

유성기어 감속기에서 전위계수가 기어 강도에 미치는 영향

곽기석*, 한동섭#

The Effect of Addendum Modification Coefficient on Gear Strength to Planetary Gear Reducer

Ki-Suk Kwak*, Dong-Seop Han#

(Received 28 February 2011; received in revised form 3 August 2011; accepted 8 August 2011)

ABSTRACT

Industrial reducer is in general use to Deck Crane. High-precision and high-efficient reducer is minimized the power-loss and energy-loss of a machine. So it contribute the price reduction and life extension. Reducer is usually using the Planetary gear reducer. Planetary gear reducer is composed the sun gear, planet gear, internal gear and casing. Industrial reducer's wear and breakage have a short-life. To solve this problem, it is using the profile-shifted-gear or tooth modification. This study was carried out the effect of addendum modification coefficient on tooth fillet bending strength to planetary reducer. Tooth fillet bending stress is calculate. And all parameter were expressed the function of addendum modification coefficient. And then stress concentration factor of tooth fillet curve was express the function of addendum modification coefficient using comparison between theory and finite element analysis.

Key Words : Addendum Modification Coefficient(전위계수), Bending Stress(굽힘응력), Radius of Curvature(곡률 반경), Stress Concentration Factor(응력집중계수)

1. 서 론

해상 물류량이 증가함에 따라 선박용 크레인의 사용이 증가하고 있으며, 따라서 유성기어 감속기의 사용과 수요가 점점 늘어나고 있다. 이러한 상황에서 유성기어 감속기의 동력전달 부품인 기어의 강도평가는 중요한 부분으로 인식되고 있다. 그 이유는 기어의 파

손으로 인한 감속기의 고장이나 오작동은 큰 사고로 이어질 수 있기 때문이다.

따라서 기어의 강도를 보다 정확하게 계산할 필요가 있다. 본 연구에서는 이러한 유성기어 장치에서 기어의 전위계수가 이뿌리 굽힘강도에 미치는 영향에 관한 연구를 수행하였다. 태양기어와 유성기어의 축간거리가 각 기어의 피치원 반경 합보다 크고, 태양기어만 전위되고 유성기어가 전위되지 않는 상황에서 기어 이뿌리 굽힘응력을 계산하였다. 태양기어를 0에서 0.5까지 0.1간격으로 전위시키면서 각 변수들을 계산하였다. 특히, 기어 이가

* 동아대학교 대학원 기계공학과

교신저자 : 동아대학교 기계공학과

E-mail : imdshan@gmail.com

가장 큰 굽힘모멘트를 받는 위치인 단일접촉 최고 위치와 그 순간에서의 하중방향을 계산하였으며 유한요소해석을 통해 응력집중계수를 구하였다. 마지막으로 굽힘응력을 구하는데 사용된 모든 변수들을 전위계수에 관한 식으로 만들었으며, 기어 이의 굽힘응력이 전위계수에 관한 식으로 표현할 수 있음을 확인하였다. 태양기어와 유성기어의 치수는 아래의 표와 같다.

Table 1 Dimension of gears

	m	z_1	α	L_{CD}
Sun	5	37	20	145
Planet	5	20	20	145

2. 전위기어의 굽힘응력

2.1 단일접촉 최고위치

한 쌍의 기어가 물려 회전할 때 물림률이 1보다 크면 기어의 전달하중을 분담할 가능성이 있다. 하지만 한 쌍의 기어 이가 맞물릴 때 여전히 단일접촉 구간이 생기게 되며, 이때는 하나의 기어 이가 모든 전달하중을 감당하게 된다. 이때 기어의 이뿌리에서 큰 굽힘모멘트가 발생하며, 특히 단일접촉 최고위치

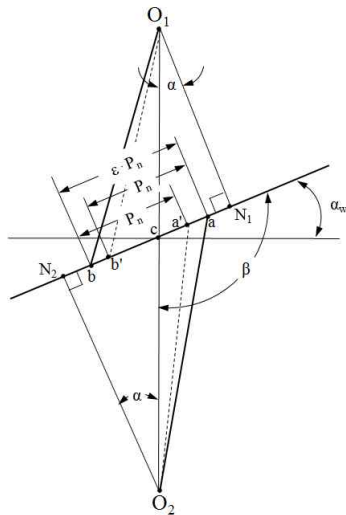


Fig. 1 Highest Point of Single Tooth Contact

에서 하중이 전달될 때 가장 큰 굽힘모멘트가 발생한다. Fig. 1에서 단일접촉 최고위치는 직선 $\overline{a'c}$ 와 $\overline{O_2c}$, 각도 β 를 통해 구할 수 있으며 식 (1)과 같이 표현할 수 있다.

$$R_H = \sqrt{a'c^2 + (O_2c)^2 - 2a'c \times O_2c \cos(\beta)} \quad (1)$$

$$\overline{a'c} = P_n - L_2$$

$$\overline{O_2c} = R_w$$

$$\beta = 90 + \alpha$$

직선 $\overline{a'c}$ 를 구하는 과정에서의 L_2 는 유성기어의 전위 여부에 따라 달라진다. 따라서 태양기어만 전위되고 유성기어는 전위되지 않을 때 L_2 는 항상 일정한 값을 가지며, 단일 접촉 최고위치의 반경 또한 항상 일정하다는 것을 확인할 수 있다.

2.2 단일접촉 최고 위치에서 하중방향

한 쌍의 기어가 물려 하중을 전달할 때 그 힘의 방향은 피치원의 접선방향을 향한다. 접선방향의 힘을 받는 기어 이 하나를 중심으로 하는 Local 좌표계로 전환하였을 때, 그 힘은 좌표계의 각 축과 어느 정도의 각도를 가진다. Fig. 2를 참고하면 가장 쉽게 접근할 수 있는 접선력은 F_t 로 나타나며 이 힘을 Local 좌표계에서의 F_1 과 F_2 로 바꾸는 과정에서 각도 θ 와 θ' 를 필요로 하게 된다. Global 좌표계에서 단일접촉 최고위치는 변하지 않는 것을 앞에서 확인하였다. 따라서, 단일접촉 최고위치의 반경과 Global 좌표의 Y축 사이의 각도 θ 는 식 (2)와 같이 표현할 수 있다. 접선력 F_t 와 Local 좌표계의 x축과 이루는 각도가 θ' 이며 이 각도는 단일접촉 최고위치의 좌표 $a'(x', y')$ 를 통해 구할 수 식 (3)과 같이 표현된다.

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{(P_n - L_2) \cos \alpha_w}{R_{w1} + (P_n - L_2) \sin \alpha_w} \right) \quad (2)$$

$$\theta' = \tan^{-1} \left(\frac{x'}{y'} \right) \quad (3)$$

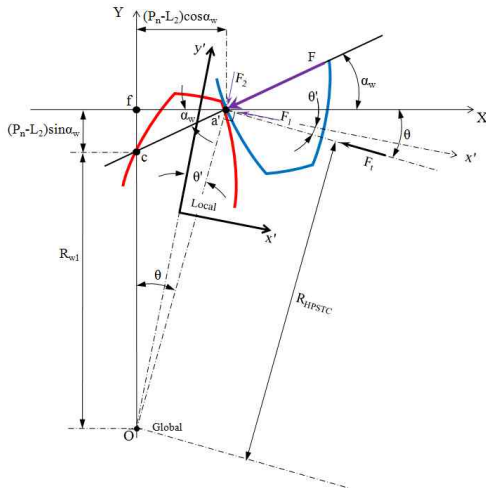


Fig. 2 Load Action at Global Coordinate

2.3 위험단면

위험단면은 Hofer의 30도 접선법의 개념을 사용하여 구하였다. 호퍼의 30도 접선법은 기어 이가 수직축을 중심으로 위치하고 있을 때 수평축에서 120도 기울어진 직선이 이뿌리 부분과 만나는 점을 찾는 방법이다. 이 방법은 실제 실험과도 유사한 결과를 보이기 때문에 많이 사용하고 있다. 이 개념을 사용하여 기울기가 $-\sqrt{3}$ 이고 원점을 지나 는 직선과 이뿌리 곡선의 임의의 좌표와의 직선거리가 가장 짧은 점을 위험단면으로 설정하였다.

2.5 굽힘응력 계산

Fig. 3을 참고하여 A점과 B점의 이뿌리 굽힘응력을 계산하였다. A점은 인장축이 되고 B점은 압축축이 될 것이며 식으로 표현하면 아래와 같다.

$$\sigma_A = -\frac{F_2}{bs} + \frac{6(F_1 l - F_2 e)}{bs^2} \quad (4)$$

$$\sigma_B = -\frac{F_2}{bs} + \frac{6(F_2 e - F_1 l)}{bs^2} \quad (5)$$

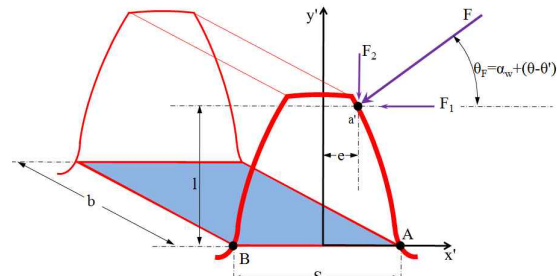


Fig. 3 DOF of tooth at HPSTC

2.5 각 변수와 전위계수와의 상관관계

굽힘응력을 계산하는데 필요한 변수인 위험단면은 e, l, s, F_1, F_2 는 전위계수의 증가에 따라 일정한 경향을 보인다. 이것은 각 변수들을 전위계수에 관한 식으로 표현할 수 있음을 의미한다. 따라서 각 변수들과 전위계수 사이의 상관관계를 분석한 결과 모두 선형적인 관계를 보임을 확인하였으며, 그 일치도도 또한 매우 높았다. 즉, 각 변수들을 전위계수에 관한 1차 다항식으로 표현할 수 있다. 또한 이 식들을 사용하여 전위계수가 0부터 0.5까지 0.1 간격으로 증가할 때 각 변수들을 계산하였으며 그 결과를 Table 2에 나타내었다.

$$e = 2.394 + 1.857e_x \quad (6)$$

$$s = 10.603 + 1.833e_x \quad (7)$$

$$l = 9.875 - 4.502e_x \quad (8)$$

$$F_1 = 2779.6 - 0.25e_x \quad (9)$$

$$F_2 = 1279.5 - 16.92e_x \quad (10)$$

Table 2 Calculation results of Parameters

e_x	e (mm)	l (mm)	s (mm)	F_1 (N)	F_2 (N)	$\sigma_{A,TH}$ (MPa)	$\sigma_{B,TH}$ (MPa)
0	2.394	9.875	10.603	2779.60	1279.50	59.038	71.106
0.1	2.580	9.425	10.786	2779.58	1277.81	53.127	64.974
0.2	2.765	8.975	10.970	2779.55	1276.12	47.577	59.210
0.3	2.951	8.524	11.153	2779.53	1274.42	42.361	53.788
0.4	3.137	8.074	11.336	2779.50	1272.73	37.457	48.684
0.5	3.323	7.624	11.520	2779.48	1271.04	32.843	43.877

3. 유한요소해석

3.1 유한요소모델 생성 및 경계조건

전위계수가 0부터 0.5까지 0.1간격으로 총 6가지에 대해 각각 기어곡선의 좌표를 직접 계산하여 실제와 매우 유사한 기어의 형상을 모델링하였다. Fig. 4에서와 같이, 경계조건으로는 각 전위계수에 따라 분석된 단일접촉 최고위치에서의 힘을 각각 적용하였다. 그리고 아래면의 변위를 구속하였으며 양 옆의 면에 대해서 대칭경계조건을 부여하였다.

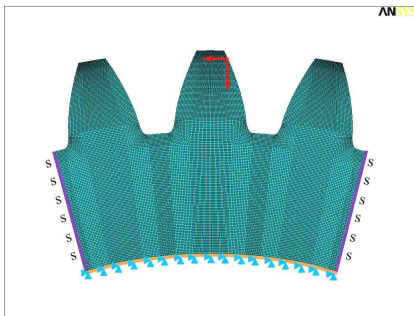


Fig. 4 Finite element model and boundary condition

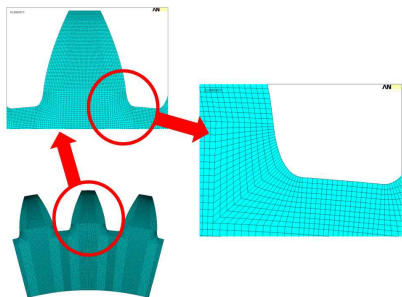


Fig. 5 Finite element model of original model

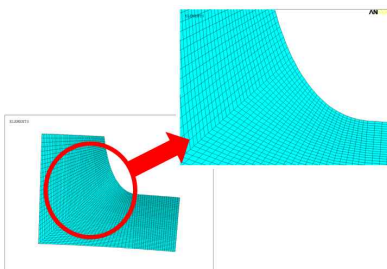


Fig. 6 Finite element model of Sub-modeling

3.2 Sub-modeling

전체 모델에서 이뿌리 부분 요소의 밀도를 살펴보고 있다. Fig. 5에서 확인할 수 있듯이, 요소의 격자 형상이 많이 찌그러져 있기 때문에 결과값을 신뢰하기 힘들지만, Fig. 6에서는 Sum-modeling 기법을 사용하여 전체의 유한요소모델에서의 이뿌리 부분 요소보다 훨씬 조밀하고 정사각형에 가까운 요소의 형상을 확인할 수 있다. 따라서 Sum-modeling 기법을 사용하여 이뿌리 부분의 상당응력을 확인하였다.

3.3 유한요소해석 결과

이뿌리 부분에 대한 굽힘응력 값을 확인하였다. 그 결과 예상 위험단면 위치에서 가장 큰 응력값을 확인할 수 있었다. Fig. 7은 이뿌리 부분의 인장축 y 방향 응력을 나타낸 것이며 그 값은 94.63 MPa이다. Fig. 8은 압축축 y방향 응력을 나타낸 것이며 그 값은 115.28 MPa이다.

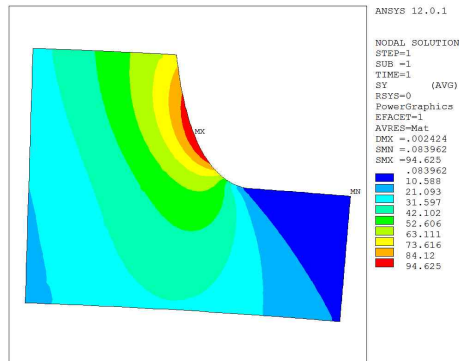


Fig. 7 Analysis result of tension side

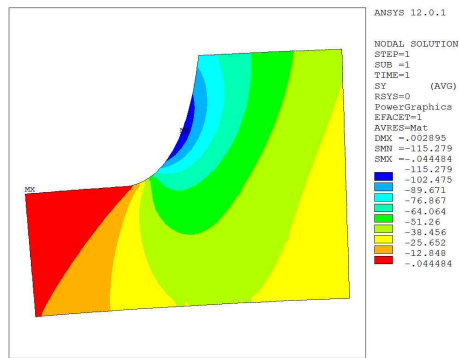


Fig. 8 Analysis result of compression side

4. 이론과 유한요소해석의 비교

이론값에서 구하지 못한 응력집중계수를 결정하기 위해 이론값과 유한요소해석값을 비교하였다. 유한요소해석 결과값은 Table 3과 같다.

Table 3 Analysis result of Theory and FEA

e_x	Theory		FEA	
	σ_A	σ_B	σ_A	σ_B
0	59.038	71.106	92.118	111.79
0.1	53.127	64.974	87.478	107.360
0.2	47.577	59.210	84.773	104.930
0.3	42.361	53.788	81.722	102.260
0.4	37.457	48.684	78.550	99.132
0.5	32.843	43.877	75.841	96.346

이론적 접근에서는 이뿌리 곡선에서의 응력집중을 전혀 고려하지 않았지만, 유한요소해석에서는 응력집중이 고려되어 계산된 값이므로 이 두 값을 비교함으로써 이뿌리 곡선에 대한 응력집중계수를 구할 수 있다. 따라서 Table 3에서의 이론값과 유한요소해석 값을 비교하여 그래프로 나타내었다. 그 결과 Fig. 9에서와 같이 전위계수가 증가함에 따라 이론값과 유한요소해석값의 차이가 점점 많아지는 것을 확인하였다. 이것은 전위계수가 증가할수록 이뿌리 곡률반경이 작아지기 때문이며, 전위계수에 따른 이뿌리 곡선의 곡률반경 경향은 Fig. 10과 같다.

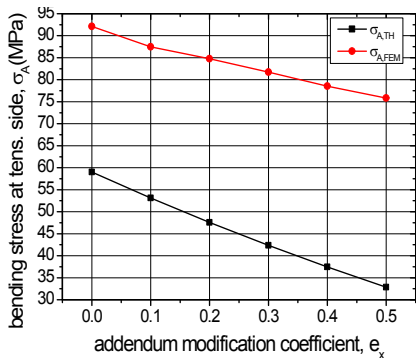


Fig. 9 Comparison between theory and FEM

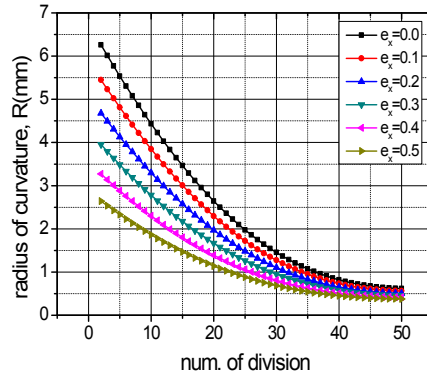


Fig. 10 Radius of curvature according to number of division

응력집중계수는 일반적으로 식 (11)로 표현된다. 앞에서 설명한 바와 같이, 이론값에서는 응력집중이 전혀 고려되지 않았고 유한요소해석에서는 응력집중이 고려되었기 때문에 같은 위치에서 이론값과 유한요소해석값을 비교함으로써 응력집중계수를 계산할 수 있다. 따라서 응력 최대값을 유한요소해석값, 응력 평균값을 이론값으로 하여 계산할 수 있게 된다.

$$K = \frac{\sigma_{max}}{\sigma_{ave}} \tag{11}$$

계산된 응력집중계수 또한 전위계수와 상관관계를 분석하였다. 각 전위계수에 대한 응력집중계수 값을 2차 다항식으로 커브피팅 하였다. 그 결과 Fig. 11과 같은 그래프를 얻을 수 있었으며 이것은 전위

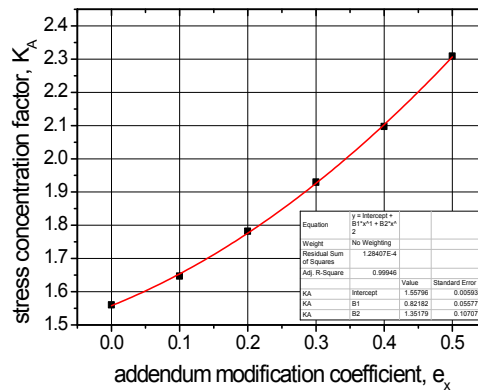


Fig. 11 Polynomial fitting about 'K_A' according to addendum modification coefficient

계수에 대한 2차 다항식으로 식 (12)와 식 (13)과 같이 나타낼 수 있다. 그리고 전위계수에 대한 인장축과 압축축의 응력집중계수를 Table 4에 나타내었다.

$$K_A = 1.558 + 0.822e_x + 1.352e_x^2 \quad (12)$$

$$K_B = 1.568 + 0.847e_x + 0.821e_x^2 \quad (13)$$

Table 4 Stress concentration factor

e_x	K_A	K_B
0	1.560	1.572
0.1	1.647	1.652
0.2	1.782	1.772
0.3	1.929	1.901
0.4	2.097	2.036
0.5	2.309	2.196

5. 결 론

해상 물류량이 증가함에 따라 선박용 크레인의 수요가 급증하고 있기 때문에 기어의 강도평가는 아주 중요한 부분을 차지하고 있다. 본 논문에서는 전위계수에 따른 기어의 이뿌리 굽힘강도에 관한 연구를 수행하였다. 이론적 접근을 통해 굽힘응력 계산식을 도출하였고 각 변수들과 전위계수와의 상관관계를 분석하였으며, 유한요소해석과의 비교를 통해 응력집중계수를 결정하였다. 그 결과 다음과 같은 결론을 도출할 수 있었다.

1. 전위계수에 따른 굽힘응력을 계산하였고, 각 변수들과 전위계수와의 상관관계를 분석한 결과 모든 변수들이 전위계수에 관한 1차식으로 표현 가능하다는 것을 확인할 수 있었다.
2. 유한요소해석을 수행하였으며, 그 결과값과 이론값을 비교함으로써 응력집중계수를 결정할 수 있었다. 또한, 응력집중계수도 전위계수에 관한 2차식으로 표현 가능하다는 것을 확인할 수 있었다.
3. 본 연구를 통해 접근하기 어려웠던 굽힘응력과 전위계수와의 관계를 정확하게 파악할 수 있었으며, 각 변수들과 전위계수와의 상관관계 분석을

통해 전위기어와 굽힘응력에 대한 정확한 이해를 도모할 수 있었다.

참고문헌

1. G.D. Bibel, S.K. Reddy, M. Savage and R.F. Handchuh, "Effects of Rim Thickness on Spur Gear Bending Stress", ASME Transaction, J. of Mesh Design, 116, 1157-1162, 1994.
2. Zeping Wei, "STRESS AND DEFORMATIONS IN INVOLUTE SPUR GEARS BY FINITE ELEMENT METHOD", A Thesis for the Degree of Master of Science, Department of Mechanical Engineering University of Saskatchewan.
3. HARTLEY GRANDIN. jr., "Fundamentals of the Finite Element Method", Macmillan Publishing Company.
4. Litvin, Faydor L., Fuentes, Alfonso, "Gear Geometry and Applied Theory", Cambridge University Press.