

최소자승법을 이용한 상보필터의 설계

Design of Complementary Filter using Least Square Method

민형기, 윤주한, 김지훈, 권성하, 정은태*

(Hyung Gi Min¹, Ju Han Yoon¹, Ji Hoon Kim¹, Sung-Ha Kwon¹, and Eun Tae Jeung¹)

¹Changwon National University

Abstract: This paper shows a method to design complementary filter using least square. The complementary filter is one of useful filters estimating angle. The basic concept of this filter is to enhance advantages of each sensor that angle detecting using a gyroscope has good accuracy at a high frequency and an accelerometer at a low frequency. When designing complementary filter, the most commonly used method is using cut-off frequency. However, it may be not easy to obtain a cut-off frequency. This paper presents a systematic method to determine the coefficients of the complementary filter using well-known linear least squares minimizing error between estimating angle and true angle.

Keywords: MEMS, gyroscope, accelerometer, complementary filter, least square

I. 서론

고정점을 기준으로 상대각도를 측정하는 엔코더와 같은 센서를 사용할 수가 없는 무인 비행체[1]나, 밸런싱 로봇 등과 같은 모바일 로봇[2,3]이 자신의 자세를 측정하기 위해서는 자이로와 같은 관성 센서를 이용하는 것이 필수적이다. 여기에 저가의 MEMS 관성 센서의 성능향상으로 소형 로봇에 관성 센서를 장착하여 자세 측정에 이용하려는 연구가 많이 진행되었다. 이 중 회전 각속도를 측정하는 자이로 센서와 가속도를 측정하는 가속도 센서가 가장 많은 관심을 받고 있다[1-9].

자이로 센서나 가속도 센서를 하나만 사용해서 각도를 측정하는 방법은 당연히 간단하겠지만, 측정된 각속도를 적분해서 각도를 계산해야 하는 자이로 센서의 경우 적분 오차가 누적되는 어려[4]를 가지고, 가속도 센서를 이용한 각도 측정 방법의 경우는 센서의 중심축이 회전중심축과 같지 않다면 병진운동성분이 포함되어 오차가 발생한다[5].

단일 센서를 사용했을 때의 문제점으로 인해 자이로 센서와 가속도 센서를 병합하여 사용하는 방법 중에 칼만필터[6-9]를 이용한 방법이 많이 사용되고 있다. 그러나 칼만필터는 설계시 복잡한 수학적 문제를 다루어야 하고, 실제 구현에서 많은 연산량을 필요로 하는 단점을 가지고 있다.

상대적으로 설계가 간단한 각도 추정 필터 기법으로 자이로 센서와 가속도 센서에 각각 고역/저역통과필터를 적용한 후 조합하는 상보필터[10]가 있다. 본 논문에서 다룰 이 필터는 저주파 영역에서 좋은 특성을 가지는 가속도 센서와 상대적으로 고주파 영역에서 좋은 특성을 가지는 자이

로 센서를 병합한 것이다. 이미 많이 사용되고 있는 상보필터의 설계기법은 일반적으로는 차단주파수를 이용한 방법 [1,10-11]이 많이 사용되고 있다. 그러나 차단주파수를 이용한 방법은 실제 실험 환경을 구축하는 것이 쉽지 않고, 또한 2차 이상의 저역/고역통과필터를 사용하는 경우 결정해야 할 미지수가 많아져 설계하기가 어렵다.

최근 이런 상보필터에 최소자승법을 이용한 설계법 [12-14]이 사용되고 있다. 최소자승법을 이용함으로써 사용하는 저역/고역통과필터의 차수에 의해 증가하는 미지수의 개수에 영향을 받지 않게 된다. 본 논문은 먼저 적용되는 저역/고역통과필터의 차수를 좀 더 확장하여 n 차까지 일반화 시키고, 최소자승법을 이용한 필터의 설계법도 일반화 시킨다.

본 논문의 구성은 II 장에서 자이로 센서와 가속도 센서를 병합하여 각도를 추정하는 상보필터를 소개한다. III 장에서 기존의 상보필터를 일반화하고, 그 설계법으로 최소자승법을 제안한다. IV 장에서는 III 장에서 일반화한 상보필터에서 2차 상보필터를 대상으로 상보필터를 실제로 설계하고, V 장에서 설계된 상보필터의 성능을 확인한다. 마지막으로 VI 장에서 결론을 맺는다.

II. 상보필터

이 장에서는 자이로 센서와 가속도 센서를 이용한 각도 측정 방법과 문제점을 언급하고 기존의 두 센서를 융합하여 자세를 측정하는 상보필터를 소개한다.

본 논문에서는 관성 센서를 이용한 실험 장비로 그림 1의 진자 시스템을 사용한다. 진자와 암의 연결부위에는 자이로 센서(IDG-300)와 가속도 센서(MMA7260QT)가 부착되어 있으며, 비교를 위해 회전형 엔코더(E30S500)를 장착하였다. 또한 데이터 수집 및 필터 구현을 위해 DSP2812를 사용한다.

각속도를 출력으로 가지는 자이로 센서는 각도 측정을

* 책임저자(Corresponding Author)

논문접수: 2010. 11. 15., 수정: 2010. 12. 5., 채택확정: 2010. 12. 20.
민형기, 윤주한, 김지훈, 권성하, 정은태: 창원대학교 제어계측공학과
(pinkwink.korea@gmail.com/weekend012@gmail.com/kjihoon01@gmail.com/shkwon@changwon.ac.kr/jet26@changwon.ac.kr)

※ 본 논문은 2009년도 창원대학교 연구비에 의해 연구되었음 [2009-0424].

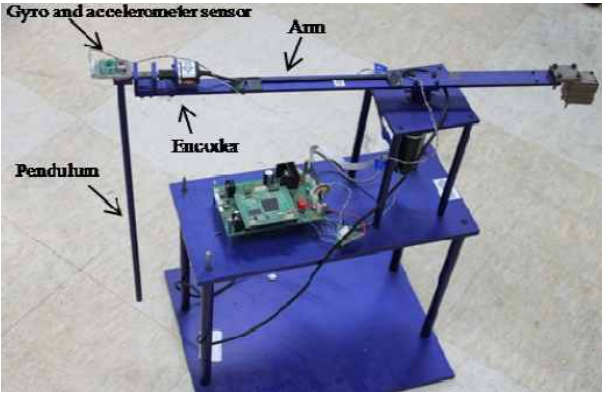


그림 1. 회전형 진자 시스템.
Fig. 1. Rotary type pendulum system.

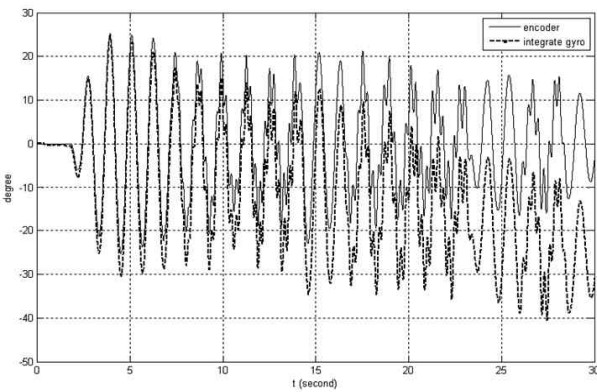


그림 2. 자이로 센서에서 얻은 각속도를 적분한 각도.
Fig. 2. The result of measured angle from integrating angular velocity of gyroscope.

위해 수행하는 적분으로 오차가 누적되는 현상이 발생할 수 있다. 특히 저가의 MEMS형 자이로 센서의 경우 사용 전 정교한 calibration을 수행한 경우라 하더라도 센서 구동 환경에 따른 비선형성으로 인해 오차를 막는 것은 어렵다. 그림 2에는 자이로 센서의 누적되는 적분오차로 인해 각도 검출이 제대로 되지 않는 것을 보이고 있다. 실선은 비교를 위한 엔코더에서 얻은 각도이고, 점선은 자이로 센서의 각속도를 적분한 각도이다. 그림 2의 실험은 그림 1의 실험장비에서 암과 진자를 동시에 흔들어 암과 진자 사이의 각도를 측정하는 것이다.

그림 3은 가속도 센서에서 검출된 Y축 성분과 Z축 성분을 이용하여 삼각함수를 적용하면 쉽게 현재의 각도를 알 수 있음을 보여주고 있다. 가속도 센서에서 측정된 Y축 성분을 Y_a , Z축 성분을 Z_a 라 하고

$$\theta = \alpha_c \left(\tan^{-1} \frac{Y_a}{Z_a} \right) \quad (1)$$

를 이용하여 각도를 측정하는 결과이다. 여기서 α_c 는 가속도 센서의 비선형성이나 실험장치에 완전히 평형으로 장착되지 않음으로 인해 발생하는 각도오차를 보정하기 위한 보정용 스케일 팩터이다. α_c 를 확인하기 위해 엔코더에서 측

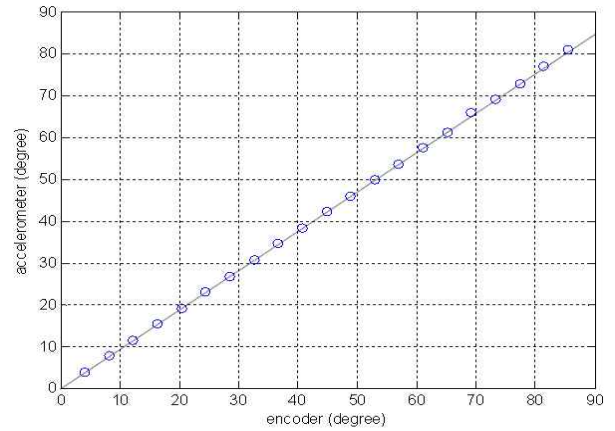


그림 3. 가속도 센서의 보정용 스케일 팩터를 구하기 위한 실험 결과.

Fig. 3. The test result for getting compensated scale factor of accelerometer.

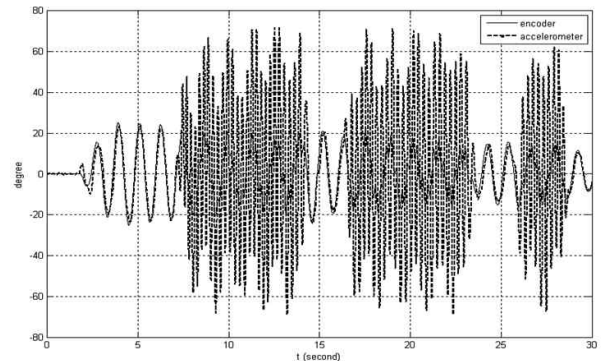


그림 4. 병진 운동을 포함한 가속도 센서의 자세 측정 실험.
Fig. 4. Result of measuring angle test using accelerometer including translation motion.

정한 각도와 가속센서의 출력을 $\alpha_c = 1$ 이라고 두고 (1)에 적용한 각도를 비교한 결과가 그림 3에 나타나 있다. 그림 3의 결과로부터 α_c 는 $\alpha_c = 1.06$ 이다.

그림 4에서 가속도 센서를 이용하여 (1)로부터 얻은 각도(점선)가 엔코더와 비슷한 구간은 그림 1에서 암을 상대적으로 작게 흔든 곳이고, 일치하지 않는 곳은 암을 상대적으로 크게 흔든 곳이다.

그림 2를 보면 비록 적분으로 인해 각도가 흐르는 에러가 있지만, 가속도 센서를 이용한 측정보다 자이로 센서를 적분한 각도가 각도의 변화 상태를 좀 더 잘 반영하고 있다. 또한 그림 4에서 보면 자이로 센서 만큼 고주파 성분을 잘 반영하지는 못하지만 한쪽으로 흐르는 현상없이 가속도 센서는 각도 추정을 저주파 영역에서 잘 하고 있다. 이와같은 두 센서의 특성의 차이로부터 각 센서의 장점을 취합하는 것이 그림 5의 상보필터의 기본 개념이다.

그림 5를 보면 상보필터는 고주파 영역에서 응답특성이 좋은 자이로 센서의 출력을 적분한 각도에는 고역통과필터(G_2)를, 저주파 영역에서 응답특성이 좋은 가속도 센서에서 얻은 각도에는 저역통과필터(G_1)를 적용하여 합한 것이다.

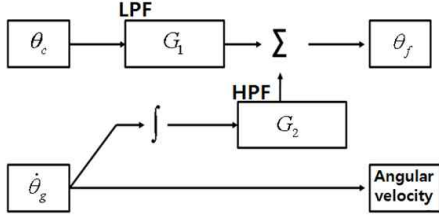


그림 5. 상보필터.

Fig. 5. Complementary filter.

그림 5의 상보필터를 전달함수의 형태로 표현하면

$$\theta_f(s) = G_1(s)\theta_c(s) + G_2(s)\left(\frac{1}{s}\dot{\theta}_g(s)\right) \quad (2)$$

이다. 이 때, (2)의 필요조건은

$$G_1(s) + G_2(s) = 1 \quad (3)$$

이다.

III. 일반화된 상보필터와 최소자승법을 이용한 설계

이 장에서는 II 장에서 소개한 상보필터에 적용할 저역/고역통과필터를 n 차로 일반화하고 그 설계법으로 최소자승법을 제안한다.

그림 5와 (2)에 소개된 상보필터에

$$G_1(s) = \frac{a_1s^{n-1} + a_2s^{n-2} \dots + a_{n-1}s + a_n}{s^n + a_1s^{n-1} + \dots + a_{n-1}s + a_n} \quad (4)$$

$$G_2(s) = \frac{s^n}{s^n + a_1s^{n-1} + \dots + a_{n-1}s + a_n} \quad (5)$$

n 차의 저역/고역통과필터를 설계한다. (3)을 만족하는 (4)와 (5)를 (2)에 적용하면

$$\theta_f(s) = \frac{\sum_{k=1}^n a_k s^{n-k}}{\sum_{k=0}^n a_k s^{n-k}} \theta_c(s) + \frac{s^n}{\sum_{k=0}^n a_k s^{n-k}} \left(\frac{1}{s} \dot{\theta}_g(s) \right) \quad (6)$$

$a_0 = 1$

이고, 다시 정리하면

$$s^n \theta_f = s^n \left(\frac{1}{s} \dot{\theta}_g \right) - \left(\sum_{k=1}^n a_k s^{n-k} \theta_f - \sum_{k=1}^n a_k s^{n-k} \theta_c \right) \quad (7)$$

이 되고, 다시 표현하면

$$\theta_f = \frac{1}{s} \left[\dot{\theta}_g - \left(\sum_{k=1}^n \frac{a_k}{s^{k-1}} \right) (\theta_f - \theta_c) \right] \quad (8)$$

이다. 이를 블록다이어그램으로 표현하면 그림 6이다.

필터의 결과 θ_f 가 엔코더에서 측정된 각도 θ_c 와 같게 되도록 n 차 상보필터인 (8)에서 $\theta_f = \theta_c$ 로 두고 양변을 미분하면

$$\dot{\theta}_c = \dot{\theta}_g - \left(\sum_{k=1}^n \frac{a_k}{s^{k-1}} \right) (\theta_c - \theta_c) \quad (9)$$

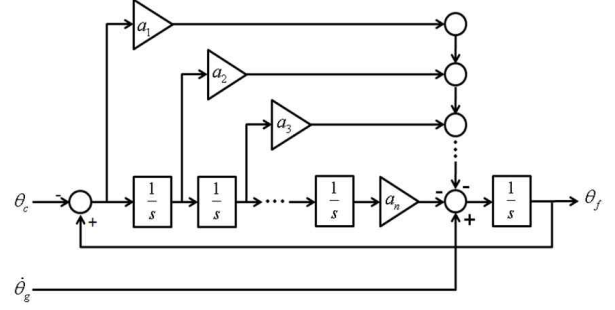


그림 6. n 차 상보필터.

Fig. 6. n th order complementary filter.

이다. 오차를 최소화하는 필터 계수를 얻기 위해서는 (9)의 좌우변의 오차 제곱의 합

$$\sum_{k=1}^N \left[\dot{\theta}_g(k) - \dot{\theta}_c(k) - \sum_{h=1}^n \frac{a_h}{s^{h-1}} [\theta_c(k) - \theta_c(k)] \right]^2 \quad (10)$$

에서 $\delta_n(k) = \frac{1}{s^{n-1}} (\theta_c(k) - \theta_c(k))$, $\xi(k) = \dot{\theta}_g(k) - \dot{\theta}_c$ 로 두고, (10)을 a_1, \dots, a_n 에 대해 편미분하여 행렬식으로 표현하여 얻은 식

$$\begin{bmatrix} \sum_{k=1}^N [\delta_1(k)][\delta_1(k)] & \sum_{k=1}^N [\delta_1(k)][\delta_2(k)] & \dots & \sum_{k=1}^N [\delta_1(k)][\delta_n(k)] \\ \sum_{k=1}^N [\delta_2(k)][\delta_1(k)] & \sum_{k=1}^N [\delta_2(k)][\delta_2(k)] & \dots & \sum_{k=1}^N [\delta_2(k)][\delta_n(k)] \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum_{k=1}^N [\delta_n(k)][\delta_1(k)] & \sum_{k=1}^N [\delta_n(k)][\delta_2(k)] & \dots & \sum_{k=1}^N [\delta_n(k)][\delta_n(k)] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{k=1}^N [\delta_1(k)][\xi(k)] \\ \sum_{k=1}^N [\delta_2(k)][\xi(k)] \\ \vdots \\ \sum_{k=1}^N [\delta_n(k)][\xi(k)] \end{bmatrix} \quad (11)$$

을 만족하면 된다. 여기서 Δ_k 는 $\delta_k(k)$, Ξ 는 $\xi(k)$ 를 각각 열벡터로 두고,

$$\begin{aligned} A &= [\Delta_1 \ \Delta_2 \ \dots \ \Delta_n] \\ B &= [\Xi] \end{aligned} \quad (12)$$

로 두고 다시 정리하면

$$\begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{bmatrix} = (A^T A)^{-1} A^T B \quad (13)$$

이다.

IV. 최소자승법으로 설계된 상보필터의 실험 결과

III 장에서 일반화된 상보필터와 그 설계법으로 제안된 최소자승법을 이용해서 본 장에서는 실제 실험을 통해 성능을 확인한다.

그림 1의 실험장비를 이용해서 자이로 센서와 가속도 센서를 실험했던 그림 2와 그림 4의 실험을 상보필터에 적용

표 1. 상보필터의 실험 결과.

Table 1. The test result of complementary filter.

	1차	2차	3차
E	1.8913	1.5952	1.5750
필터계수	$a_1 = 2.1384$	$a_1 = 0.46736$ $a_2 = 0.03279$	$a_1 = 0.57736$ $a_2 = 0.06279$ $a_3 = 0.00562$

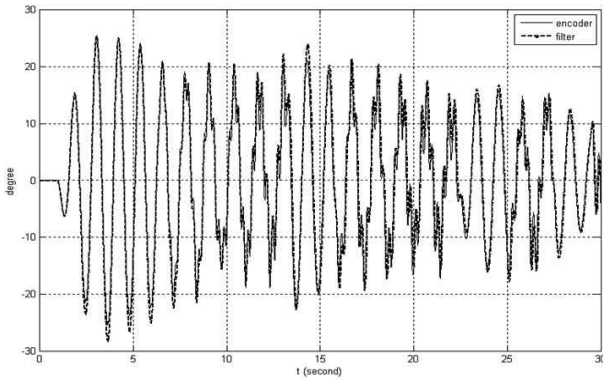


그림 7. 3차 상보필터를 적용한 결과.

Fig. 7. The result of third order complementary filter.

한 결과를 표 1에 나타내었다.

표 1의 E 는 평균 오차를 도(degree)로 나타낸 것으로

$$E = \left[\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N |\theta_f(k) - \theta_c(k)| \right] \frac{180}{\pi} \quad (14)$$

으로 표현하였다. 또한 1, 2, 3차는 (8)에서 n 을 1, 2, 3을 적용한 것이고, 각각 설계된 필터 계수는 최소자승법으로 표현된 (13)를 이용하여 구한 것이다.

표 1의 결과에서 (8)의 상보필터에서 $n=3$ 인 3차 상보필터를 그림 2와 그림 4에서 수행한 실험에 적용한 결과가 그림 7에 나타나 있다.

최소자승법으로 설계된 상보필터의 성능을 검증하기 위해 그림 7의 실험과는 별도로 그림 8의 실험을 추가로 수행하였다. 그림 7의 실험에서 적용한 상보필터는 그림 7에서 사용한 표 1의 상보필터를 그대로 사용하였다. 그림 8은 추가로 실험한 엔코더에서 얻은 각도이고, 그 결과를 표 2에 나타내었다.

V. 최소자승법으로 설계된 상보필터의 성능확인

본 장에서는 IV 장에서 최소자승법으로 설계된 상보필터를 대상으로 성능을 확인한다.

그림 9부터 그림 11은 1차부터 3차 상보필터를 6000분 동안 제자리에 가만히 두고 정적오차(static error)를 조사한 것이다. 그림 8의 1차 필터의 최대 26도의 오차에 비하면 그림 11의 0.3도 이내의 오차를 가지는 3차 상보필터의 성능이 좋다는 것을 알 수 있다. 본 실험에서 4차 이상의 상보필터는 크게 오차 성능의 향상이 없었다. 1500분대에서 그림 8이나 그림 9에서 나타나는 큰 변화는 실험환경에서 발생한 알 수 없는 외란으로 판단된다.

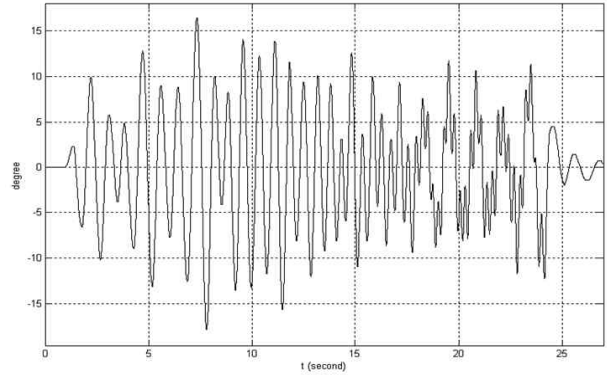


그림 8. 상보필터의 성능을 확인하기 위한 추가 실험.

Fig. 8. The additional test for verifying complementary filter.

표 2. 상보필터의 성능을 확인하기 위한 추가 실험.

Table 2. The additional test for verifying complementary filter.

	1차	2차	3차
E	1.2603	1.2055	1.2101

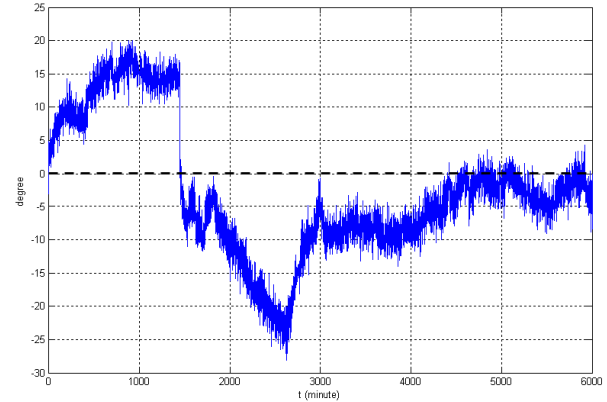


그림 9. 1차 상보필터의 정적 에러.

Fig. 9. The static error of 1st order complementary filter.

표 3. 동작주파수를 확인하기 위한 실험.

Table 3. The test for verifying operating frequency.

가동주파수	1차	2차	3차
0.5Hz	1.04	1.05	0.98
1Hz	1.12	1.07	1.03
2Hz	2.94	1.12	0.98
4Hz	3.64	2.60	1.60
8Hz	5.55	6.56	3.56
16Hz	16.12	8.05	5.05

일반적으로 저가의 상용화된 IMU 장비들의 정적오차가 0.2도에서 0.5도 사이에서 형성되는 것을 고려하면 그림 11의 최소자승법으로 설계된 3차 상보필터의 결과는 만족할 만한 성능이라고 볼 수 있다.

그림 1의 회전형 진자시스템을 그림 2와 같이 수정하고 암의 끝단에 자이로-가속도 센서를 설치하여 암에 연결된 모터를 일정 주파수로 흔들어서 본 논문이 설계한 상보필

터의 동작주파수를 확인한 결과를 표 3에 나타내었다. 표 3의 결과에 의해 3차 상보필터는 대략 4Hz까지 2차 상보필터는 2Hz까지 만족할 만한 성능을 가진다는 것을 알 수 있다. 이때 표 3에 나타난 수치는 정현파 입력에 대한 이득으로 1에 가까울수록 좋은 성능을 가진다.

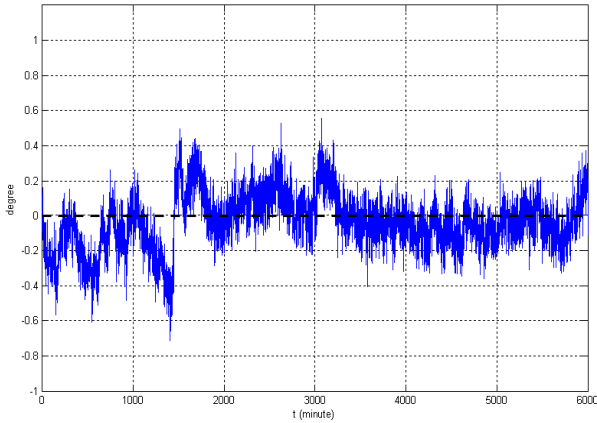


그림 10. 2차 상보필터의 정적 에러.
Fig. 10. The static error of 2nd order complementary filter.

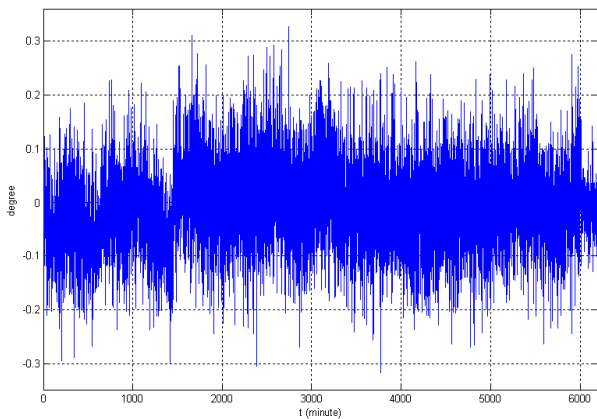


그림 11. 3차 상보필터의 정적 에러.
Fig. 11. The static error of 3rd order complementary filter.

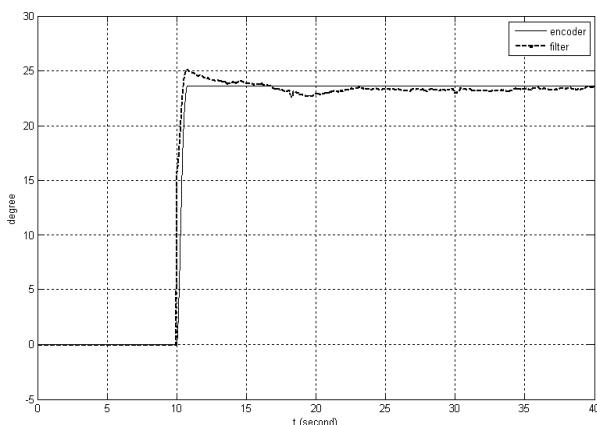


그림 12. 3차 상보필터의 계단 응답.
Fig. 12. Step response of 3rd order complementary filter.

그림 12는 3차 상보필터의 계단 응답 특성을 나타내었다. 10초 지점에서 그림 11의 모터를 움직여 갑자기 24도로 기울였을 때, 3차 상보필터의 응답결과가 초기에는 대략 2도 정도, 정상상태에서는 1도 정도의 오차를 가지는 결과를 알 수 있다.

VI. 결론

관성 센서를 이용해서 각도를 추정하는 많은 필터 기법이 소개되었다. 그 중에서 상대적으로 표현이 간단한 상보필터에 대해 다루었다. 먼저 각도를 추정하는 대표적인 두 관성 센서인 자이로 센서와 가속도 센서의 장단점에 대해 언급하였고, 각 센서의 장점을 이용하여 상보필터를 설계하였다. 또한 상보필터에 적용되는 저역/고역통과필터를 n 차로 적용하여 일반화된 상보필터를 제시하였으며, 더 나아가 필터의 계수를 확립하는 많은 방법들 중에 간단한 방법인 최소자승법을 이용하여 n 차 상보필터에 적용할 수 있도록 제안하였다. 더불어 설계된 상보필터의 성능을 다양한 방법을 이용해서 검증하였다.

참고문헌

- [1] S. H. Hong, "Fuzzy logic based closed-loop strapdown attitude system for unmanned aerial vehicle (UAV)," *Sensors and Actuators, A*, 107, pp. 109-118, 2003.
- [2] J. H. Kim, G. H. Ha, and E. Y. Cho, "Ballacing robot control using inertial sensors," *Proc. of ICROS Annual Conference 2010*, Chuncheon, Korea, 2010.
- [3] J.-M. Yun, J.-K. Lee, and J.-M. Lee, "An efficient horizontal maintenance technique for the mobile inverted pendulum," *Journal of Institute of control, Robotics and Systems*, vol. 13, no. 7, pp. 881-885, 2007.
- [4] A. D. King, "Inertial navigation - Forty years of evolution," *GEC REVIEW*, vol. 13, no. 3, pp. 140-149, 1998.
- [5] V. Krishnan, "Measurement of angular velocity and linear acceleration using linear accelerometers," *Journal of the Franklin Institut*, vol. 280, no. 4, pp. 307-315, 1965.
- [6] C. W. Kang, Y. M. Yoo, and C. G. Park, "Performance improvement of attitude estimation using modified euler angle based Kalman filter," *Journal of Institute of control, Robotics and Systems*, vol. 14, no. 9, pp. 881-885, 2008.
- [7] D. Gaylor and E. Lightsey, "GPS/INS Kalman filter design for spacecraft operating in the proximity of international space station," *Proc. of AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit*, 2003.
- [8] H. J. Luinge and P. H. Veltink, "Measuring orientation of human body segments using miniature gyroscope and accelerometers," *Medical & Biological Engineering & Computing*, vol. 43, pp. 273-282, 2005.
- [9] N. Parnian and M. F. Golnaraghi, "Integration of vision and inertial sensors for industrial tools tracking," *Sensor Review*, vol. 27, no. 2, pp. 132-141, 2007.

- [10] A.-J. Baerveldt and R. Klang, "A low-cost and low-weight attitude estimation system for an autonomous helicopter," *IEEE international conference on intelligent engineering systems, proceedings, Budapest Hungary*, pp. 391-395, 1997.
- [11] L. Ojeda and J. Borenstein, "Experimental result with the KVH C-100 fluxgate compass in mobile robots," *Proc. of the IASTED International Conference Robotics and Applications, Honolulu, Hawaii*, Aug. 2000.
- [12] J. H. Kim, H. G. Min, J. D. Cho, J. H. Jang, S.-H. Kwon, and E. T. Jeung, "Design of angular estimator of inertial sensor using the least square method," *WASET, Bangkok*, Dec. 2009.
- [13] J. H. Yun, H. G. Min, S.-H. Kwon, and E. T. Jeung, "Design of first order complementary filter using the least square method," *IASTED Technology and Management Conference, Phuket*, Nov. 2010.
- [14] J. H. Kim, H. G. Min, S.-H. Kwon, and E. T. Jeung, "Wheeled mobile robot control using inertial sensor," *IASTED Technology and Management Conference, Phuket*, Nov. 2010.

민형기

제어·로봇·시스템학회 논문지 제16권 제12호 참조.

김지훈

제어·로봇·시스템학회 논문지 제16권 제12호 참조.

정은태

제어·로봇·시스템학회 논문지 제16권 제8호 참조.

윤주한

제어·로봇·시스템학회 논문지 제16권 제12호 참조.

권성하

제어·자동화·시스템공학 논문지 제4권 제2호 참조.