

<학술논문>

DOI:10.3795/KSME-A.2011.35.1.025

ISSN 1226-4873

인장시험을 유한요소해석 시뮬레이션하여 진응력-진변형도 곡선을 결정하는 방법

주 석 재*†

* 울산대학교 기계자동차공학부

True Stress-True Strain Curves Obtained by Simulating Tensile Tests Using Finite Element Program

Seok Jae Chu†

* Dept. of Mechanical and Automotive Engineering, Univ. of Ulsan

(Received August 2, 2010 ; Revised November 5, 2010 ; Accepted November 6, 2010)

Key Words: Round Specimen(봉상시편), Flat Specimen(판상시편), Necking(네킹), Equivalent Stress(상당응력), Finite Element Analysis(유한요소해석)

초록: 인장시험할 때 최대하중점을 넘으며 네킹이 발생하여 단면에 분포하는 응력이 더 이상 균일하지 않다. 네킹이 진행될수록 상당응력은 축방향 응력과 더 달라진다. 이 네킹현상을 극복하고 진응력-진변형도 곡선을 결정하는 방법이 이제까지 많이 연구개발되었다. 그 중에서 유한요소해석 시뮬레이션을 이용하는 방법이 매력적이다. 이 논문에서는 범용상용 프로그램을 사용하여 인장시험을 시뮬레이션하였다. 같은 강괴에서 채취한 봉상시편과 판상시편을 인장시험하고 시뮬레이션하였다. Hollomon 법칙을 가정하지 않고 진응력-진변형도 곡선을 결정하였다.

Abstract: In the tensile test necking occurs at the maximum load point and non-uniform stress state is generated in this section. The equivalent stress becomes quite different from the axial stress as necking proceeds. Methods for obtaining the true stress-true strain curves, by overcoming difficulties due to the necking phenomena, have been developed by many authors. One of the methods based on the finite element analysis simulation is a very promising method. In this paper, general-purpose finite element program is used to simulate the tensile test. A round specimen and a flat specimen prepared from the same steel block are tested and simulated. The true stress-true strain curves are determined without assuming that the material follows Hollomon's law.

- 기호설명 -

1. 서론

- A_0 : 인장시편의 초기단면적
- E : 탄성계수
- F : 인장하중
- L_0 : 초기표점거리
- L : 표점거리
- ϵ : 축방향 진변형도
- ϵ_p : 축방향 진소성변형도
- $\bar{\epsilon}_p$: 상당소성변형도
- σ : 축방향 진응력

재료의 응력-변형도 곡선은 보통 인장시험을 수행하여 구한다. 최대하중점까지는 인장시편 하중수직방향 단면의 응력이 균일하고 단축응력상태이어서 상당응력은 인장하중을 단면적으로 나눠 구한다. 그러나, 연성재료인 경우 최대하중점 부근에서 네킹이 발생한다. 네킹 부위 단면에서 응력은 더 이상 균일하지 않고 게다가 3축응력상태이어서 상당응력을 구하는 것이 곤란하다.

Bridgman은 봉상시편 네킹 단면의 응력분포를 구하고 이어서 상당응력을 구하였다. 그러나, 네킹 부위의 곡률반경이나 네킹 단면의 지름을 측정하여야 하여 불편하였다.⁽¹⁾ Mirone⁽²⁾는 판상시

† Corresponding Author, sjchu@ulsan.ac.kr

편 네킹 이후 상당소성변형도 증가분과 상당응력 사이에 일정한 관계가 성립함을 발견하였다. 정준모 등⁽³⁾은 특정 재료에 대하여 경화지수에 따르는 수정계수를 구하여 해결하였다. 현홍철 등⁽⁴⁾은 응력-변형도 곡선의 수학적 표현을, 이경윤 등⁽⁵⁾은 Bridgman 수정계수나 이와 다른 수정계수를 사용하여 진응력-진변형도 곡선을 구하였다.

인장하중이 정점에 도달하여 네킹이 시작되는 조건을 수학적으로 표현한 것이 Considère 기준이다. 이 기준을 사용하여 Hollomon 법칙의 계수와 지수를 정한 것이 참조선도로 종종 사용되었다. Ling⁽⁶⁾은 단순히 증가하는 직선과 이 참조선도를 적당히 선형조합하여 사용하였다. Yang 등⁽⁷⁾은 다른 선형조합을 사용하였다.

Zhang과 Li⁽¹⁾는 인장시험 하중-변위 곡선에서 네킹 이전까지 응력-변형도 곡선을 초기 상당곡선으로 취하고 네킹 이후는 일정 간격으로 변형도 수열을 설정하였다. 시편의 파단변위에 도달할 때까지 인장시험 하중과 시뮬레이션 하중을 비교하여 응력-변형도 곡선을 수정하였다. 전만수 등^(8,9)은 앞에서 언급한 참조선도로 시작하여 Zhang과 Li와 비슷하게 반복하여 오차를 감소시켰다. 모두 자체개발한 프로그램을 사용하였다.

Tao 등⁽¹⁰⁾은 범용 상용 유한요소 프로그램을 사용하였다. 소형시편을 사용하였고 미리 변형도 그룹을 설정하고 인장시험 응력과 시뮬레이션 응력을 비교하여 응력-변형도 곡선을 수정하였다.

본 논문에서도 이와 같이 범용 상용유한요소 프로그램을 사용하는 단순한 방법을 개발하려고 한다. 정준모 등⁽³⁾과 이경윤 등⁽⁵⁾이 사용한 단면의 상당응력과 축방향평균응력의 비인 수정계수를 사용하지 않고 직접 접근한다. 그리고, 전만수 등⁽⁹⁾이 사용한 Considère 기준이나 Hollomon 법칙은 사용하지 않으므로 미리 진응력-진소성변형도 곡선을 제한하지 않는다. 전만수 등⁽⁹⁾과 Tao 등⁽¹⁰⁾이 설정한 표본변위점을 설정하지 않으므로 선형보간이 필요 없다. 인장시험 결과인 하중-변위 곡선만 정확히 시뮬레이션하는 진응력-진소성변형도 곡선을 단계적으로 찾는 방법이다. 같은 블록에서 채취한 봉상시편과 판상시편 모두에 대하여 이 방법을 적용하여 타당성을 입증하려고 한다.

2. 인장시험과 유한요소 시뮬레이션

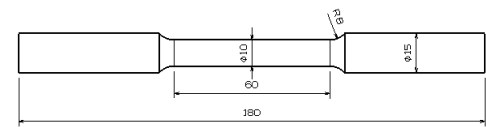
인장시험을 수행하고 이것을 유한요소 시뮬레이션하여 진응력-진변형도 곡선을 완성하였다.

2.1 인장시험

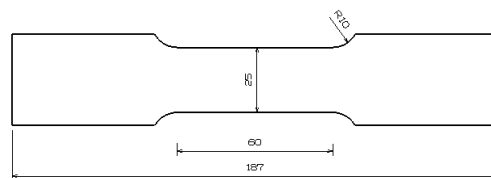
인장시편은 봉상시편과 판상시편 모두 같은 소재블록에서 채취하였다. 소재는 연성이 풍부한 편인 일반구조용강 SS400을 선택하였다.

인장시편은 Fig. 1과 같이 표점거리 50 mm인 신율계에 맞게 제작하였다. 판상시편은 밀링가공하여 두께를 1.75 mm까지 줄여 제작하였다.

인장시험은 균일인장속도 2 mm/min로 수행하였다. Fig. 2(b) 파단된 시편을 보면 확산네킹 후 국부네킹이 발생하였다.

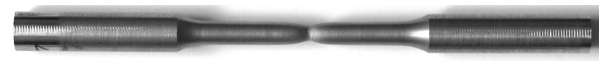


(a) Round specimen



(b) Flat specimen

Fig. 1 Tensile test specimens



(a) Round specimen



(b) Flat specimen

Fig. 2 Fractured tensile test specimens

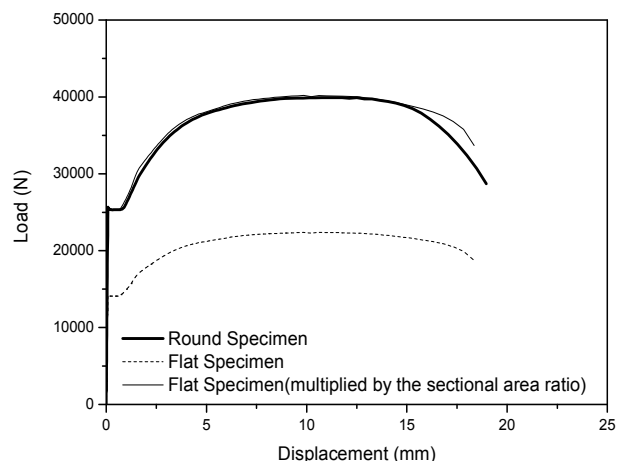
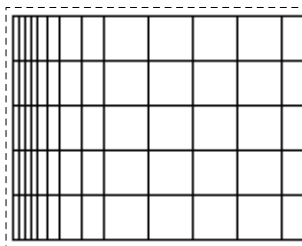
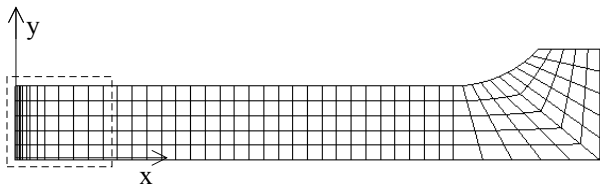


Fig. 3 Load-axial displacement curves

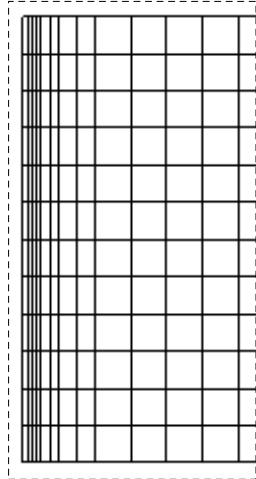
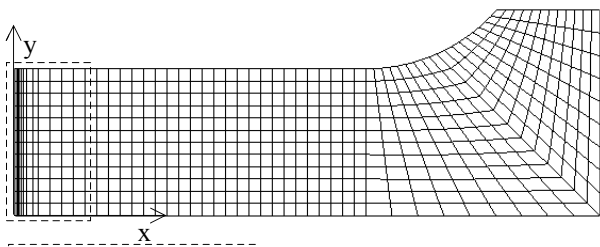
하중-변위 곡선은 Fig. 3과 같다. 봉상시편의 단면적을 기준하여 판상시편에 대한 결과를 봉상시편과 같은 단면적에 대하여 환산한 것도 같이 그려 비교하였다. 서로 거의 비슷하였으나 네킹 이후 판상시편에 대한 하중이 상대적으로 천천히 감소하였다.

2.2 유한요소 시뮬레이션

유한요소 시뮬레이션 프로그램은 MARC를 사용하였다.



(a) Round specimen



(b) Flat specimen

Fig. 4 Finite element meshes

봉상시편은 Fig. 4(a)와 같이 4절점 사각형 축대칭요소를 사용하여 우측상반부만 모델링하였다. 네킹이 발생하는 중앙단면(x=0) 부근은 더 세밀하게 분할하였다. 이리하여 최종과단 때 x 방향 절점의 간격이 서로 비슷하도록 하였다. 판상시편은 Fig. 4(b)와 같이 8절점 6면체 입체요소를 사용하여 전체의 1/8만 모델링하였다. 네킹이 발생하는 중앙단면(x=0) 부근은 역시 더 세밀하게 분할하였다. 경계조건은 ① 대칭면인 x=0인 절점은 변위 u=0 ② 대칭면인 y=0인 절점은 변위 v=0 ③ 판상시편에 한하여 대칭면인 z=0인 절점은 변위 w=0 ④ 인장시험기 그림에 물린 우측단 절점은 변위 u=0→20 mm, 변위 v=0을 부여하였다.

해석조건은 등방성 경화(isotropic hardening), 대변위(large displacement), 유한 변형도(finite strain)를 선택하였다.

평행부는 완전한 평행부이다. 즉, 네킹이 중앙에서 발생하도록 중앙면을 가늘게 하지 않았다.

네킹 이전(최대하중점 이전)까지 하중-변위 데이터를 식 (1)~(3)에 대입하여 Fig. 5와 같이 1단계 진응력과 진소성변형도를 구하였다.

$$\sigma = \frac{F}{A_0} \frac{L}{L_0} \tag{1}$$

$$\epsilon = \ln \frac{L}{L_0} \tag{2}$$

$$\epsilon_p = \epsilon - \frac{\sigma}{E} \tag{3}$$

Fig. 5 1단계 진응력-진소성변형도 곡선을 입력한 유한요소해석 시뮬레이션 결과, 하중-변위 곡

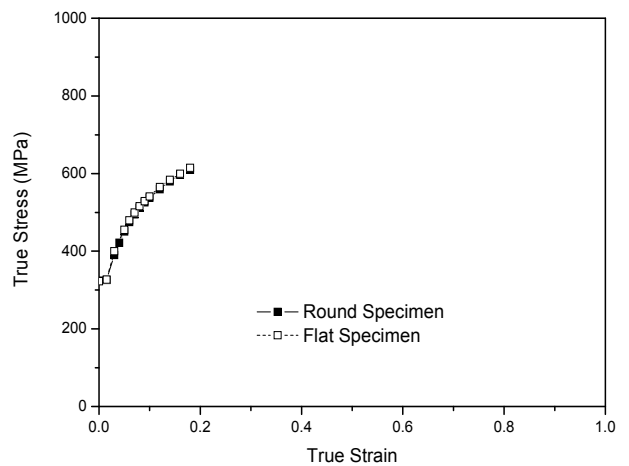
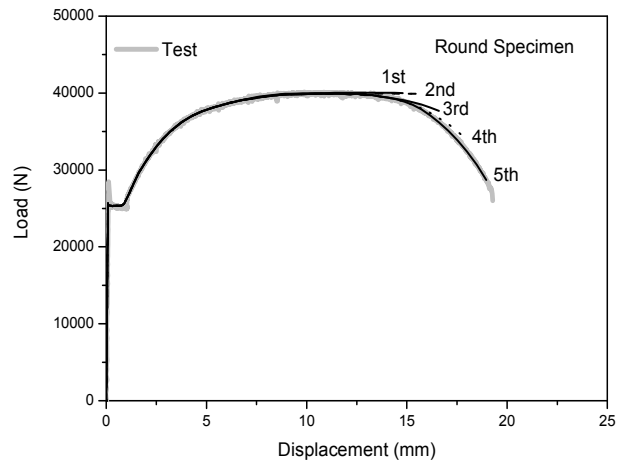


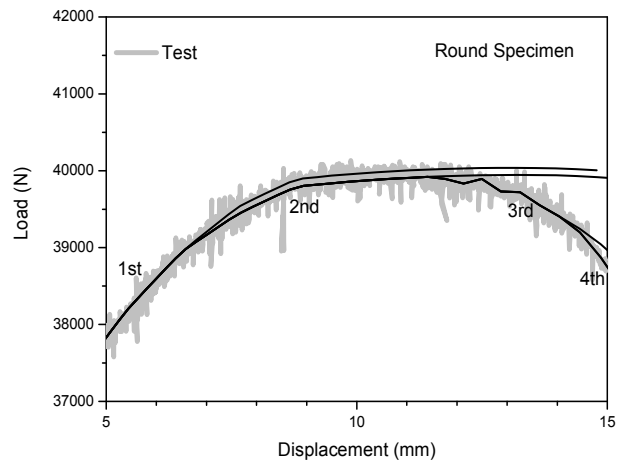
Fig. 5 Initial(1st step) true stress-true strain curves

선을 구하니 봉상시편은 Fig. 6, 판상시편은 Fig. 8과 같았다. 하중은 경계조건 ④에 대한 반작용력을 출력하고 봉상시편은 1 배, 판상시편은 4 배하여 구하였고, 변위는 $x=25$ mm(초기표점거리 50 mm의 반)인 단면 표면에 놓인 절점의 변위를 출력하고 봉상시편과 판상시편 모두 2 배하여 구하였다. 시뮬레이션 하중-변위 곡선이 인장시험 하중-변위 곡선에서 벗어나기 시작하는 점은 봉상시편이 변위 $L-L_0=7.0$ mm, 판상시편이 변위 $L-L_0=2.4$ mm로 모두 최대하중점에 도달하기 각각 2.9 mm와 7.9 mm 이전이었다. 그리고, 이때 시편 중앙점에서 상당소성변형도는 각각 $\bar{\epsilon}_p=0.129$ 와 $\bar{\epsilon}_p=0.047$ 이었다. 진응력-진소성변형도 곡선에서 이 상당소성변형도까지는 정확한 것으로 보고 그 이후만 수정하였다. Fig. 6(b)를 보면 1단계 시뮬레이션 하중은 시험결과 하중 40,000 N일 때 이것보다 100 N쯤 높고, Fig. 8(b)를 보면 1단계 시뮬레이션 하중은 시험결과 하중 21,500 N일 때 이것보다 200 N쯤 높았다. 진응력-진소성변형도 곡선은 봉상시편이나 판상시편이나 최대하중점 부근인 $\bar{\epsilon}_p=0.18$ 까지 입력된 이미 상태이므로 벗어나기 시작하는 점 이후 최대하중점까지 1 단계 진응력을 각각 0.93%와 0.25% 낮춰 조정하여 2 단계 시뮬레이션하였다. 그리고, 1단계 시뮬레이션과 같은 방법으로 2단계 시뮬레이션 하중-변위 곡선을 구하였다.

2단계 시뮬레이션 결과가 다시 시험결과에서 벗어나기 시작하는 점은 봉상시편이 변위 $L-L_0=11.4$ mm, 판상시편이 변위 $L-L_0=9.9$ mm이었다. 그리고, 이때 상당소성변형도는 각각 $\bar{\epsilon}_p=0.215$ 와 $\bar{\epsilon}_p=0.194$ 로 이번에는 모두 이미 입력한 진소성변형도 범위를 벗어났다. 이 경우 MARC 프로그램은 입력된 진응력-진소성변형도 마지막 구간을 단순히 선형적으로 연장하여 사용한다. 1 단계와 비슷하게 진응력-진소성변형도 곡선에서 이 상당소성변형도까지는 정확한 것으로 보고 그 이후만 수정하였다. Fig. 6(b)를 보면 2단계 시뮬레이션 하중은 시험결과 하중 39,700 N일 때 이것보다 250 N쯤 높고, Fig. 8(b)를 보면 2단계 시뮬레이션 하중은 인장시험결과 하중 21,800 N일 때 이것보다 300 N쯤 높았다. 따라서 벗어나기 시작하는 점 이후 2단계 진응력을 각각 0.63%와 1.38% 낮춰 조정하여 3단계 시뮬레이션하였다.



(a) Overall view



(b) Close-up view

Fig. 6 Progressive fitting of the load-displacement curve

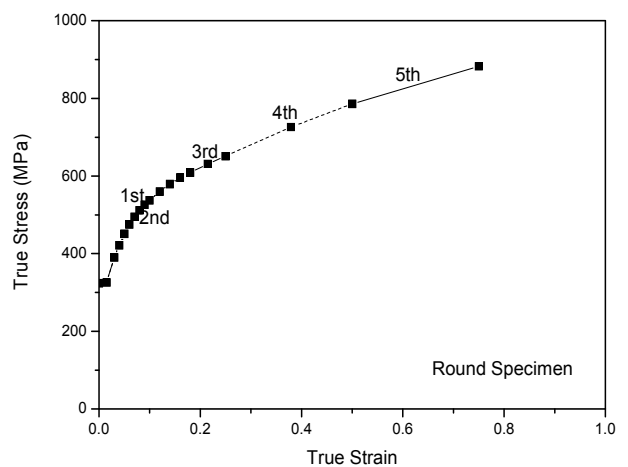
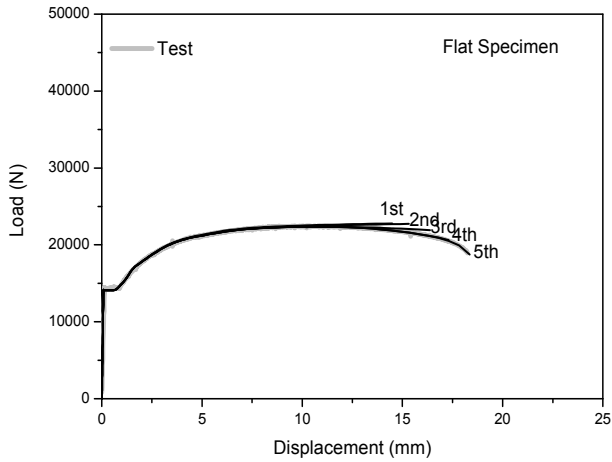
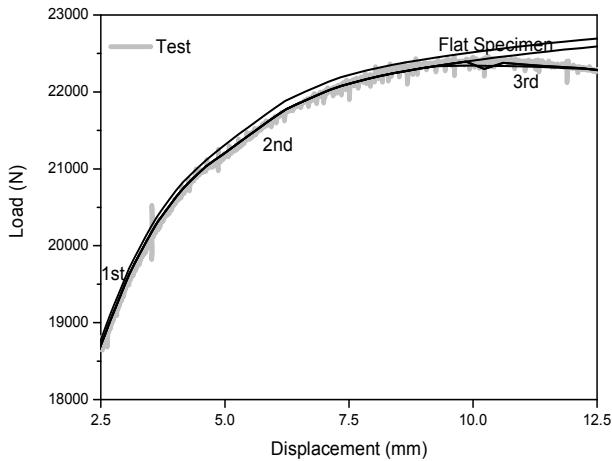


Fig. 7 Completed true stress-true strain curve

다. 그리고, 3단계 시뮬레이션 하중-변위 곡선을 구한다. 시뮬레이션 하중과 인장시험하중을 비교



(a) Overall view



(b) Close-up view

Fig. 8 Progressive fitting of the load-displacement curve

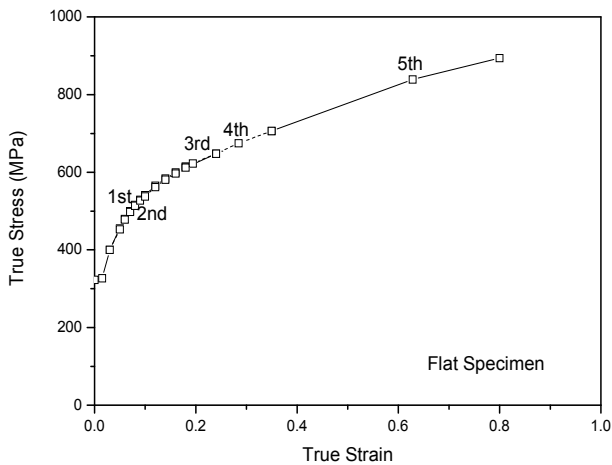


Fig. 9 Completed true stress-true strain curve

하는 점에 따라서 조정률이 달라지므로 경우에 따라서는 조정률을 고쳐 입력하여 반복하는 것이 필요하다.

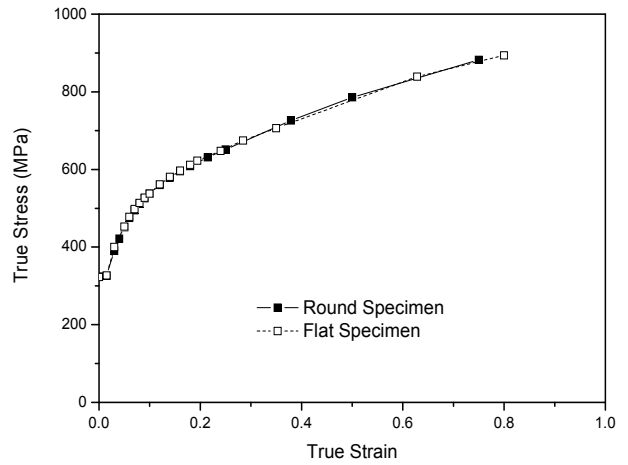
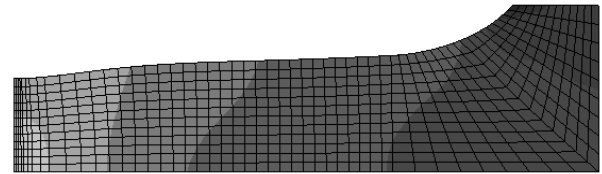


Fig. 10 Comparison of the true stress-true strain curves



(a) Round specimen



(b) Flat specimen

Fig. 11 Deformed shape just before final fracture

이렇게 최종판단점까지 5단계까지 진행하니 시뮬레이션 결과가 인장시험결과와 잘 일치한 진응력-진소성변형도 곡선을 완성하였다. Fig. 6과 Fig. 8을 보면 마치 시뮬레이션 하중-변위 곡선이 인장시험 하중-변위 곡선에 단계적으로 감기는 것처럼 보인다. 최종적인 진응력-진소성변형도 곡선은 봉상시편에 대하여 Fig. 7, 판상시편에 대하여 Fig. 9와 같다. 각각의 진응력-진소성변형도 곡선을 같이 그려 비교한 것이 Fig. 10으로 서로 잘 일치한다. 봉상시편과 판상시편으로 시편이 달랐지만 진응력-진소성변형도 곡선은 같았다.

Fig. 11은 최종판단 직전 봉상시편(변위 19.0 mm)과 판상시편(변위 17.8 mm)의 변형형상이다. 등고선은 von Mises 응력으로 범위는 모두 0~1,000 MPa이다. Fig. 12는 최종판단 직전 판상시편 중앙단면(x=0)의 변형형상이다. 좌우양쪽보다 중앙(y=0)이 더 빨리 얇아지는 Cushioning 현상이 뚜렷하다.

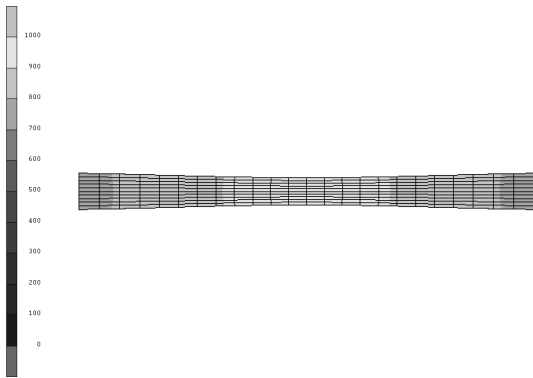
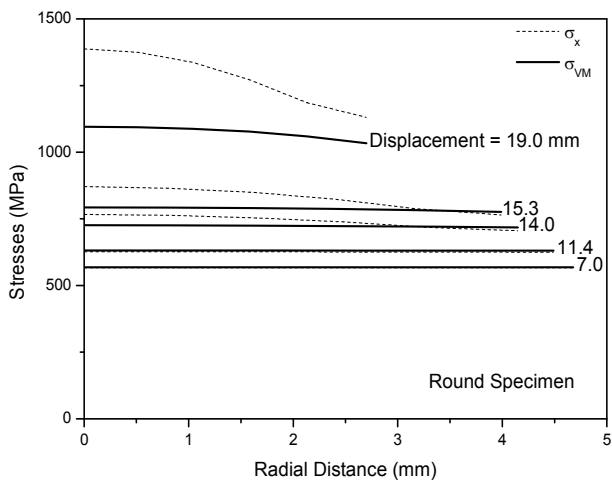
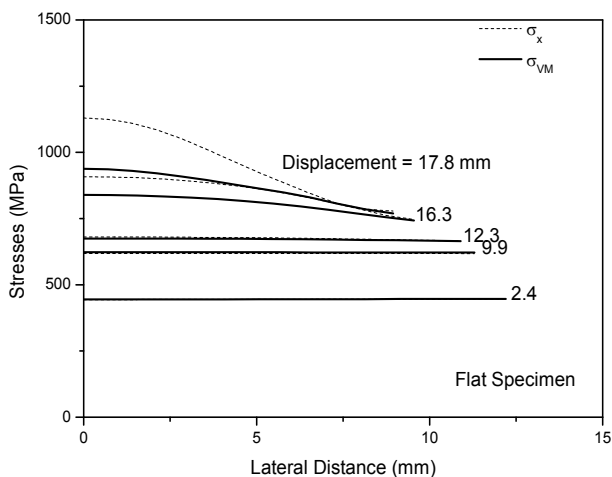


Fig. 12 Deformed shape of the minimum center section just before final fracture



(a) Round specimen



(b) Flat specimen

Fig. 13 Stress distributions on the central section

Fig. 13은 인장시편 길이방향 응력과 von Mises 응력의 분포를 단계적으로 그린 것이다. 인장시험이 진행될수록 von Mises 응력이 인장시편 길이방향

응력보다 느리게 증가하는 것이 뚜렷하다. 즉, 이것이 앞에서 상당응력을 단계적으로 낮춰 조정된 근거이다. x축은 절점의 위치로 네킹이 진행될수록 중심에 가까워지는 것이 보인다.

3. 결론

범용상용 유한요소해석 프로그램 MARC를 사용하여 인장시험을 시뮬레이션하여 구한 하중-변위 곡선과 인장시험 하중-변위 곡선을 비교하여 진응력-진소성변형도 곡선을 수정하는 방법을 개발하였다.

(1) Considère 기준을 사용하여 네킹 전후로 구분하지도 않고, Hollomon 법칙에 맞추지도 않고도 진응력-진소성변형도 곡선을 완성하였다. 네킹 이전 데이터로만 구한 초기 진응력-진소성변형도 곡선도 시뮬레이션 결과 오차를 포함한 것이 발견되어 수정하였다. 단계적으로 시뮬레이션을 진행하며 시뮬레이션 하중-변위 곡선이 인장시험 하중-변위 곡선에서 벗어나기 시작할 때까지 발생한 진응력과 진소성변형도는 정확한 것으로 보고 그 이후만 수정하였다. 최종과단점까지 단계적으로 시뮬레이션을 반복하여 진행하여 진응력-진소성변형도 곡선을 완성하였다. 마치 시뮬레이션 하중-변위 곡선이 인장시험 하중-변위 곡선에 단계적으로 감기는 것처럼 보였다

(2) 같은 소재 블록에서 봉상시편과 판상시편을 채취하여 인장시험하였고 이렇게 구한 각각에 대한 진응력-진소성변형도 곡선은 서로 일치하여 본 논문에서 개발한 방법의 타당성이 입증되었다.

후 기

본 연구는 2009년도 울산대학교 교내연구비의 지원을 받아 수행된 것으로 이에 감사를 표합니다.

참고문헌

- (1) Zhang, K. S. and Li, Z. H., 1994, "Numerical Analysis of the Stress-Strain Curve And Fracture Initiation For Ductile Material," *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 49, No. 2, pp. 235-241.
- (2) Mirone, G., 2004, "A New Model for the Elastoplastic Characterization and the Stress-Strain

- Determination on the Necking Section of a Tensile Specimen," *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 41, pp. 3545~3564.
- (3) Choung, J. M. and Cho, S. R., 2008, "Study on True Stress Correction from Tensile Tests," *Journal of Mechanical Science and Technology*, Vol. 22, No. 6, pp. 1039~1051.
- (4) Hyun, H. C., Lee, J. H. and Lee, H., 2008, "Mathematical Expressions for Stress-Strain Curve of Metallic Material," *Trans. of the KSME(A)*, Vol. 32, No. 1, pp. 21~28.
- (5) Lee, K., Kim, T. and Lee, H., 2009, "Acquirement of True Stress-strain Curve Using True Fracture Strain Obtained by Tensile Test and FE Analysis," *Trans. of the KSME(A)*, Vol. 33, No. 10, pp. 1054~1064.
- (6) Ling, Y., 1996, "Uniaxial True Stress-Strain After Necking," *AMP Journal of Technology*, Vol. 5, pp. 37~48.
- (7) Yang, S. Y. and Tong, W., 2009, "A Finite Element Analysis of a Tapered Flat Sheet Tensile Specimen," *Experimental Mechanics*, Vol. 49, pp. 317~330.
- (8) Joun, M., Choi, I., Eom, J. and Lee, M., 2007, "Finite Element Analysis of Tensile Testing with Emphasis on Necking," Vol. 41, pp. 63~69.
- (9) Joun, M., Eom, J. and Lee, M., 2008, "A New Method for Acquiring True Stress-Strain Curves Over a Large Range of Strains Using a Tensile Test and Finite Element Method," Vol. 40, pp. 586~593.
- (10) Tao, H., Zhang, N. and Tong, W., 2009, "An Iterative Procedure for Determining Effective Stress-Strain Curves of Sheet Metals," *International Journal of Mechanics and Materials in Design*, Vol. 5, pp. 13~27.