

시간지연을 갖는 네트워크 제어 시스템의 지능형 제어기 설계

Intelligent Controller for Networked Control Systems with Time-delay

배기선, 주영훈*
(Gi Sun Bae¹ and Young Hoon Joo¹)

¹Kunsan National University

Abstract: We consider the stabilization problem for a class of networked control systems with random delays in the discrete-time domain. The controller-to-actuator and sensor-to-controller time-delays are modeled as two Markov chains, and the resulting closed-loop systems are Markovian jump nonlinear systems with two modes. The T-S (Takagi-Sugeno) fuzzy model is employed to represent a nonlinear system with Markovian jump parameters. The aim is to design a fuzzy controller such that the closed-loop Markovian jump fuzzy system is stochastically stable. The necessary and sufficient conditions on the existence of stabilizing fuzzy controllers are established in terms of LMIs (Linear Matrix Inequalities). It is shown that fuzzy controller gains are mode-dependent. Finally, a simulation example is presented to illustrate the effectiveness of the proposed design method.

Keywords: fuzzy modeling, TSK fuzzy model, non-linear system

I. 서론

네트워크 제어 시스템은 변환경로가 네트워크를 통해 구성된 제어 시스템을 의미한다. 네트워크 구조를 제어 시스템에 적용할 경우에는 제어기, 센서, 구동기등의 연결에 필요한 배선을 최소화 할 수 있으므로 시스템 설치 비용을 절감할 수 있다. 기존 제어 시스템 구축에 필요했던 다량의 배선을 공유매체로 통합, 시스템의 부피와 무게를 획기적으로 감소시키고 유지, 보수에 필요한 시간 및 비용을 절감할 수 있을 뿐 아니라 유연한 확장성을 제공하는 등의 장점을 지닌다. 특히, 대규모 제어 시스템이나 분산형 제어 시스템은 플랜트에 산재한 부 시스템들을 모두 연결하여 제어에 필요한 데이터를 주기적으로 교환해야 하므로 네트워크 제어 시스템에 대한 관심이 점점 더 고조되고 있다.

이러한 우수성에도 불구하고 네트워크 제어 시스템의 안정성은 네트워크에서 발생하는 불확실성과 시간지연의 영향을 받게된다. 따라서 시간지연 및 불확실성에 대한 안정성 연구에 관한 연구가 활발히 진행되어 왔다[1-11]. [1-5]에서는 네트워크에 의한 시간지연을 제어기 설계시 명시적으로 고려하였다. [7]에서는 폐루프 시스템의 시간지연을 시변이라고 가정하고, 샘플링 한 주기보다 작다고 가정하였다. [8,9]에서는 네트워크 랜덤 시간지연을 하나의 마르코프 체인으로 모델링하고, 선형 점프 시스템에 대하여 안정도 판별 및 제어기 설계에 대해 연구하였다. [10]에서는 선형

시변 네트워크 시간지연과 선형 상태궤환 제어기의 이득값을 설계하였다.

본 논문에서는 이산 네트워크 제어 시스템의 안정화 문제에 대해서 논의한다. 제안된 이론은 네트워크 랜덤 시간지연을 두 개의 상태 마르코프 체인으로 모델링한다. 지금까지는 제어기에서 구동기, 그리고 센서에서 제어기 사이의 시간지연을 하나의 마르코프 체인으로 모델링하였으나, 실제로는 제어기에서 구동기까지의 시간지연은 샘플링 타임 k 에서는 $k-1$ 의 시간지연만을 알 수 있기 때문에, 랜덤 시간지연을 각각 모델링하여야 한다. 또한 비선형 플랜트를 T-S 퍼지 모델로 모델링하고, 퍼지 제어기를 설계하여 전체 폐루프 네트워크 제어 시스템을 구성한다. 비선형 마르코프 점프 시스템의 안정도를 판별하고, 상태 궤환 퍼지 제어기를 설계한다. 제시된 필요 충분 조건을 선형 행렬 부등식의 형태도 유도한다. 마지막으로 도립진자 예제를 통하여 본 논문의 타당성을 입증한다.

II. 퍼지 모델

그림 1과 같은 네트워크 제어 시스템을 고려한다. 그림에서 플랜트는 비선형 이산 시스템이며, 랜덤 시간 변수

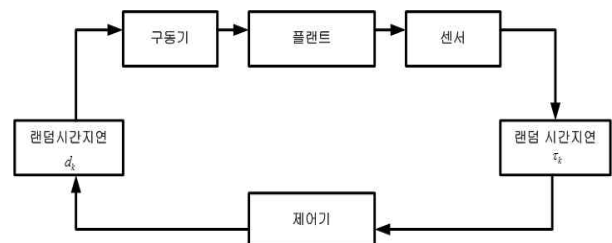


그림 1. 네트워크 제어 시스템.

Fig. 1. Networked control system.

* 책임저자(Corresponding Author)

논문접수: 2010. 11. 25., 수정: 2010. 11. 26., 채택확정: 2010. 12. 23.

배기선: 군산대학교 전자정보공학과(baek93@notmail.com)

주영훈: 군산대학교 제어로봇공학과(yhjoo@kunsan.ac.kr)

※ 본 연구는 2008년 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 연구임(R01-2008-000-20844-0).

※ 상기 논문은 제어·로봇·시스템학회 전북제주지부와 광주전남지부와의 학술대회에서 초안이 발표되었음.

$\tau_k \geq 0$ 는 센서에서 제어기 사이의 랜덤 시간지연을 의미하며, $d_k \geq 0$ 는 제어기에서 구동기 사이에서의 랜덤 시간지연을 의미하며, 제어기는 우리가 설계해야 하는 부분이다.

각각의 시간지연 τ_k 와 d_k 는 다음과 같은 상한과 하한을 가진다고 가정을 가진다.

$$0 \leq \tau_k \leq \tau, \quad 0 \leq d_k \leq d$$

실제 통신 시스템에서, 현재의 시간지연은 과거의 시간지연에 영향을 받게 된다. 흔히 다음과 같은 마르코프 체인을 통하여 이러한 시간지연을 모델링하는 것이 이상적이다. 시간지연 τ_k 와 d_k 는 각각 다음의 마르코프 체인 $M = \{0, 1, \dots, \tau\}$, $N = \{0, 1, \dots, d\}$ 에 속한다고 가정하며, 각각의 전이 확률 집합 $\Lambda = [\lambda_{mn}]$ 와 $\Pi = [\pi_{rs}]$ 로 나타낸다. 따라서 시간지연 τ_k 는 상태 m 에서 n 로 점프할 때의 전이 확률 λ_{mn} 를 가지며, d_k 는 상태 r 에서 s 로 점프할 때 전이 확률 π_{rs} 를 가진다. 이를 수식으로 나타내면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \lambda_{mn} &= \text{Prob}(\tau_{k+1} = n | \tau_k = m) \\ \pi_{ij} &= \text{Prob}(d_{k+1} = j | d_k = i) \end{aligned}$$

여기서 전이확률은 다음과 같은 특징을 가진다.

$$\begin{aligned} \Lambda_{mn}, \pi_{rs} &\geq 0, \quad \sum_{n=0}^{\tau} \lambda_{mn} = 1, \\ \sum_{s=0}^d \pi_{rs} &= 1, \quad \text{for all } m, n \in M, \quad r, s \in N. \end{aligned}$$

플랜트를 다음과 같은 비선형 시스템으로 간주한다.

$$x(k+1) = f(x(k)) + g(u(k)) \quad (1)$$

여기서 $x(k) \in R^n$ 는 상태변수, $u(k) \in R^m$ 는 제어 입력이다.

Takagi-Sugeno(T-S) 퍼지 모델은 다음과 같은 퍼지 규칙을 사용하여 비선형 시스템을 나타낸다.

$$\begin{aligned} \text{Rule } i : \\ \text{IF } z_1 \text{ is } \Gamma_1^i, \dots, \text{ and } z_n \text{ is } \Gamma_n^i, \\ \text{THEN } x(k+1) = A_i x(k) + B_i u(k), \quad (1 \leq i \leq c) \end{aligned} \quad (2)$$

여기서 Γ_h^i ($h=1, 2, \dots, c$)는 i 번째 규칙에서 h 번째 전건부 변수의 퍼지 집합이며, A_i, B_i 는 알려진 차원의 행렬이며, $z_h(t)$ 는 h 번째 전건부 변수의 퍼지 집합이며, c 는 퍼지 규칙수를 나타낸다.

중심값-평균 비퍼지화, 곱셈추론, 싱글톤 퍼지화를 사용하면 퍼지 추론 규칙 (2)의 전역 동특성은 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} x(k+1) &= \sum_{i=1}^c \mu_i(x(k)) [A_i x(k) + B u(k)], \\ y(k) &= \sum_{i=1}^c \mu_i(x(k)) C_i x(k) \\ x(t) &= \phi(t), \quad t \in \{-\tau-d, \dots, 0\}. \end{aligned} \quad (3)$$

$$w_i(x(k)) = \prod_{h=1}^n \Gamma_h^i(z_h(k)),$$

$$\mu_i(x(k)) = \frac{w_i(x(k))}{\sum_{i=1}^c w_i(x(k))},$$

그리고 $\Gamma_h^i(x_h(t))$ 는 h 번째 전건부 변수 $z_h(t)$ 의 퍼지 집합 Γ_j^i 에 대한 소속도이다.

본 논문에서는 다음과 같은 퍼지 제어기를 설계한다. c 개의 퍼지 규칙과 함께 (2)에서 사용된 퍼지 모델을 바탕으로 퍼지 제어기의 퍼지 규칙은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \text{Rule } i : \\ \text{IF } z_1 \text{ is } \Gamma_1^i, \dots, \text{ and } z_n \text{ is } \Gamma_n^i, \\ \text{THEN } u(k) = K_i(\tau_k, d_{k-1}) x(k - \tau_k - d_k). \end{aligned} \quad (4)$$

여기서 Γ_h^i ($h=1, 2, \dots, c$)는 i 번째 규칙에서 h 번째 전건부 변수의 퍼지 집합이며, $K_i(\tau_k, d_{k-1})$ 는 i 번째 규칙의 퍼지 제어기 이득값이며, 본 논문에서 설계하여야 하는 값이다. 플랜트와 마찬가지로 중심값-평균 비퍼지화, 곱셈추론, 싱글톤 퍼지화를 사용하면 샘플치 퍼지 규칙 (4)의 전역 동특성은 다음과 같다.

$$u(k) = \sum_{i=1}^c \mu_i(x(k)) K_i(\tau_k, d_{k-1}) x(k - \tau_k - d_k) \quad (5)$$

참고 1: 제어기는 최근의 데이터를 바탕으로 하여 설계한다고 가정한다. 따라서 샘플링 시간 k 에서는 $x(k - \tau_k)$ 의 데이터는 사용 가능하다. 그러나 만약 τ_k 가 1보다 크거나 혹은 패킷 손실이 발생할 경우에는 시간 $k+1$ 에서는 데이터 $x(k - \tau_{k+1})$ 이 아니라 $x(k - \tau_k)$ 을 여전히 이용한다. 이를 수식적으로 나타내면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \text{Prob}(\tau_{k+1} > \tau_k + 1) &= 0. \\ \Lambda_{mn} &= 0, \quad \text{if } m > n + 1 \\ \pi_{rs} &= 0, \quad \text{if } s > r + 1 \end{aligned}$$

참고 2: 제어기 설계가 시작되는 경우에는, 그림 1에서 알 수 있듯이 우리는 d_k 는 정확히 알 수 없으나, d_{k-1} 과 τ_k 는 정확히 알 수 있다. 따라서 제어기 이득값 K_i 는 d_{k-1} 과 τ_k 에 종속적이게 된다.

따라서 (3)과 (5)를 이용하면, 전체 네트워크 페루프 시스템은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} x(k+1) &= \sum_{i=1}^c \mu_i(x(k)) [A_i x(k) \\ &\quad + B K_i(\tau_k, d_{k-1}) x(k - \tau_k - d_{k-1})] \\ x(t) &= \phi(t), \quad t \in \{-\tau-d, \dots, 0\}. \end{aligned} \quad (6)$$

페루프 시스템 (6)은 두 개의 상태 (τ_k 와 d_k)를 가지는 이산 시간 퍼지 마르코프 점프 시스템이 된다. 시스템(6)은 τ_k 와 d_{k-1} 의 영향을 받기 때문에 τ_k 와 d_k 의 하나의 조합으로 표현하기 어렵다. 즉 반드시 두 개의 모드 τ_k 와 d_k 에 종

속적이다.

본 논문에서는 통계적인 안정도 및 제어기 설계를 위하여 다음과 같이 상태변수를 확장시켜 사용한다.

$$X(k) = [x(k)^T x(k-1)^T \dots x(k-\tau-d)^T]^T$$

확장시킨 상태변수를 이용하여, 페루프 시스템 (6)을 다음과 같이 변형시킬 수 있다.

$$\begin{aligned} X(k+1) &= \sum_{i=1}^c \mu_i(x(k)) [\bar{A}_i + \bar{B}_i K_i(\tau_k, d_{k-1}) \bar{E}(\tau_k, d_k)] X(k) \\ X(t) &= \{\phi(0)^T \phi(-1)^T \dots \phi(-\tau-d)^T\} \end{aligned} \quad (7)$$

여기서 각각의 행렬은 다음과 같다.

$$\bar{A}_i = \begin{bmatrix} A_i & 0 & \dots & 0 & 0 \\ I & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & I & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & I & 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{B}_i = \begin{bmatrix} B_i \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{E} = [0 \dots 0 \ I \dots 0].$$

따라서 전체 네트워크 페루프 시스템 (7)은 시간지연이 포함되지 않으며, 두 개의 마르코프 체인을 이용하여 모델링된 퍼지 마르코프 점프 시스템이다. (7)의 안정도 및 제어기 설계를 위해서 다음의 정의 1을 정의하고, 이를 바탕으로 III 장에서 결과를 도출한다.

정의 1: 시스템(7)은 초기값 $X(0) = X_0$ 이고, 초기 상태는 각각 $\tau_0 = \tau(0) \in M$, $d_{-1} = d(-1) \in N$ 일 때, 다음의 조건을 만족하는 $W > 0$ 인 행렬이 존재할 경우 확률적으로 안정하다고 정의 한다.

$$E \left\{ \sum_{k=0}^{\infty} \|X(k)\|^2 | X_0, \tau_0, d_{-1} \right\} < X_0^T W X_0 \quad (8)$$

본 논문에서는 지금까지 연구되어지지 않았던 두 개의 상태를 가지는 퍼지 마르코프 점프 시스템의 확률적인 안정도 판별 및 제어기 설계를 목적으로 한다. 본 논문의 결론을 위해서 우리는 다음의 사실 $\tau_k = m$, $d_{k-1} = r$ 을 안다고 가정하고, 제어기 이득값 $K(\tau_k, d_{k-1}) = K(m, r)$ 로 사용한다.

III. 안정도 판별 및 제어기 설계

정의 1을 바탕으로 페루프 시스템 (7)의 확률적 안정도를 판별하면 다음의 정리 1을 얻을 수 있다.

정리 1: 페루프 시스템 (7)은 다음의 행렬 부등식이 만족하는 $P(m, s)$ 가 존재한다면, 확률적으로 안정하다. 또한 역도 성립한다.

$$\begin{aligned} L(m, r) &= \sum_{s=0}^d \pi_{rs} \left(\sum_{i=1}^c \mu_i(x(k)) [\bar{A}_i + \bar{B}_i K_i(\tau_k, d_{k-1}) \bar{E}(\tau_k, d_k)] \right) \\ &\times \bar{P}(m, s) \left(\sum_{i=1}^c \mu_i(x(k)) [\bar{A}_i + \bar{B}_i K_i(\tau_k, d_{k-1}) \bar{E}(\tau_k, d_k)] \right) \\ &- \bar{P}(m, s) < 0 \end{aligned}$$

여기서 $m \in M$, $r \in N$, $\bar{P}(m, s) = \sum_{n=0}^r \lambda_{mn} P(n, s)$.

증명) 충분조건:

페루프 시스템 (7)의 안정도 및 제어기 설계를 위해서 다음의 리아프노프 함수를 정의한다.

$$V(X(k), k) = X(k)^T P(\tau_k, d_{k-1}) X(k) \quad (9)$$

이를 바탕으로,

$$\begin{aligned} E\{\Delta V(X(k), k)\} &= E\{X(k+1)^T P(\tau_{k+1}, d_k) X(k+1) | X(k), \tau_k = m, d_{k-1} = r\} \\ &- X(k)^T P(\tau_k, d_{k-1}) X(k) \\ &= \sum_{s=0n=0}^d \pi_{rs} (X(k)^T \left(\sum_{i=1}^c \mu_i(x(k)) [\bar{A}_i + \bar{B}_i K_i(m, r) \bar{E}(m, s)] \right)^T \\ &\times \lambda_{mn} P(m, s) \left(\sum_{i=1}^c \mu_i(x(k)) [\bar{A}_i + \bar{B}_i K_i(m, r) \bar{E}(m, s)] \right) \\ &\times X(k) - X(k)^T P(m, r) X(k) \\ &= X(k)^T \left[\sum_{s=0}^d \pi_{rs} \left(\sum_{i=1}^c \mu_i(x(k)) [\bar{A}_i + \bar{B}_i K_i(m, r) \bar{E}(m, s)] \right)^T \right. \\ &\times \bar{P}(m, s) \left. \left(\sum_{i=1}^c \mu_i(x(k)) [\bar{A}_i + \bar{B}_i K_i(m, r) \bar{E}(m, s)] \right) \right. \\ &\left. - P(m, r) \right] X(k) \end{aligned}$$

따라서 만약 $L(m, r) < 0$ 이 성립한다면,

$$\begin{aligned} E(V(X(k))) &= E\{V(X(k+1), k+1) | X_k, \tau_k = m, d_{k-1} = r\} - V(X(k), k) \\ &\leq -\lambda_{\min}(-L(m, r)) X(k)^T X(k) \\ &\leq -\alpha X(k)^T X(k) = -\alpha \|X(k)\|^2 \end{aligned}$$

여기서 $\alpha = \inf\{\lambda_{\min}(-L(m, r)), m \in M, r \in N\} > 0$ 이다. 앞에서의 부등식에서 보여지듯이 모든 $T \geq 1$ 에 대해서 우리는 다음의 부등식이 성립함을 알 수 있다.

$$\begin{aligned} E\{V(T+1), T+1\} - E\{V(X_0, 0)\} \\ \leq -\alpha E\left\{ \sum_{t=0}^T \|X(k)\|^2 \right\} \end{aligned}$$

결국

$$\begin{aligned} E\left\{ \sum_{t=0}^T \|X(k)\|^2 \right\} \\ \leq \frac{1}{\alpha} E\{V(X_0, 0)\} = \frac{1}{\alpha} X(0)^T P(\tau_0, d_{-1}) X(0). \end{aligned}$$

이 성립하고, 정의 1에 의해서 시스템 (7)은 확률적으로 안정하다.

필요조건:

네트워크 페루프 시스템 (7)이 확률적으로 안정하다고 가정하면, 정의 1에 의해서 다음이 성립한다.

$$E\left\{ \sum_{k=0}^{\infty} \|X(k)\|^2 | X_0, \tau_0, d_{-1} \right\} < X_0^T W X_0. \quad (10)$$

다음의 함수를 고려해 보자.

$$\begin{aligned} X(t)^T \bar{P}(T-t, \tau_t, d_{t-1}) X(t) \\ \equiv E\left\{ \sum_{k=t}^{\infty} X(k)^T \bar{P}(T-t, \tau_t, d_{t-1}) X(k) | X_t, \tau_t, d_{t-1} \right\} \end{aligned}$$

여기서 $Q(\tau_k, d_{k-1}) > 0$ 이다. $X(k) \neq 0$ 이라고 가정하면,

$Q(\tau_k, d_{k-1}) > 0$ 이므로, T 가 증가할수록 위에서 정의한 함수 $X(t)^T \bar{P}(T-t, \tau_t, d_{t-1}) X(t)$ 는 모든 $k \geq k_1 \geq td$ 에서 단조 증가함수이거나 혹은 다음의 조건이 만족할 때까지 증가하는 함수이다.

$$E \left\{ \sum_{k=t}^{\infty} X(k)^T \bar{P}(T-t, \tau_t, d_{t-1}) X(k) | X_t, \tau_t, d_{t-1} \right\} = 0.$$

(10)으로부터 $X(t)^T \bar{P}(T-t, \tau_t, d_{t-1}) X(t)$ 는 한계값이 있으며, 한계값은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} & X(t)^T P(m, r) X(t) \\ & \equiv \lim_{T \rightarrow \infty} X(t)^T P(T-t, \tau_t - m, d_{t-1} = r) X(t) \\ & = \lim_{T \rightarrow \infty} E \left\{ \sum_{k=t}^T X(k)^T Q(\tau_k, d_{k-1}) X(k) | X_0, \tau_0 = m, d_{-1} = r \right\} \end{aligned} \quad (11)$$

모든 $X(t)$ 에서 (11)이 성립하므로,

$$P(m, r) = \lim_{T \rightarrow \infty} \bar{P}(T-t, \tau_t = m, d_{t-1} = r) \quad (12)$$

(11)로부터 $Q(\tau_k, d_{k-1}) > 0$ 이므로, $P(m, r) > 0$ 임을 알 수 있다. 이를 바탕으로 다음을 고려해 보자

$$EX(k)^T \bar{P}(T-t, \tau_t, d_{t-1}) X(k) - X(t+1)^T \quad (13)$$

또한

$$\begin{aligned} & E \{ X(t+1)^T \bar{P}(T-t-1, \tau_t, d_t) X(t+1) | X_t, \tau_t = m, d_{t-1} = r \} \\ & = X(t)^T \sum_{n=0}^{\tau} \sum_{s=0}^d \pi_{rs} \lambda_{mn} (\bar{A}_i + \bar{B}_i K(m, r) \bar{E}(m, s))^T \\ & \quad \times \bar{P}(T-t-1, n, s) (\bar{A}_i + \bar{B}_i K(m, r) \bar{E}(m, s)) X(t) \end{aligned}$$

임으로, 이를 (13)과 함께 사용하면, 다음을 유도할 수 있다.

$$\begin{aligned} & X(t)^T [\bar{P}(T-t, \tau_t, d_{t-1}) - \sum_{s=0}^d \pi_{rs} (\bar{A}_i + \bar{B}_i K(m, r) \bar{E}(m, s))^T \\ & \quad \sum_{n=0}^{\tau} \lambda_{mn} \bar{P}(T-t-1, n, s) (\bar{A}_i + \bar{B}_i K(m, r) \bar{E}(m, s))] X(t) \\ & = X(t)^T Q(m, r) X(t). \end{aligned}$$

$T \rightarrow \infty$ 이 되고, (13)과 $Q(m, r) > 0$ 이라는 사실로부터 우리는 다음을 유도할 수 있다.

$$\begin{aligned} & P(m, r) - \sum_{s=0}^d \pi_{rs} (\bar{A}_i + \bar{B}_i K(m, r) \bar{E}(m, s))^T \\ & \quad \times \sum_{n=0}^{\tau} \lambda_{mn} (\bar{A}_i + \bar{B}_i K(m, r) \bar{E}(m, s)) > 0. \end{aligned} \quad \blacksquare$$

정리 1에서는 상태 제한 제이기 이득값 설계를 위한 필요 충분 조건을 유도하였다. 그러나 정리 1에서 제시한 조건들은 비선형 행렬 부등식의 형태이므로, 다음의 정리 2에서 선형 행렬 부등식을 유도한다.

정리 2: 퍼지 제이기 (5)는 다음의 선형 행렬 부등식의 조건을 만족하는 $\bar{X}(m, s) > 0$, $\bar{P}(m, r) > 0$, 그리고 $K(m, r)$ 이 존재하는 경우, 페루프 시스템 (7)을 확률적으로 안정화시킨다. 역 또한 성립한다.

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} -P(m, r) & Z(m, r) \\ * & -R(i) \end{bmatrix} < 0 \\ & Z(i, r) = [(\pi_{r0})^{\frac{1}{2}} (\bar{A}_i + \bar{B}_i K(m, r) \bar{E}(m, 0)), \dots \\ & \quad (\pi_{rd})^{\frac{1}{2}} (\bar{A}_i + \bar{B}_i K(m, r) \bar{E}(m, d))] \end{aligned}$$

$$R(i) = \text{diag}\{\bar{X}(m, 0), \dots, \bar{X}(m, d)\}, \quad m \in M, n \in N$$

이때, $\bar{X}(m, s) = \bar{P}(m, s)^{-1}$ 이다.

증명) 정리 2는 Schur complement를 이용하면, 쉽게 증명된다. \blacksquare

IV. 시뮬레이션 및 결과 고찰

도립 진자 시스템은 질량 m_1 인 수레에 질량이 m_2 이고 길이가 L 인 균일한 질량 분포를 갖는 도립 진자가 수레에 자유롭게 회전할 수 있는 구조로 연결되어 있다. 수레의 위치는 x_1 이며, θ 를 진자와 수직으로 이루는 각도이며, 마지막으로 u 는 제어 입력이다. 도립진자의 운동 방정식은 다음과 같이 표현된다.

$$x_1(k+1) = x_2(k)$$

$$x_2(k+1) = \frac{g \sin(x_1(k)) - a m x_2^2 \sin(2x_1(k)) / 2 - a \cos(x_1(k)) u(k)}{4l/3 - a m l \cos^2(x_1(k))}$$

여기서 $g = 9.8$ 로 중력 가속도이며, $a = \frac{1}{m+M}$ 이다. 상태 변수 x_1 은 각도 θ 이며, x_2 는 각속도를 의미한다. 운동방정식의 각각의 파라미터의 값은 다음과 같다.

$$M = 1\text{kg}, m = 0.5\text{kg}, L = 1\text{m}$$

샘플링 주기는 0.1이며, 랜덤 시간지연은 각각 $\tau_k \in \{0, 1, 2\}$, $d_k \in \{0, 1\}$ 이며, 확률 전이 행렬은 다음과 같다.

$$A = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.5 & 0 \\ 0.3 & 0.6 & 0.1 \\ 0.3 & 0.6 & 0.1 \end{bmatrix}, \quad \Pi = \begin{bmatrix} 0.2 & 0.8 \\ 0.5 & 0.5 \end{bmatrix}$$

다음과 같은 진자의 초기 위치에 따라 두 개의 국소 모델을 갖도록 다음의 퍼지 규칙을 이용하여 도립진자 시스템을 퍼지 모델로 변환할 수 있다.

$$\begin{aligned} & \text{Rule 1 : IF } x_1 \text{ is about } 0 \\ & \quad \text{THEN } x(k+1) = A_1 x(k) + B_1 u(k) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \text{Rule 2 : IF } x_1 \text{ is about } \pm \frac{\pi}{2} \\ & \quad \text{THEN } x(k+1) = A_1 x(k) + B_1 u(k) \end{aligned}$$

여기서 IF-THEN 규칙의 전건부에 등장하는 퍼지 소속 함수들은 각각 0과 $\pi/2$ 를 중심으로 하는 함수이며, 다음과 같다.

$$\begin{aligned} & h_1(\theta) = \left(1 - \frac{1}{1 + \exp(-7(x_1 - 0.25\pi))}\right) \left(\frac{1}{1 + \exp(-7(x_1(t) + 0.25\pi))}\right), \\ & h_2(\theta) = 1 - h_1(\theta). \end{aligned}$$

도립 진자의 운동을 묘사하는 위의 T-S 퍼지 모델에서는 각 국소 선형 모델이 서로 다른 입력 행렬을 갖는다. 이때 각각의 행렬은 다음과 같다.

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 17.29 & 0 \end{bmatrix}, \quad A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 9.36 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ -0.18 \end{bmatrix}, \quad B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ -0.01 \end{bmatrix}$$

여기서 $d_k \in 0,1$ 이므로, 정리 2에 의해서 우리가 원하는 제어기 이득값을 구할 수 있다. 퍼지규칙 2개와 각각의 랜덤 시간지연의 경우의 수가 6개이므로 우리는 정리 2의 선형 행렬 부등식을 이용하면, 12개의 국소 제어기 이득값을 아래와 같이 구할 수 있다.

$$K_1(0,0) = [0.1690 \ 19.5842]$$

$$K_1(0,1) = [0.5625 \ 24.8824]$$

$$K_1(1,0) = [-0.1818 \ 12.0069]$$

$$K_1(1,1) = [-0.1170 \ 15.4872]$$

$$K_1(2,0) = [-0.1688 \ 11.8787]$$

$$K_1(2,1) = [0.0144 \ 16.8431]$$

$$K_2(0,0) = [0.8852 \ 4.6483]$$

$$K_2(0,1) = [0.4825 \ 5.1548]$$

$$K_2(1,0) = [0.9752 \ 5.4815]$$

$$K_2(1,1) = [0.7184 \ 7.1548]$$

$$K_2(2,0) = [-0.1148 \ 3.1581]$$

$$K_2(2,1) = [0.1548 \ 17.8135]$$

초기 조건을 $x_1(0) = x_2(0) = 0$ 으로 가정하고, 정리 2에서 구한 퍼지 제어기의 이득값을 이용하여 네트워크 폐루프 시스템의 상태 변수의 그래프를 그려보면 다음 그림 2, 3과 같다. 그림에서 보여지듯이 본 논문에서 설계한 퍼지 제어기를 이용하면 시스템의 각각의 상태 변수들이 $k \rightarrow \infty$ 일 때 0으로 수렴함을 확인할 수 있다. 즉 제안된 제어기가 전체 시스템을 안정화 시킴을 확인할 수 있다.

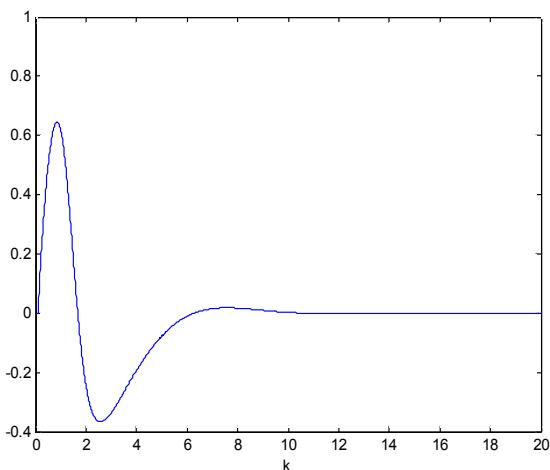


그림 2. 상태변수 $x_1(k)$ 의 시간 응답.
Fig. 2. Closed loop system response of $x_1(k)$.

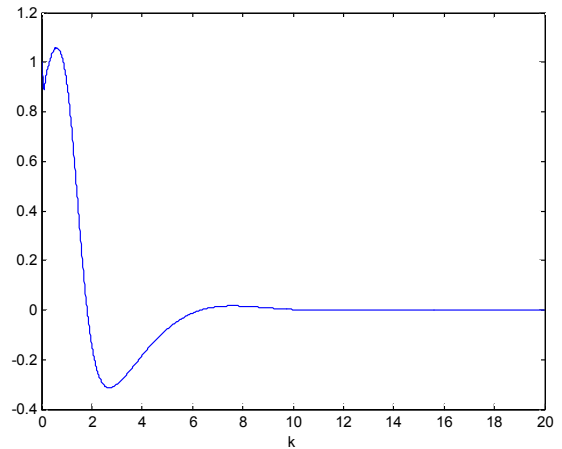


그림 3. 상태변수 $x_2(k)$ 의 시간 응답.
Fig. 3. Closed loop system response of $x_2(k)$.

V. 결론

본 논문은 이산 시간에서의 네트워크 제어 시스템의 제어기 설계에 관한 새로운 방법에 대해서 논의하였다. 네트워크상에서 발생하는 시간지연을 두 개의 모드를 가지는 Markov 체인으로 모델링하였으며, 제안된 네트워크 시스템은 두 개의 모드를 가지는 비선형 마르코비안 점프 시스템으로 모델링되었다. 비선형 마르코비안 점프 시스템을 TS 퍼지 시스템으로 모델링하고, 퍼지 제어기를 설계하였다. 전체 폐루프 시스템의 통계적인 안정도를 판별하고, 안정화시키는 퍼지 제어기 설계를 위한 필요 충분 조건을 유도하였다. 제안된 필요 충분 조건을 선형 행렬 부등식의 형태로 유도하였고, 도립진자 예제를 통하여 제안된 이론의 타당성을 확인하였다.

참고문헌

- [1] L. Xiao, A. Hassibi, and J. P. How, "Control with random communication delays via a discrete-time jump linear system approach," *Proc. 2000 Amer. Control Conf.*, vol. 3, pp. 2199-2204, 2000.
- [2] G. Xie and L. Wang, "Stabilization of networked control systems with time-varying network-induced delay," *Proc. 43rd IEEE Conf. Decision Control*, pp. 3551-3556, 2004.
- [3] R. Krtolica, U. Ozguner, H. Chan, H. Goktas, J. Winkelman, and M. Liubakka, "Stability of linear feedback systems with random communication delays," *Int. J. Control*, vol. 59, no. 4, pp. 925-53, 1994.
- [4] M. Yu, L. Wang, T. Chu, and F. Hao, "An LMI approach to networked control systems with data packet dropout and transmission delays," *Proc. 43rd IEEE Conf. Decision and Control*, pp. 3545-3550, 2004.
- [5] H. Lin, G. Zhai, and P. J. Antsaklis, "Robust stability and disturbance attenuation analysis of a class of networked control systems," *Proc. 42nd IEEE Conf. Decision and Control*, Maui, HI, pp. 1182-1187, 2003.

- [6] L. Zhang, Y. Shi, T. CHen, and B. Huang, "A new method for stabilization of networked control systems with random delays," *IEEE Trans. on Autom. Control*, vol. 50, no. 8, pp. 1177-1181, 2005.
- [7] J. Nilsson, B. Bernhardsson, and B. Wittenmark, "Stochastic analysis and control of real-time systems with random time delays," *Automatica*, vol. 34, no. 1, pp. 57-64, 1998.
- [8] G. C. Walsh, H. Ye, and L. G. Bushnell, "Stability analysis of networked control systems," *IEEE Trans. on Control Syst. Technol.*, vol. 10, no. 3, pp. 438-446, Mar. 2002.
- [9] S. Hu and W. Zhu, "Stochastic optimal control and analysis of stability of networked control systems with long delay," *Automatica*, vol. 39, pp. 1877-1884, 2003.
- [10] W. Zhang, M. S. Branicky, and S. M. Phillips, "Stability of networked control systems," *IEEE Control Syst. Mag.*, vol. 21, no. 2, pp. 84-89, Feb. 2001.



배기선

1984년, 1986년 연세대학교 기계공학과 졸업(공학사, 공학석사). 2006년~현재 군산대학교 전자정보공학과 박사과정. 관심분야는 지능형로봇, 인간-로봇 상호작용, 지능제어, 감정인식, 네트워크 기반 제어기설계 등.



주영훈

1982년, 1984년, 1995년 연세대학교 전기공학과 졸업(공학사, 공학석사, 공학박사). 1986년~1995년 (주)삼성전자 자동화연구소 책임연구원. 1998년 2월~1999년 1월 미국 휴스턴대학 전기 및 컴퓨터공학과 박사후 과정. 1995년~현재까지 군산대학교 제어로봇시스템공학과 정교수. 현재 군산대학교 Post BK21 사업팀장. 2009년 한국지능시스템학회 회장, *International Journal of Control, Automation, Systems (IJCAS)* Editor. 관심분야는 지능형로봇, 인간-로봇 상호작용, 지능제어, 감정인식, 네트워크 기반 제어기설계 등.