韓國水資源學會論文集
第44卷 第2號 · 2011年 2月
pp. 85 ~ 96

DOI: 10.3741/JKWRA.2011.44.2.085

왜곡도 계수를 고려한 GEV 분포의 도시위치공식 유도

Derivation of Plotting Position Formulas Considering the Coefficients of Skewness for the GEV Distribution

김 수 영* / 허 준 행** / 최 민 영***

Kim, Sooyoung / Heo, Jun-Haeng / Choi, Minyoung

Abstract

Probability plotting position is generally used for the graphical analysis of the annual maximum quantile and the estimation of exceedance probability to display the fitness between sample and an appropriate probability distribution. In addition, it is used to apply a specific goodness of fit test. Plotting position formula to define the probability plotting position has been studied in many researches. Especially, the GEV distribution which is an important probability distribution to analyze the frequency of hydrologic data was popular. In this study, the theoretical reduced variates are derived using the mean value of order statistics to derived an appropriate plotting position formula for the GEV distribution. In addition, various forms of plotting position formula considering various sample sizes and coefficients of skewness related with shape parameters are applied. The parameters of plotting position formulas are estimated using the genetic algorithm. The accuracy of derived plotting position formula is estimated by the errors between the theoretical reduced variates and those by various plotting position formulas including the derived ones in this study. As a result, the errors by derived plotting position formula is the smallest at the range of shape parameter with -0.25~0.10.

Keywords : GEV distribution, plotting position formula, coefficient of skewness, genetic algorithm

요 지

연최대수문량의 도시적 분석에 주로 이용되어 온 확률도시위치는 표본자료와 적정 확률분포형의 적합도를 표시하여 초과확률을 산정할 수 있도록 하며, 일부 적합도 검정에도 사용되기도 한다. 확률도시위치를 결정하는 도시위치공식은 오래 전부터 꾸준히 연구되어 왔는데, 특히 빈도해석에 널리 사용되는 GEV 분포에 대한 연구는 다른 분포형보다 더욱 활발히 이루어져 왔다. 본 연구에서는 GEV 분포에 적합한 도시위치공식을 추정하고자 GEV 분포의 순서통계량의 평균 개념을 이용하여 이론적 축소변량을 유도하였다. 또한 다양한 표본크기와 형상 매개변수와 연관이 있는 왜곡도 계수를 고려한 다양한 형태의 도시위치공식을 적용하고, 유전자 알고리즘을 적용하여 도시위치공식의 매개변수를 추정하였다. 유도된 도시위치공식의 정확성을 알아보기 위해 이론적 축소변량과 금회 유도된 도시위치공식을 포함한 다양한 도시위치공식에 의해 계산되는 축소변량 사이의 오차를 비교하였다. 그 결과, 본 연구에서 제안한 도시위치공식은 GEV 분포의 형상 매개변수가 -0.25~0.10의 범위를 가질 때 이론적 축소변량과 가장 작은 오차를 보이는 것으로 나타났다.

* 연세대학교 사회환경시스템공학부 박사과정 (e-mail: sykim79@yonsei.ac.kr)
Ph.D. Student, School of Civil and Environmental Engineering, Yonsei University, Seoul 120-749, Korea
** 교신저자, 연세대학교 사회환경시스템공학부 교수 (e-mail: jhheo@yonsei.ac.kr)
Corresponding Author, Professor, School of Civil and Environmental Engineering, Yonsei University, Seoul 120-749, Korea
*** 연세대학교 사회환경시스템공학부 석사과정 (e-mail: moment9971@naver.com)
Graduate Student, School of Civil and Environmental Engineering, Yonsei University, Seoul 120-749, Korea

핵심용어 : GEV 분포, 도시위치공식, 왜곡도 계수, 유전자 알고리즘

1. 서 론

연최대홍수량 또는 연최대강우량과 같은 연최대수문량의 도시적 분석에 주로 이용되어 온 확률도시위치(probability plotting position)는 표본자료와 적정 확률분포형과의 개략적인 적합도를 확률지 상에 표시하여 초과확률을 산정할 수 있도록 한다. 또한 적합도 검정의 한 종류로 알려져 있는 Probability Plot Correlation Coefficient (PPCC) 검정에 사용되어 표본자료와 적정 확률분포형 사이의 상관계수를 구하는데 사용되기도 한다.

이러한 확률도시위치를 결정하는 도시위치공식은 1914년에 Hazen이 제안한 이후 꾸준히 연구되어 왔다(Weibull, 1939; Beard, 1942; Kimball, 1946; Blom, 1958; Gumbel, 1958; Kimball, 1960; Gringorten, 1963; Filliben, 1969; Benson, 1975; Cunnane, 1978; Adamowski, 1981; Xuewu et al., 1984; Arnell et al., 1986; Nguyen et al., 1989; Guo, 1990b; Nguyen and In-na, 1992; Goel and De, 1993; Haktanir and Bozduman, 1995; De, 2000; 김수영 등, 2009). Kimball (1946)은 표본자료의 순서통계량(order statistics)에 대한 기대값 형태로 나타나는 평균 개념을 적용한 도시위치를 제안하였으며, Blom (1958)은 Kimball (1946)이 제안한 개념을 보다 범용적으로 적용할 수 있는 $(i-\alpha)/(n-\alpha-\beta+1)$의 관계를 제안한 바 있다. 또한 Cunnane (1978)은 다양한 확률분포형에 대한 축소변량으로부터 유도된 순서통계량의 평균 $E[y_i]$으로 결정되는 도시위치에 대해 연구하였고, 이를 일반적인 형태로 제시하였다.

GEV (general extreme value) 분포는 빈도해석에서 널리 사용되는 확률분포형으로 우리나라에서도 Gumbel 분포형과 함께 가장 널리 사용되고 있는 확률분포형이다. GEV 분포에 대한 도시위치공식에 대한 연구는 log-Pearson type III 분포형과 함께 활발히 이루어져 왔는데, Gringorten (1963)이 제안한 도시위치공식이 Gumbel (EV1) 분포형에 가장 적합하다고 알려져 있다(Cunnane, 1978; Guo, 1990a; 김수영 등, 2009). 그러나 형상매개변수의 영향을 받는 EV2, EV3 분포형에 대해서는 형상매개변수의 영향을 고려할 수 있는 도시위치공식의 개발이 꾸준히 진행되어 왔다. Arnell et al. (1986)은 확률가중모멘트법을 이용하여 GEV 분포의 형상매개변수로부터 산정되는 왜곡도 계수를 포함하는 형태의 도시위치공식을 제안하였다. 이와 유사하게 In-na and Nguyen (1989)이 GEV 분포에 대한 도시위치공식을 제안하였으나, 이를 내림차순 형태의 순서통계량을 계산하여 일반적인 수문자료에 적용하기엔 어려움이 따른다. 또한 Goel and De (1993)는 앞선 방법들과 마찬가지로 확률가중모멘트법을 적용하여 GEV 분포의 형상매개변수를 고려할 수 있는 도시위치공식을 유도하였다.

본 연구에서는 Gumbel 분포와 함께 강우빈도해석에 주로 사용되고 있는 GEV 분포에 적합한 도시위치공식을 추정하고자 한다. GEV 분포에 적합한 도시위치공식은 GEV 분포의 순서통계량의 평균 개념을 이용하여 이론적 축소변량을 유도하였다. 다양한 표본크기와 형상 매개변수를 고려한 이론적 축소변량을 이용하여 도시위치공식을 유도하고자 하였으며, 이때 형상 매개변수의 영향성을 고려할 수 있도록 다양한 형태를 고려하였다. 또한 최적화 기법인 유전자 알고리즘(genetic algorithm)을 적용하여 도시위치공식의 매개변수를 추정하였다. 유도된 도시위치공식의 정확성을 알아보기 위해 이론적으로 유도된 GEV 분포의 축소변량과 다양한 도시위치공식에 의해 계산되는 축소변량 사이의 평균제곱근오차(root mean square error, RMSE), 상대평균제곱근오차(relative root mean square error, RRMSE), 상대편의(relative bias, RBIAS)를 비교하였다.

2. 도시위치공식 유도를 위한 이론 분석

2.1 GEV 분포

GEV 분포의 누가분포함수는 다음과 같다(Jenkinson, 1955).

$$F(x) = \exp\{-[\{1-k(x-u)/\alpha\}^{1/k}]\} \quad k \neq 0 \quad (1a)$$

$$= \exp[-\exp\{-(x-u)/\alpha\}] \; k = 0 \quad (1b)$$

여기서, u는 위치 매개변수(location parameter), α는 규모 매개변수(scale parameter), k는 형상 매개변수(shape parameter)를 나타낸다.

형상 매개변수 k가 '0'인 경우는 GEV-1 (Gumbel) 분포, $k<0$인 경우는 GEV-2 (Fréchet) 분포, $k>0$인 경우는 GEV-3 (Weibull) 분포이다.

2.2 도시위치 기본식의 이론적 유도

표본크기 n인 오름차순 형태의 자료 중 m번째 순서통계량(order statistic) x_m에 대한 확률밀도함수인 $g(x_m)$

은 다음과 같다(Arnell et al., 1986).

$$g(x_m) = \frac{n!}{(m-1)!(n-m)!} \{F(x_m)\}^{m-1}\{1-F(x_m)\}^{n-m}f(x_m) \tag{2}$$

여기서, $F(x_m)$와 $f(x_m)$은 표본으로부터 구할 수 있는 누가분포함수와 확률밀도함수를 나타낸다.

자료 x_m의 평균은 x_m의 기대값을 취하여 산정할 수 있으며, x_m에 대한 평균 $E[x_m]$은 다음과 같다.

$$E[x_m] = \frac{n!}{(m-1)!(n-m)!} \int_{-\infty}^{\infty} x_m\{F(x_m)\}^{m-1}\{1-F(x_m)\}^{n-m}f(x_m)dx_m \tag{3}$$

Gumbel 분포에 대해서는 기존에 사용되고 있는 Gringorten(1963)의 도시위치공식이 가장 적합하다고 알려진 바, 본 논문에서는 Gumbel 분포를 제외한 GEV-2, GEV-3 분포에 대한 경우만을 유도하였다. 우선 GEV 분포의 형상 매개변수의 범위가 0보다 작은 경우($k<0$), 축소변량(reduced variate) y_2는 다음과 같다.

$$y_2 = 1-k(x-u)/\alpha \tag{4}$$

Eq. (4)를 Eq. (1a)에 대입하면 축소변량은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$y_2 = (-\ln F)^k \tag{5}$$

$x=y_2$라 하면 $f(y_2)dy_2 = dF$로 나타낼 수 있고 $-\infty\rightarrow 0$, $\infty\rightarrow 1$으로 수렴하므로 Eq. (3)은 다음과 같다.

$$E[y_{2(m)}] = \frac{n!}{(m-1)!(n-m)!}\int_0^1 (-\ln F)^k F^{m-1}(1-F)^{n-m}dF \tag{6}$$

형상 매개변수의 범위가 0보다 큰($k>0$) 경우의 축소변량 y_3는 Eq. (7)과 같다.

$$y_3 = -\{1-k(x-u)/\alpha\} \tag{7}$$

$$y_3 = -(-\ln F)^k \tag{8}$$

GEV-3 분포에 대해서도 GEV-2분포에 대한 경우와 마찬가지로 나타낼 수 있으며, Eq. (3)은 Eq. (9)와 같이 정의된다.

$$E[y_{3(m)}] = -\frac{n!}{(m-1)!(n-m)!}\int_0^1 (-\ln F)^k F^{m-1}(1-F)^{n-m}dF \tag{9}$$

Eqs. (6) and (9)는 수치해석적인 방법으로 계산해야 하는 것으로 이를 Greenwood et al. (1979)이 제안한 확률가중모멘트(probability weighted moment)의 개념을 도입하여 근사해를 얻은 연구가 진행되었다(Arnell et al., 1986). Eq. (10)과 같이 정의되는 확률가중모멘트를 대입하여 Eqs. (6) and (9)를 나타내면 Eqs. (11a) and (11b)와 같다.

$$M_{l,j,r} = \int_0^1 x^l F^j (1-F)^r dF \tag{10}$$

$$E[y_{2(m)}] = \frac{n!}{(m-1)!(n-m)!}\Gamma(1+k)\sum_{s=0}^{n-r}\binom{n-r}{s}(-1)^s(r+s)^{-(1+k)} \tag{11a}$$

$$E[y_{3(m)}] = -\frac{n!}{(m-1)!(n-m)!}\Gamma(1+k)\sum_{s=0}^{n-r}\binom{n-r}{s}(-1)^s(r+s)^{-(1+k)} \tag{11b}$$

이때, 가장 큰 표본크기($m=n$)를 가정했을 때 Eqs. (11a) and (11b)는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$E[y_{2(n)}] = n^{-k}\Gamma(1+k) \tag{12a}$$

$$E[y_{3(n)}] = -n^{-k}\Gamma(1+k) \tag{12b}$$

Eqs. (12a) and (12b)는 표본크기가 35이상일 경우 반올림 오차(rounding error)가 발생하여 정확한 축소변량을 추정하지 못한다는 단점이 있으므로(Guo, 1990a), 본 논문에서는 Eqs. (6) and (9), Eqs. (12a) and (12b)를 함께 사용하여 GEV 분포의 이론적 축소변량을 추정하였으며, 이때 축소변량은 Gumbel 분포를 제외한 −0.3, −0.25, −0.2, −0.15, −0.1, −0.05, 0.05, 0.1, 0.15, 0.2, 0.25, 0.3의 범위를 가지는 형상 매개변수와 2부터 100까지의 표본크기에 대해 추정되었다.

3. GEV 분포에 대한 도시위치공식의 유도

3.1 도시위치공식의 매개변수 추정

본 연구에서는 GEV 분포에 적합한 도시위치공식의 매개변수을 추정하기 위해 최적화 알고리즘의 하나인 유전자 알고리즘(genetic algorithm)을 적용하였다. 유전자 알고리즘은 1975년에 Holland(1975)에 의해 개발된 기법으로 다윈(Darwin)의 적자생존 개념을 컴퓨터 기법화한 것이다. 유전자 알고리즘은 자연 선택(natural selection)과 유전자의 응용을 기반으로(Goldberg, 1989), 초기에 모집단(population)을 무작위로 형성하고 이들을 부모세대로 간주한다. 이렇게 설정된 부모세대보다 진화한 새로운 자

식세대를 생성하면서 목적함수(objective function)에 대한 적합도를 평가하여 가장 적합한 개체를 생성시켜 진화하는 과정을 반복하게 된다. 이때 진화과정에서는 선택(selection), 교배(crossover), 돌연변이(mutation) 등의 현상이 발생하게 된다. 유전자 알고리즘은 미지의 초기조건으로부터 발생가능한 정보를 이용할 수 있다는 장점으로 인해 현재에는 다양한 기법의 유전자 알고리즘이 개발되어 현재 사용 중으로 수문 및 수자원 분야에서는 저수지의 최적화 운영을 위해 주로 적용되고 있다(Wardlaw and Sharif, 1999; Huang et al., 2002; Cai et al., 2001; Chang et al., 2003; Chen, 2003; Tung et al., 2003; Celeste et al., 2004; Ahmed and Sarma, 2005; Chang et al., 2005; Jothiprakash and Shanthi, 2006; Reddy and Kumar, 2006; Chen et al., 2007; Lee et al., 2007; 김태순 등, 2007a; 김태순 등, 2007b; Chang, 2008; 김민규 등, 2008). 이 외에도 유전자 알고리즘은 강우강도식의 추정에 이용된 바 있다(김태순 등, 2007; 신주영 등, 2007; 김규태 등, 2008).

다양한 유전자 알고리즘 기법 중에서 본 연구에서는 real-coded genetic algorithm(RGA)을 적용하였다. RGA는 유전자 알고리즘 장점이 기존에 사용되고 있던 이진법(binary) 개념에서 제대로 활용되지 못하는 점을 고려하여 실수(real number) 개념을 표현할 수 있도록 개발된 것이다(Herrera et al., 1998). 본 연구에서는 공용으로 사용할 수 있도록 공개된 RGA 코드를 적용하였다(Beyer and Deb, 2001; Deb and Beyer, 2001).

RGA의 초기조건 중 모집단수는 1,000개, 전체 세대수(generation)는 1,000개, 2,000개, 3,000개를 적용하여 적정한 세대수를 찾고자 하였다. 또한 교배확률은 0.8, 돌연변이 확률은 0.01로 설정하여 모의하였고, seed number의 초기값은 0.123으로 설정하고 seed number의 영향을 알아보기 위해 다른 seed number를 가지는 10번의 모의를 수행하였다.

왜곡도 계수의 경우 표본자료로부터 직접적으로 산정할 수 있는데 반해, 형상 매개변수는 표본자료로부터 직접적으로 도출해 내기엔 어려움이 따른다. 따라서 본 연구에서는 GEV 분포의 왜곡도 계수를 고려할 수 있는 도시위치공식을 유도하고자 하며, 이를 위해 Table 1과 같은 형태의 도시위치공식을 가정하였다. 왜곡도 계수의 영향을 알아보기 위해 도시위치공식의 분자 또는 분모에 왜곡도 계수를 배치하였고, 앞서 추정된 축소변량과 마찬가

Table 1. Applied Plotting Position Formulas in This Study

Type	Form of equations	Form of objective functions
1	$P_i = \dfrac{i+a\gamma+b}{n+c}$	$P_i \cdot n - i = \gamma \cdot a + b - P_i \cdot c$
2	$P_i = \dfrac{i+a}{n+b\gamma+c}$	$P_i \cdot n - i = a - P_i \cdot \gamma \cdot b - P_i \cdot c$
3	$P_i = \dfrac{i+a\gamma+b}{n+c\gamma+d}$	$P_i \cdot n - i = \gamma \cdot a + b - P_i \cdot \gamma \cdot c - P_i \cdot d$

주) i: order, n: sample size, γ: coefficient of skewness, a. b. c: parameters of plotting position formula

Table 2. Estimated Parameters of Plotting Position Formulas

Type	Number of generation	Parameters				RMSE
		a	b	c	d	
1	1000	0.0140	-0.3517	0.1759		0.0519
	2000	0.0140	-0.3517	0.1759		0.0519
	3000	0.0140	-0.3517	0.1759		0.0519
2	1000	-0.3158	-0.0247	0.2393		0.0509
	2000	-0.3158	-0.0247	0.2393		0.0509
	3000	-0.3158	-0.0247	0.2393		0.0509
3	1000	0.0066	-0.3327	-0.0148	0.2139	0.0495
	2000	0.0066	-0.3327	-0.0148	0.2139	0.0495
	3000	0.0066	-0.3326	-0.0148	0.2140	0.0495

Table 3. RMSEs of Plotting Position Formulas for Various Sample Sizes and Shape Parameters

Shape parameter	Coefficient of skewness	Sample size	Type 1	Type 2	Type 3
-0.25	5.6051	10	0.0074	0.0105	0.0076
		20	0.0059	0.0091	0.0064
		30	0.0053	0.0083	0.0058
		50	0.0046	0.0073	0.0051
		70	0.0043	0.0068	0.0047
		100	0.0038	0.0062	0.0043
-0.15	2.5303	10	0.0037	0.0037	0.0037
		20	0.0026	0.0026	0.0026
		30	0.0022	0.0022	0.0022
		50	0.0017	0.0018	0.0017
		70	0.0016	0.0016	0.0016
		100	0.0014	0.0014	0.0014
-0.05	1.4739	10	0.0013	0.0010	0.0011
		20	0.0009	0.0007	0.0008
		30	0.0008	0.0007	0.0007
		50	0.0008	0.0007	0.0007
		70	0.0006	0.0006	0.0006
		100	0.0007	0.0006	0.0006
0.10	0.6376	10	0.0038	0.0029	0.0032
		20	0.0025	0.0019	0.0021
		30	0.0020	0.0015	0.0017
		50	0.0015	0.0011	0.0012
		70	0.0013	0.0010	0.0011
		100	0.0011	0.0009	0.0010
0.15	0.4357	10	0.0060	0.0048	0.0051
		20	0.0038	0.0030	0.0032
		30	0.0030	0.0024	0.0025
		50	0.0023	0.0018	0.0019
		70	0.0018	0.0014	0.0015
		100	0.0016	0.0013	0.0014
0.25	0.0872	10	0.0105	0.0089	0.0093
		20	0.0065	0.0056	0.0058
		30	0.0048	0.0041	0.0042
		50	0.0034	0.0029	0.0030
		70	0.0027	0.0022	0.0023
		100	0.0022	0.0018	0.0019

지로 -0.3~0.3 범위의 형상 매개변수에 대한 왜곡도 계수를 고려하여 도시위치공식의 매개변수를 추정하였다. 또한 유전자 알고리즘의 적용에서 가장 중요하다고 할 수 있는 목적함수는 Table 1에 나타난 목적함수의 형태에서 좌변과 우변의 평균제곱근오차(RMSE)로 설정하였다.

RGA를 이용하여 도시위치공식별 매개변수의 추정결과는 Table 2와 같고, 표본크기 및 형상 매개변수에 따른 도시위치공식의 형태별 평균제곱근오차는 Table 3과 같다. Table 2에 나타난 결과를 살펴보면 type 1의 평균제곱근오차가 가장 크고, type 3의 평균제곱근오차가 가장 작은 것을 알 수 있다. 또한 모의에 적용된 전체 세대수에 따라 매개변수 추정 결과나 전체 모의자료에 대한 평균제곱근오차에는 차이가 없는 것으로 나타났다.

전체 모의자료에 대한 평균제곱근오차는 type 3이 가장

작은 것으로 나타났으나, 형상 매개변수 -0.3의 경우에 해당하는 왜곡도 계수($\gamma=13.4836$)가 큰 값을 가짐에 따라 형상 매개변수 -0.3에 대한 평균제곱근오차가 전체 평균제곱근오차에 영향을 끼칠 수 있다. 따라서 Table 3을 통해 전체적으로 나타나는 평균제곱근오차를 살펴보고자 한다. Table 3에 나타난 바에 따르면 형상 매개변수 -0.25 ($\gamma=5.6051$)의 경우까지는 type 1의 평균제곱근오차가 가장 작은 것으로 나타났다. 형상 매개변수 -0.15 ($\gamma=2.5303$)의 경우에서는 type 1, 2, 3 모두 비슷한 평균제곱근오차를 보였고, 형상 매개변수가 -0.15보다 큰 경우에는 type 2가 가장 작은 평균제곱근오차를 보이는 것으로 나타났다. 따라서 전체 평균제곱근오차는 type 3이 가장 작으나, 이는 가장 큰 왜곡도 계수에 대해 산정된 평균제곱근오차가 영향을 끼친 것으로 판단된다. 본 연구에서는 Table 3의 결과를 고려하여 type 2를 GEV 분포에 적합한 도시위치공식으로 선정하였고, type 2를 정리하여 나타내면 Eq. (13)과 같다.

$$P_i=\frac{i-0.3158}{n-0.0247\gamma+0.2393} \tag{13}$$

3.2 도시위치공식의 비교 및 검토

본 연구에서는 Eq. (16)과 같이 추정된 도시위치공식이 GEV 분포에 어느 정도 적합한지 알아보기 위해 기존에 연구되거나 사용되고 있는 도시위치공식과 비교하였다. 본 연구에서 비교하기 위해 사용된 기존의 도시위치공식은 Table 4와 같다.

GEV 분포에 적합한 도시위치공식을 알아보기 위해 기존의 도시위치공식과 본 연구에서 유도한 도시위치공식에 의해 계산된 축소변량과 앞서 유도된 이론적 축소변량 간의 평균제곱근오차 (RMSE), 상대평균제곱근오차 (RRMSE), 상대편의 (RBIAS)를 산정하였다. 평균제곱근오차 (RMSE)는 확률오차 (random error)를 나타낼 수 있고, 상대평균제곱근오차 (RRMSE)는 계통오차(systematic error)와 확률오차 (random error)를 함께 나타낼 수 있고, 상대편의 (RBIAS)는 계통오차 (systematic error)를 나타낼 수 있다. 이들 오차는 각각 Eqs. (14)~(16)을 통해 산정할 수 있고, 각각의 결과는 Tables 5~7과 같다.

$$\mathrm{SE}=\sqrt{\frac{1}{\mathrm{n}}\sum_{\mathrm{i}=1}^{\mathrm{n}}(\mathrm{X}_{\mathrm{s(i)}}-\mathrm{X}_{\mathrm{o(i)}})^2} \tag{14}$$

$$RRMSE=\sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{X_{s(i)}-X_{o(i)}}{X_{o(i)}}\right)^2} \tag{15}$$

$$RBIAS=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{X_{s(i)}-X_{o(i)}}{X_{o(i)}}\right) \tag{16}$$

여기서, n은 표본크기, X_s는 도시위치공식으로부터 산정된 축소변량, X_0는 GEV 분포의 이론적 축소변량을 나타낸다.

Table 5는 평균제곱근오차를 나타내고 있는데, 형상 매개변수 -0.25, -0.15에 대해서는 본 연구에서 유도된 도시위치공식이 가장 작은 것으로 나타났고, 형상 매개변수 -0.05, 0.10에 대해서는 In-na and Nguyen (1989)의 도시위치공식에 의한 평균제곱근오차가 가장 작은 것으로 나타났다. 이 경우에 본 연구에서 유도된 도시위치공식의 평균제곱근오차는 각각 두 번째, 세 번째로 작은 값을 보이고 있는 것을 알 수 있다. 형상 매개변수 0.15와 0.25의 경우에 대해서는 Goel and De (1993)의 도시위치공식에 의한 평균제곱근오차가 가장 작은 것으로 나타났다.

Table 6과 같이 계산된 상대평균제곱근오차의 결과는 Table 5의 평균제곱근오차의 결과와 비슷한 양상을 보이고 있다. 형상 매개변수 -0.25와 -0.15의 범위 내에서는 본 연구에서 유도된 도시위치공식의 상대평균제곱근오차

Table 4. Plotting Position Formulas Used for Comparison Purpose

Class	Form of equations	Remark
Gringorten (1963)	$P_i=\frac{i-0.44}{n+0.12}$	
Cunnane (1978)	$P_i=\frac{i-0.4}{n+0.2}$	
Arnell et al. (1986)	$P_i=\frac{i-\alpha}{n-\beta}$	α, β were proposed as table in paper
In-na and Nguyen (1989)	$P_i=\frac{n-i+0.05\gamma+0.65}{n-0.08\gamma+0.38}$	$-3.8\le\gamma\le3.54$
Goel and De (1993)	$P_i=\frac{i-0.02\gamma-0.32}{n-0.04\gamma+0.36}$	

Table 5. RMSEs by Various Plotting Position Formulas

Shape parameter	Coeff. of skew	Sample size	Derived	Gringorten	Cunnane	Arnell et al.	In-na and Nguyen	Goel and De
-0.25	5.6051	10	0.0062	0.0262	0.0299	-	1.0330	0.0269
		20	0.0041	0.0174	0.0205	-	0.7314	0.0180
		30	0.0033	0.0138	0.0166	-	0.5972	0.0144
		40	0.0029	0.0118	0.0143	-	0.5173	0.0123
		50	0.0025	0.0104	0.0128	-	0.4627	0.0109
		70	0.0022	0.0087	0.0107	-	0.3911	0.0091
		100	0.0018	0.0072	0.0089	-	0.3273	0.0075
-0.15	2.5303	10	0.0032	0.0110	0.0131	-	0.0101	0.0148
		20	0.0020	0.0071	0.0089	0.1773	0.0071	0.0103
		30	0.0016	0.0055	0.0071	0.0955	0.0059	0.0084
		40	0.0014	0.0046	0.0061	0.0727	0.0051	0.0072
		50	0.0013	0.0040	0.0054	0.0583	0.0046	0.0065
		70	0.0011	0.0033	0.0045	0.0411	0.0039	0.0054
		100	0.0010	0.0028	0.0038	0.0318	0.0033	0.0046
-0.05	1.4739	10	0.0009	0.0025	0.0029	-	0.0008	0.0038
		20	0.0007	0.0014	0.0019	0.0350	0.0007	0.0027
		30	0.0007	0.0012	0.0016	0.0232	0.0007	0.0023
		40	0.0007	0.0009	0.0013	0.0173	0.0007	0.0020
		50	0.0006	0.0008	0.0012	0.0155	0.0007	0.0018
		70	0.0006	0.0007	0.0010	0.0101	0.0006	0.0015
		100	0.0006	0.0007	0.0009	0.0085	0.0007	0.0013
0.10	0.6376	10	0.0038	0.0037	0.0025	0.1071	0.0027	0.0038
		20	0.0027	0.0023	0.0015	0.0504	0.0021	0.0029
		30	0.0022	0.0018	0.0011	0.0364	0.0017	0.0024
		40	0.0020	0.0017	0.0010	0.0299	0.0015	0.0020
		50	0.0017	0.0015	0.0010	0.0253	0.0015	0.0020
		70	0.0015	0.0013	0.0008	0.0205	0.0012	0.0016
		100	0.0013	0.0012	0.0008	0.0156	0.0011	0.0014
0.15	0.4357	10	0.0071	0.0062	0.0034	-	0.0041	0.0040
		20	0.0049	0.0042	0.0021	-	0.0034	0.0033
		30	0.0041	0.0034	0.0016	-	0.0027	0.0026
		40	0.0037	0.0032	0.0017	-	0.0023	0.0022
		50	0.0033	0.0028	0.0014	-	0.0021	0.0020
		70	0.0027	0.0023	0.0012	-	0.0019	0.0018
		100	0.0024	0.0021	0.0012	-	0.0016	0.0015
0.25	0.0872	10	0.0163	0.0146	0.0092	-	0.0067	0.0020
		20	0.0118	0.0108	0.0068	-	0.0049	0.0018
		30	0.0094	0.0086	0.0053	-	0.0044	0.0017
		40	0.0082	0.0075	0.0046	-	0.0037	0.0014
		50	0.0075	0.0070	0.0043	-	0.0032	0.0012
		70	0.0061	0.0057	0.0035	-	0.0030	0.0012
		100	0.0054	0.0051	0.0033	-	0.0023	0.0010

Table 6. RRMSEs by Various Plotting Position Formulas

Shape parameter	Coeff. of skew	Sample size	Derived	Gringorten	Cunnane	Arnell et al.	In-na and Nguyen	Goel and De
-0.25	5.6051	10	0.0105	0.0474	0.0572	-	2.2501	0.0494
		20	0.0091	0.0380	0.0470	-	1.8943	0.0398
		30	0.0083	0.0339	0.0423	-	1.7123	0.0356
		40	0.0077	0.0313	0.0393	-	1.5937	0.0329
		50	0.0073	0.0294	0.0371	-	1.5074	0.0310
		70	0.0068	0.0269	0.0340	-	1.3860	0.0284
		100	0.0062	0.0244	0.0310	-	1.2679	0.0258
-0.15	2.5303	10	0.0037	0.0144	0.0183	-	0.0156	0.0213
		20	0.0026	0.0104	0.0140	0.3087	0.0121	0.0166
		30	0.0022	0.0086	0.0119	0.1765	0.0106	0.0143
		40	0.0019	0.0077	0.0108	0.1402	0.0096	0.0129
		50	0.0018	0.0070	0.0099	0.1162	0.0088	0.0119
		70	0.0016	0.0061	0.0087	0.0861	0.0079	0.0106
		100	0.0014	0.0054	0.0077	0.0701	0.0070	0.0093
-0.05	1.4739	10	0.0010	0.0025	0.0032	-	0.0008	0.0043
		20	0.0007	0.0015	0.0022	0.0418	0.0007	0.0031
		30	0.0007	0.0013	0.0019	0.0284	0.0008	0.0028
		40	0.0007	0.0010	0.0015	0.0214	0.0007	0.0023
		50	0.0007	0.0009	0.0014	0.0194	0.0007	0.0021
		70	0.0006	0.0008	0.0012	0.0128	0.0006	0.0019
		100	0.0006	0.0007	0.0011	0.0109	0.0007	0.0016
0.10	0.6376	10	0.0029	0.0036	0.0026	0.0813	0.0022	0.0032
		20	0.0019	0.0021	0.0015	0.0358	0.0016	0.0022
		30	0.0015	0.0016	0.0011	0.0249	0.0013	0.0018
		40	0.0013	0.0015	0.0010	0.0199	0.0011	0.0015
		50	0.0011	0.0013	0.0010	0.0165	0.0011	0.0015
		70	0.0010	0.0012	0.0008	0.0129	0.0009	0.0012
		100	0.0009	0.0011	0.0008	0.0095	0.0008	0.0010
0.15	0.4357	10	0.0048	0.0053	0.0033	-	0.0031	0.0030
		20	0.0030	0.0033	0.0019	-	0.0023	0.0023
		30	0.0024	0.0025	0.0014	-	0.0017	0.0017
		40	0.0021	0.0023	0.0014	-	0.0015	0.0014
		50	0.0018	0.0020	0.0012	-	0.0013	0.0013
		70	0.0014	0.0017	0.0011	-	0.0012	0.0012
		100	0.0013	0.0015	0.0011	-	0.0010	0.0010
0.25	0.0872	10	0.0089	0.0094	0.0058	-	0.0043	0.0017
		20	0.0056	0.0059	0.0036	-	0.0027	0.0014
		30	0.0041	0.0044	0.0026	-	0.0022	0.0012
		40	0.0034	0.0036	0.0022	-	0.0018	0.0011
		50	0.0029	0.0033	0.0020	-	0.0015	0.0009
		70	0.0022	0.0027	0.0017	-	0.0014	0.0009
		100	0.0018	0.0023	0.0016	-	0.0012	0.0008

Table 7. RBIASs by Various Plotting Position Formulas

Shape parameter	Coeff. of skew	Sample size	Derived	Gringorten	Cunnane	Arnell et al.	In-na and Nguyen	Goel and De
-0.25	5.6051	10	-0.0030	-0.0222	-0.0235	-	0.3545	-0.0225
		20	-0.0016	-0.0127	-0.0136	-	0.1815	-0.0129
		30	-0.0012	-0.0092	-0.0099	-	0.1225	-0.0093
		40	-0.0010	-0.0073	-0.0079	-	0.0926	-0.0074
		50	-0.0008	-0.0060	-0.0065	-	0.0746	-0.0061
		70	-0.0006	-0.0045	-0.0049	-	0.0538	-0.0046
		100	-0.0004	-0.0033	-0.0036	-	0.0381	-0.0034
-0.15	2.5303	10	-0.0029	-0.0101	-0.0109	-	0.0051	-0.0115
		20	-0.0017	-0.0058	-0.0063	0.0486	0.0029	-0.0067
		30	-0.0013	-0.0042	-0.0046	0.0238	0.0021	-0.0049
		40	-0.0010	-0.0033	-0.0036	0.0166	0.0016	-0.0039
		50	-0.0008	-0.0026	-0.0030	0.0125	0.0014	-0.0032
		70	-0.0006	-0.0020	-0.0022	0.0080	0.0011	-0.0024
		100	-0.0005	-0.0015	-0.0017	0.0054	0.0007	-0.0018
-0.05	1.4739	10	-0.0004	-0.0024	-0.0026	-	-0.0004	-0.0030
		20	-0.0002	-0.0013	-0.0015	0.0108	-0.0002	-0.0017
		30	-0.0003	-0.0010	-0.0012	0.0063	-0.0003	-0.0014
		40	-0.0002	-0.0008	-0.0009	0.0044	-0.0002	-0.0010
		50	-0.0001	-0.0006	-0.0007	0.0036	-0.0001	-0.0008
		70	-0.0001	-0.0005	-0.0005	0.0022	-0.0001	-0.0006
		100	-0.0001	-0.0003	-0.0004	0.0016	-0.0001	-0.0005
0.10	0.6376	10	-0.0015	0.0016	0.0021	-0.0445	0.0021	0.0030
		20	-0.0008	0.0009	0.0013	-0.0176	0.0014	0.0019
		30	-0.0007	0.0005	0.0008	-0.0113	0.0009	0.0013
		40	-0.0005	0.0004	0.0006	-0.0084	0.0007	0.0010
		50	-0.0003	0.0004	0.0006	-0.0066	0.0007	0.0010
		70	-0.0003	0.0002	0.0004	-0.0048	0.0005	0.0007
		100	-0.0002	0.0002	0.0003	-0.0032	0.0004	0.0005
0.15	0.4357	10	-0.0035	0.0009	0.0017	-	0.0031	0.0031
		20	-0.0019	0.0006	0.0011	-	0.0021	0.0021
		30	-0.0015	0.0002	0.0006	-	0.0014	0.0014
		40	-0.0011	0.0002	0.0006	-	0.0013	0.0012
		50	-0.0009	0.0002	0.0005	-	0.0011	0.0011
		70	-0.0007	0.0001	0.0004	-	0.0008	0.0008
		100	-0.0005	0.0001	0.0002	-	0.0006	0.0006
0.25	0.0872	10	-0.0093	-0.0027	-0.0014	-	0.0052	0.0010
		20	-0.0056	-0.0020	-0.0011	-	0.0031	0.0006
		30	-0.0039	-0.0014	-0.0007	-	0.0025	0.0007
		40	-0.0033	-0.0013	-0.0007	-	0.0018	0.0004
		50	-0.0027	-0.0011	-0.0006	-	0.0015	0.0003
		70	-0.0020	-0.0008	-0.0004	-	0.0013	0.0003
		100	-0.0015	-0.0007	-0.0003	-	0.0009	0.0002

가 가장 작은 것으로 나타난데 반해, 형상 매개변수 -0.05, 0.10의 범위에서는 In-na and Nguyen (1989)의 도시위치 공식에 의한 상대평균제곱근오차가 가장 작은 것으로 나타났다. 이 경우 본 연구에서 유도된 도시위치공식은 형상 매개변수 -0.05에서는 두 번째, 0.10의 경우에는 네 번째로 작은 상대평균제곱근오차를 보였다. Table 5의 결과와 마찬가지로 Goel and De (1993)의 도시위치공식은 형상 매개변수 0.15이상의 범위에서 가장 작은 상대평균제곱근오차를 보였다.

상대편의 결과를 나타내고 있는 Table 7의 결과에 따르면, 본 연구에서 유도된 도시위치공식은 형상 매개변수 -0.25, -0.15의 범위에선 가장 작은 상대편의를 보였고, 형상 매개변수 -0.05에서는 In-na and Nguyen (1989)의 도시위치공식에 의해 계산된 상대편의와 같은 값을 보이고 있는 것으로 나타났다. 형상 매개변수 0.10에 대해서는 In-na and Nguyen (1989), Gringorten(1963)에 이어 작은 상대편의를 보이고 있는 것으로 나타났다.

Tables 5~7의 결과를 종합하여 보면 형상 매개변수 -0.25, -0.15의 범위에 대해서는 본 연구에서 유도된 도시위치공식에 의한 오차가 가장 작고, 형상 매개변수 -0.05, 0.10의 범위에 대해서는 In-na and Nguyen (1989)의 도시위치공식에 의한 오차가 가장 작은 것을 알 수 있다. 그러나 In-na and Nguyen (1989)의 도시위치공식은 제한된 범위 내에서만 계산이 가능하고, 내림차순 형태의 순서통계량을 계산하여 일반적인 적용에는 어려움이 따르므로 광범위한 적용은 어렵다고 판단된다. 따라서 형상 매개변수 -0.25~0.10 범위에 대해서는 본 연구에서 유도한 도시위치공식을 적용하고, 형상 매개변수 0.15 이상의 경우에는 Goel and De (1993)을 적용하는 것이 가장 작은 오차를 보일 것으로 판단된다.

금회 유도된 도시위치공식은 도시위치공식을 적용하여 산정되는 다른 빈도해석 과정 중의 기법에 대해 기초 연구로 적용될 수 있는데, 그 예로 적합도 검정 방법의 한 종류인 PPCC 검정을 들 수 있다. PPCC 검정의 검정통계량은 확률분포형별로 적정하다고 알려져 있는 도시위치공식을 적용하여 유도하게 된다. 이때 GEV 분포와 같이 형상 매개변수를 포함하고 있는 확률분포형의 경우 형상 매개변수의 영향을 고려할 수 있는 도시위치공식을 적용하여 검정통계량을 유도한다면 확률분포형의 특성을 적합도 검정의 검정통계량에 나타낼 수 있다.

4. 결 론

본 연구에서는 GEV 분포의 왜곡도 계수를 고려한 도시위치공식을 유도하기 위해 GEV 분포의 순서통계량을 이용한 이론적 축소변량을 유도하였다. 다양한 표본크기 및 형상 매개변수 범위에 따른 이론적 축소변량과 유전자 알고리즘을 이용하여 왜곡도 계수를 고려한 도시위치공식의 매개변수를 유도하였다. 또한 GEV 분포에 적합한 도시위치공식을 비교하기 위해 금회 추정된 도시위치공식과 기존에 연구된 도시위치공식에 의해 계산되는 평균제곱근오차, 상대평균제곱근오차, 상대편의를 비교한 결과, 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 이론적으로 유도된 축소변량과 유전자 알고리즘을 적용하여 GEV 분포의 형상 매개변수와 관련된 왜곡도 계수를 고려할 수 있는 도시위치공식을 유도하는 것이 가능한 것으로 나타났다.

(2) 본 연구에서 왜곡도 계수를 고려한 도시위치공식의 다양한 형태를 가정하여 매개변수를 유도한 결과, 유도된 도시위치공식은 왜곡도 계수를 분모에 포함하고 있는 경우가 가장 타당한 것으로 나타났다.

(3) 본 연구에서 제안한 도시위치공식은 GEV 분포의 형상 매개변수가 -0.25~0.10의 범위를 가질 때 이론적 축소변량과 가장 작은 오차를 보이는 것으로 나타났으며, 그 이상의 형상 매개변수를 포함하는 경우에는 Goel and De (1993)의 도시위치공식이 가장 작은 오차를 산정하는 것으로 나타났다.

감사의 글

본 연구는 국토해양부가 출연하고 한국건설교통기술평가원에서 위탁시행한 건설기술혁신사업(08기술혁신F01)에 의한 차세대홍수방어기술개발연구단의 연구비 지원에 의해 수행되었습니다.

참고문헌

김규태, 김태순, 김수영, 허준행 (2008). “누가분포함수를 활용한 강우강도식의 국내적용성 평가.” **대한토목학회논문집**, 대한토목학회, 제28권, 제4B호, pp. 363-374.

김민규, 김재희, 김승 (2008). “유입량의 변동성을 고려한 저수지 연계 운영 모형의 가중치 산정.” **한국수자원학회논문집**, 한국수자원학회, 제41권, 제1호, pp. 1-15.

김수영, 허준행, 신홍준, 고연우 (2009). “Gumbel 분포에 대한 도시위치공식의 비교.” **한국수자원학회논문집**, 한국수자원학회, 제42권, 제5호, pp. 365-374.

김태순, 허준행, 배덕효 (2007a). “단일저수지 월간운영률의 개발 : 1. 다목적 유전자 알고리즘을 적용한 조각선형 운영률.” **대한토목학회논문집**, 대한토목학회, 제27권, 제4B호, pp. 387- 393.

김태순, 허준행, 배덕효, 김진훈 (2007b). "단일저수지 월간 운영률의 개발 : 2. 확률론적 장기저류량 예측." **대한토목학회논문집**, 대한토목학회, 제27권, 제4B호, pp. 395-401.

김태순, 신주영, 김수영, 허준행 (2007). "유전자알고리즘을 이용한 강우강도식 매개변수 추정에 관한 연구(I): 기존 매개변수 추정방법과의 비교." **한국수자원학회논문집**, 한국수자원학회, 제40권, 제10호, pp. 811-821.

신주영, 김태순, 김수영, 허준행 (2007). "유전자알고리즘을 이용한 강우강도식 매개변수 추정에 관한 연구(II): 장·단기간 구분 방법의 제시." **한국수자원학회논문집**, 한국수자원학회, 제40권, 제10호, pp. 823-832.

Adamowski, K. (1981). "Plotting position formula for flood frequency." *Water Resource Bulletin*, Vol. 17, No. 2, pp. 197-201.

Ahmed, J.A., and Sarma, A.K. (2005). "Genetic algorithm for optimal operating policy of a multipurpose reservoir." *Water Resources Management*, Vol. 19, No. 2, pp. 145-161.

Arnell, N.W., Beran, M., and Hosking, J.R.M. (1986). "Unbiased plotting positions for the general extreme value distribution." *Journal of Hydrology*, Vol. 86, pp. 59-69.

Beard, L.R. (1942). "Statistical analysis in hydrology." *Proceedings of the American Society of Civil Engineers*, Vol. 68, pp. 1077-1088.

Benson, M.A. (1975). "Plotting positions and economics of engineering planning." *Proceedings of the American Society of Civil Engineering*, Vol. 88, pp. 58-71.

Beyer, H.-G., and Deb, K. (2001). "On self-adaptive features in real-parameter evolutionary algorithms." *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, Vol. 5, No. 3, pp. 250-270.

Blom, G. (1958). *Statistical Estimates and Transformed Beta Variables*. Wiley, New York, NY.

Cai, X.M., McKinney, D.C., and Lasdon, L.S. (2001). "Solving nonlinear water management models using a combined genetic algorithm and linear programming approach." *Advances in Water Resources*, Vol. 24, No. 6, pp. 667-676.

Celeste, A.B., Suzuki, K., and Kadota, A. (2004). "Genetic algorithms for real-time operation of multipurpose water resource systems." *Journal of Hydro-informatics*, Vol. 6, No. 1, pp. 19-38.

Chang, F.J., Chen, L., and Chang, L.C. (2005). "Optimizing the reservoir operating rule curves by genetic algorithms." *Hydrological Processes*, Vol. 19, No. 11, pp. 2277-2289.

Chang, F.J., Lai, J.S., and Kao, L.S. (2003). "Optimization of operation rule curves and flushing schedule in a reservoir." *Hydrological Processes*, Vol. 17, No. 8, pp. 1623-1640.

Chang, L.C. (2008). "Guiding rational reservoir flood operation using penalty-type genetic algorithm." *Journal of Hydrology*, Vol. 354, No. 1-4, pp. 65-74.

Chen, L. (2003). "Real coded genetic algorithm optimization of long term reservoir operation." *Journal of the American Water Resources Association*, Vol. 39, No. 5, pp. 1157-1165.

Chen, L., J. McPhee, J., and Yeh, W. W. G. (2007). "A diversified multiobjective GA for optimizing reservoir rule curves." *Advances in Water Resources*, Vol. 30, No. 5, pp. 1082-1093.

Cunnane, C. (1978). "Unbiased plotting positions - A review." *Journal of Hydrology*, Vol. 37, No. 3/4, pp. 205-222.

De, M. (2000). "A new unbiased plotting position formula for Gumbel distribution." *Stochastic Environmental Research and Risk Assessment*, Vol. 14, pp. 1-7.

Deb, K., and Beyer, H.-G. (2001). "Self-adaptive genetic algorithms with simulated binary crossover." *Evolutionary Computation Journal*, Vol. 9, No. 2, pp. 197-221.

Filliben, J.J. (1969). *Simple and robust linear estimation of the location parameter of a symmetric distribution*. Unpublished Ph.D. dissertation, Princeton university, Princeton, New Jersey.

Goel, N.K., and De, M. (1993). "Development of unbiased plotting position formula for General Extreme Value distribution." *Stochastic Environmental Research and Risk Assessment*, Vol. 7, pp. 1-13.

Goldberg, D.E. (1989). *Genetic algorithms in search, optimization & machine learning*. Addison Wesley, Massachusetts.

Greenwood, J.A., Landwehr, J.M., Matalas, N.C., and Wallis, J.R. (1979). "Probability weighted moments : definition and relation to parameters of several distributions expressible in inverse Form." *Water Resources Research*, Vol. 15, No. 5, pp. 1049-1054.

Gringorten, I.I. (1963). "A plotting rule for extreme probability paper." *Journal of Geophysical Research*, Vol. 68, No. 3, pp. 813-814.

Gumbel, E.J. (1958). *Statistics of Extremes*. Columbia University Press, New York, N.Y., pp. 28-34.

Guo, S.L. (1990a). "A discussion on unbiased plotting positions for the general extreme value distribution." *Journal of Hydrology*, Vol. 121, pp. 33-44.

Guo, S.L. (1990b). "Unbiased plotting position formulae for historical floods." *Journal of Hydrology*, Vol. 121, pp. 45-61.

Haktanir, T., and Bozduman, A. (1995). "A study on sensitivity of the probability-weighted moments method on the choice of the plotting position formula." *Journal of Hydrology*, Vol. 168, pp. 265-281.

Hazen A. (1914). "Storage to be provided in impounding reservoirs for municipal water supply." *Transactions American Society of Civil Engineers*, Vol. 1308, No. 77, pp. 1547-1550.

Herrera, F., Lozano, M., and Verdegay, J.L. (1998). "Tackling real-coded genetic algorithms: operators and tools for behavioural analysis." *Journal Artificial Intelligence Review*, Vol. 12, No. 4, doi>10.1023.

Holland, J.H. (1975). *Adaptation in natural and artificial systems*. University of Michigan Press.

Huang, W.C., Yuan, L.C., and Lee, C.M. (2002). "Linking genetic algorithms with stochastic dynamic programming to the long-term operation of a multireservoir system." *Water Resources Research*, Vol. 38, No. 12, pp. 1304.

In-na, N., and Nguyen, V-T-V. (1989). "An unbiased plotting position formula for the generalized extreme value distribution." *Journal of Hydrology*, Vol. 106, p. 193-209.

Jenkinson, A.F. (1955). "The frequency distribution of the annual maximum(or minimum) values of meteorological elements." *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*, Vol. 87, pp. 158-171.

Jothiprakash, V., and Shanthi, G. (2006). "Single reservoir operating policies using genetic algorithm." *Water Resources Management*, Vol. 20, No. 6, pp. 917-929.

Kimball, B.F. (1946). "Assignment of frequencies to a completely ordered set of sample data." *Transaction on the American Geophysical Union*, Vol. 27, pp. 843-846.

Kimball, B.F. (1960). "On the choice of plotting positions on probability paper." *Journal of American Statistical Association*, Vol. 55, pp. 546-560.

Lee, Y.D., Kim, S.K., and Ko, I.H. (2007). *Genetic algorithm to determine weighting factors in multiple objective reservoir operation model under inflow uncertainty*. Working Paper, Korea University.

Nguyen, V-T-V., In-na, N., and Bobee, B. (1989). "New plotting-position formula for Pearson type III distribution." *Journal of Hydraulic Engineering*, Vol. 115, No. 6, pp. 709-730.

Nguyen, V-T-V., and In-na, N. (1992). "Plotting formula for Pearson type III distribution considering historical information." *Environmental Monitoring and Assessment*, Vol. 23, pp. 137-152.

Reddy, M.J., and Kumar, D.N. (2006). "Optimal reservoir operation using multi-objective evolutionary algorithm." *Water Resources Management*, Vol. 20, No. 6, pp. 861-878.

Tung, C.P., Hsu, S.Y., Liu, C.M., and Li, J.S. (2003). "Application of the genetic algorithm for optimizing operation rules of the LiYuTan Reservoir in Taiwan." *Journal of the American Water Resources Association*, Vol. 39, No. 3, pp. 649-657.

Wardlaw, R., and Sharif, M. (1999). "Evaluation of genetic algorithms for optimal reservoir system operation." *Journal of Water Resources Planning and Management*, Vol. 125, No. 1, pp. 25-33.

Weibull, W. (1939). "A statistical theory of strength of materials." *Ing. Vetenskaps Akad. Handl*, No. 151, Generalstabens Litografiska Anstals Forlag, Stockholm.

Xuewu, J., Jing, D., Shen, H.W., and Salas, J.D. (1984). "Probability plots for Pearson type III distribution." *Journal of Hydrology*, Vol. 74, pp. 1-29.

논문번호: 10-097	접수: 2010.11.10
수정일자: 2010.12.21/2011.01.10	심사완료: 2011.01.10