

Quasi-steady Wave Propagation 알고리즘을 이용한 2차원 수치모형의 하상경사항 처리

Treatment of the Bed Slope Source Term for 2-Dimensional Numerical Model Using Quasi-steady Wave Propagation Algorithm

김 태 형* / 한 건 연** / 김 병 현***

Kim, Tae Hyung / Han, Kun Yeun / Kim, Byung Hyun

Abstract

Two dimensional numerical model of high-order accuracy is developed to analyze complex flow including transition flow, discontinuous flow, and wave propagation to dry bed emerging at natural river flow. The bed slope term of two dimensional shallow water equation consisting of integral conservation law is treated efficiently by applying quasi-steady wave propagation scheme. In order to apply Finite Volume Method using Fractional Step Method, MUSCL scheme is applied based on HLL Riemann solver, which is second-order accurate in time and space. The TVD method is applied to prevent numerical oscillations in the second-order accurate scheme. The developed model is verified by comparing observed data of two dimensional levee breach experiment and dam breach experiment containing structure at lower section of channel. Also effect of the source term is verified by applying to dam breach experiment considering the adverse slope channel.

Keywords : Quasi-steady wave propagation scheme, fractional step method, HLL Riemann solver, source term

요 지

본 연구에서는 자연하천의 흐름에서 흔히 발생하는 천이류, 불연속류, 마른하도로의 파의 전파 등을 포함하는 복잡한 흐름을 해석하기 위한 고정확도 2차원 수치모형을 개발하였다. 하상경사항을 효율적으로 처리하기 위해 quasi-steady wave propagation 기법을 적용하여 해당 격자에 대한 생성항의 영향을 효율적으로 반영함으로써 쌍곡선형 적분 보존형의 2차원 천수방정식을 해석하였다. Fractional Step Method를 적용한 유한체적기법의 사용을 위해 HLL Riemann 해법을 이용하여 흐름률을 계산하였고, 시간 및 공간에 대한 2차 정확도를 만족하기 위해 MUSCL 기법을 적용하였다. 2차 정확도의 사용으로 불연속 지점에서 발생하는 수치진동은 TVD 기법 적용을 통해 제어하였다. 개발된 모형은 2차원 제방 붕괴 및 댐 하류부에 구조물이 존재하는 경우의 댐 붕괴 모의를 통해 실측치와의 검증에 실시하였다. 또한 하류부에 역경사가 존재하는 경우의 댐 붕괴 모의를 통해 실측치와 비교함으로써 생성항의 영향에 대한 모형의 적용성을 검증하였다.

핵심용어 : 준선형 전파해석기법, fractional step method, HLL 리만해법, 생성항

* 경북대학교 공과대학 건축·토목공학부 박사과정 (e-mail: sunz3515@hotmail.com)

Ph.D. Candidate, School of Archi. & Civil Engineering, Kyungpook National Univ., Daegu 702-701, Korea

** 경북대학교 공과대학 건축·토목공학부 교수 (e-mail: kshanj@knu.ac.kr)

Professor, School of Archi & Civil Engineering, Kyungpook National Univ., Daegu 702-701, Korea

*** 교신저자, 캘리포니아 주립대학교 얼바인, 토목·환경공학과 박사후연구원 (e-mail: bhkmc@gmail.com)

Corresponding Author, Post-Doc., Dept. of Civil & Environmental Engineering, University of California, Irvine, CA, 92697, United States

1. 서론

1990년대 후반 국외의 많은 연구자들에 의해 공기동역학 분야에 적용되던 유한체적기법을 불연속적인 흐름 해석으로의 확장을 위해 많은 새로운 기법들이 개발되었다. 그러나 이 시기의 대부분의 연구는 거리에 따른 하상의 변화가 매우 불규칙한 실제하천과 달리 단순화된 균일하도에 대한 적용에 국한되어 흐름률과 생성항의 불균형 문제를 여전히 안고 있었다. 2000년대에 들어서면서 최근까지 하상변화로 인한 생성항과 흐름률의 균형 연구가 지속됨으로써 자연하천에 적용가능한 다양한 유한체적해석기법이 개발되고 있다.

Bermudez and Vázquez (1994)는 천수방정식에서 하상경사 생성항을 이산화하는 상류이송기법을 제안한바 있고, Nujic (1995)은 정수압 항을 흐름률에서 분리하여 지배방정식을 구성함으로써 생성항과 흐름률의 균형을 만족시키고자 하였다. LeVeque (1998)는 하상경사가 시간에 따라 변하지 않음을 고려하여, 정상상태로 가정하고 하상경사의 영향을 반영하여 흐름률을 재구성하는 기법을 제안하였고, 제안된 기법이 정지상태 및 준정상상태에서도 모두 보존특성을 만족함을 보였다. Zhou et al. (2001)은 보존변수 재구성을 위해 수면경사를 이용하여 흐름률을 계산하였으며, 이후 불연속적인 계단 형태의 하상경사에 적용 가능하도록 확장한 SGMS 기법을 제안하였다 (Zhou et al., 2002). Zoppou and Roberts (2000)는 생성항을 처리하기 위해 fractional step method를 적용하여 2차원 댐붕괴흐름을 해석하였고, Ying et al. (2004)은 가중평균 수위경사 기법을 적용한 상류이송 기법을 1차원 개수로 흐름 해석에 적용하였으며, Bradford and Sanders (2002)는 이동축방정계를 가진 임의의 지형에서의 2차원 부정류 천수흐름에 대한 유한체적기법을 이용한 수치기법을 제안하였다.

국내에서의 생성항의 처리를 위한 연구로 윤태훈과 이종욱 (1999)은 Roe Riemann 해법을 이용하여 가상하도에서 분류 수위 급상승에 의한 지류의 역류를 해석하였고, 김우구 등 (2003)은 Fractional Step Method를 이용하여 2차원의 천수방정식을 두 개의 1차원 문제로 분리하여 해석하였으며, Kim et al. (2004)은 Fractional Step Method를 이용하여 생성항을 흐름률과 분리하여 양해적 Euler 기법으로 이산화하여 해석하였다. 김원 등 (2005)은 ENO 기법 등을 이용하여 1차원 자연하천에 대한 상류이송기법에서의 새로운 생성항의 처리에 대해 연구하였고, 김지성과 한건연 (2008)은 중력과 흐름방향의 하폭 변화로 인한 정수압력에 의한 생성항을 차분하는 새로운 기법을 소개한 바 있다.

이와 같이 생성항의 안정적 처리를 위한 연구는 다양한 방법으로 이루어져 왔으나, 이전까지의 연구는 Fractional Step Method 또는 Unsplit 기법 등을 이용한 지배방정식의 해석 시, 생성항을 직접 이산화하여 지배방정식에 포함함으로써 그 영향을 고려하고자 하는 연구가 대부분이었다. 본 연구에서는 생성항의 영향을 보존변수에 직접 반영하는 새로운 생성항 처리기법을 적용함으로써, 흐름률과 생성항의 균형을 위한 연구에 새로운 방향을 제시하고자 하였다. 이를 위해 본 연구에서는 흐름의 전파양상을 정확하게 반영할 수 있는 상류이송기법인 Godunov 기법 (Godunov, 1959)과 수치적인 계산 이전에 인접자료의 값을 이용하여 자료를 재구성하는 MUSCL (Monotone Upstream-centered Schemes for Conservation Laws) 기법 (Van Leer, 1977)을 사용하여 개발된 유한체적모형에 대해, 준정상상태 (Quasi-steady)의 가정으로부터 보존변수의 재구성을 통해 해당 격자에 대한 생성항의 영향을 반영하는 Quasi-steady Wave Propagation 알고리즘을 적용하여 하상경사에 대한 생성항을 효율적으로 처리하고자 하였다. 개발된 모형은 실측치가 존재하는 2차원 제방붕괴 해석 및 건물에 영향을 고려한 댐 붕괴에 대해 적용하였고, 하류부에 역경사가 존재하는 댐 붕괴를 모의하여 실측치와 비교함으로써 모형의 적용성을 입증하였다.

2. 2차원 유한체적 모형의 개발

2.1 지배방정식

벡터형태로 나타낸 보존형 2차원 천수방정식은 다음과 같다.

$$U_t + F(U)_x + G(U)_y = S(U) \quad (1)$$

여기서, U 는 보존변수들로 이루어진 물리적 벡터이며, $F(U)$ 및 $G(U)$ 는 각각 x 및 y 방향의 흐름률, 그리고 $S(U)$ 는 생성항으로 Eq. (2)와 같다.

$$U = \begin{bmatrix} h \\ hu \\ hv \end{bmatrix}, F(U) = \begin{bmatrix} hu \\ hu^2 + \frac{1}{2}(gh^2) \\ huv \end{bmatrix}, \quad (2)$$

$$G(U) = \begin{bmatrix} hv \\ huv \\ hv^2 + \frac{1}{2}(gh^2) \end{bmatrix}, S(U) = \begin{bmatrix} 0 \\ gh(S_{0x} - S_{fx}) \\ gh(S_{0y} - S_{fy}) \end{bmatrix}$$

여기서, u 와 v 는 각각 x 와 y 방향의 유속, g 는 중력가속도 그리고 h 는 수심이다. 생성항은 하상경사(S_0)와 바닥마찰경사(S_f)만을 고려하였고, S_0 는 각각 $S_{0x} = -\partial z_b / \partial x$, $S_{0y} = -\partial z_b / \partial y$ 로 계산되고, S_f 는 Manning의 조도계수 n 을 사용

하여 $S_{fx} = n^2 u \sqrt{u^2 + v^2} / h^{4/3}$ 와 $S_{fy} = n^2 v \sqrt{u^2 + v^2} / h^{4/3}$ 로 각각 계산된다.

2.2. 지배방정식의 이산화

Godunov는 1959년에 격자 절점에서의 값을 이용하여 계산하는 이전 방법과는 다른 각 격자 내에서의 수치해가 일정하다는 가정으로 새로운 계산기법을 개발하였다. Godunov기법을 사용하여 보존형 2차원 천수방정식의 해를 구하기 위해 지배방정식을 유한체적에 대해 적분하면 Eq. (3)이 된다.

$$\frac{d}{dt} \int_V U dV + \int_{\Omega} H \cdot n d\Omega = \int_V S dV \quad (3)$$

여기서, Ω 는 유한체적의 표면이며, dV 와 $d\Omega$ 는 각각 미소 체적과 미소 표면으로 정의한다. H 는 유한체적의 표면 Ω 의 경계면에 수직방향 흐름률 벡터 (F, G) 로 정의되며, n 은 경계면 Ω 바깥 방향으로의 단위법선벡터이다. 만약 임의의 유한체적 (i, j) 격자에서, 흐름변수 벡터 $U_{i,j}$ 와 생성항의 벡터 $S_{i,j}$ 가 $\overline{U}_{i,j}$ 와 $\overline{S}_{i,j}$ 로 일정하다고 가정한다면 U 와 S 의 적분항은 Eq. (4)로 정리될 수 있다.

$$\frac{d}{dt} \overline{U}_{i,j} A_{i,j} + \int_{\Omega} (F, G) \cdot n d\Omega = \overline{S}_{i,j} A_{i,j} \quad (4)$$

여기서, $A_{i,j}$ 는 유한체적의 면적으로 유한체적 격자의 절점 좌표로 계산할 수 있다. Eq. (4)의 두 번째 적분 항은 Green 정리에 의해 이중적분이 선적분으로 변환될 수 있으며, 단위법선벡터 n 은 Fig. 1과 같이 $(\cos\phi, \sin\phi)^T$ 이므로, 최종적으로 Godunov 법칙을 만족하는 Eq. (5)와 같은 형태로 이산화 될 수 있다.

$$\int_{\Omega} (F, G) \cdot n d\Omega = \sum_{k=1}^m (F_k \cos\phi_k + G_k \sin\phi_k) L_k \quad (5)$$

여기서, m 은 유한체적의 경계면 개수로 사각형 격자일 경우 $m=4$ 이고, L_k 는 유한체적의 k 번째 경계면 길이, 그리고 ϕ_k 는 x 축과 k 번째 경계면의 법선벡터 (n_k) 사이의 반시계방향 각을 나타낸다 (Fig. 1).

3. 흐름률 및 생성항의 처리

3.1. HLL Riemann Solver

HLL (Harten, Lax, and van Leer) 근사 Riemann 해법은 초기조건을 가지는 Riemann 해의 구조에서, 파의 특성속도 중 가장 작은 값인 S_L 과 가장 큰 값인 S_R 에 따라 두 특성선 사이의 상태를 근사적으로 가정하는 방법이다. 두 특성선에 의해 구분된 각 영역에서 일정한 값을 가지

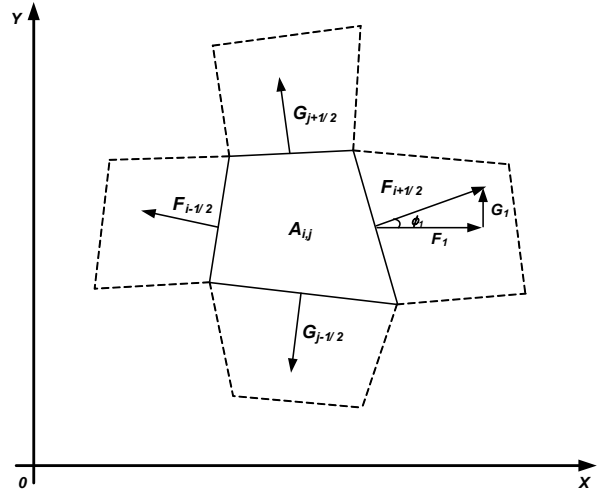


Fig. 1. Topological Shape of Control Volume Ω

는 보존변수 U_L, U^*, U_R 이 결정되면, HLL 수치 흐름률은 Eq. (6)에 의해 계산될 수 있다.

$$F_{i+1/2}^{HLL} = \begin{cases} F_L & \text{if } 0 \leq S_L \\ F^* = \frac{S_R F_L - S_L F_R + S_L S_R (U_R - U_L)}{S_R - S_L} & \text{if } S_L \leq 0 \leq S_R \\ F_R & \text{if } 0 \geq S_R \end{cases} \quad (6)$$

여기서, 첨자 $i+1/2$ 은 계산격자 L 과 R 사이의 경계를 의미하며, F_L 과 F_R 은 각 격자 내의 보존변수로 계산되어진 흐름률을 의미한다. 정확한 흐름률을 계산하기 위해서는 파속 S_L, S_R 을 정확하게 적용해야 한다. 천수방정식에 적용하기 위한 이들 파속을 계산하는 방법은 여러 가지가 있으며, 본 연구에서는 양쪽이 팽창파를 가지는 조건과 Toro (2001)가 제안한 방법을 이용하여 해석하였다.

3.2. MUSCL-Hancock 기법

시간 및 공간에 대해 2차 정확도를 만족하기 위해 수치적인 계산 이전에 자료를 재구성하는 MUSCL 기법을 적용하였다. 자료의 재구성에 인접자료의 값을 사용함으로써 공간에서 2차 정확도를 가지게 된다. Eq. (7)과 같이 선형 함수를 이용하여 재구성되는 값의 경사를 계산하고 Eq. (8)과 같이 경계값을 외삽하게 된다.

$$\Delta_i = \frac{1}{2}(U_i^m - U_{i-1}^m) + \frac{1}{2}(U_{i+1}^m - U_i^m) \quad (7)$$

$$U_i^L = U_i^m - \frac{1}{2} \Delta_i, \quad U_i^R = U_i^m + \frac{1}{2} \Delta_i \quad (8)$$

재구성된 자료가 시간에 대하여 2차 정확도를 가지기 위하여 $\frac{\Delta t}{2}$ 시점의 값을 예측되는 과정이 필요하다. 이 과

정은 Eqs. (9) and (10)과 같다.

$$\overline{U_i^L} = U_i^L + \frac{\Delta t}{2\Delta x} (f(U_i^L) - f(U_i^R)) \quad (9)$$

$$\overline{U_i^R} = U_i^R + \frac{\Delta t}{2\Delta x} (f(U_i^L) - f(U_i^R)) \quad (10)$$

자료의 재구성과 $\frac{\Delta t}{2}$ 시점의 예측을 마치면, 경계면에서는 $\overline{U_{i+1}^L}$ 과 $\overline{U_i^R}$ 의 새로운 Riemann 문제가 성립되며, Riemann의 근사해법을 사용하여 경계면에서의 흐름률이 Eq. (11)로 계산된다.

$$F_{i+1/2}^{MUSCL} = F(\overline{U_{i+1}^L}, \overline{U_i^R}) \quad (11)$$

3.3. Fractional Step Method

2차원, 3차원 등의 다차원 문제 및 생성항을 포함한 천수방정식의 해석 시 각 시간단계에서의 다차원 문제와 생성항을 포함한 문제를 직접 해석하는 것은 차원이 큰 역행렬을 직접 처리해야 하므로 알고리즘이 복잡해질 수 있고, 많은 계산 노력이 요구될 수 있다. 하지만 Riemann 근사해법을 해석하기 위한 많은 1차원 해석 기법들이 소개되어 있고, 이러한 1차원 기법들을 직접적으로 이용하여 다차원 및 생성항의 문제의 해를 구할 수 있다면 위와 같은 어려움을 상당히 해결할 수 있다. Fractional Step Method는 Riemann 문제를 해석하기 위한 1차원 해석기법을 다차원 해석을 위해 확장하는 기법으로, x 및 y 방향으로 차원을 분리하여 각 방향에 대한 sweep으로 2차원 문제를 해석하고, 생성항을 분리하여 생성항과의 흐름률간의 균형을 이루도록 한 기법이다 (김병현 등, 2009). 2차원 천수방정식의 해석을 위해 Eq. (1)에 Fractional Step Method를 적용하면 Eq. (12)와 같이 x 축과 y 축의 두 개의 1차원 문제로 분리하여 나타낼 수 있다.

$$U_t + F(U)_x = S(U)_x, \quad U_t + G(U)_y = S(U)_y \quad (12)$$

편미분 방정식으로 나타낸 Eq. (12)를 양해적 보존형으로 이산화 하면 다음과 같이 Eqs. (13a) and (13b)로 나타낼 수 있다.

$$U_i^{k+1} = U_i^k + \frac{\Delta t}{\Delta x} (F_{i+1/2}^k - F_{i-1/2}^k) + \Delta t S_x \quad (13a)$$

$$U_j^{k+1} = U_j^k + \frac{\Delta t}{\Delta y} (G_{j+1/2}^k - G_{j-1/2}^k) + \Delta t S_y \quad (13b)$$

비선형의 생성항을 포함하는 Eq. (12)를 해석하기 위해 Fractional Step Method의 적용은 방정식을 편미분 방정식 Eq. (14a)와 상미분 방정식 Eq. (14b)로 분리하고, 각 시간단계에서 두 개의 방정식을 풀이하도록 생성항을 분

리하는 것이다. 이러한 방정식의 분리는 생성항이 공간에서의 변동이 없을 것이라는 가정에 근거한다 (Strang, 1968).

$$U_t + F(U)_x = 0 \quad (14a)$$

$$U_t + S(U) = 0 \quad (14b)$$

대부분의 경우, Fractional Step Method를 적용한 생성항의 처리는 천수방정식의 해석에 있어서 만족스러운 결과를 도출한다. 그러나 편미분 방정식 Eq. (14a)를 해석하면서 보존변수 U_t 의 값이 크게 변화될 수 있으며, 그 값을 사용하여 상미분 방정식 Eq. (14b)를 풀이할 경우, 정확한 해를 찾을 수 없기 때문에 적용에 있어서 문제점을 안고 있다. 또한, Eqs. (14a) and (14b)의 방정식을 풀이하면서 서로 다른 수치기법을 사용하기 때문에 정확한 해를 찾는다는 것은 더욱 힘들 수 있다. 따라서 하상경사의 변동을 다루기 위해서 Fractional Step Method를 적용하여 생성항을 처리하는 것은 부정확한 해를 도출하게 된다 (LeVeque, 1998). 본 논문에서는 LeVeque (1998)가 제안한 quasi-steady wave propagation 알고리즘을 사용하여 하상경사의 변동항을 가진 천수 방정식을 풀이하었다.

3.4. Quasi-steady Wave Propagation 기법을 이용한 생성항의 처리

Quasi-steady wave propagation 알고리즘 (LeVeque, 1998)은 Fig. 2와 같이 각 시간 단계에서 각 격자의 중앙부에 새로운 불연속적인 값 U_i^- , U_i^+ 을 도입하는 것이다. 이 값들은 Eqs. (15a) and (15b)의 조건을 만족시킴으로써 계산될 수 있다.

$$\frac{1}{2}(U_i^- + U_i^+) = U_i \quad (15a)$$

$$\frac{F(U_i^+) - F(U_i^-)}{\Delta x} = -S(U_i) \quad (15b)$$

Eq. (15a)는 자료의 재구성 후에도 격자의 평균값이 변하지 않게 하기 위한 조건이며, Eq. (15b)는 새롭게 생성된 불연속적인 자료의 Riemann 문제 해석 결과가 이 격자에서 생성항의 영향을 완전하게 반영하도록 하는 조건이다. 양해법에 의한 수치계산은 생성항을 시간의 경과와 무관한 상수의 값으로 대입하고 풀이하며, 이는 곧 생성항의 영향이 정상상태로 간주됨을 뜻한다. 즉, 보존 변수의 시간에 따른 변화량 U_t 가 매우 적다는 것을 뜻하며 이러한 준 정상상태 (quasi-steady)의 가정으로부터 Eq. (15b)가 만족된다. 이와 같은 과정을 통해서, 분리된 편미분 방정식의 계산결과를 상미분 방정식을 풀기 위해 다시 사용

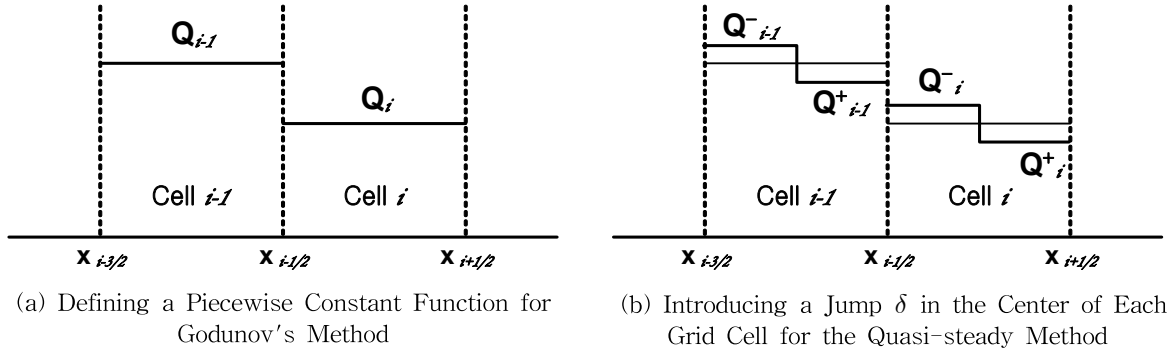


Fig. 2. Quasi-steady Wave Propagation Algorithm

하도록 하는 Fractional Step Method의 적용이 불필요하게 된다.

차원 분리 기법에 의해 두 개의 1차원의 문제로 분리되어진 2차원 천수방정식은 생성항이 추가되어도 생성항의 영향으로 흐름률의 값이 변화되는 것을 제외하고는 계산과정이 변하지 않는다. 먼저 x 방향을 고려해보면 Riemann 문제는 $(i-1, j)$ 격자와 (i, j) 격자 사이의 1차원의 문제로 단순화되어, Eqs. (16a) and (16b)와 같이 기술할 수 있다.

$$h_t + (hu)_x = 0 \quad (16a)$$

$$(hu)_t + (hu^2 + \frac{1}{2}gh^2)_x = gh(S_{0x}) \quad (16b)$$

여기서, $h(x, t)$ 는 수심, $u(x, t)$ 는 유속을 나타내며, g 는 중력가속도, S_0 는 하상경사를 나타낸다.

Eq. (15b)의 준 정상상태 (quasi-steady) 가정으로부터, 1차원 비선형연립방정식의 해는 Eqs. (17a) and (17b)로 계산된다.

$$(hu)_x = 0 \quad (17a)$$

$$(hu^2 + \frac{1}{2}gh^2)_x = gh(S_{0x}) \quad (17b)$$

Eq. (17a)에는 생성항이 없기 때문에, 질량의 흐름률 hu 는 격자의 중앙에 새롭게 도입될 불연속지점에서 일정한 값을 가지게 되므로, 생성항은 수심 h 의 재구성에만 영향을 미치게 되며, Eq. (15a)의 조건을 만족시키기 위해서 Eq. (18)을 만족해야 한다.

$$h_i^\pm = h_i \pm \delta_i \quad (18)$$

Eq. (18)의 δ_i 는 Eq. (15b)를 만족해야 하므로 Eq. (19)와 같이 나타낼 수 있다.

$$(h_i^+ u^2 + \frac{1}{2}g(h_i^+)^2) - (h_i^- u^2 + \frac{1}{2}g(h_i^-)^2) = -gh_i(S_{0x})\Delta x \quad (19)$$

δ_i 를 구하기 위해서 Eq. (19)의 h_i^\pm 을 Eq. (18)로 치환하면

Eq. (20)과 같다.

$$(hu)_i^2 \left(\frac{1}{h_i + \delta_i^x} - \frac{1}{h_i - \delta_i^x} \right) + gh_i(2\delta_i^x - \Delta S_i) = 0 \quad (20)$$

마찬가지로, y 방향에서도 같은 과정이 반복된다. y 방향의 Riemann 문제는 $(i, j-1)$ 격자와 (i, j) 격자 사이의 1차원의 문제로 단순화되며, y 방향의 생성항이 흐름률에 미치는 영향도 1차원의 경우와 같이 계산된다.

4. 모형의 적용

본 모형의 적용성을 검증하기 위해 다양한 조건의 2차원 댐 및 제방 붕괴 모의를 실시하였다. 2차원 제방의 붕괴에 대한 검증을 위해 실측치가 존재하는 2차원 제방 붕괴실험에 대해 모의하였고, 댐 하류부에 건물 등과 같은 구조물이 존재할 경우의 댐 붕괴 모의를 통해 Soares-Frazão and Zech (2002)가 실험한 실측치와 검증을 실시하였다. 또한 하상경사조건에 따른 흐름의 변화양상을 검증하기 위해 하도의 하류부에 역경사가 존재하는 조건에 대해 적용하여 실험한 실측치와 비교하였다.

4.1 2차원 제방 붕괴파 해석

Stelling and Duinmeijer (2003)는 Fig. 3과 같은 조건하에서 급작스런 제방의 붕괴상황에 대한 실험을 수행하였다. 제방바깥으로 초기수심이 존재하고, 젖은 하도의 상태를 가지는 제내지에 대해서 실험을 수행하였으며, 수위를 측정할 수 있도록 제내지 중심부의 각 주요지점에 수위측정기를 설치하였다. 2차원 제방의 붕괴에 의한 영향을 분석하기 위해 실험과 같은 조건으로 본 연구모형을 적용하였다.

초기조건은 실험조건과 동일하게 제외지의 수심을 0.6 m, 제내지의 수심을 0.05 m로 설정하였으며, 0.4 m 길이의 붕괴가 제방 중심부에서 발생한 것으로 가정하였다. 제방

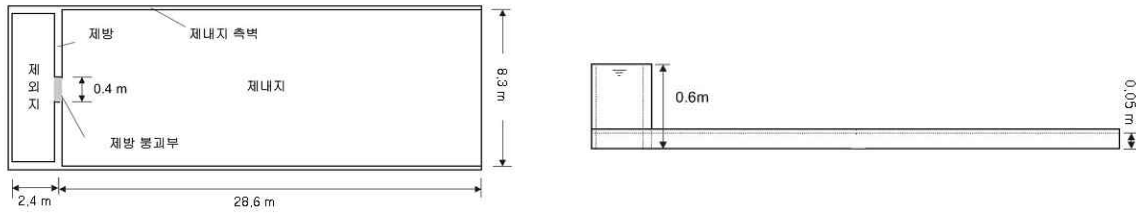


Fig. 3. Sketch of Experimental Setup for Levee Break

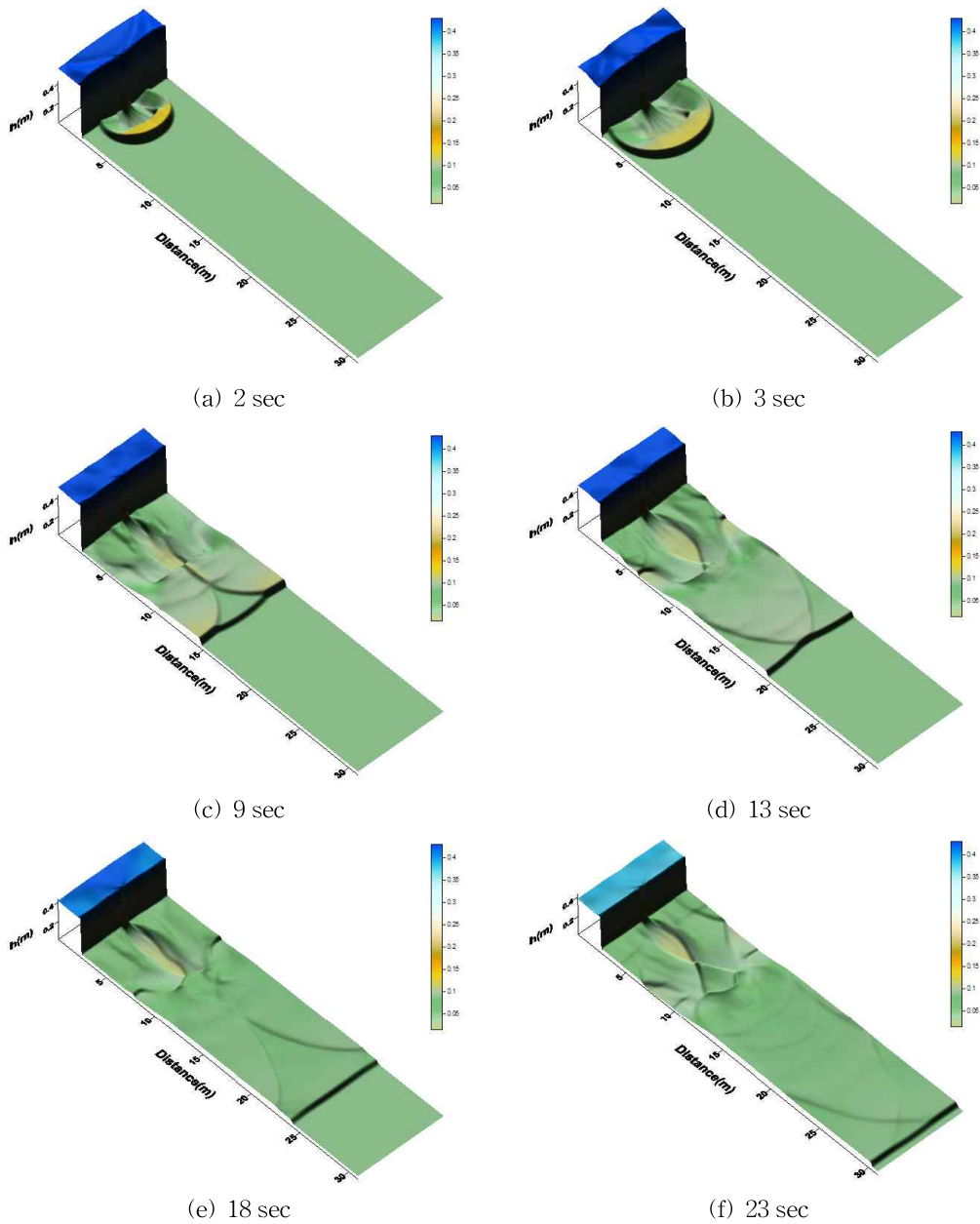


Fig. 4. 3D Representation of Free Surface

중앙부가 갑작스럽게 붕괴되기 전의 초기 유속을 0.0 m/s 로 가정하였고, 경계는 모두 반사경계조건으로 처리하였다. 제내지의 조도계수는 매끄러운 콘크리트 바닥의 경우

로써 $0.012 \text{ ms}^{-1/3}$ 로 가정하였다 (Stelling and Duijnmeijer, 2003).

Fig. 4는 3초, 9초, 12초, 그리고 18초에 계산된 수면형

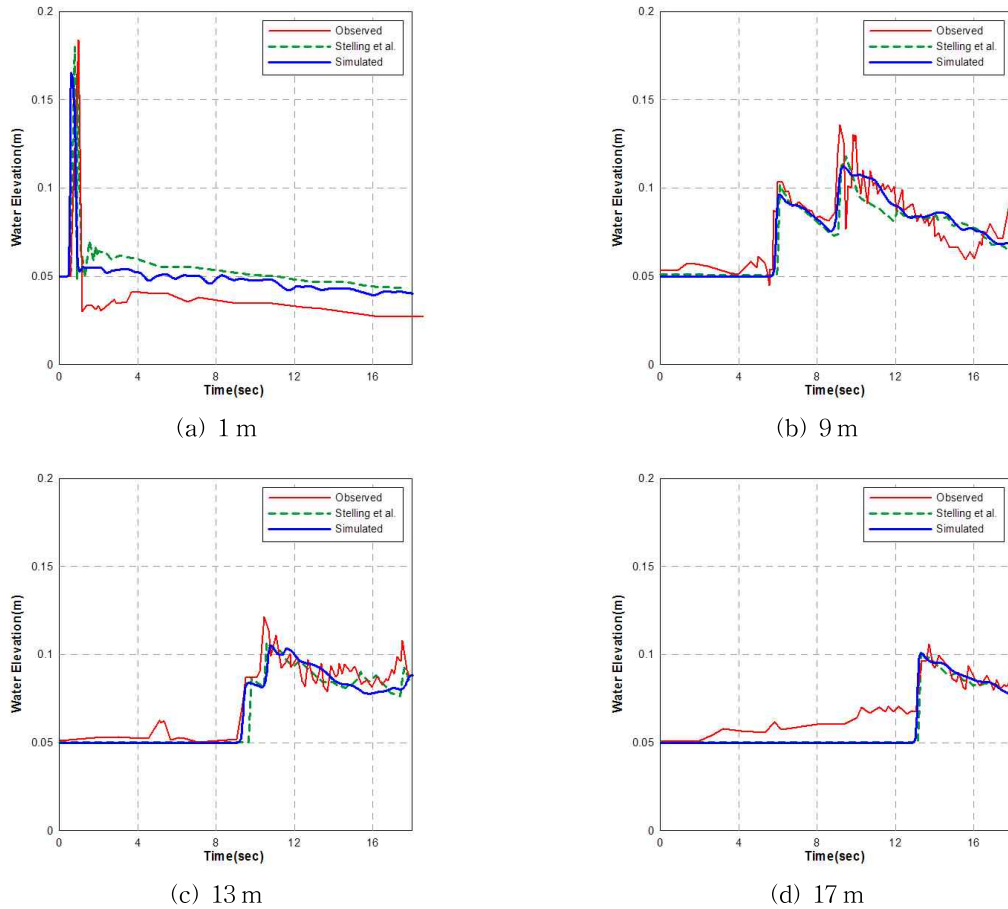


Fig. 5. Comparison of Computed Water Depth and Experimental Measurements at Each Gauge

을 나타낸 그림이다. Fig. 4에 나타난 바와 같이 댐 붕괴 발생 약 3초 후에 붕괴 홍수파가 제내지의 측벽에 도달하였으며, 반사된 홍수파가 약 9초 후에 서로 교차되어 13초 후에 다시 반대편 측벽에 도달하였다. 댐 붕괴파는 하류단으로 계속 전파되어 댐 붕괴 발생 약 23초 후에 제내지의 최하류단에 도달한 것을 확인할 수 있다.

Fig. 5는 제방 붕괴 중심으로부터 각각 1, 9, 13, 그리고 17m 떨어진 지점에서 측정한 수위와 Stelling and Duinmeijer (2003)가 모의한 결과, 그리고 본 개발모형으로 모의된 결과를 비교한 그래프이다. Fig 5(a)에 나타난 바와 같이 제방붕괴 지점과 인근에 위치한 1m 지점에서 붕괴파에 의해 수위가 0.17m 정도의 높이까지 상승한 것을 확인할 수 있으며, 그 이후의 수위가 실측치보다 높게 모의된 것은, 인위적 조작에 의한 수문의 개방 시 나타날 수 있는 수심방향으로의 흐름 발생 등의 영향을 고려하지 못하는 2차원 모형의 한계 때문인 것으로 판단된다 (Stelling and Duinmeijer, 2003). 제방 붕괴파는 9m 지점까지 약 5.5초 후에 전파되어 초기의 수심보다 0.05m가량 더 상승한 것을 확인할 수 있으며, 제내지 측벽의 반사파에 의해 9초에 다시 한번 상승하는 현상까지 잘 보여주었

다 (Fig. 5(b)).

4.2 건물 영향을 고려한 댐 붕괴파 해석

Soares-Frazão and Zech (2002)는 댐 하류부에 건물 등과 같은 구조물이 존재할 경우 댐 붕괴에 따른 흐름의 영향을 분석하기 위해 Fig. 6과 같은 길이 35.8m와 폭 3.6m의 평탄한 하상을 가진 개수로에서 수리모형실험을 수행하였다. 하도의 바닥은 측벽과 약 25°의 경사를 이루도록 구성하였고, 초기조건으로 댐 상류부는 0.4m, 하류부에는 0.02m를 부여하였으며, 저수지 및 하도부분의 각 6개 지점에서 수위를 측정하였다.

모의를 위해 실험조건과 동일한 조건으로 실험하도를 구성하였으며, 개수로 바닥의 조도계수는 $0.01 \text{ ms}^{-1/3}$ 로 가정하였고, 총 30초의 계산시간동안 모의를 실시하였다. 댐 붕괴부는 실험과 동일한 조건으로 갑작스럽게 붕괴되는 것으로 가정하였으며, 경계조건으로 상류 경계단과 개수로 측벽 경계에는 반사 경계를 부여하였으며, 하류 경계단에는 자유유출 경계조건을 부여하였다.

1초, 1.5초, 3초, 10초에서의 모의결과를 출력하였고, 각각의 경우에 계산된 수면형을 Fig. 7에, 계산된 등수위선

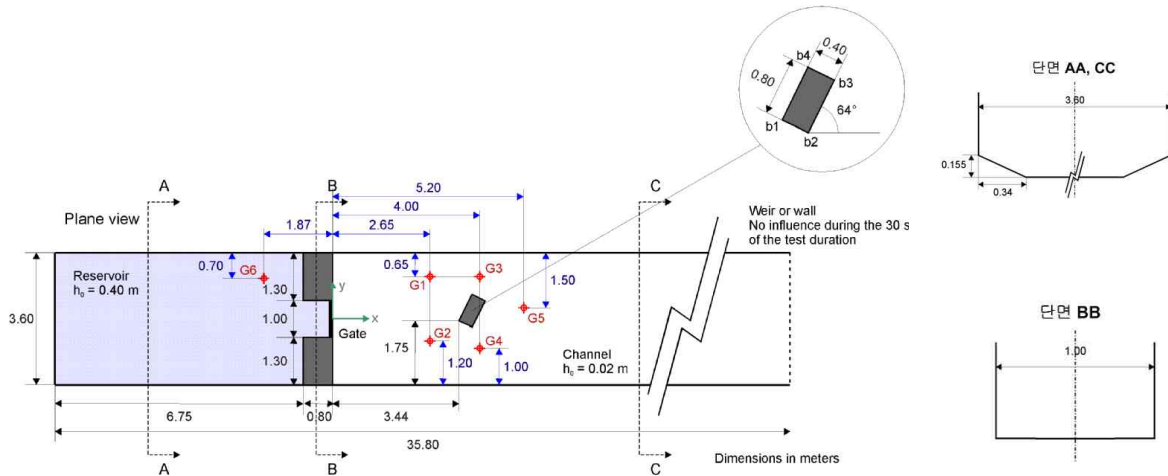


Fig. 6. Sketch of Experimental Setup

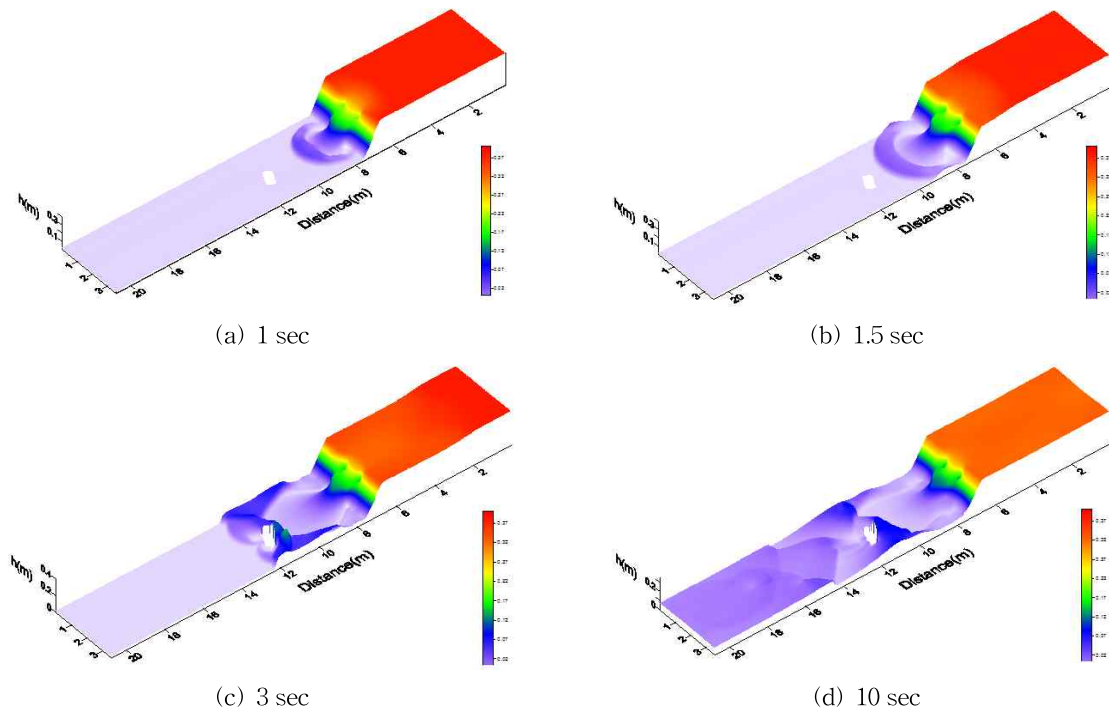


Fig. 7. 3D Presentation of Water Surface

을 Fig. 8에 나타내었다. Fig. 7에서 볼 수 있는 것처럼 댐 상류부로의 팽창파와 하류부의 충격파가 제내지를 통해 퍼져 나가며, 1.5초의 모의결과를 통해 제내지 측벽에 반사파가 먼저 발생한 것을 볼 수 있다. 또한 3초 후의 모의 결과를 통해 제내지 내의 구조물에 반사파가 발생한 것을 확인할 수 있으며, 그 반사파가 구조물과 측벽사이로 전파되면서 사각도수 (oblique hydraulic jump)를 발생시킨 것을 확인할 수 있다.

건물 영향을 고려한 댐 붕괴파 해석은 여러 연구자들에 의해 수행된 바 있다. 본 연구에서는 Petaccia and Savi

(2003)의 모의결과와 실측된 수위, 그리고 개발모형을 통해 모의된 결과를 비교하여 Fig. 9에 나타내었다. 비교 결과 본 연구에서 개발된 모형에 의한 모의결과는 각 시간 단계마다 제내지의 구조물에 의해 발생한 사각도수현상과 제내지의 측벽에 발생한 반사파에 의한 수위 상승현상을 잘 보여주고 있고, 실측자료와 잘 일치하는 결과를 보여주고 있음을 알 수 있다.

댐 상류부에 위치한 G6에서는 댐 붕괴가 발생함에 따라 점진적인 수위감소현상을 보여주고 있고, 이는 실측치와 거의 동일하게 나타남을 확인할 수 있다. 구조물의 상

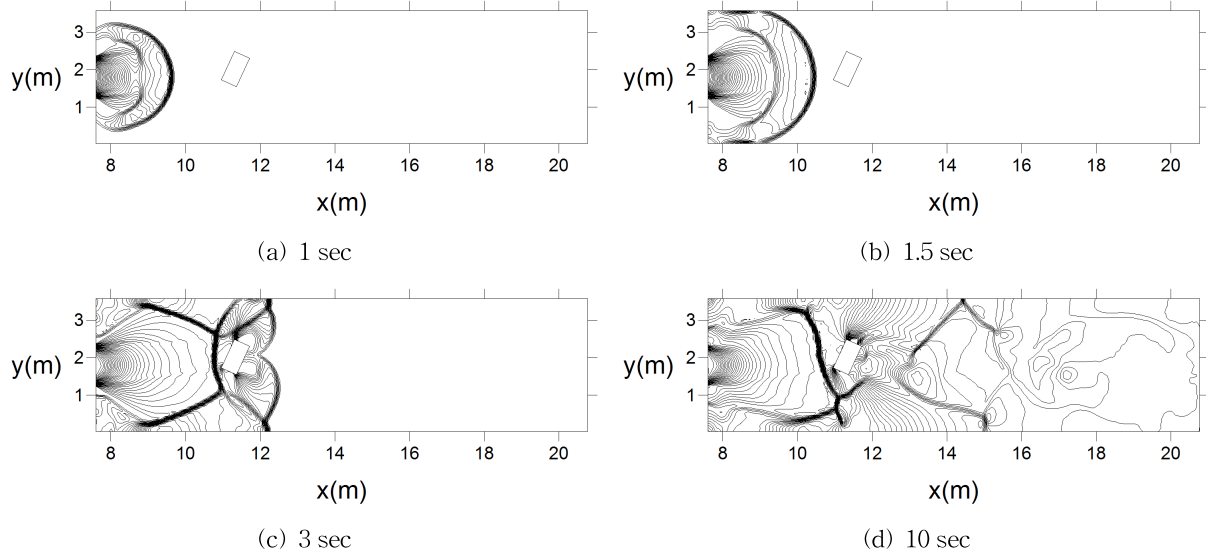


Fig. 8. Water Depth Contours

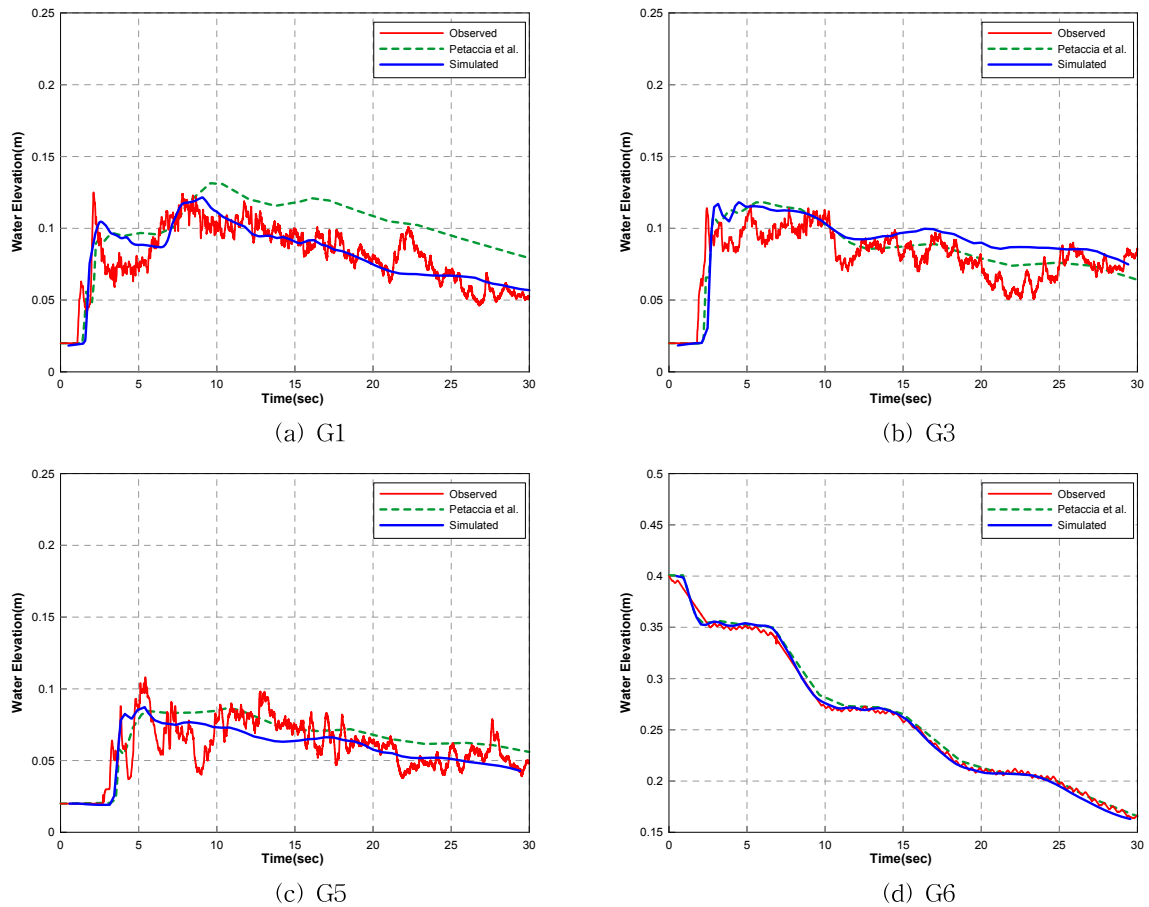


Fig. 9. Comparison of Computed Water Depth and Experimental Measurements at Each Gauge

류부 및 하도의 좌안에 가까이 위치한 G1에 댐 붕괴와의 전면부가 도달함에 따라 수위가 급격히 증가하였다가 일시적으로 감소하였고, 하도의 측벽과 구조물에 의해 발생한 사각도수에 의해 또 한번 수위가 증가하는 현상을 보

여주고 있다. 구조물과 하도 측벽 사이에 위치한 G3에서는 사각도수에 의해 수위가 급격히 증가하고 이후 점차적으로 수위가 감소하는 현상을 보여주고 있고(김병현과 한건연, 2010), 구조물의 뒤편에 위치한 G5에서는 양 측벽

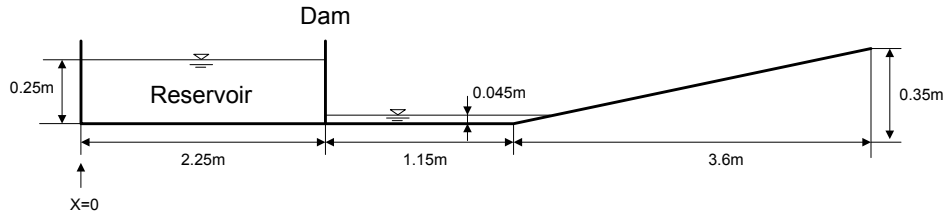


Fig. 10. Sketch of Experimental Setup

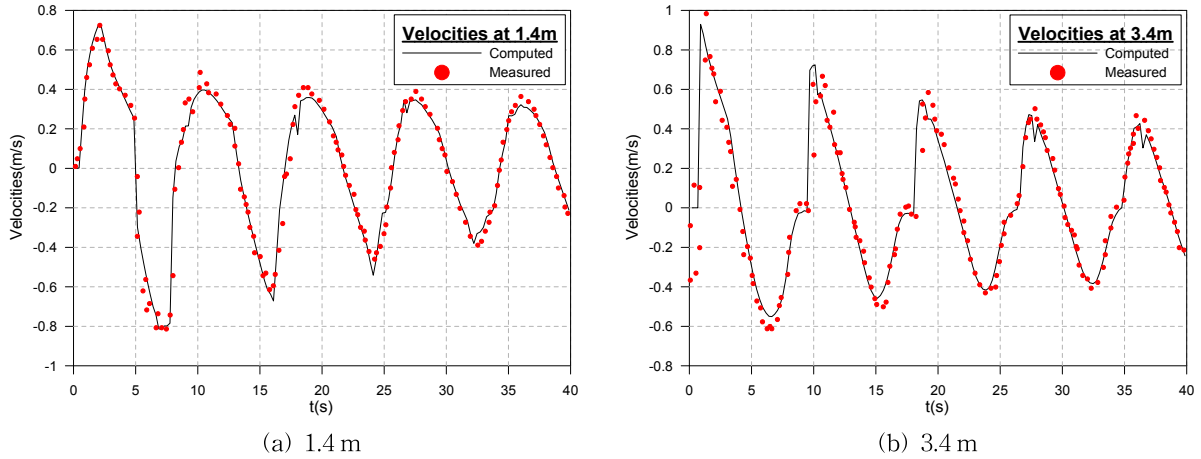


Fig. 11. Comparison of Computed Water Depth and Experimental Measurements

에서 반사되어 구조물 뒤편까지 도달한 홍수파에 의해 수위가 일시적으로 증가했다가 점차적으로 감소하고 있는 현상까지 잘 보여주었다.

4.3 역경사 하도의 영향을 고려한 댐 붕괴해석

Aureli et al. (2000)은 충격파의 전파방향에 대한 역경사 하도의 영향을 분석하기 위해 Fig. 10과 같은 폭 1.0m, 높이 0.5m, 길이 7.0m의 역경사가 존재하는 하도에 대해 수리모형실험을 실시하였다. 2.25m 지점에 댐이 위치하고, 댐 하류부의 3.40m 지점부터 7m지점까지 -0.10의 역경사를 구성하여 급작스런 댐의 붕괴를 구현하였다. 댐 상류부의 수위는 0.25m, 하류부의 수위는 0.045m이고, 1.4m 지점과 3.40m 지점에서 댐 붕괴 후 시간대별 유속을 측정하였다.

이를 위해 실험조건과 동일한 조건으로 하도를 구성하였으며, 수로바닥의 조도계수는 $0.01 \text{ ms}^{-1/3}$ 로 매끄러운 하상으로 가정하였고, 급작스런 댐 붕괴 이후 총 40초의 계산시간동안 모의를 실시하였다.

Fig. 11은 저수지 내 1.40m 지점과 역경사가 시작되는 3.40m 지점에서의 유속을 나타내며, Fig. 11에 나타난 바와 같이 모의결과는 실험결과를 잘 구현하였다. 댐이 붕괴된 직후 댐 상류부 방향으로의 팽창파에 의해 유속이 증가되다가 댐 하류부로 흐름이 발생하는 과정에서 유속이 0m/sec로 감소되었다가 반대방향으로 유속이 계속 증

가되는 현상을 보여주고 있다. 또한 홍수파가 역경사 부분에 도달한 이후 발생한 역방향 흐름에 의해 유속이 다시 저수지 방향으로 증가되는 현상을 확인할 수 있다. 이러한 유속의 양과 음의 값으로의 변화는 최대 진동폭이 1.40m 지점에서 1.53, 1.05, 0.88, 0.72m/sec로, 그리고 3.40m 지점에서 1.44, 1.17, 0.97, 0.84m/sec로 마찰항의 영향에 의해 점점 감소되는 것을 확인할 수 있고, 이러한 과정은 흐름이 정상상태를 유지할 때까지 반복되며, 반복과정동안 유속은 댐 하류부 방향과 상류부 방향으로 반복적으로 발생한다.

모의결과에서 볼 수 있듯이, 본 개발모형은 하도조건에 따른 흐름방향의 변화를 잘 보여주고 있으며, 역경사를 가진 하도의 흐름에 대해 계산초기부터 마른하도이거나 혹은 계산과정 중간에서 마른·젖음이 나타나더라도 수치적 발산없이 정확하고 효과적인 적용결과를 보여주고 있다.

5. 결론

본 연구에서는 수공구조물 붕괴 및 천이류 등의 하천에서 발생할 수 있는 불안속적인 흐름을 안정적으로 모의하기 위하여 Quasi-steady wave propagation 알고리즘의 적용을 통해 생성항을 안정적으로 처리할 수 있는 고정확도 유한체적모형을 개발하였다. 개발모형을 실험자료가 존재하는 2차원 실험하도에 적용하여 모형의 정확성 및

안정성을 검증하였다. 본 연구를 통해서 얻은 주요 결과는 다음과 같다.

- (1) 생성항을 포함하여 천수방정식을 해석할 때, 하상경사의 항은 수치계산에 매우 민감한 항으로 깊은 주의가 필요한데, Quasi-steady wave propagation 알고리즘의 사용으로 불연속적인 흐름의 해석에도 비현실적인 현상의 발생없이 원활하게 모의를 수행할 수 있었다.
- (2) 2차원 제방붕괴 해석에 대해 개발모형을 적용한 결과, 정확한 흐름률의 계산에 의해 실험자료와의 비교에 대해 기존 연구자의 계산결과보다 개선된 결과를 보여주었고, 건물의 영향을 고려한 댐 붕괴과 해석을 위해 본 모형의 알고리즘을 적용한 결과 실측된 결과와 상당히 일치하는 계산결과를 보여주었으며, 충격과, 반사파 등에 의한 도수현상을 정확하게 계산하였다.
- (3) 역경사를 포함한 하도에 대한 댐 붕괴과 해석에 대해 개발모형을 적용한 결과 본 모형의 알고리즘에 의한 하상경사의 처리를 안정적으로 수행하였으며, 흐름방향의 변화에 대한 유속의 변화까지 실측치와 거의 유사하게 모의하였다.
- (4) 따라서 본 연구에서 제안한 Quasi-steady propagation 알고리즘을 적용한 유한체적모형을 통해, 하상경사가 존재하는 하도의 적용에 대해 합리적인 결과를 도출해 낼 수 있으며, 자연하천과 같이 복잡한 지형에 대한 적용을 위한 모형의 확장에 대한 연구가 지속되어야 할 것으로 판단된다.

감사의 글

본 연구는 국토해양부가 출연하고 한국건설교통기술평가원에서 위탁시행한 건설기술혁신사업 (08기술혁신F01)에 의한 차세대홍수방어기술개발연구단의 연구비 지원에 의해 수행되었습니다.

참고문헌

김병현, 한건연, 김지성 (2009). "Unsplit 기법을 적용한 흐름율과 생성항의 처리기법" **한국수자원학회논문집**, 한국수자원학회, 제42권, 제12호, pp. 1079-1089.

김병현, 한건연 (2010). "비정형격자의 적용을 위한 MUSCL 기법의 수정." **한국수자원학회논문집**, 한국수자원학회, 제43권, 제1호, pp. 105-117.

김우구, 정관수, 김재한 (2003). "WAF기법을 이용한 천수방정식 해석." **한국수자원학회논문집**, 한국수자원학회,

제36권, 제5호, pp. 777-785.

김원, 한건연, 우효섭, 최규현 (2005). "상류이송기법에서의 새로운 생성항 처리기법." **한국수자원학회논문집**, 한국수자원학회, 제38권, 제2호, pp. 155-166.

김지성, 한건연 (2008). "Riemann 해법을 이용한 1차원 개수로 수리해석 I: 모형개발." **한국수자원학회논문집**, 한국수자원학회, 제41권, 제8호, pp. 761-772.

윤태훈, 이종욱 (1999). "불연속흐름의 2차원 수치해석." **대한토목학회논문집**, 대한토목학회, 제19권, 제III-4호, pp. 445-454.

Aureli, F., Mignosa, P., and Tomirotti, M. (2000). "Numerical simulation and experimental verification of Dam-Break flows with shocks." *Journal of Hydraulic Research*, IAHR, Vol. 38, No. 3, pp. 197-206.

Bermudez, A., and Vázquez, M.E. (1994). "Upwind methods for hyperbolic conservation laws with source terms." *Computers and Fluids*, Elsevier, Vol. 23, No. 8, pp. 1049-1071.

Bradford, S.F., and Sanders, B.F. (2002). "Finite-volume model for shallow-water flooding of arbitrary topography." *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, Vol. 128, No. 3, pp. 289-298.

Godunov, S.K. (1959). "Finite difference methods for the computation of discontinuous solutions of the equations of fluid dynamics." *Mathematical Sbornik*, Vol. 47, pp. 271-306

Kim, D.H., Cho, Y.S., and Kim, W.G. (2004). "Weighted averaged flux-type scheme for shallow-water equations with fractional step method." *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, Vol. 130, No. 2, pp. 152-160.

LeVeque, R.J. (1998). "Balancing Source Terms and Flux Gradients in High-Resolution Godunov Methods: The Quasi-Steady Wave-Propagation Algorithm." *Journal of Computational Physics*, ELSEVIER, Vol. 146, No. 1, pp. 346-365.

Nujic, M. (1995). "Efficient implementation of non-oscillatory schemes for the computation of free-surface flows." *Journal of Hydraulic Research*, IAHR, Vol. 33, No. 1, pp. 100-111.

Petaccia, G., and Savi, F. (2003). "Two dimensional simulation of a dam break wave propagation for the isolated building test case." *IMPACT Investigation of Extreme Flood Processes and Uncertainty, Proceedings 3rd Project Workshop*, Louvain-la-Neuve, Belgium, November, 2003.

- Soares-Frazão, S., and Zech, Y. (2002). "Dam Break flow experiment: the isolated building test case." *IMPACT, 2nd Project Workshop*, CD_ROM Proceedings, Mo-I-Rana, Norway, September, 2002.
- Stelling, G.S., and Duinmeijer, S.P.A. (2003). "A staggered conservative scheme for every Froude number in rapidly varied shallow water flows." *International Journal for Numerical Methods in Fluid*, John Wiley & Sons, Inc., Vol. 43, No. 12, pp. 1329-1354.
- Strang, G. (1968). "On the construction and comparison of difference schemes." *SIAM Journal on Numerical Analysis*, Society for Industrial and Applied Mathematics, Vol. 5, pp. 506-517.
- Toro, E.F. (2001). *Shock-Capturing Methods for Free-Surface Shallow Flows*. John Wiley & Sons, Chichester, UK.
- Van Leer, B. (1977). "Towards the Ultimate Conservative Difference Scheme III. Upstream-Centered Finite Difference Schemes for Ideal Compressible Flow." *Journal of Computational Physics*, ELSEVIER, Vol. 23, pp. 263-275.
- Zhou, J.G., Causon, D.M., Ingram, D.M., and Mingham, C.G. (2002). "Numerical solutions of the shallow water equations with discontinuous bed topography." *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, John Wiley & Sons, Inc., Vol. 38, No. 8, pp. 769-788.
- Zhou, J.G., Causon, D.M., Mingham, C.G., and Ingram, D.M. (2001). "The surface gradient method for the treatment of source terms in the shallow-water equations." *Journal of Computational Physics*, ELSEVIER, Vol. 168, No. 1, pp. 1-25.
- Zoppou, C., and Roberts, S. (2000). "Numerical solution of two dimensional unsteady dam break." *Applied Mathematical Modelling*, ELSEVIER, Vol. 24, No. 7, pp. 457-475.

논문번호: 10-094	접수: 2010.11.04
수정일자: 2011.02.08/02.14	심사완료: 2011.02.14