

이동하중을 받는 일정장력이 작용하는 가선계의 동적해석[§]

이규호^{***} · 조용현^{*} · 정진태^{**}

* 한국철도기술연구원 ** 한양대학교 기계공학과

Dynamic Analysis of Catenary System Subjected to Moving Load

Kyu Ho Lee^{***}, Yong hyun Cho^{*} and Jin tai Chung^{**}

* Korea Railroad Research Institute, ** School of Mechanical Engineering, Hanyang Univ.

(Received June 17, 2010 ; Revised November 10, 2010 ; Accepted November 10, 2010)

Key Words : Tensioned Beam(장력을 받는 빔), Wave Characteristic(파동특성), FEM(유한요소해석), Contact Problem(접촉문제)

초록: 본 논문에서는 유한요소법을 이용하여 일정 장력을 받고 있는 가선계 모델에 대한 동적 접촉에 의한 파동 전파와 반사에 대한 연구를 연구하였다. 장력을 고려하기 위하여 새롭게 정의된 3 차원 빔 모델을 정의하였으며 이를 이산화하여 유한요소모델을 수립하였다. 또한 동적 접촉 해석을 위하여 라그랑지 승수법을 이용한 접촉 해석 모델을 정의하여 가선계와 질점하중간의 접촉해석을 수행하였다. 이동하중의 속도를 증가시키면서 발생하는 접촉력의 변화를 관찰하여 파동의 전파와 반사에 대한 수치적인 해를 구하였으며, 이를 이론적인 해와 비교하여 해석모델의 검증을 수행하였다.

Abstract: In this study, the dynamic contact of a catenary system is analyzed by using the finite element method. We derive the equations of motion for the catenary system by taking into consideration tension on the catenaries. After establishing the weak form, they are spatially discretized with beam elements. Then, we analytically calculated the wave propagation speed for a string, bar, beam, and the catenaries subjected to tension. Further, finite element computer program for contact dynamic analyses is developed. Finally, we analyze the wave propagation response corresponding to the moving load to the contact line are calculated.

1. 서 론

일정한 장력을 받고 있는 가선모델은 고속철도의 전력 공급장치, 심해 수중 탐사선, 인공위성의 테더 등과 같이 산업적으로 수많은 부분에서 사용되어 활용범위가 넓음에도 불구하고 근래까지도 많은 연구가 진행되어 있지 않다. 특히, 철도의 가선계와 같이 이동하중의 영향을 받는 가선계의 경우 보 요소의 특성과 장력의 영향으로 인하여 발생하는 파동의 전파와 반사의 특성이 가선계와 이동하중간의 안정된 접촉상태를 결정하는 중요한 요인임에도 불구하고, 기본적인 모델에 대한 연구보다는 고속철도의 가선계와 팬터그래프와 같은

실제 모델에 대하여 집중적인 연구가 진행되어 왔다. 이러한 실제모델은 수 많은 가정과 모델의 단순화 과정을 거치므로 실제 실험결과와 시뮬레이션 결과가 서로 다른 경우가 대부분이다. 따라서 가선계에 대한 보다 근본적인 모델의 수립이 필요하며, 이동하중과 가선계의 접촉에 의해 발생하는 파동의 영향이 접촉상태에 어떠한 영향을 미치는지에 대한 연구가 필요하다.

이동하중을 받는 구조물에 대한 연구는 현, 보, 빔에 대한 연구가 주로 수행되었다. 이동하중을 받는 현에 대하여 Tadjbakhsh 와 Wang^(1,2)가 현을 따라 가속 운동하는 질점의 모델에 대한 과도상태 응답을 수치적 해법과 갤러킨법(Galerkin's method)을 이용하여 구하였으며, Al-Qassab 등⁽³⁾은 경사를 가지는 현 구조물을 따라 이동하는 질점에 대하여 질점의 속도에 따른 응답에 대하여 연구하였다. 이 연구에서 Fourier Series 와 Wavelet Series 를 기저함수로 사용하여 Wavelet Series 를 이용한 응답

§ 이 논문은 2010년도 대한기계학회 동역학 및 제어부문 춘계 학술대회 (2010. 6. 3.-4., 광주광역시) 발표논문임.

† Corresponding Author, jchung@hanyang.ac.kr

© 2011 The Korean Society of Mechanical Engineers

이 더욱 정확하다는 사실을 규명하였다.

이동 하중을 받는 빔에 대한 연구는 대다수의 연구가 교량과 관련하여 수행되었는데, 교량을 빔으로 가정하고, 이동하중을 차량과 같은 집중하중이나 분포하중으로 가정하여 모델링을 수행하여 연구를 진행하였다. Dugush⁽⁴⁾는 여러 구간을 갖는 직선 빔 구조물에 대하여 빔의 물성치가 균일하지 않은 경우 집중질량으로 모델링된 이동하중의 속도에 따른 빔의 변위 등에 대하여 분석하였으며, Esmailzadeh⁽⁵⁾는 이동하중을 분포하중으로 가정하고 분포하중의 속도를 변화시켜 시뮬레이션을 수행하여 이동하중의 임계속도와 빔의 변위간의 상호 관계를 규명하는 연구를 수행하였다.

일정장력이 작용하는 가선계에 대하여 Metrikine과 Bosch⁽⁶⁾은 두 개의 가선계와 두 가선계를 연결하는 케이블로 이루어진 복합적인 구조물의 연성된 파동특성을 관찰하고, 질점으로 모델링된 이동하는 하중이 가선계에 균일한 하중을 가할 때에 나타나는 정상상태 응답을 계산하였다. 그리고 그⁽⁷⁾는 점 탄성 이론에 기초한 길이가 무한히 긴 비선형 케이블에 대한 질점 하중에 대한 정상상태 응답을 위상평면(phase-plane)분석에 기초하여 구하였고 정상상태의 응답이 이동하중의 속도와 가선계의 파동속도의 함수라는 것을 규명하였다.

하지만, 이러한 연구들은 이동하중이 현, 보, 빔과 같은 구조물을 따라 이동할 때에 접촉에 의해 발생하는 파동의 전파와 반사가 이동하중과 어떠한 상호 관계를 가지는지 규명하지 못하였다. 특히, 앞서 언급했던 교량을 지나는 차량과 같은 모델과는 달리, 가선계는 매우 유연한 구조로 이루어져 있으므로, 파동의 영향에 의한 이동하중과 가선계의 상호 동적관계 규명은 매우 중요하다고 할 수 있다.

본 연구에서는 장력을 고려하기 위하여 새롭게 정의한 2 질점 빔 요소를 사용하여 3 차원 유한요소 모델을 수립하고 이동하중과 가선계의 동적 접촉 해석을 위하여 라그랑지 승수법을 이용한 가선계와 이동 하중간의 접촉 해석을 수행하였다. 이동하중의 속도를 증가시키면서 발생하는 접촉력의 변화를 관찰하여 파동의 전파와 반사에 대한 수치적인 해를 구하였으며, 이를 이론적인 해와 비교하여 해석모델의 검증을 수행하였다.

2. 접촉해석 모델 수립

가선계 모델에 대한 운동방정식 및 유한요소 모

델은 참고논문⁽⁸⁾에서 수립하였으며, 본 논문에서는 가선계 모델과 이동하중간의 상호 동적 해석을 위한 접촉모델을 수립하였다. 일반적으로 이동하중과 가선계 모델의 상호 동적 운동은 접촉에 의하여 발생하므로 접촉을 고려한 유한요소해석 모델을 수립하여야 한다.

2.1 라그랑지 승수법을 이용한 접촉 방정식

본 연구에서는 라그랑지 승수법을 이용하여 이동하중과 가선계 모델의 접촉해석을 수행하였다. 기존의 많은 연구들이 벌칙방법을 이용하여 해석을 수행하였는데, 이는 두 물체의 접촉 절점에 가상의 스프링을 연결하여 접촉특성을 나타낼 수 있는 벌칙상수를 부여하여 접촉력 등의 특성을 분석하는 기법으로, 벌칙상수의 값에 따라 접촉 특성이 다르게 나타나는 단점이 있다. 반면에 라그랑지 승수법은 두 물체의 구속조건과 구속력을 직접적으로 구하여 별도의 상수가 필요 없이 직접적으로 구속력을 구하는 장점이 있다. 여기서 두 물체간의 구속력이란 접촉력을 의미한다. 한편, 라그랑지 승수법은 자유도의 개수가 증가하는 단점을 가지고 있다. 여기서 자유도 증가는 변위에 대한 자유도와 미지수인 구속력을 포함하기 때문에 발생하는 문제이나, 본 연구에서 고려하는 바와 같이 접촉하고 있는 절점이 적을 경우 자유도 증가는 매우 제한적일 수 밖에 없다. 따라서 본 연구에서는 라그랑지 승수법을 이용한 동역학 해석 알고리즘을 수립하고 이를 통하여 이동하중과 가선계 모델의 접촉 특성에 대하여 논의하였다.

식 (1)은 접촉 해석을 위한 행렬-벡터 방정식과 구속 방정식을 나타낸다. 여기서 \mathbf{M}, \mathbf{K} 는 각각 가선계와 이동하중의 질량행렬과 강성행렬을 나타내며, \mathbf{Q} 는 접촉이 발생하는 절점의 접촉력에 대한 방향 벡터를 나타내며 $\mathbf{\Lambda}$ 는 접촉력을 나타낸다. 식 (1)을 풀기 위하여 식 (2)의 시간 증분 방정식을 대입하여 정리하면 식 (3)과 같은 방정식을 얻을 수 있다.

$$\mathbf{M}\mathbf{A}_{n+1} + \mathbf{K}\mathbf{U}_{n+1} + \mathbf{Q}_{n+1}\mathbf{\Lambda} = \mathbf{F} \quad (1)$$

$$\mathbf{Q}_{n+1}\mathbf{U}_{n+1} = \mathbf{P}_0$$

$$\mathbf{U}_{n+1} = \mathbf{U}_n + \Delta t \mathbf{V}_n + \frac{1}{2} \Delta t^2 [(1-2\beta)\mathbf{A}_n + 2\beta\mathbf{A}_{n+1}] \quad (2)$$

$$\mathbf{V}_{n+1} = \mathbf{V}_n + \Delta t [(1-\gamma)\mathbf{A}_n + \gamma\mathbf{A}_{n+1}]$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M} + \beta(\Delta t)^2 \mathbf{K} & \mathbf{Q}^T \\ \beta(\Delta t)^2 \mathbf{Q} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{A}_{n+1} \\ \mathbf{\Lambda} \end{Bmatrix} = \quad (3)$$

$$\begin{Bmatrix} \mathbf{F} - \mathbf{K}[\mathbf{U}_n + \Delta t \mathbf{V}_n + \Delta t^2(1-2\beta)\mathbf{A}_n/2] \\ \mathbf{P}_0 - \mathbf{Q}[\mathbf{U}_n + \Delta t \mathbf{V}_n + \Delta t^2(1-2\beta)\mathbf{A}_n/2] \end{Bmatrix}$$

식 (3)을 통해 $n+1$ 시간 단계에서의 가속도와 접촉력을 구할 수 있으며, 구한 가속도를 이용하여 (2)의 방정식을 통해 $n+1$ 시간에서의 변위와 속도를 구할 수 있다. 식 (3)의 각 시간 별 가속도와 접촉력을 구하기 위해서 접촉의 구속조건을 만족할 때까지 Newton-Raphson 방법으로 해를 구하였다.

2.2 예제를 통한 접촉 해석의 타당성 검증

앞서 수립한 접촉 알고리즘의 검증을 위하여 간단한 해석 모델을 통한 알고리즘 및 해석결과의 검증을 수행하였다. Table 1 과 Figure 1 은 해석 모델의 검증을 위한 간단한 예제 1 과 물성치를 나타내고 있다.

Table 1 Material Properties of numerical example 1

Young's modulus	Density	Area	Length	Initial gap
$10^3 N/m^2$	$10^{-3} kg/m^3$	$1m^2$	$10m$	$0.02m$

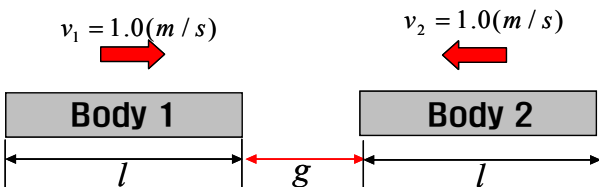


Fig. 1 First Numerical example for verification of the contact-impact algorithm

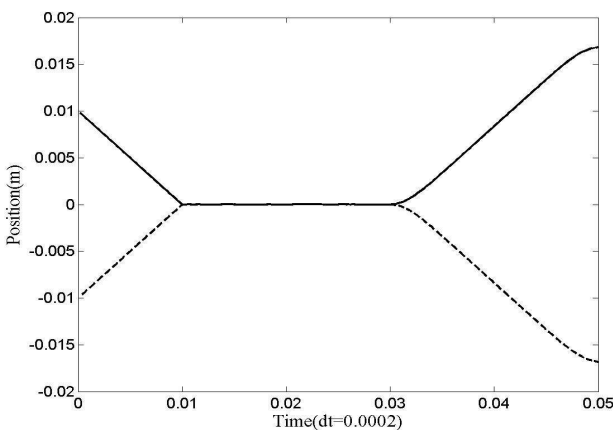


Fig. 2 Position of the contact points each body. Solid line: Right bar; dashed line: left bar

예제 1 의 모델은 공중에서 충돌하는 길이 10m 의 바(bar)에 관한 예제이다. 초기 속도 1m/s 로 운동하는 두 바는 거리가 0 이 될 때까지 속도를 유지하는 것을 알 수 있다. 바 사이의 거리가 0 인 시점에서 충돌이 발생하며, 탄성체의 성질에 의하여 접촉이 유지되는 시간이 결정된다. 그 후 두 탄성체는 반력에 의하여 다시 멀어지게 되는 것을 알 수 있다. Figure 2 는 접촉이 발생하는 두 절점 사이의 거리를 도시한 것이며, Figure 3 은 두 탄성체의 접촉이 발생하는 절점에서의 속도를 도시한 것을 나타낸다. Figure 2 와는 다르게 Figure 3 에서 는 충돌 후의 속도의 변화가 뚜렷이 나타나는 것을 확인할 수 있다. 이러한 속도의 변화는 충격에 의한 파동의 영향임을 알 수 있다.

Table 2 는 Figure3 에서 발생한 속도의 변화를 충돌 후 첫 번째 피크부터 매 피크 마다 시간을 체크하여 주기를 계산한 결과를 나타낸다. 계산결과 약 0.0195 초를 주기로 속도의 변화가 감지되는 것을 확인할 수 있었으며 이는 바의 파동속도가 1000 m/s 인 점과 바의 길이가 10m 인 점을 감안할 때에 파동이 충돌 절점에서 전파되고 끝 단에서 반사되어 돌아오는 시간과 일치함을 알 수 있다.

Table 2 Peak value time and period of the shock wave

Peak	Time (s)	Deviation	Hz
1 st peak	0.04712		
2 nd peak	0.06666	0.01954	51.17
3 rd peak	0.08598	0.01932	51.75
4 th peak	0.10560	0.01962	50.96

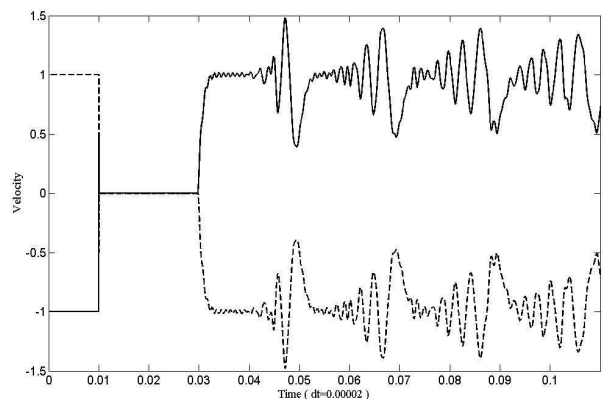


Fig. 3 Velocity of the contact points each body. Solid line: Right bar; dashed line: left bar

Table 3 Material Properties of numerical example 2

Young's modulus	Density	Area	Length	Initial gap
10^3 N/m^2	10^{-4} kg/m^3	1 m^2	10 m	0.1 m

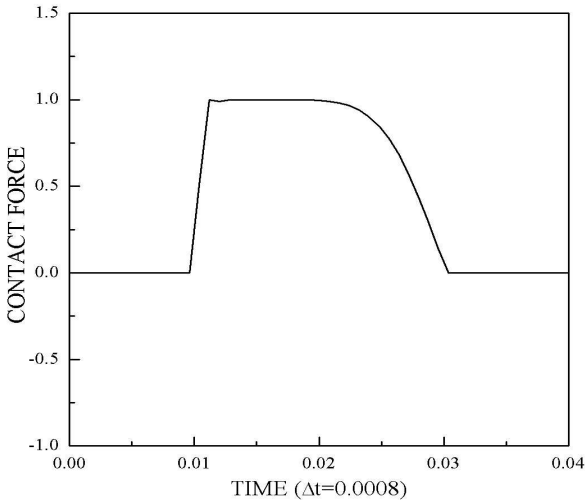


Fig. 4 Contact force variation during the impact

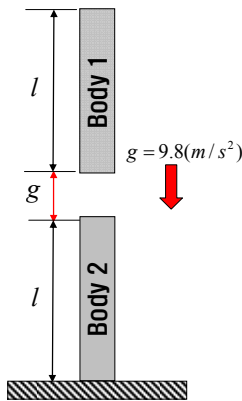


Fig. 5 Second Numerical example for verification of the contact-impact algorithm

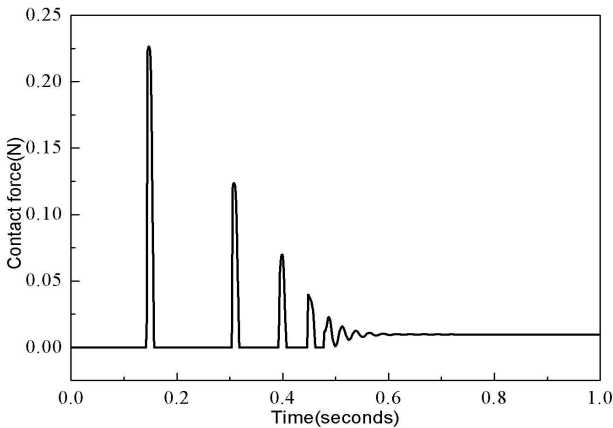


Fig. 6 Contact force variation during the impact

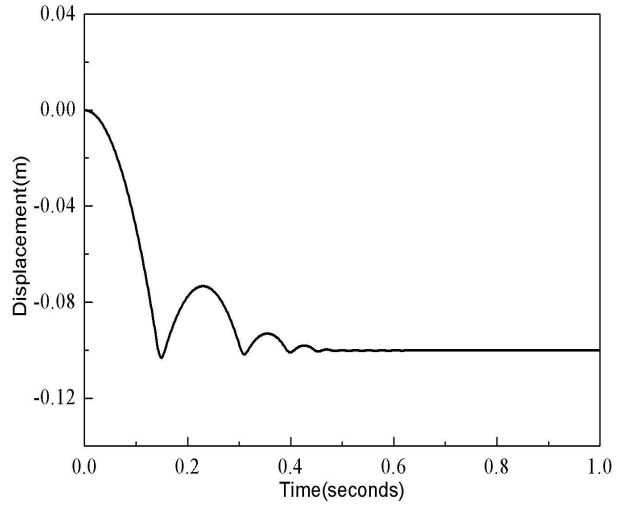


Fig. 7 Displacement variation of the upper beam during the impact

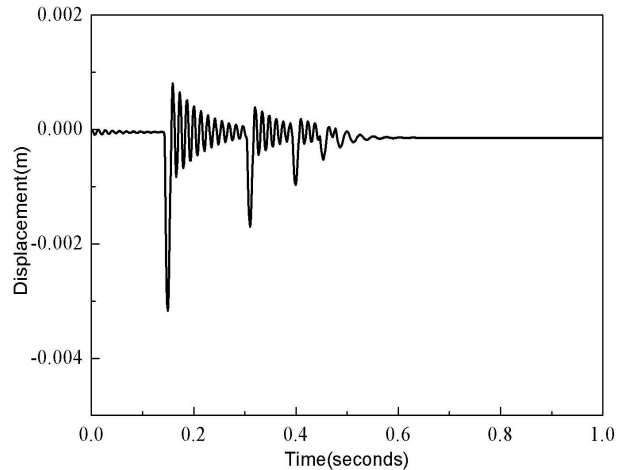


Fig. 8 Displacement variation of the lower beam during the impact

Figure 4 은 충돌이 일어나는 동안 두 절점 사이의 접촉력의 변화를 나타내고 있다. 두 바의 충돌 전 접촉력은 0 이고, 충돌이 일어나고 두 바가 분리되는 순간 모두 급격한 접촉력의 변화가 발생하는 것을 알 수 있다. 접촉 시간은 충돌 바의 속도와 탄성계수 등의 물성치에 의하여 영향을 받는다는 것을 알 수 있다.

또한 예제 2 와 같이 중력의 영향을 받는 상태에서의 충돌 문제 해석을 통한 접촉 해석모델 검증을 시도 하였다. Figure 6 는 중력을 받고 있는 두 바의 접촉력의 변화를 나타내고 있다. 여기에서 주목할 점은 두 바의 접촉력과 Figure 7 의 위쪽의 바와 Figure 8 의 아래쪽의 바의 변위를 모두 고려한 결과, 중력이 고려되었을 때의 충돌문제의 경우 접촉이 한번만 발생하는 것이 아니라, 물성치에 따라 여러 번 발생할 수 있다는 것이다. 또

한 접촉력의 정상상태에서의 값을 관찰한 결과, 정적 평형상태에서 가해지는 힘과 같은 크기로 접촉력이 작용하는 것을 관찰할 수 있었으며, 변위 또한 정적 상태에서의 해석결과와 일치함을 알 수 있었다.

앞서 두 수치 예제는 초기속도를 가지는 두 탄성체 간의 충돌문제와, 중력을 고려한 충돌문제로 본 연구에서 고려하고자 하는 일정장력을 받고 있는 가선계의 파동특성에 대한 수치해석을 수행하기 위하여 작성한 알고리즘의 타당성 검증을 위하여 수행되었다. 해석 결과, 두 예제 모두 물리적 현상의 타당성을 보였으며, 정적 해석을 동시에 수행한 중력이 고려된 예제의 경우에는 정상상태의 접촉력과 변위가 모두 이론적 해석결과와 일치하였으므로 본 연구에서 사용된 유효요소법을 이용한 접촉해석 알고리즘의 타당성을 확보하였다고 할 수 있다.

3. 일정장력을 받는 가선계의 수치해석

앞 절에서 검증한 접촉 해석 알고리즘을 바탕으로 일정 장력을 받는 가선계 모델에 대한 수치해석을 수행하였으며 이동하중의 속도에 따른 파동의 전파와 반사의 특성이 가선계와 이동하중 사이의 접촉력에 미치는 영향에 대하여 분석하였다.

3.1 이동 하중의 속도가 0 인 경우

이동하중과 장력을 받는 가선계의 해석 모델은 Figure 9 과 같으며, 가선계와 이동하중간의 초기 갭(gap)은 0 으로 가정하였다. 또한 이동하중은 가선계 위쪽 방향으로 50m 길이의 가선 모델에서 1m 지점에 50N 의 힘을 가하며 이동 하중의 속도가 0 인 경우에 대하여 해석을 수행하여 가선계의 시간응답 및 접촉력의 변화에 대하여 해석을 수행하였다.

본 연구에서 고려하는 가선 모델은 단면적에 비하여 길이가 매우 긴 모델로, 장력을 받고 있는 빔의 파동 전파속도에서 굽힘에 관련된 EI 는 축방향으로 작용하는 장력 T 에 비하여 매우 작으므로 식(4)와 같이 가정할 수 있다. 식 (4)에서 λ 는 빔의 파장(wavelength)을 나타낸다.

해석에 사용한 물성치를 Table 4 에 정리하여 나타내었다.

$$c = \sqrt{\frac{4\pi^2 EI + \lambda^2 T}{\rho \lambda^2}} \approx \sqrt{\frac{T}{\rho}} \quad (4)$$

Table 4 Material Properties of the simulation model

Properties	Value	unit
Young's modulus	1.30×10^{11}	N / m^2
Mass moment of inertia	9.60×10^{-10}	$kg m^2$
Area	1.10×10^{-4}	m^2
Tension	2.00×10^4	N
Density	1.24×10^4	kg / m^3
Length	5.00×10^1	m

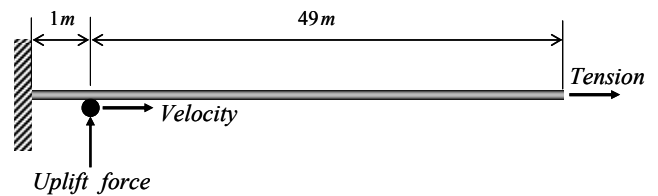


Fig. 9 Simulation model for the verification of the analysis program in the tensioned beam

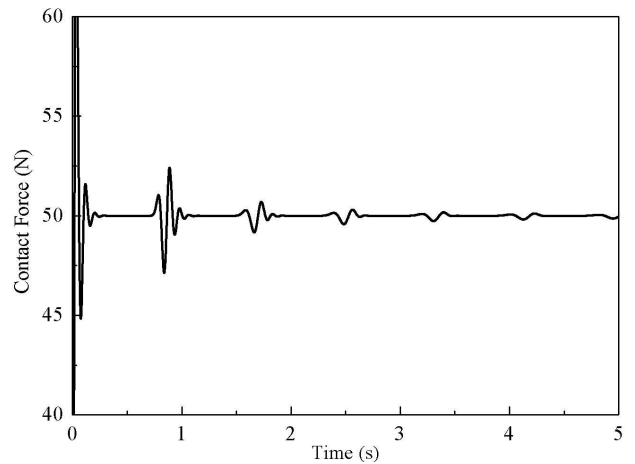


Fig. 10 Contact forces between the moving mass and the tensioned beam when the velocity is 0 m/s and

본 연구에서 고려한 가선계 모델의 파동 전파 속도는 약 121m/s 이며 이는 식 (4)를 통하여 계산된 수치이다. 앞서 수립한 해석모델을 토대로 접촉력에 대한 동적 응답을 계산한 결과, 이동하중의 속도가 0 인 경우에도, 가선계와 이동하중간의 접촉력의 변화가 뚜렷이 나타남을 알 수 있다. Figure 10 은 이러한 사실을 보여주고 있다. 가선계에는 이동하중의 50N 의 힘이 가해지고 있으므로, 접촉력은 50N 을 기준으로 변하고 있음을 확인할 수 있다. 또한 일정 시간 간격으로 접촉력이 변화

Table 5 Peak value time and period of the shock wave

Peak	Time(s)	Deviation Time (s)	Travelling Distance (m)	Hz
1 st peak	0.83			
		0.83	100	120.5
2 nd peak	1.66			
		0.83	100	120.5
3 rd peak	2.49			
		0.82	100	121.9
4 th peak	3.31			

는 것을 알 수 있는데, 접촉력의 변화가 발생하는 시간을 관찰하여 계산을 수행하면 장력을 받고 있는 가선계의 파동 속도와 일치함을 Table 5 를 통해 알 수 있다.

이러한 접촉력의 변화는, 이동하중과 가선계 사이의 접촉에 의해 발생한 파동이 가선계 끝단까지 전파된 뒤 경계조건에 의하여 위상이 180 도 변하여 반사되고, 반사된 파동과 이동하중이 만나 발생한다. 이러한 해석결과를 토대로, 수립된 해석 모델은 접촉력 뿐만 아니라, 파동의 전파와 반사의 물리적 특성을 잘 표현하고 있음을 확인할 수 있다.

3.2 이동 하중의 속도에 따른 접촉력 변화

이동하중의 속도가 55 m/s 와 120 m/s, 그리고 180 m/s 일 때의 가선계와 이동하중의 접촉력 변화를 관찰하여, 파동의 전파와 반사와의 관계를 분석하였다.

파동의 전파 속도의 45 % 에 해당하는 55 m/s 로 이동하중을 운동시켰을 때 0.565 s 에서 반사파와 이동하중이 서로 만나는 것을 Figure 11 에서 확인할 수 있다. 이동하중의 속도가 55 m/s 임을 감안한다면, 파동의 이동거리는 총 67.925 m 이며 이를 접촉력의 첫 번째 변동이 발생한 0.565 s 로 나눈 결과는 120.2 m/s 로 파동의 속도와 근접함을 알 수 있다.

파동 전파속도의 99 %에 해당하는 120m/s 로 이동하중을 운동시켰을 경우는 파동의 전달속도와 이동하중의 속도가 거의 같으므로 본 연구에서 고려한 50 m 지점의 경계조건에서 반사파와 이동하중이 만나게 되어 접촉력이 급격하게 증가함을 Figure 12 에서 알 수 있다. 또한 파동의 전파속도보다 빠른 180 m/s 로 이동하중을 운동시켰을 경우에는 파동의 전파속도보다 이동하중의 속도가 빠르므로 120 m/s 와 같은 급격한 접촉력의 변화는 관찰되지 않지만, 경계단인 50 m 에서 접촉력이 커짐을 Figure 13 에서 확인할 수 있다.

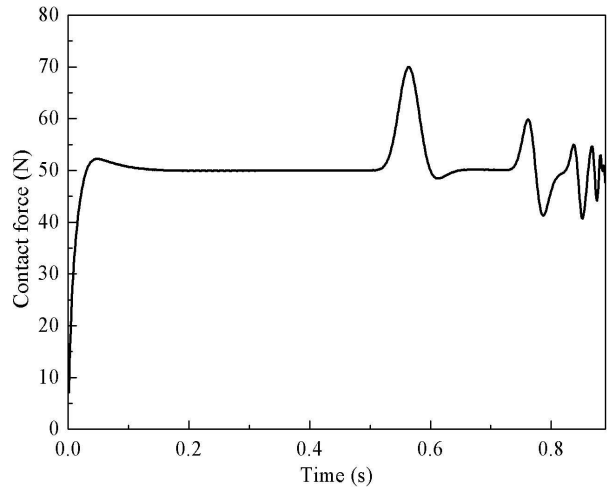


Fig. 11 Contact forces between the moving mass and the tensioned beam when the velocity is 55 m/s

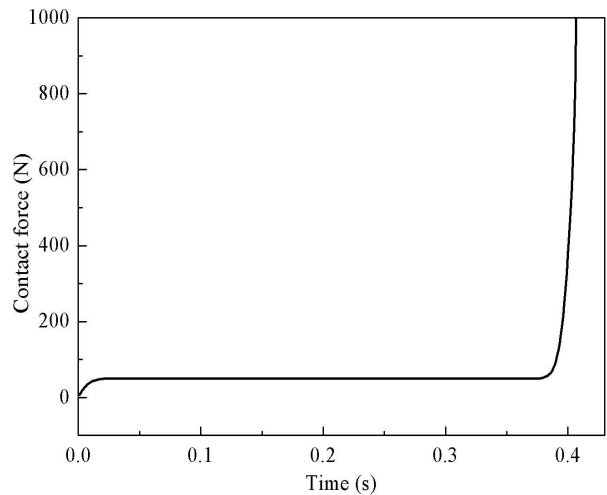


Fig. 12 Contact forces between the moving mass and the tensioned beam when the velocity is 120 m/s

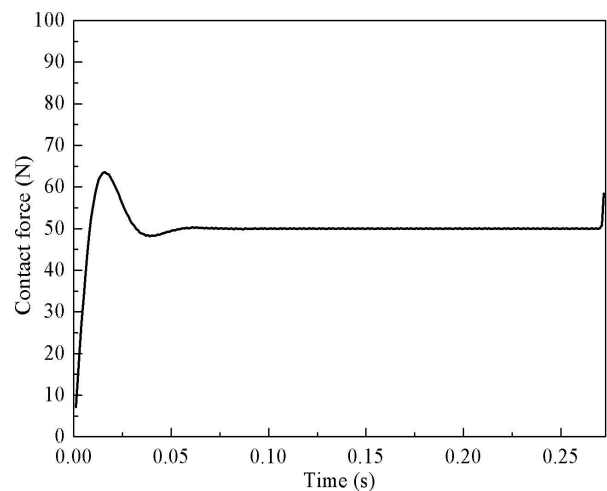


Fig. 13 Contact forces between the moving mass and the tensioned beam when the velocity is 180 m/s

이동하중의 속도를 0 m/s, 55 m/s, 120 m/s, 그리고 180 m/s 로 변화시키면서 시뮬레이션 한 결과, 파동의 전파속도인 121 m/s 를 기준으로 파동 속도보다 낮은 상태와 높은 상태에서는 접촉력의 변동이 급격하게 증가하거나 낮아지는 경향은 존재하지 않지만, 이동하중의 속도를 파동속도와 비슷한 120 m/s 로 이동시켰을 경우는 가선계의 경계조건에서 급격한 접촉력의 변동이 발생함을 확인할 수 있다. 이러한 현상을 통하여 가선계와 이동하중간의 안정된 접촉상태의 유지를 위해서는 파동 전파속도와 같은 속도의 운동을 피해야 함을 확인할 수 있다. 다시 말해, 이동 하중이 파동 속도와 비슷한 속도로 운동을 하게 되는 경우에는 가선계의 경계에서 파동의 반사파와 이동하중의 접촉력의 변화가 급격하게 이루어지므로, 이동하중이 질점이 아닌, 팬터그래프와 같은 집전장치인 경우 안정된 접촉상태 유지가 불가능하므로 파손 등의 위험이 수반될 수 있다.

3.3 장력이 0 인 경우의 속도에 따른 변위

장력을 0 으로 가정하고 이동하중의 속도를 10m/s 부터 50m/s 까지 변화시키면서 시뮬레이션을 수행하였다. 앞선 해석 모델과는 다른 물성치와 경계조건을 사용하였으며, 해석에 사용한 물성치는 Table 5 와 같으며 해석 모델은 Figure 14 와 같다.

Table 4 Material Properties of the simulation model

Properties	Value	unit
Young's modulus	1.30×10^{11}	N / m^2
Mass moment of inertia	9.60×10^{-4}	$kg m^2$
Area	1.10	m^2
Density	1.00×10^2	kg / m^3
Length	5.00×10^1	m

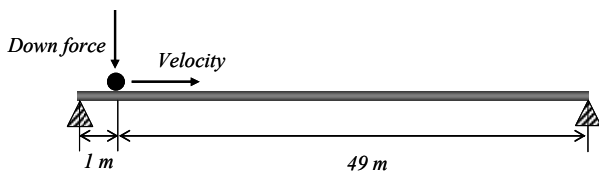


Fig. 14 Simulation model with moving load in the simple supported beam

이동하중의 속도를 10 m/s, 30 m/s 그리고 50 m/s, 로 변화시키면서 시뮬레이션 한 결과, 빔의 중앙에서의 변위는 이동하중의 속도에 따라 민감하게 반응하는 것을 확인할 수 있다. 즉, 이동하중의 속도가 느린 경우의 빔 중앙에서의 변위는 대칭성을 유지하는 반면에 이동하중의 속도가 빨라질수록 대칭성이 사라지는 것을 확인할 수 있다. 이러한 해석결과는 이동 질량에 대한 해석을 수행한 Esmailzadeh⁽⁵⁾의 결과와 유사한 양상을 갖는다.

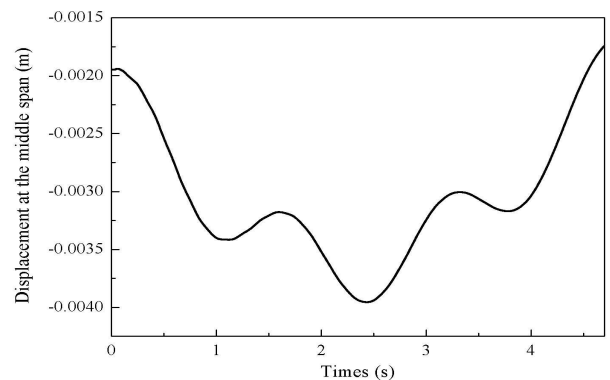


Fig. 15 Displacement at the middle span of the beam for the moving load velocity 10m/s

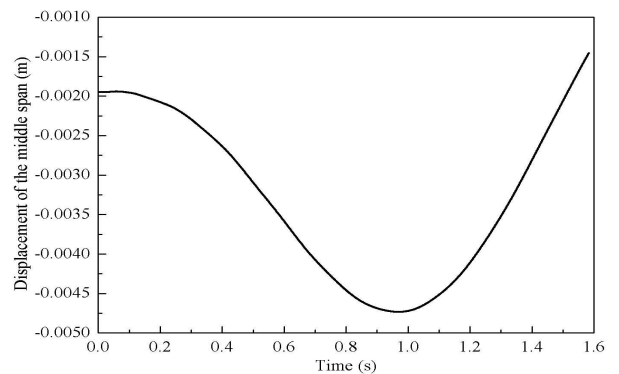


Fig. 16 Displacement at the middle span of the beam for the moving load velocity 30m/s

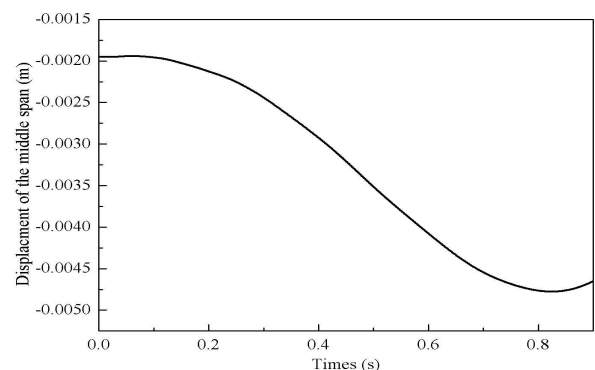


Fig. 17 Displacement at the middle span of the beam for the moving load velocity 50m/s

4. 결 론

본 논문에서는 유한요소법을 이용하여 일정 장력을 받고 있는 가선계 모델이 이동하중에 의해 영향을 받을 때에 발생하는 접촉력을 과도 전파와 반사를 고려하여 연구하였다. 연구 결과를 요약하면 다음과 같다.

(1) 장력을 받는 3 차원 가선계 모델에서의 과도 전파속도는 굽힘에 의한 영향이 적기 때문에 영률과 질량관성 모멘트에 의한 영향 보다는 장력에 의한 영향을 주로 받는다.

(2) 이동 하중의 속도가 0 인 경우, 이동하중의 압상력 효과로 인한 이동하중과 가선계 사이의 접촉력 변화는 가선계의 과도 전파와 반사에 의해 결정된다.

(3) 가선계의 과도전파 속도와 같은 속도로 이동하중을 이송시키면, 이동하중과 가선계 사이의 접촉력의 변화는 가선계의 경계에서 급격하게 발생하며, 이러한 영향은 이동하중과 가선계의 안정된 접촉상태를 방해하는 요인이 된다.

후 기

이 논문은 2009 년도 교육과학기술부의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 기초연구사업 연구임(2009-0073520)

참고문헌

- (1) Tadjbakhsh, I. G. and Wang, Y. M., 1994, "Transient Vibrations of a Taut Inclined Cable with a Riding Accelerating Mass," *Nonlinear Dynamics*, Vol. 6, pp. 143~161.
- (2) Wang, Y. M., 2000, "The Transient Dynamics of a Cable-Mass System Due to the Motion of an Attached Accelerating Mass," *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 37, pp. 1361~1383.
- (3) Al-Qassab, M. and Nair, S., 2004, "Wavelet-Galerkin Method for the Free Vibrations of an Elastic Cable Carrying an Attached Mass," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 270, pp. 191~206.
- (4) Dugush, Y. A. and Eisenberger, M., 2002, "Vibration of Non-Uniform Continuous Beams Under Moving Loads," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 254, pp. 911~926.
- (5) Esmailzadeh, E. and Ghorashi, M., 1995, "Vibration Analysis of Beams Traversed by Uniform Partially Distributed Moving Masses," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 184, pp. 9~17.
- (6) Metrikine, A. V. and Bosch, A. L., 2006, "Dynamic Response of a Two-Level Catenary to a Moving Load," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 292, pp. 676~693.
- (7) Metrikine, A. V., 2004, "Steady State Response of an Infinite String on a Non-Linear Visco-Elastic Foundation to Moving Point Loads," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 272, pp. 1033~1046.
- (8) Lee, K. H., Cho, Y. H. and Chung, J. T., 2009, "Dynamic Analysis of a Three-Dimensional Catenary System Using the Finite Element Method," *KSME (A)*, Vol. 33, pp. 1306~1313.

(1) Tadjbakhsh, I. G. and Wang, Y. M., 1994, "Transient