 선형계(linear system)를 근거로 설계한 제어기를 비선형 운동계에 적용하였기 때문이다.

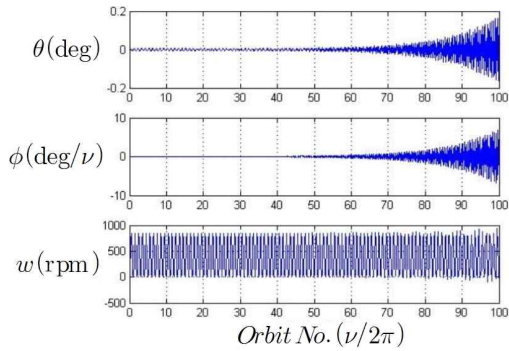


Fig. 9. Chaotic and controlled pitch motion

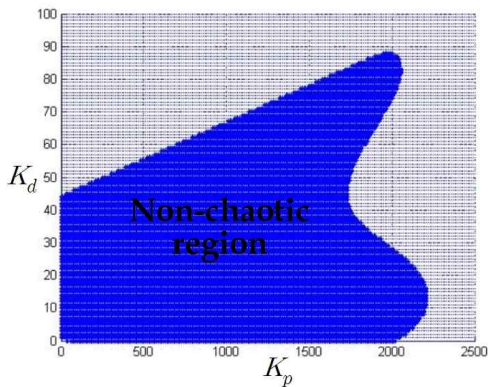


Fig. 10. Chaotic and controlled pitch motion

Lyapunov 지수방법을 이용하여, K_p 와 K_d 에 대한 혼돈계와 비혼돈계의 영역을 Fig. 10에 보는 것과 같이 구하였다. 진한 부분 영역은 $K_1 = 0.5$, $\epsilon = 0.1$, $K_2 = 0.01$, $\delta = 0.02$ 일 때, 설계된 비선형 제어기가 비혼돈계일 때의 K_p 와 K_d 의 영역을 나타내준다.

III. 결 론

중력구배 인공위성의 pitch 운동이 관성 모멘트 비와 편심율에 따라 혼돈계가 될 수 있음을 Lyapunov 지수를 이용하여 보였다. 중력구배 인공위성의 혼돈계 제어와 pitch 운동 안정화를 위한 두 개의 parameter를 가지는 제어법칙을 linear nonautonomous system을 근거로 설계하여 원래의 비선형 혼돈계에 적용하였다. 설계된 제어기는 두 parameter의 비혼돈계 조건 범위의 안에서 혼돈계 제어와 안정화에 만족할 만한 결과를 보여주었다. 중력구배 인공위성의 pitch 운동이 두 parameter의 비혼돈계 경계 밖에서는

혼돈계임을 보였다. 선형계를 근거로 설계한 제어기를 비선형 운동계에 적용하는 혼돈계제어에서는 안정화와 혼돈계 확인을 동시에 하여야 한다.

참고문헌

- 1) Karasopoulos, H. and Richardson, D., " Numerical Investigation of Chaos in the Attitude Motion of a Gravity-Gradient Satellite", *AAS/AIAA Astrodynamics Specialist Conference*, AAS-93-581, Victoria, British Columbia, Canada, 1993.
- 2) Teofilatto, P., Graziani, F., and Casternuovo, M., "Investigation on the stable and unstable regions of satellites attitude motion", 44th Congress of the International Astronautical Federation, IAF-93-018, Graz, Austria, October, 1993.
- 3) Baker, G. L. and Gollub, J. P., " Chaotic Dynamics: an introduction", Cambridge University Press, 1996.
- 4) 이목인, "중력구배 인공위성의 Pitch운동의 Melnikov 해석", 대한기계학회논문집 A권, 제33권, 제12호, 2009, pp. 1427~1432.
- 5) Jackson, E. A., " Perspective of nonlinear dynamics", Vol. 2, Cambridge University Press, 1990, pp. 190~197.
- 6) Wolf, A., Swift, J. B., Swinney, H. L., and Vastano, J. A., "Determining Lyapunov Exponents from a time series", *Physica 16D*, 1985, pp. 285~317.
- 7) Shinbrot, T., Grebogi, C., Ott, E., and Yorke, J. A., "Using small perturbations to control chaos", *Nature*, Vol. 363, 3 June, 1993, pp. 411~417.
- 8) Ott, E., Grebogi, C., and Yorke, J. A., "Controlling chaos," *Physical Review Letters*, Vol. 64, No. 11, 12 March 1990, pp. 1196~1199.
- 9) Pyragas, K., "Continuous control of chaos by self-controlling feedback", *Physics Letters A*, Vol. 170, 1992, pp. 421~428.
- 10) Yagasaki, K., " A Simple Feedback Control System: Bifurcations of Periodic Orbits and Chaos", *Nonlinear Dynamics*, Vol. 9, 1996, pp. 391~417.
- 11) Hughes, P. C., "Spacecraft Attitude Dynamics" Wiley, 1986.
- 12) Parker, T. S. and Chua, L. O., " Practical

Numerical Algorithms for Chaotic Systems" Springer-Verlag, 1989, pp. 66~81.

13) Sidi, M. J., "Spacecraft Dynamics and Control" Cambridge University Press, 1997, pp. 112~131.

14) Kaplan, M. H., "Modern spacecraft

Dynamics & Control" John Wiley & Son, 1976, pp. 203~204.

15) Jordan, D. W. and Smith, P., "Nonlinear Ordinary Differential Equations: An introduction for scientists and engineers" Oxford University Press, 2007, pp. 293~298.