

대각 내재적 조화균형법을 이용한 헬리콥터 로터 블레이드의 비정상 공력 해석

임 동 균,¹ 최 성 임,² 박 수 형,³ 권 장 혁^{*4}

UNSTEADY AERODYNAMIC ANALYSIS OF HELICOPTER ROTOR BLADES USING DIAGONAL IMPLICIT HARMONIC BALANCE METHOD

D.K. Im,¹ S.I. Choi,² S.H. Park³ and J.H. Kwon^{*4}

In this paper, the diagonal implicit harmonic balance method is applied to analyze helicopter rotor blade flow. The periodic boundary condition for Fourier coefficients is also applied in hover and forward flight conditions. It is available enough to simulate the forward flight problem with only one rotor blade using the periodic boundary condition in the frequency domain. In order to demonstrate the present method, Caradonna & Tung's rotor blades were used and the results were compared to the time-accurate method and experimental data.

Key Words : 조화 균형법(Harmonic Balance Method), 헬리콥터 로터 유동, 주기적인 경계조건(Periodic B.C)

1. 서 론

헬리콥터 유동은 블레이드와 블레이드 사이를 지나는 유동으로 생성된 후류에 의해서 상호 간섭작용이 일어나는 복잡한 유동이며 기존의 시간 영역 기법으로 해석하기 위해서는 매우 작은 시간 간격으로 해석을 해야 하기 때문에 큰 계산 비용이 요구된다. 이러한 헬리콥터 유동을 주파수 영역 기법으로 해석하면 시간과 공간에 따라 주기적이기 때문에 매우 효율적인 계산이 이루어 질 것이라 판단된다. Hall 등[1]은 처음으로 주파수 영역기법인 조화균형법을 제안하였으며 터보기계의 내부유동을 효율적으로 해석 가능함을 보여주었다. McMullen 등[2-3]은 조화균형법과 다른 비선형주파수영역기법을 제안하였으며 주기를 모르는 유동에 대해서도 해석할 수 있음을 보여주었다. Gopinath 등[4]은 비선형주파수영역기법의

비효율적인 계산과정을 푸리에 배렬행렬을 적용하므로 단순화하여 Time Spectral Method를 제안하였으며 진동하는 이차원 날개를 효율적으로 해석 가능함을 보여주었다. 또한 시간과 공간에 대해서 주기적인 문제인 헬리콥터 로터 문제를 조화균형법으로 해석 가능함을 Ekici 등[5]이 보여주었다. Choi 등[6-7]은 Time Spectral Method를 통해서 유체와 구조를 연계하여 헬리콥터 로터 유동을 해석하였으며 adjoint 민감도 기법을 적용하여 형상 최적화를 수행하였다. 국내에서는 임동균 등[8]에 의해서 내재적 조화균형법을 개발하였으며 기존의 외재적 조화균형법에 비해서 매우 빠르게 수렴 가능함을 보여주었다. 이러한 주파수 영역기법은 시간에 따라 주기적인 비정상 유동을 시간영역기법에 비해서 빠르게 해석할 수 있음을 보여주었을 뿐만 아니라 공간에 대해서도 동일하게 주기적인 문제에서도 효율적으로 해석 가능함을 보여주었다. 하지만 기존에 개발된 주파수 영역 기법들은 외재적 시간적분법을 적용하기 때문에 조화함수의 수를 증가시켜서 계산하는데 어려움이 있으며 CFL수에 제한을 두고 계산이 이루어져야 한다. 또한 헬리콥터 로터 유동은 복잡한 유동이 예상되기 때문에 조화함수의 수를 증가시켜서 계산이 이루어져야 한다.

본 연구에서 개발된 대각 내재적 조화균형법은 내재적 수렴성을 나타내고 조화함수의 수와 무관하게 수렴 가능하므로

접수일: 2011년 10월 4일, 수정일: 2011년 12월 16일,

게재확정일: 2011년 12월 19일.

1 정회원, 한국과학기술원 대학원 기계항공시스템학부

2 정회원, 한국과학기술원 기계항공시스템학부

3 정회원, 건국대학교 항공우주정보시스템공학과

4 종신회원, 한국과학기술원 기계항공시스템학부

* Corresponding author, E-mail: jhkwon@kaist.ac.kr

헬리콥터 로터 블레이드 문제를 보다 효율적으로 해석 가능할 것으로 여겨진다.

2. 본 론

2.1 대각 내재적 조화 균형법

기존 해석자의 지배방정식을 이용하여 주파수 영역 기법의 지배방정식을 유도해 보면, 먼저 일반적인 시간영역의 지배방정식을 식 (1)과 같이 나타내며

$$F(t) = \frac{dQ(t)}{dt} + R(t) = 0 \tag{1}$$

주파수 영역 기법을 적용하기 위해 지배방정식의 해인 Q 값과 잔류치인 R 값이 주파수 ω 로 시간에 주기적이라고 가정하고 충분한 조화함수의 수 N_H 를 이용하여 푸리에 급수로 Q 와 R 을 식 (2)와 식 (3)과 같이 표현할 수 있다.

$$Q(t) = \hat{Q}_0 + \sum_{n=1}^{N_H} (\hat{Q}_{cn} \cos(\omega nt) + \hat{Q}_{sn} \sin(\omega nt)) \tag{2}$$

$$R(t) = \hat{R}_0 + \sum_{n=1}^{N_H} (\hat{R}_{cn} \cos(\omega nt) + \hat{R}_{sn} \sin(\omega nt)) \tag{3}$$

식 (1)에 대입하여 각각의 계수를 비교하여 행렬식으로 나타내면 식 (4)와 같이 나타낼 수 있다.

$$\omega M \hat{Q} + \hat{R} = 0 \tag{4}$$

여기서, \hat{Q} 와 \hat{R} 이 서로 비선형관계에 있으므로 식 (4)를 직접 해석하는 것은 매우 어려우므로 Hall 등[1]이 제안한 푸리에 변환식을 이용하여 시간 영역으로 식 (4)를 역변환 시킨다. 먼저 주기($T = 2\pi/\omega$)를 등간격($\Delta t = 2\pi/(N_T \omega)$)으로 하여 Q 와 R 값을 나타내고 그 다음 푸리에 변환식을 이용해서 \hat{Q} 와 \hat{R} 을 식 (5)와 식 (6)과 같이 나타낸다.

$$\hat{Q} = \mathfrak{J} Q_{hb} \tag{5}$$

$$\hat{R} = \mathfrak{J} R_{hb} \tag{6}$$

주파수 영역으로 변환된 지배방정식인 식 (4)에 식 (5)와 식 (6)을 대입하여 다시 정리하면 식 (7)과 같다. 이때 유속항의 계산을 용이하게 하기 위해서 유속항에 곱해지는 푸리에 변

환식의 역행렬을 곱하여 $D (= \mathfrak{J}^{-1} M \mathfrak{J})$ 으로 치환하여 나타내었다.

$$\begin{aligned} \omega M \mathfrak{J} Q_{hb} + \mathfrak{J} R_{hb} &= \omega \mathfrak{J}^{-1} M \mathfrak{J} Q_{hb} + \mathfrak{J}^{-1} \mathfrak{J} R_{hb} = 0 \\ \omega D Q_{hb} + R_{hb} &= 0 \end{aligned} \tag{7}$$

가상시간 전진기법(Pseudo Time Stepping)을 적용하여 조화 균형 지배방정식을 다시 표현하면 최종적으로 식 (8)을 얻을 수 있게 된다.

$$\frac{dQ_{hb}}{d\tau} + R_{hb} + \omega D Q_{hb} = 0 \tag{8}$$

기존의 조화 균형법은 외재적 기법으로 해를 구하며 수렴 안정성을 위해서 CFL 수의 제한을 주었다. 최근 조화 원천항과 유속항 모두를 내재적으로 적용하기 위한 노력이 진행 중이지만[9-11], 조화 원천항을 내재적으로 적용하였을 경우 발생하는 유속 자코비안 행렬을 효율적으로 해결하지 못하고 있는 실정이다. 즉, 사용된 임의의 가정으로 조화 함수의 적용 가능한 개수의 제한을 받을 뿐만 아니라 계산 비용과 지배 방정식의 복잡성이 문제가 되고 있다. 이에 본 연구에서는 아래와 같은 부분 내재적 시간 전진 기법을 제안하여 이상의 문제를 해결하였다.

조화 원천항을 외재적으로 처리하고 잔류치를 내재적으로 처리하여 식 (8)을 2차원 지배방정식에 적용하여 식 (9)와 같이 나타낸다. 여기서, 유속항에 선형화 기법을 적용하여 식 (9)를 식 (10)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{dQ}{d\tau} + \frac{dE^{n+1}}{d\xi} + \frac{dF^{m+1}}{d\eta} + \omega D Q^n = 0 \tag{9}$$

$$\begin{aligned} \frac{\Delta Q^n}{\Delta \tau} + \frac{\partial}{\partial \xi} A \Delta Q^n + \frac{\partial}{\partial \eta} B \Delta Q^n \\ = - \frac{\partial E^m}{\partial \xi} - \frac{\partial F^m}{\partial \eta} - \omega D Q_{k=1, N_T}^n \end{aligned} \tag{10}$$

유속 자코비안 행렬인 A 와 B 는 각 요소가 4×4 행렬의 $N_T \times N_T$ 행렬이며 유속벡터 각각의 유속항은 각각의 보존 변수만의 함수이므로 대각항을 제외한 나머지 항은 모두 0으로 간주할 수 있다. 따라서, 식 (11)과 같이 간략화된 내재적 유속 자코비안 행렬을 얻을 수 있게 된다. 여기서 주목할 사항은 간략화된 대각항이 기존의 유속 자코비안 행렬과 같다는 점이다. 따라서 조화균형법의 추가적인 자코비안 행렬을 별도로 처리하지 않고서도 조화 균형법을 적용할 수 있게 된다.

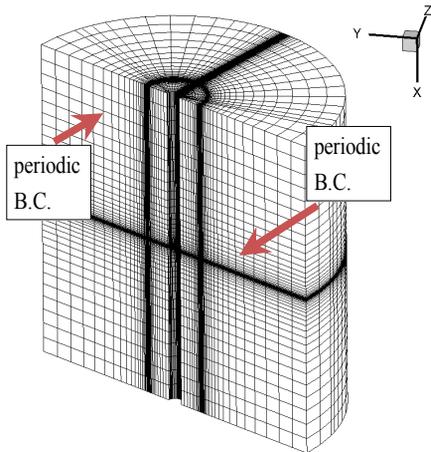


Fig. 1 Grid(Caradonna & Tung's rotor blade, 33×57×113)

$$T_n = (I + \Delta t \delta_\xi A + \Delta t \delta_\eta B)_n, n = 1, 2, \dots, N_T \quad (11)$$

최종적으로 식 (12)와 같이 부분 내재적 기법이 적용된 식으로 나타낼 수 있으며, 조화원천항만 추가하여 기존 수치해석기법으로 조화 균형을 적용할 수 있게 된다.

$$\begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ \vdots \\ T_{N_T} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta Q_1 \\ \Delta Q_2 \\ \vdots \\ \Delta Q_{N_T} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_1 \\ S_2 \\ \vdots \\ S_{N_T} \end{bmatrix} \quad (12)$$

여기서, $S_n = -\frac{\partial E_n}{\partial \xi} - \frac{\partial F_n}{\partial \eta} - \omega D_{n,k} Q_k, k=1, N_T$

다중격자 기법은 정상 유동을 해석할 때 수렴가속화 기법으로 잘 알려진 방법이다. 하지만 비정상 유동을 해석할 때, 기존의 시간 영역 기법인 이중 시간 적분법을 이용할 경우 내부 반복횟수로 시간 전진을 수행하기 때문에 수렴가속화에 큰 이득은 없다. 하지만 주파수 영역 기법을 적용할 경우 비정상 유동을 기존의 정상 유동 해석 기법을 적용하여 해석할 수 있기 때문에 다중격자 기법을 적용할 경우 수렴 성능을 향상시킬 수 있다. 본 연구에서는 톱나 사이클의 다중 격자 기법을 적용하였다[12].

2.2 주기적인 경계조건

헬리콥터 로터 유동은 공간과 시간에 따라서 주기적인 거동을 나타낸다. 이러한 이유로 주기적인 경계조건을 적용하면 여러 개의 블레이드를 모두 고려하지 않고 효율적으로 해를 구할 수 있다. 하지만 시간영역 기법으로 비정상 유동을 해석

할 때 주기적인 경계조건을 적용하는 것은 매우 어려운 일이다. 주파수 영역기법 중에 특별히 조화균형법은 주기적인 경계조건을 적용해서 비정상유동을 해석할 수 있는 것으로 알려져 있다[5].

본 연구에서는 내재적 조화균형법에 주기적인 경계조건을 아래 식 (13)과 같이 적용하였다.

$$\begin{aligned} \widehat{Q}_{r0} &= \widehat{Q}_0 \\ \widehat{Q}_{rcn} &= \widehat{Q}_{cn} \cos\left(\frac{2\pi n}{N_B}\right) - \widehat{Q}_{sn} \sin\left(\frac{2\pi n}{N_B}\right) \\ \widehat{Q}_{rsn} &= \widehat{Q}_{cn} \sin\left(\frac{2\pi n}{N_B}\right) + \widehat{Q}_{sn} \cos\left(\frac{2\pi n}{N_B}\right) \end{aligned} \quad (13)$$

식 (13)에서 오른쪽 항은 식 (2)에서의 푸리에 계수를 뜻하며 각각의 계수를 블레이드 개수(N_B)에 따라 주기적인 경계조건을 적용하여 왼쪽항을 나타낸 것이다. 즉, 주파수 기법은 시간에 따라 주기적인 움직임을 보인다는 가정으로 지배방정식을 다시 표현하였으며 주파수 영역에서 푸리에 계수에 대해서 공간에 따라 주기적인 경계조건을 취하므로 비정상 유동에서 주기적인 경계조건이 가능한 것이다.

2.3 수치해석 결과

2.3.1 제자리 비행

해석 조건으로 가장 많이 비교되어지는 Caradonna & Tung의 실험 조건을 적용하였다[13].

블레이드 형상은 단면이 NACA0012 익형으로 비틀림과 테이퍼가 없는 직사각 블레이드로 블레이드 길이는 3.75ft(1.143m)이고, 총횡비는 6이다. 이러한 형상에서 받음각 8°에서 익단 마하수 0.439와 0.877로 제자리 비행하는 문제를 적용하였다. 블레이드 표면 압력 분포를 실험결과 및 시간영역 기법의 결과와 비교하였으며 제자리 비행하는 문제이기 때문에 조화함수를 최대 3개 적용하여 해석하였다.

가. 격자계

제자리 비행하는 로터 블레이드는 Multi-Block의 형태로 격자를 구성하였으며 공간에 대해서 주기적이므로 한 개의 블레이드를 적용하여 주기적인 경계조건을 Fig. 1과 같이 나타내었다.

격자는 블레이드 윗면과 아랫면 두 개의 블록으로 구성하였으며 각각의 블록은 33×57×113의 크기이다. collective pitch 각은 8°로 실험 조건과 동일하게 구성하였으며 AR은 6으로 설정하였다.

나. 압력 분포

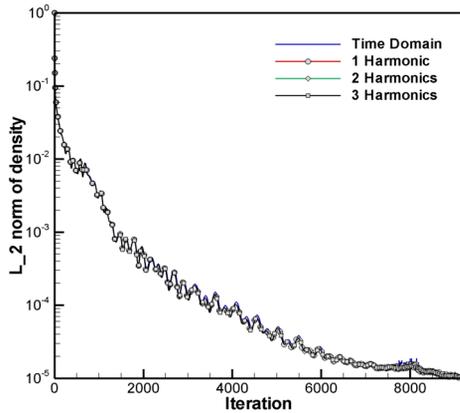


Fig. 2 Convergence of l2norm of Density

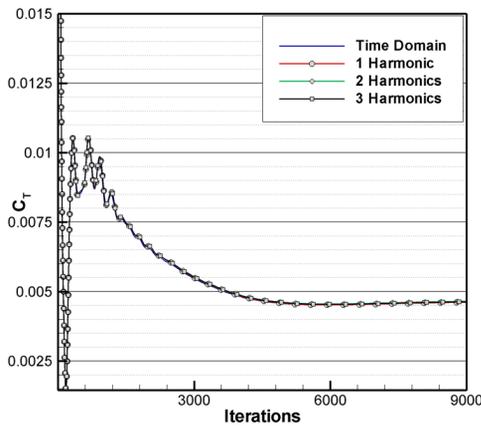


Fig. 3 Convergence of l2norm of Density

A. 마하수 0.439

먼저, 끝단 마하수 0.439일 때 해석을 수행하였다. Fig. 2는 잔류치의 수렴곡선을 나타내며 CFL수는 3.0을 적용하였으며 시간영역기법[14]과 유사한 형태로 수렴함을 알 수 있다. 또한 조화함수를 증가시켰을 경우에도 조화함수의 수와 무관한 수렴성을 보여준다. 추력계수의 수렴성을 Fig. 3에 나타내었다. 제자리 비행이므로 추력계수는 시간에 따라 변하지 않고 수렴함을 알 수 있으며 모든 조화함수에서 동일한 결과값으로 수렴함을 알 수 있다. 또한 시간영역기법의 결과와 비교하면 동일한 추력계수로 수렴함을 알 수 있다. Table 1은 실험에 의한 추력계수를 비교하여 나타낸 것이다.

또한 압력분포를 실험값과 비교하기 위해서 스펠위치 0.5, 0.68, 0.8, 0.89, 0.96에서 압력계수를 실험값 및 시간영역기법의 결과와 비교하였다. Fig. 4는 각각의 스펠 위치에서 압력계수를 비교하여 나타낸 그림이다. 블레이드 중심에서부터 끝단으로 이동하면서 압력계수 분포를 볼 때, 각각의 조화함수에

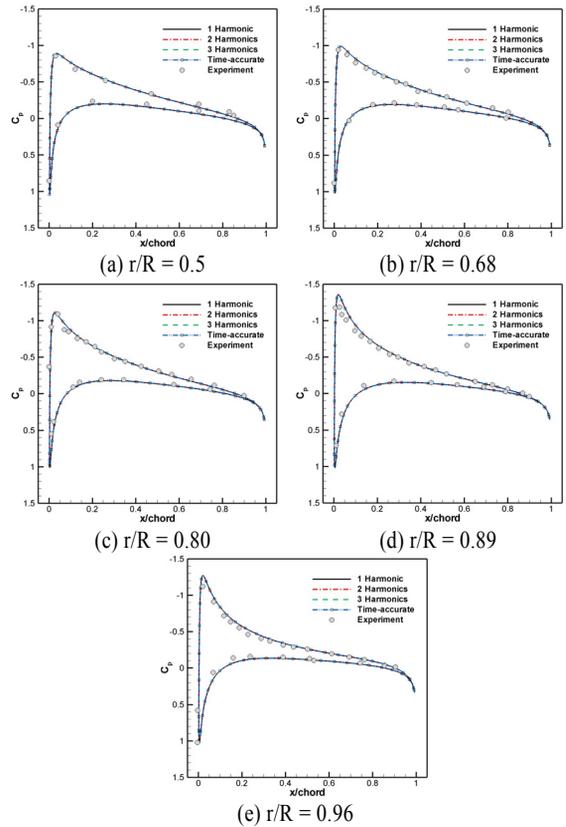


Fig. 4 Pressure Coefficient Distribution on Blade Surface (M=0.439)

따라 동일한 결과를 나타내며 실험결과 및 시간영역 기법의 결과와 비교할 때 서로 유사한 결과를 보여줌을 확인할 수 있다.

B. 끝단 마하수 0.877

두 번째 제자리 비행 조건으로 블레이드 끝단 마하수 0.877, 받음각 8°에 대해서 해석하였다. 끝단 마하수가 천음속 영역이기 때문에 블레이드 표면에 충격파가 발생할 것으로 예상되며 이러한 비선형 영역에서 동일하게 주파수 영역기법을 적용하여 해석을 하였고 시간영역 기법 및 실험결과와 비교하였다. Fig. 5는 블레이드의 0.68, 0.80, 0.89, 0.96 위치에서

Table 1 Thrust Coefficient (M=0.439)

| | | 추력계수 (C_t) |
|--------------|-------------|----------------|
| Experiment | | 0.00459 |
| Time Domain | | 0.00478 |
| Freq. Domain | 1 Harmonic | 0.00478 |
| | 2 Harmonics | 0.00478 |
| | 3 Harmonics | 0.00478 |

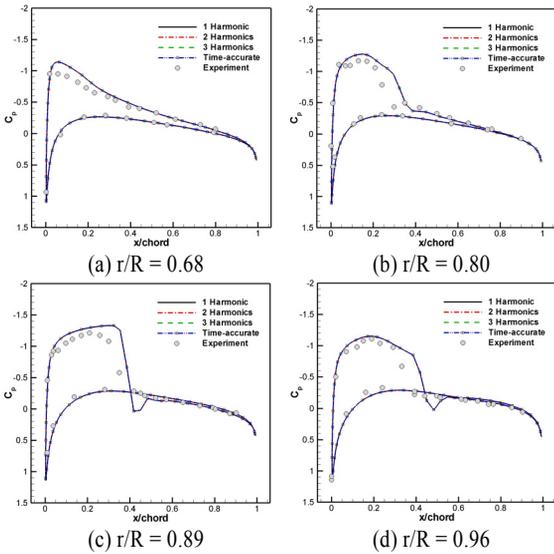


Fig. 5 Pressure Coefficient Distribution on Blade Surface(M=0.877)

압력 분포를 시간영역 기법과 실험결과를 서로 비교하여 나타낸 것이다. 시간 영역 기법과 각각의 조화함수를 적용하여 비교하였을 때, 충격과가 발생하는 부분에서도 조화함수 1개를 적용하였을 때 충분히 시간영역의 결과와 유사한 결과를 나타냄을 확인할 수 있으며 모든 위치에서 서로 동일한 결과를 보여준다. 또한 실험결과와 비교하였을 때 매우 유사한 결과를 보여줌을 확인할 수 있다. 추력계수를 비교하여 Table 2에 나타내었다. 시간 영역의 결과와 본 연구의 결과를 비교할 때 비교적 유사한 값을 보여준다.

2.3.2 무양력 전진 비행

본 연구에서 무양력 전진 비행의 수치 해석 조건으로 Caradonna & Tung의 실험 조건을 적용하였다[4,9]. 계산 조건은 Pitch와 Flap의 움직임이 없으며 collective pitch 각이 0°으로 오직 전진 속도만이 고려된다. 이러한 이유로 전진 비행 검증에 많이 사용된다. 중형비는 7, Tip Mach 수는 0.8, 전진 비는 0.2이다.

Fig. 6은 조화함수에 따른 수렴곡선을 나타내며 CFL수는 3.0을 적용하였고 최대 13개의 조화함수를 적용하였다. 조화

Table 2 Thrust Coefficient (M=0.877)

| | | 추력계수 (C_t) |
|--------------|-------------|----------------|
| Time Domain | | 0.00515 |
| Freq. Domain | 1 Harmonic | 0.00518 |
| | 2 Harmonics | 0.00518 |
| | 3 Harmonics | 0.00518 |

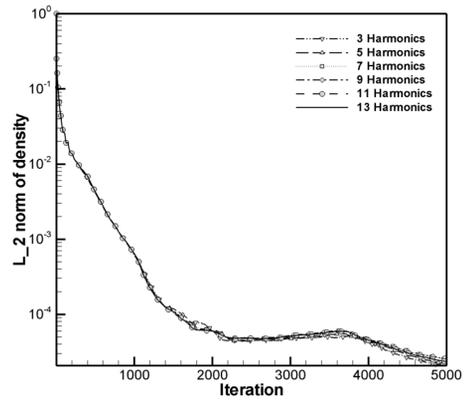


Fig. 6 Convergence of l2norm of Density (Non-lifting Forward Flight)

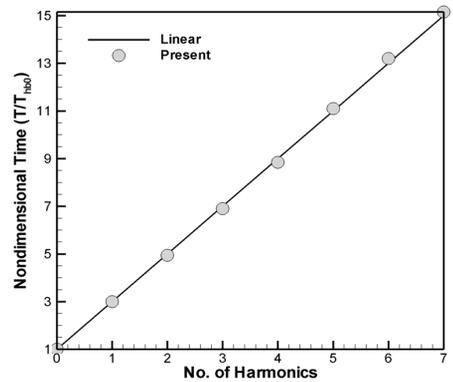


Fig. 7 Computation Time with respect to the Number of Harmonics

함수의 수와 무관하게 유사한 수렴성을 나타냄을 알 수 있다. 이러한 특성으로 Fig. 7을 보면 조화함수의 수가 증가하면서 계산시간 역시 선형으로 증가함을 알 수 있다. Fig. 7은 0개의 조화함수를 적용하였을 때의 계산시간으로 무차원화하여 나타낸 무차원 CPU 시간이다. 선행 연구자들의 결과를 볼 때, 조화함수의 수가 증가하면서 계산시간이 비선형으로 급격히 증가하는 문제점이 있었지만[5] 본 연구에서는 조화함수를 증가시킬지라도 이것과 무관하게 안정된 수렴성을 나타내므로 그에 따른 계산시간의 증가량을 보여줌을 알 수 있다.

Fig. 8은 블레이드 표면 89%에서 회전각에 따라 압력계수 분포를 비교하여 나타낸 것이다. 조화함수의 개수가 9개 이상 적용되어졌을 때 시간영역 기법의 결과 및 실험 결과와 유사한 결과를 나타냄을 알 수 있다.

Table 3은 9개의 조화함수가 적용되어졌을 때, 계산시간을 시간영역기법과 비교하여 나타낸 것이다. 시간영역기법에서는

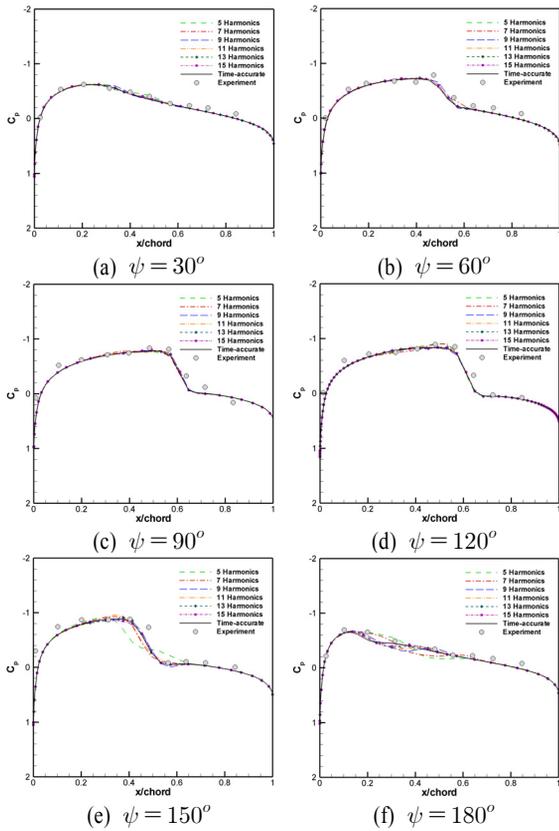


Fig. 8 Pressure Coefficient Distribution on Blade Surface (r/R=0.89, Non-lifting Forward Flight)

전체 6회전을 1°간격으로 잔류치가 1E-2 아래로 수렴되었을 때의 계산시간을 나타낸다. 총 해석시간을 비교해 볼 때, 6배 이상 빠르게 해석가능함을 알 수 있다.

Fig. 9은 전진 비행 시의 표면 압력 분포를 나타낸다. 전진 방향은 Z축과 평행한 방향이다. Fig. 9의 a는 조화함수 1개를 적용하였을 때, b는 조화함수 5개를 적용하였을 때이며, c는 조화함수 9개를 적용하였을 때의 표면 압력분포를 보여준다. 조화함수 1개를 적용하였을 때조차도 주기적인 경계조건에 의해서 전진하는 방향으로 강한 충격과 발생함을 관찰할 수 있다. 즉, 본 연구에서 적용한 주기적인 경계조건이 비정상 유동에서도 적용 가능함을 보여준다.

Table 3 Comparison with CPU time of Time-accurate Method and Present in 9 Harmonics

| CPU Time (Hour) | |
|-----------------------|----------------------|
| Present (9-harmonics) | Time-Accurate Method |
| 1.2 | 8.1 |

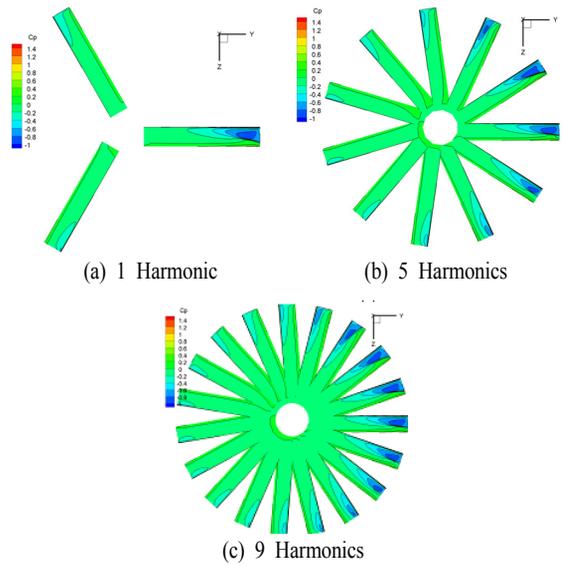


Fig. 9 Surface Pressure Contours in Different Harmonics (Non-Lifting Forward Flight)

3. 결 론

본 연구에서는 헬리콥터 로터 유동을 해석하기 위해서 대 각 내재적 조화균형법을 적용하였다. 지배 방정식을 푸리에 급수를 통해서 변환시키므로 시간 미분항이 원천항으로 치환되며 이러한 이유로 주기적인 비정상 유동을 빠르게 해석할 수 있다. 제자리 비행 해석을 위해서 Caradonna & Tung의 로터 블레이드를 적용하였으며 1개의 조화함수를 적용하여 정확한 해를 보여주었다. 즉 제자리 비행의 경우 정상 유동 특성을 나타내므로 1개의 조화함수만으로 수렴된 결과를 얻을 수 있으며 1개 이상의 조화함수를 적용할 경우에는 일정한 해를 얻게 된다. 이러한 이유로 2~3개의 조화함수를 적용해서 해석한 결과가 서로 동일한 해를 보여주었다. 전진 비행의 경우, 블레이드의 움직임이 없는 무양력 전진비행을 적용하였다. 무양력 전진비행은 전진면에서 큰 충격과 발생하고 후퇴면에서 소멸되는 유동특성을 나타낸다. 이러한 복잡한 유동 특성을 정확히 모사하기 위해서 조화함수의 수를 제자리 비행의 경우와 달리 최대 13개까지 증가시켜가며 해석을 수행하였다. 7개 미만의 조화함수를 적용할 경우 시간영역기법의 결과와 비교할 때 해석 결과에 약간의 차이점을 나타내었지만 7~9개 이상의 조화함수를 적용할 경우 시간영역기법의 결과와 유사한 값을 나타냄을 확인할 수 있다. 즉 다양한 조화함수의 조합으로 복잡한 유동 현상을 모사해야 하기 때문이다.

또한 본 연구에서는 시간영역 기법과 달리 비정상 유동임에도 불구하고 주기적인 경계조건을 적용하여 한 개의 헬리콥터 로터 블레이드만으로 해석 가능함을 보여주었다. 본 연구의 결과를 시간 영역 기법과 계산시간을 비교할 때 조화함수를 9개 적용하였을 경우에도 빠르게 해석 가능함을 보여주었다. 향후 다양한 주기적인 비정상 유동 해석 문제에 적용될 때, 계산 비용 절감효과를 예상할 수 있다.

향후 연구계획으로 블레이드의 움직임이 있는 진진비행을 수행할 예정이며 후류에 의한 영향을 정확히 포착하기 위해서 중첩격자 기법을 적용할 예정이다.

후 기

이 논문은 2011년도 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국연구재단의 기초연구사업 지원을 받아 수행된 연구임 (No. 2011-0003387)

본 연구는 방위사업청과 국방과학연구소의 지원으로 수행되었으며, 이에 대해 깊이 감사드립니다. (계약번호 UD100048JD)

참고문헌

[1] 2002, Hall, K.C., Thomas, J.P. and Clark, W.S., "Computation of Unsteady Nonlinear Flows in Cascades Using a Harmonic Balance Technique," *AIAA Journal*, Vol.40, No.5, pp.879-886.

[2] 2002, McMullen, M., Jameson, A. and Alonso, J., "Application of a Non-Linear Frequency Domain Solver to the Euler and Navier-Stokes Equations," *40th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*.

[3] 2006, McMullen, M., Jameson, A. and Alonso, J., "Demonstration of Nonlinear Frequency Domain Methods," *AIAA Journal*, Vol.44, No.7, pp.1428-1435.

[4] 2005, Gopinath, A.K. and Jameson, A., "Time Spectral Method for Periodic Unsteady Computations over Two- and Three-Dimensional Bodies," *43rd AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*.

[5] 2008, Ekici, K., Hall, K.C. and Dowell, E.H., "Computationally Fast Harmonic Balance Methods for Unsteady Aerodynamic Predictions of Helicopter Rotors," *Journal of Computational Physics*, Vol.227, pp.6206-6225.

[6] 2008, Choi, S., and Datta, A., "CFD Prediction of Rotor Loads Using Time-Spectral Method and Exact Fluid-Structure Interface," *26th AIAA Applied Aerodynamics Conference*, Honolulu, Hawaii.

[7] 2008, Choi, S., Potsdam, M., Lee, K., Iaccarino, G., and Alonso, J. J., "Helicopter Rotor Design Using a Time-Spectral and Adjoint-Based Method," *12th AIAA/ISSMO Multidisciplinary Analysis and Optimization Conference*, British Columbia, Canada.

[8] 2010, 임동균, 박수형, 권장혁, "다중격자 기법이 적용된 효율적인 조화 균형법 개발," 제15권, 제4호, pp.76-84.

[9] 2009, Woodgate, M.A. and Badcock, K.J., "Implicit Harmonic Balance Solver for Transonic Flow with Forced Motions," *AIAA Journal*, Vol.47, No.4, pp.893-901.

[10] 2009, Cagnone, J.S. and Nadarajah, S.K., "Implicit Nonlinear Frequency-Domain Spectral-Difference Scheme for Periodic Euler Flow," *AIAA Journal*, Vol.47, No.2, pp.361-372.

[11] 2009, Thomas, J.P., Custer, C.H., Dowell, E.H. and Hall, K.C., "Unsteady Flow Computation Using a Harmonic Balance Approach Implemented about the OVERFLOW 2 Flow Solver," *19th AIAA Computational Fluid Dynamics Conference*.

[12] 2003, Park, S.H., "Prediction Methods of Dynamic Stability Derivatives Using the Navier-Stokes Equations," *Ph.D. Dissertation*, Dept of Aerospace Engineering, KAIST, Daejeon, Korea.

[13] 1981, Caradonna, F.X. and Tung, C., "Experimental and Analytical Studies of a Model Helicopter Rotor in Hover," *NASA TM-81232*.

[14] 2003, Park, S.H., Kim, Y.S. and Kwon, J.H., "Prediction of Damping Coefficients Using the Unsteady Euler Equations," *Journal of Spacecraft and Rockets*, Vol.40, No.3, pp.356-362.