

LMI 기법을 이용한 방향성 통신 토폴로지를 갖는 고차 선형시스템들의 상태일치

Consensus of High-order Linear Systems with Directed Communication Topology Using LMI Approach

김수범* Subum KIM	최현철** Hyoun-Chul Choi	이성훈* Sung-Hun Lee	김강석* Kang-Seok KIM
	주성열* Seoung-Yul Joo	홍우영* Woo-Young Hong	

Abstract

This paper deals with the consensus problem for multi-agent linear dynamic systems with directed communication topology. All the agents are identical high-order linear systems and their state information is exchanged through a communication network with directed graph. It is shown that a consensus is achieved if there exists a feasible solution to a set of linear matrix inequalities obtained for a simultaneous stabilization problem for multiple systems. Examples are presented to show the effectiveness of the proposed method.

Keywords : Consensus(상태일치), High-order Linear Systems(고차 선형시스템), Directed Graph(방향성 그래프), Simultaneous Stabilization(동시 안정화), Linear Matrix Inequality(선형행렬부등식)

1. 서론

무인 무기체계(UAV, USV, UUV)의 협조제어(cooperative control), 진형(formation) 형성, 센서 네트워크의 통신문제 등으로의 응용 가능성 때문에 최근 다개체 시스템의 상태일치(consensus) 문제에 대한 많은 연구가 이루어졌다^[1~4]. 2009년 이전의 대부분의 결과

는 단일 적분기 시스템 또는 이중 적분기 시스템을 개체로 갖는 다개체 시스템에 국한되어 있었다^[1]. 최근에는 고차 시스템을 개체로 갖는 다개체 시스템의 상태일치 문제가 활발히 연구되고 있으며^[2~4], 선형행렬부등식(LMI : Linear Matrix Inequality) 기법^[5]을 이용하여 파라미터 불확실성^[3]이나 통신지연^[4]이 있는 상황에서 상태일치 문제를 해결하는 방법도 제시되었다.

선형행렬부등식 기법은 다른 여러 제어기법들에 비해 설계자가 MATLAB LMI Control Toolbox와 같이 이미 널리 사용되는 소프트웨어를 이용하여 제어를 쉽게 설계할 수 있다는 장점을 갖는다. 그러나 입력되는 변수들이 실수(real number)여야 한다는 제한 때문에

† 2011년 5월 31일 접수~2011년 7월 22일 게재승인

* 해군사관학교

** 서울대학교 전기·컴퓨터공학부

책임저자 : 김수범(subum@cdsil.kr)

선형행렬부등식을 이용한 이전 결과들^[3,4]은 다개체 시스템의 통신 네트워크가 무방향성(undirected) 그래프를 갖는다는 가정을 했다. 이것은 그래프의 Laplacian 행렬이 실수값의 고유치를 갖게 하기 위해서였다.

본 논문은 다개체 시스템의 통신 네트워크가 방향성(directed) 그래프를 가질 때 선형행렬부등식 기법을 이용하여 상태일치 문제를 해결할 수 있는 새로운 방법을 제시한다. 방향성 그래프는 무방향성 그래프를 포함하는 개념이기 때문에 이전 결과들^[3,4]이 다루었던 문제의 범위를 확장했다고 볼 수 있다(단, 본 논문에서는 파라미터 불확실성이나 통신지연은 가정하지 않는다).

상기 내용을 다시 정리해보면, 본 논문의 연구결과는 첫째, 다개체 시스템을 구성하고 있는 각각의 개체들이 단일 적분기 시스템 또는 이중 적분기 시스템으로 국한되지 않고 상당히 일반적인 고차 선형시스템을 다루고 있으며, 둘째, 선형행렬부등식 기법을 이용하므로 제어기 설계자가 MATLAB LMI Control Toolbox를 이용하여 제어입력을 매우 쉽게 구할 수 있다는 장점이 있고, 셋째, 다개체 시스템의 통신 네트워크를 방향성 그래프로 가정했던 기존 결과를 무방향성 그래프로 확장시켰다.

논문의 구성은 다음과 같다. 2절에서는 상태일치 문제를 명확하게 설정하며, 3절에서는 주어진 문제가 어느 특정한 시스템의 동시 접근안정화 문제 해법에 의해 풀릴 수 있음을 보인다. 본 논문의 주요결과인 4절에서는 선형행렬부등식 기법을 이용하여 동시 접근안정화 문제 해법을 제시하며, 5절에서 예제를 통해 제안된 방법의 유용성을 보인다.

2. 문제 설정

본 논문에서 고려하는 다개체 시스템은 각 개체가 동일한 n 차 선형 시불변 시스템으로 표현되며 통신망을 통해 각 개체들이 상태정보를 서로 교환하는 시스템이다. 문제 설정을 위해, 다음과 같이 N 개의 동일한 n 차 선형 시불변 시스템으로 이루어진 다개체 시스템을 고려하자.

$$\dot{x}^i(t) = Ax^i(t) + Bu^i(t), \quad x^i \in \mathbb{R}^n, \quad u^i \in \mathbb{R}^m \quad (1)$$

여기서 $i \in \Pi = \{1, \dots, N\}$ 는 개체의 식별번호, x^i 는

상태변수, u^i 는 입력변수이다. 또한 시스템 행렬 A 와 B 는 적절한 차원을 가지며 (A, B) 가 안정화가능(stabilizable)하다고 가정한다. 이 개체들 사이의 통신 토폴로지(topology)는 가중 방향성 그래프(weighted directed graph) $\Gamma = (\Pi, \varepsilon, \Omega)$ 로 표현된다. 이 때 Π 는 노드(node) 집합, ε 은 엣지(edge) 집합, Ω 는 가중 인접 행렬(weighted adjacency matrix)을 의미한다. 인접 행렬 $\Omega = [\omega_{ij}]$ 및 Γ 의 Laplacian 행렬 $L = [l_{ij}]$ 이 주어지면, i 번째 개체는 이웃 개체들로부터 다음 규칙에 따라 상태정보를 수집한다.

$$z^i(t) = \sum_{j \in \Pi_i} \omega_{ij}(x^j(t) - x^i(t)) = - \sum_{j \in \Pi} l_{ij} x^j(t) \quad (2)$$

여기서 $\Pi_i = \{j \in \Pi : \omega_{ij} \neq 0\}$ 이다. 이 정보는 다음 식과 같이 이득 K 와 곱해져서 각 개체에 궤환(feedback)된다.

$$u^i(t) = Kz^i(t) = -K \sum_{j \in \Pi} l_{ij} x^j(t) \quad (3)$$

이 논문에서는 임의의 초기값을 갖는 다개체 시스템의 상태를 상수 값 또는 각 개체의 동역학에 의존하는 시변 궤적에 일치시키는 이른바 상태일치 문제를 고려한다. 이 상태일치 문제는 모든 $i = 1, \dots, N$ 에 대해 다음 조건을 만족시키는 신호 $\zeta(t) \in \mathbb{R}^n$ 가 존재하면 풀린다.

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (x^i(t) - \zeta(t)) = 0$$

여기서 우리는 상태일치가 이루어지면 식 (2)에 의해 $z^i(t)$ 가 0으로 수렴하고 입력 $u^i(t)$ 도 식 (3)에 의해 0으로 수렴하는 것을 알 수 있으며, 결국 $\zeta(t)$ 가 $\dot{\zeta}(t) = A\zeta(t)$ 을 만족하게 됨을 알 수 있다. 이는 상태가 일치되는 신호 $\zeta(t)$ 가 각 개체의 내부 동역학에 의해 규정됨을 의미한다.

만일 A 의 고유값 중 한 개라도 열린 우반부에 존재한다면 상태일치가 이루어진다 하더라도 상태일치 신호 $\zeta(t)$ 는 발산할 것이고, A 의 고유값이 모두 열린 좌반부에 존재한다면 모든 상태변수들이 0으로 수렴할 것이다.

따라서 본 논문에서는 모의실험 또는 실제 시스템에 적용할 때 다양한(특히 진동하는) 신호 $\zeta(t)$ 를 얻

기 위해 다음과 같은 가정을 한다.

[가정 1] A 의 모든 고유값은 복소평면의 닫힌 좌반부에 존재하며 한 개 이상의 고유값이 허수축 상에 존재한다.

위의 문제 설정에서 개체들 사이의 통신 토폴로지를 가중 방향성 그래프로 가정하였다. 방향성 그래프의 통신 토폴로지 상에서 모든 개체들의 상태를 일치시키려면 그래프 Γ 가 연결되어(connected) 있어야 한다^[1].

[가정 2] 방향성 그래프 Γ 는 연결되어 있다.

가정 2를 만족시키기 위한 필요충분조건은 L 의 고유값 0의 대수적 다중도(algebraic multiplicity)가 1이 되는 것이다^[1]. 따라서 이 논문에서는 Laplacian 행렬 L 의 고유값 0의 대수적 다중도가 1인 경우만 고려한다.

참고로, 무방향성 그래프의 Laplacian 행렬은 대칭행렬이며 음이 아닌 실수와 적어도 하나 이상의 고유값 0을 갖는다. 방향성 그래프는 무방향성 그래프를 포함하는 개념이며, 방향성 그래프의 Laplacian 행렬은 복소수(실수가 아닐 수도 있음)와 하나 이상의 0을 고유값으로 갖는다.

3. 동시 안정화 문제로의 변환

이 절에서는 주어진 상태일치 문제가 어느 특정한 시스템의 동시 접근 안정화 문제로 바뀔 수 있음을 보인다. 즉, 특정한 다중 시스템을 동시에 접근적으로 안정화하는 제어기가 존재하면 주어진 상태일치 문제가 풀린다는 것을 보인다.

$\bar{x} := [x^1; \dots; x^N]$ 로 정의하고 식 (1)에 식 (3)의 통신 프로토콜을 적용하면 전체 시스템은 다음 식으로 표현된다.

$$\dot{\bar{x}}(t) = (I_N \otimes A - L \otimes BK) \bar{x}(t)$$

이 식에 L 을 대각행렬(diagonal matrix) Λ 로 변환하는, 즉 $TLT^{-1} = \Lambda$ 로 변환하는 비특이(nonsingular) 행렬 T 로 좌표변환 $\bar{\xi} := (T \otimes I_n) \bar{x}$ 을 적용하면 다음 식

을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{\bar{\xi}}(t) &= (T \otimes I_n)(I_N \otimes A - L \otimes BK)(T^{-1} \otimes I_n) \bar{\xi}(t) \\ &= (I_N \otimes A - \Lambda \otimes BK) \bar{\xi}(t) \end{aligned} \quad (4)$$

여기서 초기값은 $\bar{\xi}(0) = (T \otimes I_n) \bar{x}(0) \in R^{Nn}$ 이다. 식 (4)는 대각화된 시스템 방정식이므로 다음 식을 만족한다.

$$\dot{\xi}^i(t) = (A - \lambda_i(L)BK) \xi^i(t) \quad (5)$$

여기서 $[\xi^1; \dots; \xi^N] = \bar{\xi}$ 이고 $\lambda_i(L)$ 는 L 의 고유값이다($i=1, \dots, N$).

L 은 고유값 0을 항상 가지므로 편의상 첫 번째 고유값을 $\lambda_1(L) = 0$ 으로 가정한다. 만약 시스템 (5) 중 $i=2, \dots, N$ 에 해당하는 시스템이 동시에 접근적으로 안정하게 되면 이들(즉, $\xi^1(t)$ 를 제외한 나머지 개체)의 상태들은 0으로 수렴하게 된다. T 가 $TLT^{-1} = \Lambda$ 을 만족하고 $\lambda_1(L) = 0$ 이므로, L 의 고유값 0에 해당하는 고유벡터인 1-벡터가 T^{-1} 의 첫 번째 열에 놓이게 된다. $\bar{x} = (T^{-1} \otimes I_n) \bar{\xi}$ 이고 모든 $i=2, \dots, N$ 에 대한 ξ^i 가 0으로 수렴하므로 결국에는 x^i ($i=1, \dots, N$)가 ξ^1 로 수렴하게 된다. 이러한 논의를 토대로 논문 다음 결과를 얻을 수 있다.

[정리 1]^[2] 가정 1과 2가 만족한다고 하자. 모든 $i=2, \dots, N$ 에 대해 $N-1$ 개의 시스템

$$\dot{\xi}^i(t) = (A - \lambda_i(L)BK) \xi^i(t)$$

이 동시에 접근적으로 안정하면 주어진 상태일치 문제는 풀린다. 즉, 임의의 초기값에 대해 제어입력 (3)을 적용한 시스템 (1)의 해는

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (x^i(t) - \zeta(t)) = 0, \quad i = 1, \dots, N$$

을 만족한다. 이 때, $\zeta(t)$ 는 다음과 같이 주어진다.

$$\zeta(t) = \sum_{j=1}^{r^*} \sum_{k=1}^{m_j} \sum_{l=0}^{m_j-k} \frac{\mu_{(j,k+l)}}{l!} t^l e^{\lambda_j t} v_{(j,k)}$$

여기서 $\lambda_j (j = 1, \dots, r^*)$ 는 허수축 상에 존재하는 A 의 고유값이고, 벡터집합 $\{v_{(j,1)}, \dots, v_{(j,m_j)}\}$ 는 A 의 j 번째 Jordan 블록 $J_{m_j}(\lambda_j)$ 에 대응되는 일반화된 고유벡터의 사슬(chain)이다. 또한 $[\mu_{(1,1)}; \dots; \mu_{(1,m_1)}; \mu_{(2,1)}; \dots; \mu_{(2,m_2)}; \dots; \mu_{(r,m_r)}] = Mx^i(0)$ 이고, 이 때 M 은 A 를 Jordan 표준형으로 변환하는 행렬로서 $J_A = MAM^{-1}$ 을 만족하는 행렬이다.

4. 동시 안정화 제어기 설계를 통한 상태일치

이 절에서는 앞 절의 논의를 토대로 하여, 특정 선형행렬부등식의 해가 존재하면 주어진 상태일치 문제가 풀린다는 것을 보이며 그 결과로 상태일치를 이루는 제어기 이득을 제시한다.

[정리 2] 가정 1과 2가 만족된다고 하자. 아래의 선형행렬부등식 (6)을 만족하는 행렬들 $X > 0$, Y 및 상수 $\gamma > 0$ 가 존재하면 식 (1)과 (3)으로 주어지는 다개체 시스템의 상태일치가 이루어진다. 이 때, 상태궤환 제어이득은 $K = YX^{-1}$ 으로 주어진다.

$$\begin{bmatrix} XA^T + AX - Re(\lambda_i)BY - Re(\lambda_i)Y^TB^T & Im(\lambda_i)BY - Im(\lambda_i)\gamma Y^TB^T \\ * & \gamma XA^T + \gamma AX - Re(\lambda_i)\gamma BY \\ & -Re(\lambda_i)\gamma Y^TB^T \end{bmatrix} < 0, \quad (6)$$

$$\lambda_i := \lambda_i(L), \quad i = 2, \dots, N$$

증명 : 정리 1에 의해 이 정리의 증명은 식 (6)의 조건이 $N-1$ 개의 시스템

$$\dot{\xi}^i(t) = A\xi^i(t) - \lambda_i(L)Bv^i(t), \quad i = 2, \dots, N$$

의 동시적 점근안정화 상태궤환 제어입력 $v^i(t) = K\xi^i(t)$ 를 존재하게 할 충분조건임을 보이면 된다.

문제설정에서 통신 네트워크가 방향성 그래프를 갖는다고 가정했기 때문에 Laplacian 행렬은 실수가 아닌 복소수 고유값을 가질 수 있다. 따라서 일반적인 선형행렬부등식 기법을 그대로 적용한다면 허수가 포함된 선형행렬부등식이 도출되고 사용할 수 없는 결과가 된다. 이 문제를 해결하기 위해 다음과 같이 변수를 정의한다.

$$\begin{aligned} \phi^i(t) &:= Re(\xi^i(t)) = \frac{\xi^i(t) + \overline{\xi^i(t)}}{2}, \\ \psi^i(t) &:= Im(\xi^i(t)) = \frac{\xi^i(t) - \overline{\xi^i(t)}}{2i}, \quad i = 2, \dots, N \end{aligned}$$

위의 정의에 따라 각 변수들의 시간미분을 구하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{\phi}^i(t) &= A\phi^i(t) - Re(\lambda_i)BK\phi^i(t) + Im(\lambda_i)BK\psi^i(t), \\ \dot{\psi}^i(t) &= A\psi^i(t) - Re(\lambda_i)BK\psi^i(t) - Im(\lambda_i)BK\phi^i(t), \\ i &= 2, \dots, N \end{aligned}$$

Lyapunov 함수를 아래와 같이 정의하고 시간미분을 구하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} V &= \sum_{i=2}^N [\phi^{iT}(t) \psi^{iT}(t)] \begin{bmatrix} P & 0 \\ 0 & \gamma P \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi^i(t) \\ \psi^i(t) \end{bmatrix} \\ &= \sum_{i=2}^N (\phi^{iT}(t)P\phi^i(t) + \gamma\psi^{iT}(t)P\psi^i(t)), \quad P > 0, \quad \gamma > 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \sum_{i=2}^N \phi^{iT}(t)(A^TP + PA - Re(\lambda_i)K^TB^TP - Re(\lambda_i)PBK)\phi^i(t) \\ &\quad + \sum_{i=2}^N \psi^{iT}(t)(\gamma A^TP + \gamma PA - Re(\lambda_i)\gamma K^TB^TP - Re(\lambda_i)\gamma PBK)\psi^i(t) \\ &\quad + \sum_{i=2}^N \phi^{iT}(t)(Im(\lambda_i)PBK - Im(\lambda_i)\gamma K^TB^TP)\psi^i(t) \\ &\quad + \sum_{i=2}^N \psi^{iT}(t)(Im(\lambda_i)K^TB^TP - Im(\lambda_i)\gamma PBK)\phi^i(t) \\ &= \sum_{i=2}^N [\phi^{iT}(t) \psi^{iT}(t)] \begin{bmatrix} \Xi_1^i & \Xi_3^i \\ * & \Xi_2^i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi^i(t) \\ \psi^i(t) \end{bmatrix} \end{aligned}$$

여기서 $\Xi_j^i (i = 2, \dots, N, j = 1, 2, 3)$ 은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \Xi_1^i &= A^TP + PA - Re(\lambda_i)K^TB^TP - Re(\lambda_i)PBK, \\ \Xi_2^i &= \gamma A^TP + \gamma PA - Re(\lambda_i)\gamma K^TB^TP - Re(\lambda_i)\gamma PBK, \\ \Xi_3^i &= Im(\lambda_i)PBK - Im(\lambda_i)\gamma K^TB^TP \end{aligned}$$

따라서 $\dot{V} < 0$ 일 충분조건은 $i = 2, \dots, N$ 에 대해

$$\Psi^i := \begin{bmatrix} \Xi_1^i & \Xi_3^i \\ * & \Xi_2^i \end{bmatrix} < 0 \quad (7)$$

을 만족하는 행렬 $P > 0$, K 및 상수 $\gamma > 0$ 가 존재하

는 것이다.

식 (7)에 $blockdiag(P^{-1}, P^{-1})$ 에 의한 합동변환과 변수치환 $X := P^{-1}, Y := KP^{-1}$ 를 적용하면 다음과 같이 $\Psi^i < 0$ 와 동치인 선형행렬부등식을 구할 수 있다.

$$\Psi^i = \begin{bmatrix} \Xi_1^i & \Xi_3^i \\ * & \Xi_2^i \end{bmatrix} < 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{bmatrix} P^{-1} & 0 \\ 0 & P^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Xi_1^i & \Xi_3^i \\ * & \Xi_2^i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P^{-1} & 0 \\ 0 & P^{-1} \end{bmatrix} < 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{bmatrix} P^{-1}A^T + AP^{-1} - Re(\lambda_i)P^{-1}K^TB^T - Re(\lambda_i)BKP^{-1} & Im(\lambda_i)BKP^{-1} & -Im(\lambda_i)\gamma P^{-1}K^TB^T \\ * & \gamma P^{-1}A^T + \gamma AP^{-1} & -Re(\lambda_i)\gamma P^{-1}K^TB^T \\ * & * & -Re(\lambda_i)\gamma P^{-1}BKP^{-1} \end{bmatrix} < 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{bmatrix} XA^T + AX - Re(\lambda_i)BY - Re(\lambda_i)Y^TB^T & Im(\lambda_i)BY - Im(\lambda_i)\gamma Y^TB^T \\ * & \gamma XA^T + \gamma AX - Re(\lambda_i)\gamma BY \\ * & * & -Re(\lambda_i)\gamma Y^TB^T \end{bmatrix} < 0$$

따라서 $i = 2, \dots, N$ 에 대해서 위의 선형행렬부등식을 만족하는 행렬들 $X > 0, Y$ 및 상수 $\gamma > 0$ 가 존재하면 식 (1)과 (3)으로 주어지는 다개체 시스템의 상태일치가 이루어진다. 이 때, 상태제환 제어이득은 $K = YX^{-1}$ 으로 주어진다.

5. 예 제

다음과 같이 4개의 동일한 2자유도 스프링-질량 시스템을 고려하자^[6].

$$\dot{x}^i(t) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1.25 & 1.25 & 0 & 0 \\ 1.25 & -1.25 & 0 & 0 \end{bmatrix} x^i(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u^i(t), \quad i = 1, \dots, 4$$

아래의 Fig. 1과 같이 상태변수 $x_1^i(t)$ 와 $x_2^i(t)$ 는 질량 1과 질량 2의 위치이고, $x_3^i(t)$ 와 $x_4^i(t)$ 는 질량 1과 질량 2의 속도이며, $u^i(t)$ 는 질량 1에 가해지는 힘이다.

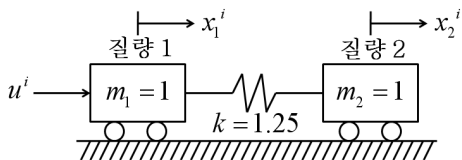


Fig. 1. 2자유도 스프링-질량 시스템

각각의 시스템은 감쇄율이 0이기 때문에 시스템 극점이 모두 허수축 상에 존재하므로 가정 1을 만족한다.

그리고 Fig. 2와 같은 통신 그래프를 가정하면 Laplacian 행렬과 그 고유값을 다음과 같이 구할 수 있다.

$$L = \begin{bmatrix} 6 & -1 & -2 & -3 \\ -3 & 4 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & -2 \\ -1 & -2 & -3 & 6 \end{bmatrix},$$

$$\{\lambda_1, \dots, \lambda_4\} = \{0, 3.3506, 7.3247 + 1.1246i, 7.3247 - 1.1246i\}$$

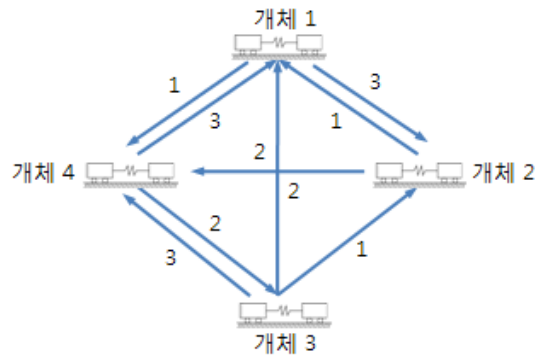


Fig. 2. 2자유도 스프링-질량 시스템 간의 통신 그래프

이 논문에서 제시한 방법으로 MATLAB LMI Control Toolbox를 이용하여 선형행렬부등식 (6)의 해를 구하면 다음과 같다.

$$X = \begin{bmatrix} 0.3501 & 0.1084 & -0.0737 & 0.0521 \\ 0.1084 & 0.3060 & -0.1336 & -0.0742 \\ -0.0737 & -0.1336 & 0.3155 & -0.2322 \\ 0.0521 & -0.0742 & -0.2322 & 0.3114 \end{bmatrix},$$

$$Y = [0.0125 \quad 0.0114 \quad -0.0150 \quad 0.0527],$$

$$\gamma = 2$$

이에 해당하는 제어이득은 다음과 같다.

$$K = [-0.5530 \quad 2.5996 \quad 3.4858 \quad 3.4807]$$

상태변수의 물리적 의미를 고려하여 각 개체의 초기값을 $x^1(0) = [0 \ 1 \ 0 \ 0]^T$, $x^2(0) = [0 \ 2 \ 0 \ 0]^T$, $x^3(0) = [0 \ 3 \ 0 \ 0]^T$, $x^4(0) = [0 \ 4 \ 0 \ 0]^T$ 로 부여하고 모의실험을

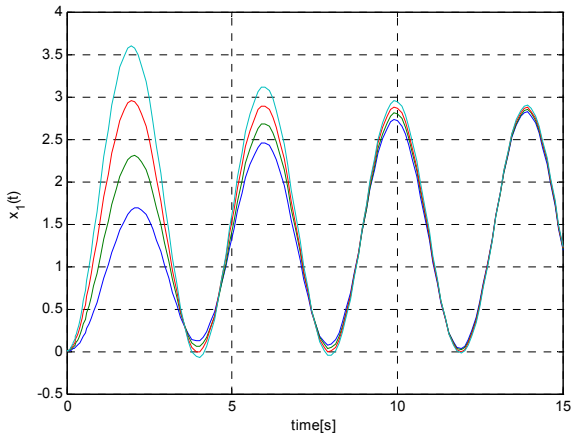


Fig. 3. 상태일치 결과($x_1(t)$)

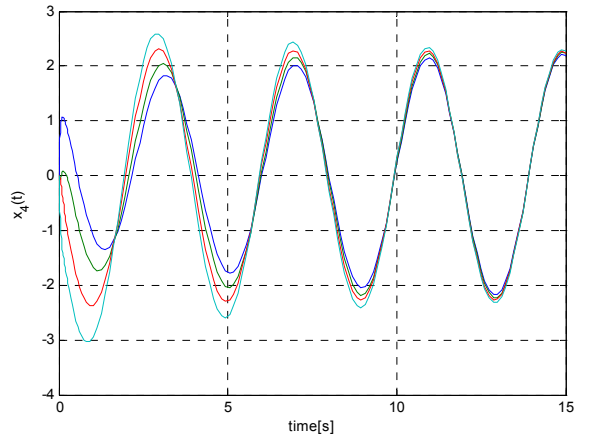


Fig. 6. 상태일치 결과($x_4(t)$)

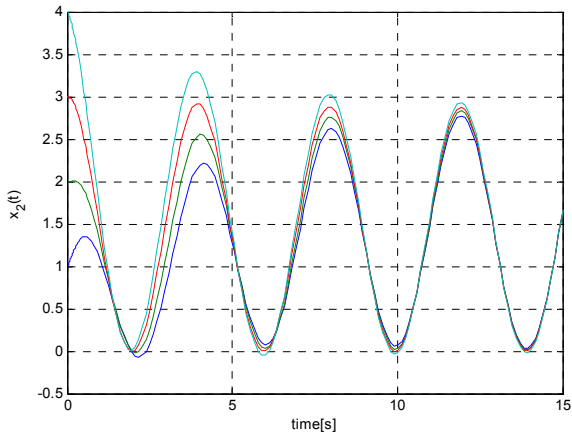


Fig. 4. 상태일치 결과($x_2(t)$)

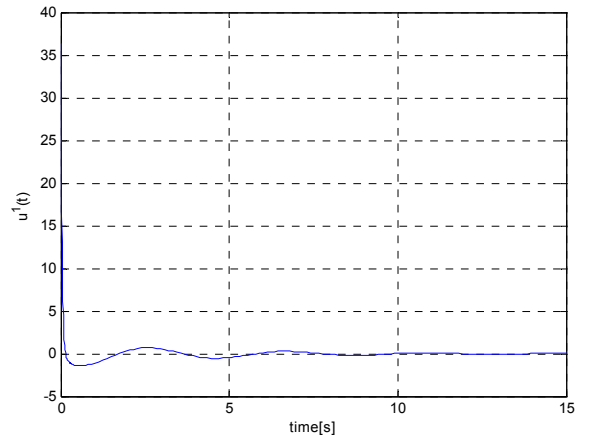


Fig. 7. 제어입력 $u^1(t)$

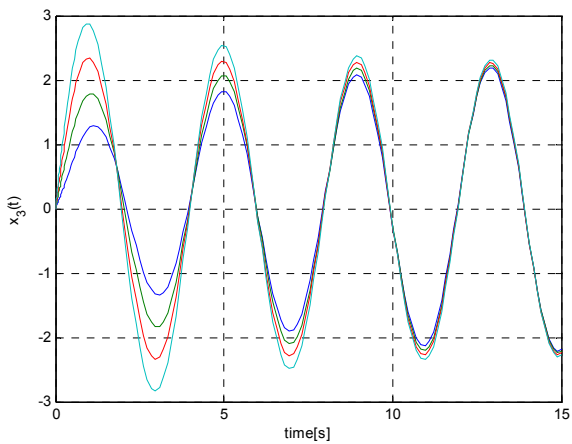


Fig. 5. 상태일치 결과($x_3(t)$)

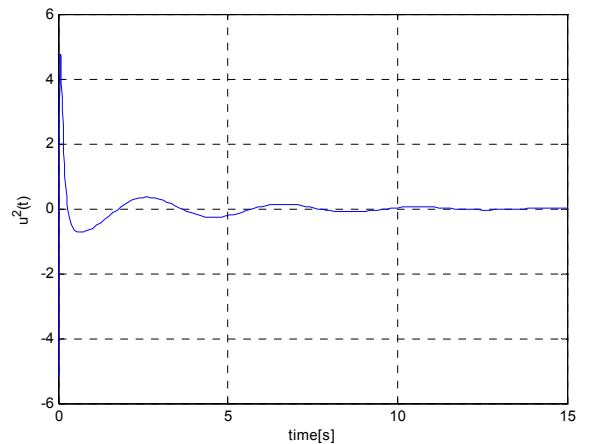


Fig. 8. 제어입력 $u^2(t)$

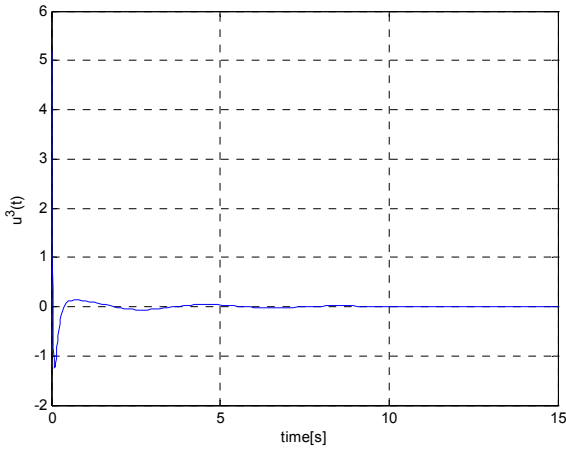


Fig. 9. 제어입력 $u^3(t)$

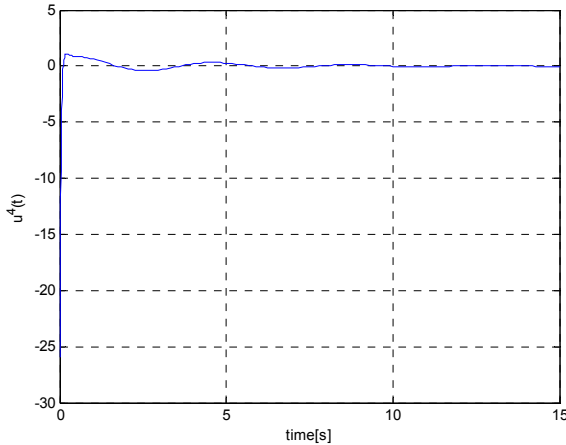


Fig. 10. 제어입력 $u^4(t)$

했을 때, 다개체 시스템의 상태일치 결과는 Fig. 3~6과 같다. 이로부터, 모든 상태가 정현파 궤적으로 잘 일치되어 가는 것을 확인할 수 있다.

또한, 시간이 지남에 따라 전체 시스템이 상태일치가 이루어지면서 각 개체에 입력되는 제어입력 값은 0으로 수렴하는 것을 Fig. 7~10에서 확인할 수 있다.

6. 결론

이 논문에서는 고차 다개체 시스템의 통신 네트워크가 방향성 그래프를 가질 때에도 선형행렬부등식 기법을 이용하여 상태일치 문제를 해결할 수 있는 방법

이 제시되었다. 주어진 상태일치 문제가 어느 특정한 시스템의 동시 점근안정화 문제 해법에 의해 풀릴 수 있음을 보였고, 선형행렬부등식 기법을 이용하여 동시 점근안정화 문제 해법을 제시함으로써 고차 다개체 시스템의 상태일치 문제를 해결하였다. 또한 2자유도 스프링-질량 시스템 예제를 통해 제안된 방법이 유용함을 보였다.

본 논문의 연구결과가 실제 무인 무기체계에 적용되기 위해서는 향후 추가적인 연구가 필요하다. 무인 잠수정(UUV)이나 무인수상정(USV)의 경우 타각에 제한이 있기 때문에 제어입력에 제한조건이 있는 경우의 문제해결이 필요하며, 무인항공기(UAV)나 유도탄 같은 경우 MIMO(Multi-Input Multi-Output) 시스템이므로 적용 가능한 시스템 영역의 확장이 필요할 것이다.

후 기

본 논문의 일부는 국방과학연구소의 연구(계약번호 UD100006KD)지원으로 수행되었으며, 이에 감사드립니다.

References

- [1] W. Ren, W. Beard, Distributed Consensus in Multi-vehicle Cooperative Control, Springer, 2008.
- [2] J. H. Seo, H. Shim, J. Back, "Consensus of High-order Linear Systems using Dynamic Output Feedback Compensator : Low Gain Approach", Automatica, Vol. 45, pp. 2656~2664, 2009.
- [3] 김수범, 최현철, 김형준, 심형보, 서진현, "파라미터 불확실성을 갖는 고차 선형시스템들의 상태일치", 정보 및 제어 심포지엄 논문집, 2009년 5월.
- [4] 최현철, 김수범, 김성준, 심형보, 서진현, "통신지연을 갖는 고차 선형시스템들의 상태일치", 정보 및 제어 심포지엄 논문집, 2009년 5월.
- [5] S. Boyd, L. El Ghaoui, E. Feron, V. Balakrishnan, Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory, SIAM, 1994.
- [6] B. Wie and D.S. Bernstein, Benchmark Problems for Robust Control Design, Proceedings of the 1992 American Control Conference, Chicago, 1992.