

진원도 형상 추정 연구

김수광*, 전재역#

A Study for the Roundness Estimation

Soo-Kwang Kim*, Jae-Uhk Jun[#]

(Received 2 November 2010; received in revised form 2 February 2011; accepted 8 April 2011)

ABSTRACT

The criteria for determining the elements are the minimum zone method(MZM) and the least squares method(LSM). The LSM is deterministic and simple but is limited at the measurements whose errors are significant compared with form errors. For the precise condition, minimum zone method(MZM) has been selected to determine the elements. The roundness is the fundamental problem in the evaluating form errors. In this paper, anew approach adapting the genius education concept is proposed to obtain an accurate results for the MZM and the LSM of the roundness. Its computational algorithm is studied on a set of measured sample data. To be of almost no account of the specification(the number and the standard deviation etc.) of the sample data, the results shoqs excellent reliability and high accuracy in estimating the roundness.

Key Words : Roundness(진원도), Minimum Zone Method(최소영역법), Least Squares Method(최소좌승법), Genius Education Concept(영재교육알고리즘)

1. 서 론

실질적인 측면에서의 제품의 정도는 최종제품의 정도를 의미한다. 부분품 각각의 가공 정도뿐 아니라 상호의 조립을 고려한 정도 또한 중요하다는 것을 의미한다. 봉과 실린더를 예를 들면 우선적으로 각각의 정도 및 체결조건을 고려한 상호정도가 만족되어야 하며, 자동화된 조립의 상물(봉, 실린더)에 대하여 오차에 적은 기초 형상을 추정 경우 중심축의 일치 또한 필요하다. 그러므로 주어진 대하는 것이

가장 기본이 된다. 원의 형상 추정의 기본은 진원도이다. 진원도는 정의는 Fig. 1에 보이는바와 같이 주어진 중심을 기준으로 한 측정점들을 모두를 포함하는 최대 원과 최소 원의 반지름 차이다.

중심의 추정방법에 따라 분류된다. 중심의 추정 방법들로는 최소영역법(minimum zone method : MZD)과 최소좌승법(least square method : LSM)이 가장 많이 사용된다.^[13] 원의 경우에는 최소원 추정법(minimum circumscribed circle), 최대원 추정법(maximum circumscribed circle)도 있지만 이들은 최소영역법에 의한 추정에 포함된다 볼 수 있다. 최소영역법은 기초형상오차보다 측정오차가 적은 높을 경우에 주로 사용되지만, 제한되지 않는 비선형 평가 함수를 갖기 때문에 최적해를 구하는 것이 간단하지 않다.

* 부산정보대 기계계열

교신저자 : 부경대학교 기계공학부

E-mail : junju66@hanmail.net

이에 대하여 다수의 연구가 있어 왔다. Murthy and Abdin^[1]는 Monte Carlo 추적법, Shunmugan^[2,3]은 Simplex 추적법에 초기 값을 위한 LSM을 결합법 등이 있으며 해결하고자 하였다. Chetwynd^[4]은 선형 프로그래밍과 exchange 알고리즘을 결합한 연구를 수행했으며, Carr와 Ferreira^[5,6]는 좌표변환과 최적화 기술을 결합하여 최소영역 해를 구하고자 하였다. 이에 대하여 Chetwynd는 차원 개념의 직선도 추정 연구^[7]를 수행한 바 있다.

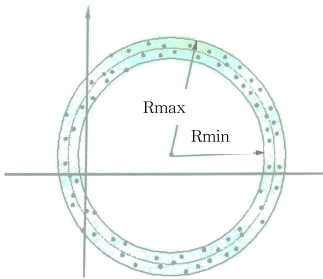


Fig. 1 Definition of roundness

기하학적인 표현을 이용하고 단순한 최적화를 가미한 방법은 Sylvester^[8]로부터 시작되었다. 최근에 이르러 제어선회전법(control line rotating scheme)을 Huang etal^[9,10]이 제안하였으며, JIING-YIH LAI과 ING-HONG CHEN^[11]이 원과 실린더까지 확장하였다. 잘 알려진 바와 같이 기하학적인 표현을 이용하고 단순한 최적화를 가미한 방법은 계산적으로 비선형 최적화 방법에 비하여 계산이 단순하고, 사용자에게 추적의 물리적인 의미를 쉽게 인지하게 한다. 반면에 결과 값이 상대적으로 크게 나타난다.

최소좌승법은 기초형상오차보다 측정오차가 큰 경우에 적절하고, 간단한 연산이 가능하고 유일 해를 갖는다. 최소좌승법에 의한 것은 잘 알려져 있지만 컴퓨터 연산에 의한 결과이므로 측정점이 많은 연산의 경우 실질적으로는 최적해로부터 오차가 있을 수 있다.^[13] 본 논문에서는 2차원 영역인 진원도의 최소좌승법과 최소영역법의 추정에 있어 영재 교육이론(genius education algorithm : GEA)의 응용성을 평가하였다.

2. 이론적 배경

영재 교육이란 특출 난 재능을 가진 재원들에 대하여 집중적으로 교육시키고 상대적인 경쟁을 시킴으로써 최종 목표에 도달하게 하는 것이다. 이를 수학적 알고리즘화한 영재 교육 알고리즘은 본인등에 의하여 연구하여 정리된바 있다^[14]. 평가함소F에 대한 GEA의 슈도코드(pseudo code)에 의한 수식적인 표현은 다음과 같다.^[12]

$$l = 0$$

$$\text{initialize } P(0) = a_i = a(X_i, F(X_i)) \in I \in R^{N+1}$$

$$i = 1, 2, 3, \dots, \mu$$

$$\text{initialize } PO = b_i \in J \in R^2$$

$$i = 1, 2, 3, \dots, \nu$$

$$\text{initialize } T = t_i \in K \in R^2$$

$$i = 1, 2, 3, \dots, N$$

do{

$$\text{ormation exchange : } P' = c(P(l))$$

$$a_i \text{ selection : } P_{g(l)} = S_p(P'(l))$$

$$b_i \text{ selection : } PO = S_{\sigma^2}(PO)$$

$$t_i \text{ selection : } \bar{s} = S_t(T) \tag{1}$$

$$\text{education : } P_{g'(l)} = E(P_{g(l)})$$

$$\text{evaluation : } F(P_{g'}) : F(X_1'), F(X_2'), \dots$$

$$\text{update : } SP_{\sigma^2} = P_{\sigma^2}(F(P_g), F(P_{g'}), PO)$$

$$\text{update : } SP_t = P_t(F(P_g), F(P_{g'}), \bar{s})$$

$$\text{update : } P(l) = P(l+1) = s(P', P_{g'}, P)$$

$$\text{ } \} (\text{until } \forall SP_{\sigma^2} \leq \epsilon_1)$$

여기서

$$c : R^N \times R^N \rightarrow R^N : \text{정보교류}$$

- $S_{\sigma^2}: J^v \rightarrow J$: 교육정책 선택
- $S_p: I^\mu \rightarrow I^{\mu_1}$: 영재 선택, $\mu \geq \mu_1$
- $S_i: X_g \rightarrow X_{ge} \in R^{N_i}$: 재능선택
- $E: I \rightarrow I$: 교육
- $P_{\sigma^2}: J \rightarrow J$: 교육정책성공확률계산
- $P_i: K \rightarrow K$: 재능성공확률계산

Fig. 2는 GEA의 흐름도이다.

3. 원형도 평가를 위한 수식적 모델링

본 절에서는 원형도의 최소영역 평가를 위한 영재 교육 알고리즘의 수치해석 모델과 평가 함수에 대하여 설명한다. GEA의 모든 파라미터는 최종 값의 기대 정도(ϵ_c)와 문제의 차원에 기초하여 결정되도록 하였다.

3.1 GEA 매개변수의 선정 및 초기화

원형도 문제는 2차원이므로 영재교육이론에 영재들의 교육을 받을 수 있는 능력은 2개의 재능들로 구성된다($a_i = a(var_1^i, var_2^i, F_{st}^i)$). 그것들의 개수는 단순히 재능의 개수에 대한 2~25배로 선정한다(물론 더욱 큰 값도 가능함).

$$a_i = (X_i, F(X_i)) \quad i = 1, 2, 3, \dots, \mu \quad (2)$$

$$\mu = 2 \sim 25 \times N$$

전역 최적값에 도달한 후 교육을 지속하면 모든 교육정책의 성공확률은 '0'에 수렴하게 된다. 범위를 축소하면 가장 심도가 깊은 교육정책의 성공확률이 '0'이 되어 간다. 그렇지만 실제의 응용에서 '0'이란 거의 불가능하다. 전역 최적값에 도달은 교육정책의 성공확률이 '0'이 되기 전에 발생하며, 문제 특성에 따라 다른 선정이 가능하다. 그러므로 1차원에서 멈춤 임계(ϵ_{stop})는 '1'보다 적은 값이 선택되어야 한다는 기본 가정만 있다.

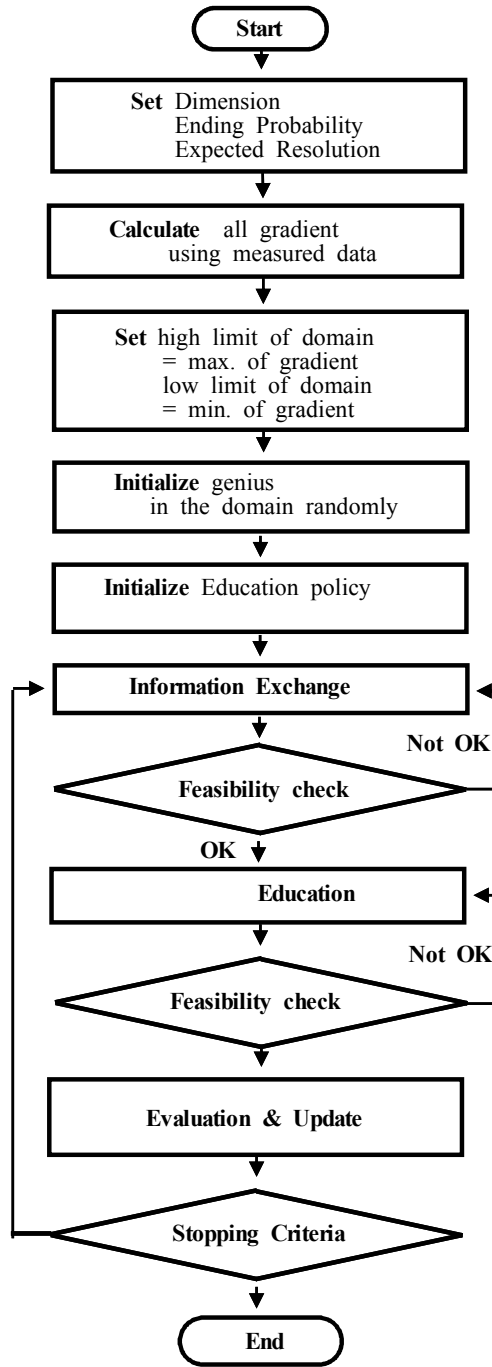


Fig. 2 Flow chart of GEA

3.2 원형도의 평가함수

전술한 바와 같이 원형도 평가에 주로 사용하는 알고리즘은 최소좌승법과 최소영역법이다. 먼저 최소좌승법에 대하여 고려하면, 일반적으로 $(x - v_1)^2 + (y - v_2)^2 = v_3^2$ 에 대하여

$$\begin{bmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_1 & y_1 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2v_1 \\ 2v_2 \\ v_1^2 + v_2^2 - v_3^2 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} x_1^2 + y_1^2 \\ x_1^2 + y_1^2 \\ \vdots \end{bmatrix} \quad (4)$$

로 정리하면 슈도 인버스(Pseudo Inverse)로 변수들을 계산하는 방법을 사용한다. 본 연구에서의 평가함수는 추정원에 대한 거리의 RMS치의 합을 다음과 같다.

$$F_{lsq} = ((x_i - v_1)^2 + (y_i - v_2)^2 - v_3^2) \quad (5)$$

최소영역법에 의한 평가 함수는 아래와 같이 정리하였다.

$$F_{lsq} = MAX((x_i - v_1)^2 + (y_i - v_2)^2 - v_3^2) - MIN((x_i - v_1)^2 + (y_i - v_2)^2 - v_3^2) \quad (6)$$

4. 실험장치 및 방법

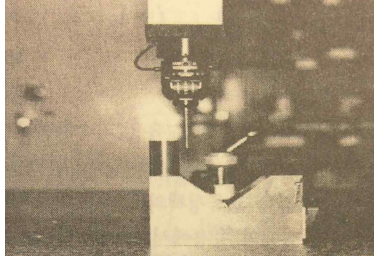


Fig. 3 Measuring instrument & method

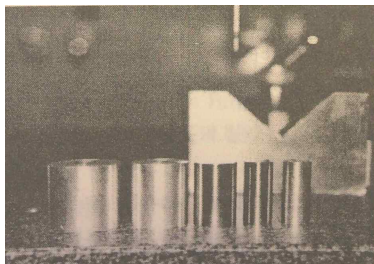


Fig. 4 Measuring specimen

Fig. 3에 보이는 바와 같이 Dunkin 3차원 형상 측정기를 이용하여 동일 높이의 지점에 대하여 각도에 거의 무관하게 한바퀴 회전하며 측정하였다. Fig. 4에 측정시편이 나타나 있다. 측정 시편들은 선반에 의하여 가공된 원통형 시편이다. 사양이 Table 1에 나타나 있다. 직경은 버니어 캘리퍼스로 간이 측정 한 값이며, 측정위치는 기준면(상부)으로의 거리를 의미한다.

5. 결과 및 고찰

GEA에 의한 최소영역법(MZM)결과와 기존의 최소좌승법의 결과의 비교가 Table. 2부터 Table. 6에 나타나 있다. 각각 데이터 값과 그를 사용한 추정결과들이다. Fig. 5는 결과중 하나를 도식적으로 나타낸 것으로 실선이 GEA에 의한 최소영역법 결과이며 1점 쇄선이 최소좌승법(LSM)에 의한 결과에 의한 결과이다. 모든 추정 결과비교에서 진원도의 값이 상당히 차이가 나타났다. 약 7% 정도의 개선율((LSM에 의한 진원도-GEA에 의한 진원도)/LSM에 의한 진원도)을 보였다. 이는 다른 방법과 비교하여(약 4%) 상당히 개선된 결과로 사료된다. Table. 7에 기존 최소좌승법과 GEA에 의한 결과가 나타나 있다. 중심의 위치는 거의 유사하지만 평가치(수식5)의 개선율은 5%로부터 26%까지 나타났다. 이는 GEA에 의한 결과가 모든 종류의 진원도 평가에 상당한 정도로 활용 가능하다는 것으로 사료된다.

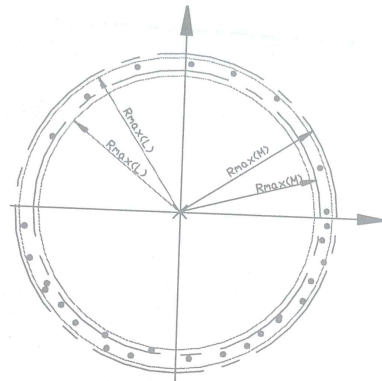


Fig. 5 Schematized data by estimate

Table 1 Measuring conditions

	Ingredient	Average Diameter	Measurement position	data number
A1	Aluminum	50mm	10mm	30
A2	Aluminum	50mm	20mm	30
B1	Aluminum	40mm	10mm	12
B2	Aluminum	40mm	20mm	12
C1	Aluminum	40mm	10mm	12

Table 2 (a) B1 data group

No	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
X (coordinates)	20.099	19.515	15.238	9.353	-3.765	-15.272	-20.059	-18.862	-10.069	2.286	14.743	19.989
Y (coordinates)	-0.787	5.099	13.834	18.015	19.756	13.771	-1.145	-9.487	-17.667	-19.985	-14.442	-2.330

Table 2 (b) Schematized result by B1 data group

	Center (x coordinates)	Center (y coordinates)	Radius max	Radius min	Seismic center	Improvement rate
MZM by Gea	0.0447244	0.0342792	21.1531411	20.0604678	1.00926723	0.079682582
LSM	-0.0636938	0.0942851	21.1428661	19.9946976	1.1481686	

Table 3 (a) B2 data group

No	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
X (coordinates)	20.099	19.515	15.238	9.353	-3.765	-15.272	-20.059	-18.862	-10.069	2.286	14.743	19.989
Y (coordinates)	-0.787	5.099	13.834	18.015	19.756	13.771	-1.145	-9.487	-17.667	-19.985	-14.442	-2.330

Table 3 (b) Schematized result by B2 data group

	Center (x coordinates)	Center (y coordinates)	Radius max	Radius min	Seismic center	Improvement rate
MZM by Gea	-0.1702012	-0.2274387	20.8599998	19.9099717	0.9500275	0.067511124
LSM	-0.1289681	-0.0430756	20.9793016	19.9604932	1.018804	

Table 4 (a) C1 data group

No	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
X (coordinates)	14.820	10.543	4.004	-4.868	-13.382	-14.813	-14.327	-7.869	-2.751	5.912	10.831	14.554
Y (coordinates)	0.881	11.235	14.351	15.371	6.867	-1.003	-6.846	-13.645	-14.614	-13.772	-10.904	-3.100

Table 4 (b) Schematized result by C1 data group

	Center (x coordinates)	Center (y coordinates)	Radius max	Radius min	Seismic center	Improvement rate
MZM by Gea	-0.1370075	0.2184688	15.8737759	14.7271342	1.1466408	0.14319551
LSM	-0.2088965	0.0819674	15.9830255	14.6447491	1.3382759	

Table 5 (a) A2 data group

No	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
X (coordinates)	24.859	23.57	18.383	9.524	1.008	-8.325	-16.356	-21.594	-24.63	-24.639
Y (coordinates)	-0.838	8.259	17.51	23.124	24.843	23.543	19.619	12.846	3.511	-3.389
No	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
X (coordinates)	-23.5306	-21.3014	-21.2652	-19.2965	-16.5322	-14.1485	-10.9808	-7.9376	-2.6503	2.8611
Y (coordinates)	-8.3202	-13.3266	-14.3755	-16.6605	-19.1475	-20.8106	-22.4947	-23.6439	-24.7152	-24.6946
No	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
X (coordinates)	8.219	12.229	15.087	18.427	18.442	20.863	22.532	23.835	24.631	24.858
Y (coordinates)	-23.566	-21.905	-20.217	-17.538	-17.419	-14.091	-10.94	-7.372	-3.566	0.809

Table 5 (b) Schematized result by A2 data group

	Center (x coordinates)	Center (y coordinates)	Radius max	Radius min	Seismic center	Improvement rate
MZM by Gea	-0.1062552	0.1100428	25.3893257	24.7580482	0.6312771	0.079682582
LSM	-0.0322376	0.1272611	25.4235577	24.7376242	0.6859341	

Table 6 (a) A2 data group

No	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
X (coordinates)	24.8309	24.2384	21.7822	19.0726	13.9628	8.9895	6.1507	-1.0867	-8.0047	-10.7055
Y (coordinates)	1.6433	5.859	12.54	16.6945	21.6252	24.526	24.1605	24.8456	23.6411	23.6664
No	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
X (coordinates)	-16.088	-17.8697	-22.049	-23.2769	-24.6111	-24.8062	-23.9607	-21.6698	-17.2669	-11.8195
Y (coordinates)	19.8566	18.0749	13.336	9.0713	3.5741	-1.4944	-6.8195	-13.8214	-18.5354	-22.0902
No	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
X (coordinates)	-16.088	-17.8697	-22.049	-23.2769	-24.6111	-24.8062	-23.9607	-21.6698	-17.2669	-11.8195
Y (coordinates)	19.8566	18.0749	13.336	9.0713	3.5741	-1.4944	-6.8195	-13.8214	-18.5354	-22.0902

Table 6 (b) Schematized result by A2 data group

	Center (x coordinates)	Center (y coordinates)	Radius max	Radius min	Seismic center	Improvement rate
MZM by Gea	0.1566679	0.1579983	25.9194605	24.7188924	1.2005672	0.061177462
LSM	-0.0453052	0.1478222	25.9985241	24.7197235	1.278801	

Table 7 Comparing LSM by GEA & the pre-existence

		x coordinates	y coordinates	Parity	Improvement rate
A1	LSM by GEA	0.004	0.008	77.997	0.057
	Established LSM	-0.054	-0.027	82.678	
A2	LSM by GEA	0.006	0.042	94.725	0.161
	Established LSM	-0.045	0.148	112.84	
B1	LSM by GEA	0.070	0.089	29.315	0.179
	Established LSM	-0.064	0.094	35.712	
B2	LSM by GEA	-0.201	0.115	25.785	0.259
	Established LSM	-0.129	-0.043	34.810	
C1	LSM by GEA	-0.102	-0.046	29.514	0.248
	Established LSM	-0.209	0.082	39.234	

6. 결 론

본 연구에서는 GEA에 의한 진원도 추정연구를 수행한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

1. 영재 교육이론 (Genius Education Algorithm : GEA)을 진원도 추정을 위한 전역 최적화 알고리즘으로 활용이 가능하다.
2. 측정값에 의한 시뮬레이션 결과 LSM에 비하여 GEA에 의한 MZM의 진원도 값이 약 7%까지 개선한 결과를 보였다.
3. GEA에 의한 LSM 결과는 기존 LSM에 비하여 평가치가 평균 15% 개선한 결과를 보였다.

실제의 제작 및 측정에서 주어진 정도를 개선하는 것은 상당히 비용이 소요되는 것이다. 본 알고리즘을 활용함에 따라 정도를 향상할 수 있으며 다른 기하편차의 추정에도 확장이 가능 할 것으로 사료된다.

참고문헌

1. T. S. R. Murthy, S. Z. Abdin "Minimum zone Evaluation of surfaces", Int. J. Mach. Tool Des. Res, Vol. 20, pp. 283-292. 1982.
2. M. S. Shunmugam. "New approach for the

evaluating form errors of engineering surfaces". Computer-Aided Design. Vol. 19, pp. 368-374, 1987.

3. M. S. Shunmugam. "Comparison of linear and normal deviations of forms of engineering surfaces". Prec. Eng., Vol. 9, pp. 96-102, 1987.
4. T. Kanada, S. Suzuki, "Application of several computing techniques for minimum zone straightness". Prec. Eng., Vol. 15, pp. 274-280, 1993.
5. T. Kanada, S. Suzuki, "Evaluation techniques for minimum zone straightness". Prec. Eng., Vol. 15, pp. 274-80, 1993.
6. M. Fukuda, A. Shimokohbe, "Algorithm for firm evaluation methods for minimum zone and least squares". Proc. Int. Symp. Metrology for quality Production, pp. 197-202, 1984.
7. D. G. chetwynd, "Application of linear programming to engineering metrology", Proc. inst. Mech. Eng., Vol. 199, pp. 93-100, 1985.
8. T. Kanada, S. Suzuki, "Application of several computing techniques for minimum zone straightness", Prec. Eng., Vol. 15, pp. 274-280, 1993.
9. K. Carr, P. Ferreira, "Verification of form tolerances part II : cylindricity and straightness of a median line", Prec. Eng., Vol. 17, pp. 144-155. 1995.

10. J. J. Sylvester, "A question in the geometry of situation", Quart, J, pure Apple Math., Vol. 1, pp. 79, 1857.
11. S. T. Huang K. C. Fan, Prec. Eng., Vol. 15, pp. 158-165, 1993.
12. S. T. Huang K. C. Fan, Prec. Eng., Vol. 15, pp. 25-32, 1993.
13. Jing-Yih Lai, Ing- Hong Chen, "Minimum zone evaluation of circles and cylinders". Int. J.Mach. Tools Manufact. Vol. 36, No. 4, pp. 435-451, 1996.
14. Soo-Kqang Kim Dong-Woo Cho, "Proposal and comparative assessment of genis education algorithm as a New Global Optimization Method". Korean Society of Mechanical Engineering. Vol. 22, No. 9, pp. 1684-1698, 1998.