

# 외란관측기를 이용한 볼스크류 구동 2축 서보계의 최적튜닝

신동수\*, 정성종<sup>+</sup>

(논문접수일 2011. 04. 13, 수정일 2011. 09. 17, 심사완료일 2011. 09. 19)

## Optimal Tuning of a Ballscrew Driven Biaxial Servo System using a Disturbance Observer

Dong-Soo Shin\*, Sung-Chong Chung<sup>+</sup>

### Abstract

In this paper, optimal tuning of a cross-coupled controller linked with the feedforward controller and the disturbance observer is studied to improve contouring and tracking accuracy as well as robustness against disturbance. Previously developed integrated design and optimal tuning methods are applied for developing the robust tuning method. Strict mathematical modeling of the multivariable system is formulated as a state-space equation. Identification processes of the servomechanism are conducted for mechanical servo models. An optimal tuning problem to minimize both the contour error and settling time is formulated as a nonlinear constrained optimization problem including the relevant controller parameters of the servo control system. Constraints such as relative stability, robust stability and overshoot, etc. are considered for the optimization. To verify the effectiveness of the proposed optimal tuning procedure, linear and circular motion experiments are performed on the xy-table. Experimental results confirm the control performance and robustness despite the variation of parameters of the mechanical subsystems.

**Key Words :** Contour Error(윤곽오차), Cross-coupled Controller(상호결합제어기), Disturbance Observer(외란관측기), Feedforward Controller(앞먹임제어기), Integrated Design(통합설계), Optimal Tuning(최적튜닝), Tracking Error(추종오차)

## 1. 서론

고속·고정밀 서보시스템은 공작기계, 반도체 및 평판디스플레이(flat panel display, FPD) 제조장비 등과 같은 자동화 시스템의 핵심 요소이다. 특히, 다축 제어시스템의 경우 위치결정 정도의 향상과 동시에 추종정도(tracking accuracy)와 윤곽정도(contouring accuracy)를 향상시키는 것이 고속·고정밀 서보 제어시스템 설계에서 중요하다. 마찰력이나 절삭력 등의 외

란은 위치결정정도를 저하시키는데, 이 외란을 효과적으로 보상할 수 있는 제어기와 그의 최적튜닝(optimal tuning)이 필요하다. 외란을 효과적으로 보상하기 위해 내부루프(inner-loop) 제어기가 사용되며, 실제 시스템의 적용에 유연성을 가지는 Q-필터(Q-filter)가 사용된다<sup>(1)</sup>. 이 Q-필터는 외란관측기(disturbance observer, DOB)의 성능을 결정한다. 그러나 이 외란관측기와 실제 서보 제어시스템의 구성 요소들과의 상호관계를 고려한 최적튜닝에 관한 연구는 미흡하다<sup>(1)</sup>. 또한, 서보지연, 마

\* 한양대학교 산업과학연구소

+ 교신저자, 한양대학교 기계공학부 (schung@hanyang.ac.kr)

주소: 133-791 서울시 성동구 행당동 17번지

찰력 및 부하와 관련되어 서보의 추종성을 개선하기 위해 시스템의 극점과 영점을 상쇄시켜 위상을 영으로 하는 ZPETC<sup>(2)</sup>나 Optimal ZPETC<sup>(3)</sup>와 같은 앞먹임(feedforward) 방식의 연구가 사용된다. 그러나, 역모델을 기반으로 한 앞먹임제어기의 튜닝은 여러 개의 제어이득을 튜닝해야 함은 물론, 제어시스템의 모델링 오차 때문에 완벽한 추종 성능을 기대하기 어렵다. 또한, DOB나 앞먹임 제어기를 추종성을 개선하고 추종오차를 줄였다 하더라도, 다축 제어시스템의 경우 윤곽오차가 감소되지 않는다<sup>(3,4)</sup>. 이를 해결하기 위해 상호 결합제어(cross-coupled control, CCC)가 고안 되었다<sup>(4)</sup>. 그러나, CCC로 이루어진 시스템은 다변수(multivariable), 비선형 시변(time-varying) 시스템으로 최적튜닝이 어렵다<sup>(5)</sup>.

본 논문에서는, 2축 서보시스템에서 DOB와 앞먹임제어기가 복합된 CCC시스템을 구축하고, 이들의 최적튜닝을 연구한다. DOB설계에는 Q-필터를 적용하고, 선행된 통합설계법(integrated design)<sup>(6-10)</sup>과 최적튜닝 방법론<sup>(5)</sup>을 이용한다.

제어 대상인 볼스크류 구동 xy테이블의 기계부 모델과 외란 관측기를 설계하기 위한 공칭모델<sup>(1)</sup>은 시스템구명법<sup>(11)</sup>으로 규명하고, 다변수시스템의 상대안정도를 고려하기 위해 수학적 모델을 상태 공간에서 수립한다. 또한, 윤곽오차와 정착시간을 최소화하며 Q-필터의 대역폭 및 강인안정성, 시스템의 상대안정도와 오버슈트 등을 고려한 비선형 최적튜닝 문제를 정식화한다. 그리고 xy테이블에서 직선 및 원 운동 실험을 수행하여 최적튜닝 과정을 검증한다.

## 2. 제어시스템

### 2.1 추종오차와 윤곽오차

추종오차와 윤곽오차는 운동제어 시스템에서 일반적으로 정의하는 오차이다. 추종오차(tracking error)는 제어 대상체의 기준위치와 실제위치와의 차이로 정의되고, 윤곽오차(contouring error)는 기준궤적과 실제궤적과의 법선 방향의 차이로 정의된다. Fig. 1과 2는 직선운동과 원운동의 궤적이다. 이들의 경우 윤곽오차는 Fig. 1과 2의 관계로부터 각각 다음과 같이 유도 된다<sup>(5)</sup>.

$$\varepsilon_t = -e_x \sin \theta + e_y \cos \theta \quad (1)$$

$$\varepsilon_c = -e_x \left( \sin \theta - \frac{e_x}{2R} \right) + e_y \left( \cos \theta + \frac{e_y}{2R} \right) \quad (2)$$

### 2.2 앞먹임제어

Fig. 3은 추종오차를 줄이기 위한 앞먹임제어기 이다. 속도와 가속도 앞먹임제어기는 서보지연, 마찰력(friction) 및 외부부하

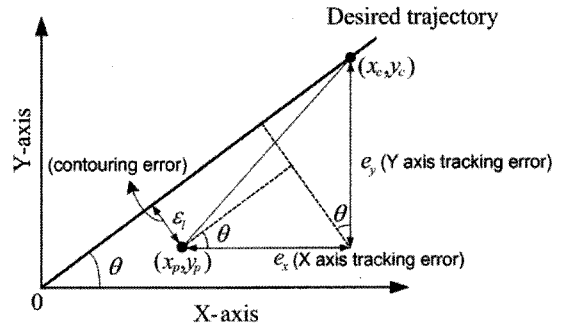


Fig. 1 Errors of the linear motion

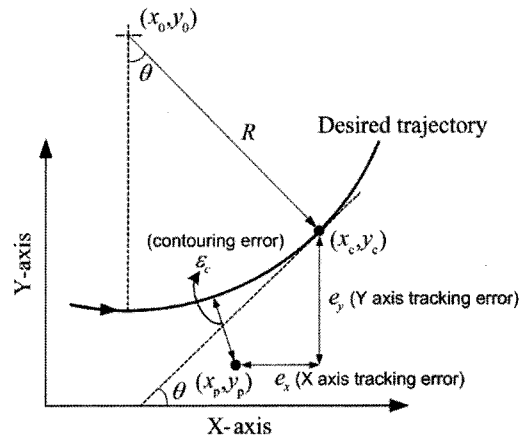


Fig. 2 Errors of the circular motion

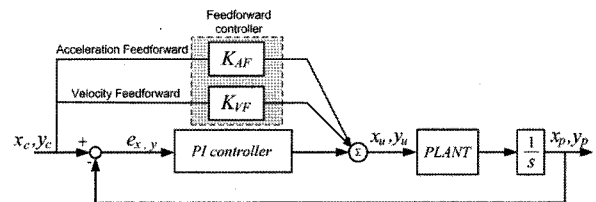


Fig. 3 Block diagram of the feedforward controller

와 관련된 서보계의 추종오차를 줄이기 위해 설계된다. 각 축에 구성된 속도 앞먹임제어기(velocity feedforward controller)와 가속도 앞먹임제어기(acceleration feedforward controller)는 다음과 같다.

$$\text{Feedforward}_x = K_{VF_x} \dot{x} + K_{AF_x} \ddot{x} \quad (3)$$

$$\text{Feedforward}_y = K_{VF_y} \dot{y} + K_{AF_y} \ddot{y} \quad (4)$$

앞먹임제어기는 추종성능을 개선하기 때문에 산업계에서 많이 사용한다. 또한, 앞먹임제어기를 이용하면 피드백 제어기의 대역폭이 향상된다.

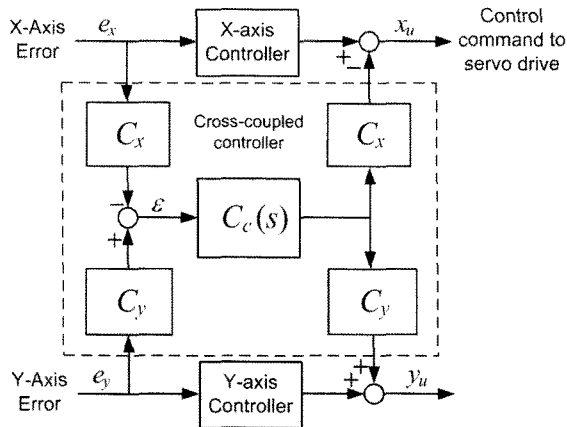


Fig. 4 Block diagram of the cross-coupled controller

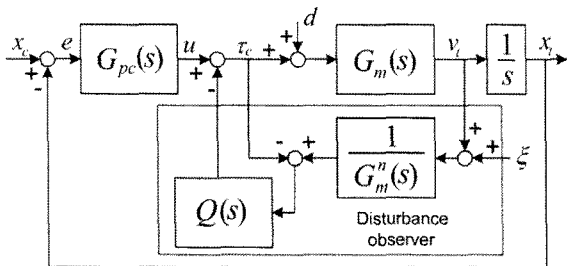


Fig. 5 Block diagram of the disturbance observer

2.3 상호결합제어기

상호결합제어 시스템의 목적은 두축을 교차시켜 다른 축의 거동을 고려하여 제어함으로써 윤곽오차를 줄이는데 있다. Fig. 4는 CCC시스템의 구조이다. 각 축에 구성된 위치제어기와 상호결합제어기 \$C\_c\$는 비례-적분 (PI)제어기로 구성하였고, 상호결합이득(cross-coupling gain) \$C\_x, C\_y\$는 지령궤적의 형태에 따라 값이 변한다. 직선운동을 하는 시스템과 원운동을 하는 시스템의 이득은 식 (1), (2) 계산식에 따라 각각 다음과 같이 정의 된다<sup>(5)</sup>.

$$C_x = \sin \theta, C_y = \cos \theta : \text{linear motion} \quad (5)$$

$$C_x = \sin \theta - \frac{e_x}{2R}, C_y = \cos \theta + \frac{e_y}{2R} : \text{circular motion} \quad (6)$$

2.4 외란관측기

외란관측기는 Fig. 5와 같이 공칭모델 \$G\_m^n\$과 \$Q\$-필터를 이용하여 외란을 추정한다<sup>(1)</sup>. Fig. 5로부터 서보계의 속도출력 \$v\_i\$는 외부루프 제어기에서 제어입력 \$u\$, 외란 \$d\$, 측정잡음 \$\xi\$에 대하여

$$v_i = G_{uv_i}(s)u + G_{dv_i}(s)d + G_{\xi v_i}(s)\xi \quad (7)$$

여기서,  $G_{uv_i}(s) = \frac{G_m(s)G_m^n(s)}{G_m^n(s) + \{G_m(s) - G_m^n(s)\}Q(s)}$

$$G_{dv_i}(s) = \frac{G_m(s)G_m^n(s)\{1 - Q(s)\}}{G_m^n(s) + \{G_m(s) - G_m^n(s)\}Q(s)}$$

$$G_{\xi v_i}(s) = -\frac{G_m(s)Q(s)}{G_m^n(s) + \{G_m(s) - G_m^n(s)\}Q(s)}$$

식 (7)에서 \$|Q(j\omega)|=1\$이면 식 (7)은

$$G_{uv_i}(s) \approx G_m^n(s), G_{dv_i}(s) \approx 0, G_{\xi v_i}(s) = -1 \quad (8)$$

이 경우 실제 시스템 \$G\_m\$은 공칭모델 \$G\_m^n\$처럼 거동하고 외란의 영향이 상쇄된다. 반면에 \$|Q(j\omega)|=0\$이면 식 (7)은 다음과 같이 된다.

$$G_{uv_i}(s) \approx G_m(s), G_{dv_i}(s) \approx G_m(s), G_{\xi v_i}(s) = 0 \quad (9)$$

즉, 잡음에 대한 강인성이 향상된다. 따라서 저주파역에서는 외란 억제에 위해 \$|Q(j\omega)|=1\$, 고주파역에서는 잡음 억제를 위해 \$|Q(j\omega)|=0\$의 특성을 갖는 \$Q\$-필터의 설계가 필요하다. 본 논문에서는 이를 위해 다음과 같은 \$Q\$-필터를 도입한다<sup>(1)</sup>.

$$Q(s) = \frac{1 + \sum_{k=1}^{N-r} a_k(\tau s)^k}{1 + \sum_{k=1}^N a_k(\tau s)^k} \quad (10)$$

식 (10)의 계수 \$a\_k\$를 최적으로 결정하기 위해 다음과 같은 최적화 문제를 사용한다<sup>(1)</sup>.

$$\min_{a_k} \left[ |W_1^{-1}(j\omega) \cdot \{1 - Q(j\omega)\}|^2 + |W_2^{-1}(j\omega) \cdot Q(j\omega)|^2 \right] \quad (11)$$

식 (11)에서 \$W\_1\$과 \$W\_2\$는 각각 민감도함수(sensitivity function)와 여민감도함수(complementary sensitive function)로서 다음과 같이 표현된다.

$$W_1(s) = \frac{G_m^n(s)\{1 - Q(s)\}}{\{G_m(s) - G_m^n(s)\}Q(s) + G_m^n(s)} \approx 1 - Q(s) \quad (12)$$

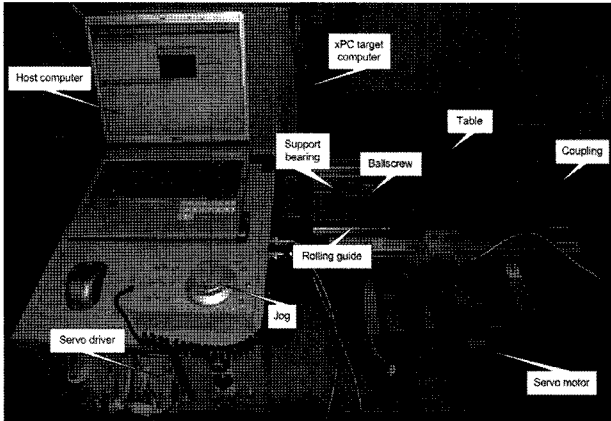


Fig. 6 Experimental set-up(xy-table)

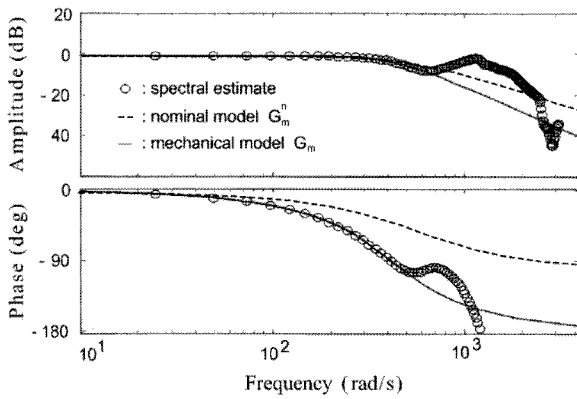


Fig. 7 Frequency responses of the mechanical models

$$W_2(s) = \frac{G_m(s)Q(s)}{\{G_m(s) - G_m^n(s)\}Q(s) + G_m^n(s)} \approx Q(s) \quad (13)$$

식 (11)에 대한 최적해로서 본 논문에서는 다음과 같은 3차 식의  $Q$ -필터를 도입한다<sup>(1)</sup>.

$$Q(s) = \frac{3(s\tau) + 1}{(s\tau)^3 + 3(s\tau)^2 + 3(s\tau) + 1} \quad (14)$$

### 3. 서보계 모델링

#### 3.1 기계부 모델 규명

기구부의 동적모델을 유도하기 위해 입출력 데이터로부터 실험적으로 수학적모델을 규명한다. 시스템규명은 1msec의 데이터 샘플링 주기에서 xy테이블을 대상으로 수행한다. Fig. 6은 AC 서보모터, 볼나사(ball-screw) 그리고 1 $\mu$ m 분해능을 갖는 동산제닉스의 JSSIL-300mm 리니어엔코더(linear encoder)로 구성된 xy 테이블이다. 특정한 주파수영역에 가중치를 부여할

수 있는 가중최소자승법<sup>(11-12)</sup>으로부터 ARMAX 모델이 유도된다. 입력 속도지령은 대상시스템의 Nyquist 주파수까지 단위 스펙트럼을 갖는 PRBS 신호를 사용하고, 모터의 회전속도를 출력으로 한다. 규명된 기계부 모델은 식 (15)와 같이  $G_{mx}(s)$ ,  $G_{my}(s)$  2차로 유도하고, 외란관측기의 공칭모델은 식 (16)과 같이  $G_{mx}^n(s)$ ,  $G_{my}^n(s)$  1차로 유도한다. 시스템의 규명작업은 MATLAB의 toolbox<sup>(13)</sup>와 simulink<sup>(14)</sup>를 사용한다.

$$G_{mx,my}(s) = \frac{n_{x1,y1}}{s^2 + m_{x1,y1}s + m_{x2,y2}} \quad (15)$$

$$G_{mx,my}^n(s) = \frac{n_{x1,y1}^n}{s + m_{x1,y1}^n} \quad (16)$$

Fig. 7은 규명된 기구부 모델과 공칭모델의 Bode 선도이다. 고주파 영역에서는 잡음 등의 영향으로 근사오차가 존재하나, 실제 운동에 영향을 미치는 저주파 영역에서는 실제 모델과 잘 일치한다.

#### 3.2 상태공간 모델링

Fig. 8 은 전체 서보 제어시스템의 구조이다. 여기서,  $P_x$ ,  $P_y$  는 각 축의 위치제어기,  $C_c$ 는 상호결합제어기,  $FF_x$ ,  $FF_y$ 는 각 축의 속도, 가속도 앞먹임제어기,  $Q_x$ ,  $Q_y$ 는 각 축의  $Q$ -필터,  $C_{x,y}$ 는 상호결합이득으로 일반적인 곡선이 직선의 연속이라는 가정<sup>(5)</sup>하에 다음과 같이 정의된다.

$$P_{x,y}(s) = K_{px,py} + K_{ix,iy} \frac{1}{s}, \quad C_c(s) = K_{pc} + K_{ic} \frac{1}{s} \quad (17)$$

$$FF_x(s) = K_{ffvx} \left( \frac{s}{\tau_{fvx}s + 1} \right) + K_{ffax} \left( \frac{s}{\tau_{fax}s + 1} \right)^2 \quad (18)$$

$$FF_y(s) = K_{ffvy} \left( \frac{s}{\tau_{fvy}s + 1} \right) + K_{ffay} \left( \frac{s}{\tau_{fay}s + 1} \right)^2 \quad (19)$$

$$Q_{x,y}(s) = \frac{3(s\tau_{qx,qy}) + 1}{(s\tau_{qx,qy})^3 + 3(s\tau_{qx,qy})^2 + 3(s\tau_{qx,qy}) + 1} \quad (20)$$

$$C_x = \sin \theta, \quad C_y = \cos \theta \quad (21)$$

상호결합제어 시스템에서 원운동을 수행하면 식 (6)의 상호 결합이득이 적용된다. 이 상호결합이득은 시변, 비선형의 특성을 가지고 있기 때문에 수립된 수학적 모델의 최적화가 곤란하다. 따라서 모든 곡선을 매우 작은 직선의 연속으로 변환하고, 임의의  $\theta$ 에서 최적튜닝된 파라미터들은  $\theta$ 의 전 범위에서 최적 성능을 나타낸다는 선행연구 결과<sup>(5)</sup>를 적용한다. 그러면, 2축 서보 제어시스템의 수학적 모델은 직선운동에 근거하여 다음과 같은 상태공간방정식(state space equation)<sup>(5)</sup>으로 유도된다.

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}_c \mathbf{x} + \mathbf{B}_c \mathbf{u} \\ \mathbf{y} &= \mathbf{C}_c \mathbf{x} \end{aligned} \quad (22)$$

여기서,

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_{20} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_p \\ \dot{x}_1 + a_9 x_1 \\ \vdots \\ \dot{x}_{19} + f_1 x_1 + e_1 x_{11} - h_1 u_1 - g_1 u_2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{u} = \begin{bmatrix} x_c \\ y_c \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{A}_c = \begin{bmatrix} -a_9 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ -a_8 & 0 & 1 & \cdots & 0 & -b_8 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ -a_0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & -b_0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & -e_9 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ -f_8 & 0 & 0 & \cdots & 0 & -e_8 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ -f_7 & 0 & 0 & \cdots & 0 & -e_7 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ -f_0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & -e_0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B}_c = \begin{bmatrix} 0 & c_8 & c_7 & \cdots & c_0 & 0 & h_8 & h_7 & \cdots & h_0 \\ 0 & d_8 & d_7 & \cdots & d_0 & 0 & g_8 & g_7 & \cdots & g_0 \end{bmatrix}^T$$

$$\mathbf{C}_c = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} a_0 &= \frac{n_{x1}^n n_{x1} \{K_{ix} + K_{ic} (1 - \cos^2 \theta)\}}{\tau_{qx}^3 n_{x1}^n \tau_{fvx} \tau_{fax}^2} \\ &\vdots \\ a_9 &= \frac{\tau_{qx}^3 n_{x1}^n \tau_{fax}^2 + 3\tau_{qx}^2 n_{x1}^n \tau_{fvx} \tau_{fax}^2}{\tau_{qx}^3 n_{x1}^n \tau_{fvx} \tau_{fax}^2} \\ &+ \frac{\tau_{qx}^3 n_{x1}^n m_{x1} \tau_{fvx} \tau_{fax}^2 + 2\tau_{qx}^3 n_{x1}^n \tau_{fvx} \tau_{fax}}{\tau_{qx}^3 n_{x1}^n \tau_{fvx} \tau_{fax}^2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b_0 = d_0 &= -\frac{n_{x1} K_{ic} \sin \theta \cos \theta}{\tau_{qx}^3 \tau_{fvx} \tau_{fax}^2} \\ &\vdots \\ b_7 = d_7 &= -n_{x1} \sin \theta \cos \theta K_{pc} \\ c_0 &= -\frac{n_{x1}^n n_{x1} \{K_{ix} + K_{ic} (1 - \cos^2 \theta)\}}{\tau_{qx}^3 n_{x1}^n \tau_{fvx} \tau_{fax}^2} \\ &\vdots \\ c_7 &= \frac{n_{x1}^n n_{x1} \tau_{qx}^3 (K_{px} \tau_{fvx} \tau_{fax}^2 + K_{ffax} \tau_{fvx} + K_{ffvx} \tau_{fax}^2)}{\tau_{qx}^3 n_{x1}^n \tau_{fvx} \tau_{fax}^2} \\ &+ \frac{n_{x1}^n n_{x1} K_{pc} \tau_{fvx} \tau_{fax}^2 \tau_{qx}^3 (1 - \cos^2 \theta)}{\tau_{qx}^3 n_{x1}^n \tau_{fvx} \tau_{fax}^2} \\ e_0 &= \frac{n_{y1}^n n_{y1} \{K_{iy} + K_{ic} (1 + \cos^2 \theta)\}}{\tau_{qy}^3 n_{y1}^n \tau_{fvy} \tau_{fay}^2} \\ &\vdots \\ e_9 &= \frac{\tau_{qy}^3 n_{y1}^n \tau_{fay}^2 + 3\tau_{qy}^2 n_{y1}^n \tau_{fvy} \tau_{fay}^2}{\tau_{qy}^3 n_{y1}^n \tau_{fvy} \tau_{fay}^2} \\ &+ \frac{\tau_{qy}^3 n_{y1}^n m_{y1} \tau_{fvy} \tau_{fay}^2 + 2\tau_{qy}^3 n_{y1}^n \tau_{fvy} \tau_{fay}}{\tau_{qy}^3 n_{y1}^n \tau_{fvy} \tau_{fay}^2} \\ f_0 = h_0 &= -\frac{n_{y1} K_{ic} \sin \theta \cos \theta}{\tau_{qy}^3 \tau_{fvy} \tau_{fay}^2} \\ &\vdots \\ f_7 = h_7 &= -n_{y1} \sin \theta \cos \theta K_{pc} \\ g_0 &= -\frac{n_{y1}^n n_{y1} (K_{iy} + K_{ic} \cos^2 \theta)}{\tau_{qy}^3 n_{y1}^n \tau_{fvy} \tau_{fay}^2} \\ &\vdots \\ g_7 &= \frac{n_{y1}^n n_{y1} \tau_{fvy} \tau_{fay}^2 \tau_{qy}^3 (K_{py} - K_{pc} \cos^2 \theta)}{\tau_{qy}^3 n_{y1}^n \tau_{fvy} \tau_{fay}^2} \end{aligned}$$

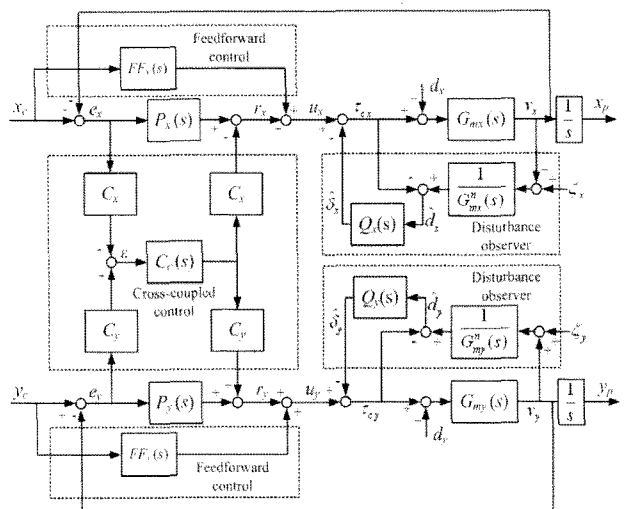


Fig. 8 Block diagram of the overall system

## 4. 제어시스템

### 4.1 최적튜닝의 목적함수와 구속조건

본 논문의 목표는 통합된 서보제어 시스템이 여러 성능조건과 구속조건들을 만족하면서 빠른 응답성과 정밀도를 향상시키기 위함이다. 따라서 식 (1)에서 정의된 윤곽오차와 식 (23)에서 정의하는 정착시간의 최소화가 다목적함수(multi-objective function)로 고려된다. 정착시간은 단위계단 입력에 대한 시스템의 응답곡선이 최종값의 ±2%내의 범위에 머물게 되는 시간으로 다음과 같이 정의한다.

$$\begin{aligned} t_{sx} &= \{t : x_p(t) = 0.98x_{ss}\} \\ t_{sy} &= \{t : y_p(t) = 0.98y_{ss}\} \end{aligned} \quad (23)$$

또한 최적화 과정 중에 발생하는 설계변수의 발산 및 유효숫자 등과 관련된 계산오차를 최소화하기 위해 다목적함수의 각 항을 다음과 같이 무차원변수로 변환하여 최적튜닝 과정에 사용한다.

$$F_n(X) = w_1 \varepsilon_l^n + w_2 t_s^n \quad (24)$$

여기서,  $\varepsilon_l^n = \frac{\varepsilon_l}{\varepsilon_{l0}}$ ,  $t_s^n = \frac{t_{sx} + t_{sy}}{t_{sx0} + t_{sy0}}$

그리고 과도한 오버슈트 발생을 억제하기 위해 식 (25)에 정의한 구속조건을 고려한다.

Table 1 Constraints for optimal tuning

Description	Constraints
Relative stability	$Cg_1 : s_i^{++} < 0$ $s_i^{++} = \{s : P^{++}(s) = 0\}, i = 1 \sim 20$
	$Cg_2 : s_i^{--} < 0$ $s_i^{--} = \{s : P^{--}(s) = 0\}, i = 1 \sim 20$
	$Cg_3 : s_i^{+-} < 0$ $s_i^{+-} = \{s : P^{+-}(s) = 0\}, i = 1 \sim 20$
	$Cg_4 : s_i^{-+} < 0$ $s_i^{-+} = \{s : P^{-+}(s) = 0\}, i = 1 \sim 20$
Maximum overshoot	$Cg_5 : M_x(\theta) < 15\%$ , where $\theta = 80^\circ$ $Cg_6 : M_y(\theta) < 15\%$ , where $\theta = 10^\circ$
Robust stability	$Cg_7 :  Q(s) _{s=j\omega} < \left  \frac{1}{W(s)} \right _{s=j\omega}, \forall \omega$

$$\begin{aligned} M_x &= \frac{\max\{x_p(t)\} - x_{ss}}{x_{ss}} \times 100\% \\ M_y &= \frac{\max\{y_p(t)\} - y_{ss}}{y_{ss}} \times 100\% \end{aligned} \quad (25)$$

설계된 제어시스템은 운동경로의 형태에 따라서 식 (1)과 (2)의  $\theta$ 가 변하므로 그에 따른 오버슈트 역시 다른 결과를 보인다. 본 논문에서는  $10^\circ$ 에서 Y축의 최대오버슈트를 구속조건으로 하고,  $80^\circ$ 에서 X축의 최대오버슈트를 구속조건으로 고려한다.

### 4.2 강인안정성 및 외란억제 성능

시스템을 규명하는 과정에서 발생한 모델링 오차, 직선에서 벗어나는 이동경로에 따라 발생하는  $\theta$ 값의 변동에 따른 상호 결합이득의 변동 때문에 제어시스템에 불확실성이 존재한다. 이에 대한 안정도 확보를 위해 상대안정도를 고려한다. 식 (22)의 상태공간방정식으로 수립된 시스템의 상대안정도 고려를 위해 카리토노브 다항식 (5)을 이용한다.

외란관측기의 성능을 평가하는 중요한 두 가지의 기준은 강인안정성과 외란억제 성능이다. 강인안정성의 보장에는 식 (26)이 필요하다<sup>(1)</sup>.

Table 2 Operating conditions for optimal tuning

Description		Values(Unit)
Feedrate		3(m/min)
Plant uncertainty		±1(%)
$\theta$		45(degree)
Weighting factors	$w_1$	0.5
	$w_2$	0.5
Mechanical subsystem parameters	$n_{x1}$	206500
	$m_{x1}$	696.9
	$m_{x2}$	238300
	$n_{y1}$	154800
	$m_{y1}$	574
	$m_{y2}$	173400
	$n_{x1}^n$	613.4
	$m_{x1}^n$	701
Time constants	$n_{y1}^n$	488.3
	$m_{y1}^n$	534.5
	$\tau_{f_{vx}}$	0.01(sec)
	$\tau_{f_{vy}}$	0.01(sec)
	$\tau_{f_{ax}}$	0.01(sec)
	$\tau_{f_{ay}}$	0.01(sec)

$$|W_2(s)|_{s=j\omega} \approx |Q(s)|_{s=j\omega} < \left| \frac{1}{W(s)} \right|_{s=j\omega}, \forall \omega \quad (26)$$

외란억제 성능은 여민감도함수 또는 Q-필터의 대역폭  $\omega_q$ 로 부터 평가된다.

$$\omega_q = \left\{ \omega : |W_2(s)|_{s=j\omega} \approx |Q(s)|_{s=j\omega} = \frac{1}{\sqrt{2}} \right\} \quad (27)$$

대역폭이 증가할수록 강인안정성이 감소한다. Table 1은 최적튜닝 시 고려할 구속조건이다.

### 4.3 통합설계의 정식화

설계변수 X, 다목적함수 F(X), 구속조건들인 Cg(X)가 튜닝 과정에 정의된다. 최적튜닝 대상의 설계변수는 모든 제어 요소들의 파라미터인  $K_{px}, K_{ix}, K_{py}, K_{iy}, K_{pc}, K_{ic}, K_{ffvx}, K_{ffvy}, K_{ffax}, K_{ffay}, \tau_{qx}, \tau_{qy}$ 로 선정한다. 서보계의 수학적 모델과 성능평가 함수들로부터 최적튜닝 문제는 다음의 비선형 최적화 문제로 정식화 된다.

Minimize

$$F_n(\mathbf{x}) = w_1 \varepsilon_i^n + w_2 \tau_s^n \quad (28)$$

subjected to

$$Cg_i(\mathbf{x}) \leq 0, i = 1 \sim 7$$

$$x_j^L \leq x_j \leq x_j^U, j = 1 \sim 12$$

$$\mathbf{x} = [K_{px}, K_{ix}, K_{py}, K_{iy}, K_{pc}, K_{ic}, K_{ffvx}, K_{ffvy}, K_{ffax}, K_{ffay}, \tau_{qx}, \tau_{qy}]$$

## 5. 최적튜닝 실험결과

### 5.1 최적튜닝의 수행 및 결과

본 논문에서는 구속조건이 있는 비선형 문제에 적합한 SQP (Sequential Quadratic Programming) 알고리즘<sup>(15)</sup>과 MATLAB<sup>(16)</sup>을 사용하여 식 (28)로 표현된 최적화 문제를 푼다. 앞서 규명된 xy테이블의 파라미터에  $\pm 1\%$  불확실성이 존재하는 경우, X 축과 지평궤적 사이의 각이 45°인 직선운동에 대하여 최적튜닝을 수행한다. 초기값은 앞먹임제어기, 상호결합제어기 그리고 외란관측기를 사용하지 않는 경우에 시행착오법으로 튜닝한 x 축과 y축의 제어이득을 사용한다. Table 2는 최적튜닝을 위한 작동조건이고 Table 3은 최적튜닝 결과이다.

최적튜닝 기법의 우수성과 실효성을 검증하기 위해 Fig. 6에

Table 3 Optimal tuning results: design variables

Design variable	Unit	Initial design (uncoupled)	Optimal tuning
$x_1(K_{px})$	V/V	100.000	203.929
$x_2(K_{ix})$	V/V	0.100	0.00632
$x_3(K_{py})$	V/V	80.000	194.993
$x_4(K_{iy})$	V/V	0.100	0.00712
$x_5(K_{pc})$	V/V	0.000	168.109
$x_6(K_{ic})$	V/V	0.000	0.00023
$x_7(K_{ffvx})$	V/V	0.000	0.00580
$x_8(K_{ffvy})$	V/V	0.000	0.00990
$x_9(K_{ffax})$	V/V	0.000	0.00020
$x_{10}(K_{ffay})$	V/V	0.000	0.00040
$x_{11}(\tau_{qx})$	V/V	0.000	0.01600
$x_{12}(\tau_{qy})$	V/V	0.000	0.01300

보인 xy 테이블을 대상으로 직선운동과 원운동의 성능평가 실험을 수행한다. 그리고, 제안하는 서보 제어시스템의 강인성을 확인하기 위하여 기계부 파라미터 값을  $\pm 1\sim 10\%$ 까지 변화시키면서 강인제어 성능을 실험한다. 또한, 개발된 시스템의 성능을 확인하기 위해 Uncoupled control(비례-적분 제어기만 사용한 시스템), Cross-coupled control, CCC + PI + FF(비례-적분 제어기, 상호결합제어기와 피드포워드를 결합한 최적튜닝 시스템) 경우들과 함께 비교 분석하여 개발된 최적튜닝 시스템(CCC + PI + FF + DOB)의 우수성을 검증한다.

### 5.2 직선운동

Fig. 9는 각각의 제어방식에 따른 직선운동에 대한 실험 결과이다. Uncoupled 시스템의 경우 30 $\mu\text{m}$ 의 윤곽오차를 보였고, 시행착오법으로 튜닝한 Cross-coupled control시스템의 경우 8 $\mu\text{m}$ 으로 윤곽오차가 감소되어 상호결합제어기의 윤곽제어 효과를 확인할 수 있다. 그리고, CCC + PI + FF 시스템의 경우 2 $\mu\text{m}$ 까지 윤곽오차가 감소되어 앞먹임제어기가 부가됨으로써 보다 더 좋은 윤곽정밀도를 얻게 된다. 그러나, 개발된 CCC + PI + FF + DOB의 최적튜닝 결과를 적용하면 0.5 $\mu\text{m}$  이하의 윤곽오차를 얻게 되어 최상의 제어 성능을 달성하게 된다. 즉, 개발된 제어시스템은 Uncoupled 시스템보다 98.4%, Cross-coupled control시스템보다 94%, CCC + PI + FF 시스템보다 윤곽오차가 75% 개선된 우수한 궤적 추종성을 보인다.

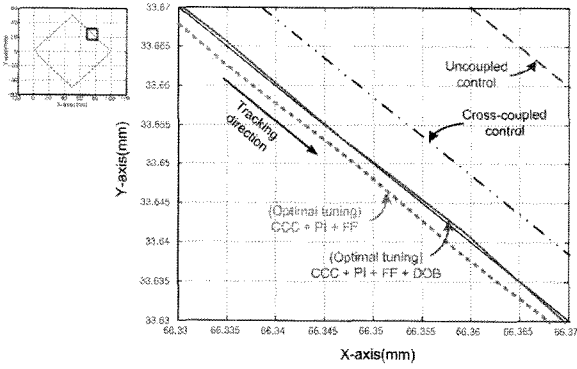


Fig. 9 Experimental results of the linear motion

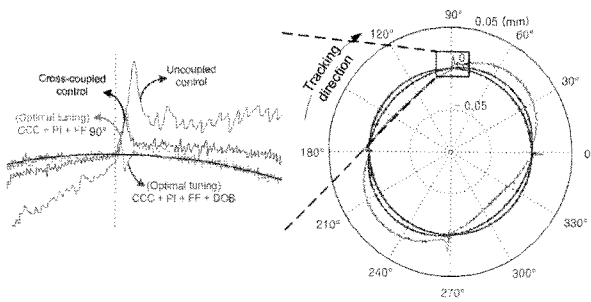


Fig. 10 Experimental results of the circular motion

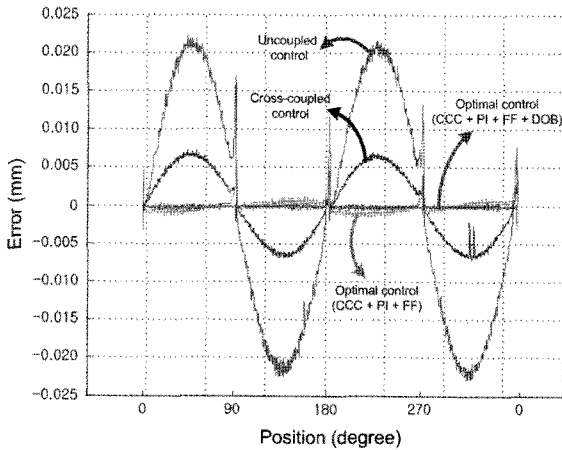


Fig. 11 Errors of the circular motion

### 5.3 원운동

직선운동에서 최적튜닝된 결과를 원운동에 적용하기 위해 50mm반경을 갖는 1024각형으로 원운동 실험을 수행한다. Fig. 10은 상한절환이 일어나는 90°부분을 확대한 것이다. 운동방향이 반전되는 상한점에서 정지마찰력과 백래시 때문에 상한절환오차는 Uncoupled 시스템의 경우 17 $\mu$ m, 시행착오법으로 튜닝한 Cross-coupled control시스템의 경우 7 $\mu$ m, CCC + PI + FF 시스템의 경우 7 $\mu$ m의 오차가 발생한다. 그러나, 본 연구에서 제안한 CCC + PI + FF + DOB의 최적튜닝 결과

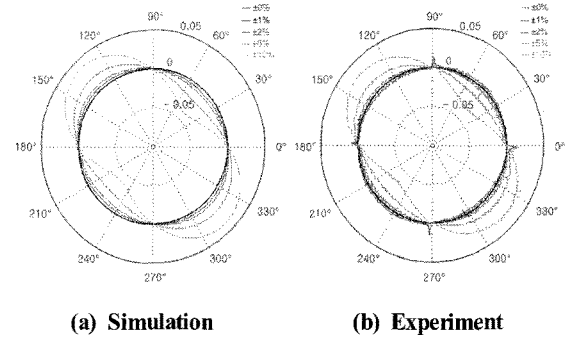


Fig. 12 Circular motion cases with parameter variation (Uncoupled control system without DOB)

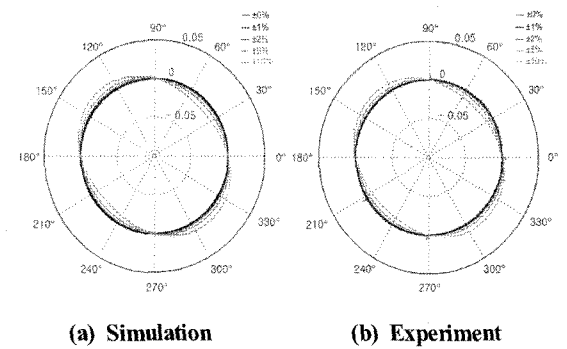


Fig. 13 Circular motion cases with parameter variation (Cross-coupled control system without DOB)

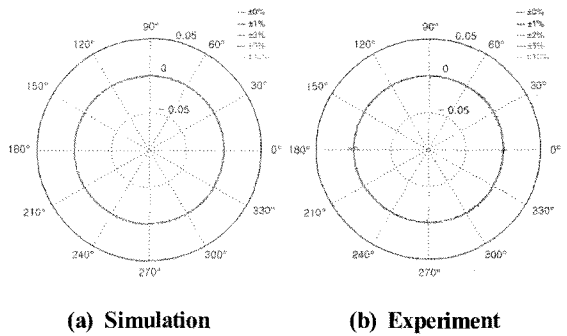


Fig. 14 Circular motion cases with parameter variation (CCC + PI + FF + DOB system)

를 적용한 경우 2 $\mu$ m까지 윤곽오차가 감소되었고, 가장 빨리 기준궤적을 추종 한다. 즉, 외란관측기가 첨가됨으로써 속도도와 가속도 변화에 신속한 보상 제어가 이루어지며 우수한 윤곽 추종 성능이 얻어진다.

Fig. 11은 원운동 실험을 분석하기 위해 각변화에 따라 윤곽 오차를 측정된 것이다. 개발된 최적튜닝시스템(CCC + PI + FF + DOB)이 전 범위에서 가장 적은 운동오차를 보여준다. 원운동은 직선운동과 달리 이동경로가 바뀔때 따라 변하는  $\theta$  값을 적용하였음에도 불구하고 기준궤적을 잘 따라가는 우수한 운동제어 결과를 보여준다. 이러한 원운동 실험결과로부터



직선운동을 대상으로 최적튜닝한 결과 값이 원운동에도 잘 적용됨을 확인하였다.

### 5.4 기계부 파라미터에 변동성이 있는 경우

제한된 서보 제어시스템의 강인성을 확인하기 위해 3.1절에서 규명된 xy 테이블의 기계부 파라미터에  $\pm 1\% \sim \pm 10\%$ 까지 변화를 주면서 원운동에서 최적튜닝에 대한 수치해석과 실험을 수행한다. Fig. 12와 13은 외란관측기가 없는 Uncoupled 시스템과 Cross-coupled control 시스템의 경우이고, Fig. 14는 외란관측기와 앞먹임제어기가 부가된 CCC + PI + FF + DOB 제어시스템의 최적튜닝 결과이다. 결과들에서 확인할 수 있듯이 개발된 서보제어기와 최적튜닝시스템은 기계부 파라미터의  $\pm 1\% \sim \pm 10\%$  변화에도 불구하고 운동궤적의 추종성과 윤곽제어 성능이 다른 시스템보다 우수함을 확인할 수 있다.

## 6. 결론

본 논문에서는 서보 제어시스템의 추종정밀도와 윤곽정밀도를 향상 시키기 위하여 상호결합제어기, 앞먹임제어기 및 외란관측기를 복합한 서보제어기의 최적튜닝법을 개발하였다. 그리고, 개발된 최적튜닝시스템을 검증하기 위해 xy 테이블에서 실험하여 다음과 같은 결과를 얻었다.

- (1) 시변 2축 서보 제어시스템의 최적운동제어에 필요한 상태공간방정식을 유도하였다.
- (2) 2축 서보 제어시스템에서 상대안정도, 오버슈트 그리고 외란에 강인한 구속조건을 만족하면서 윤곽오차와 정착시간을 최소로 하는 최적튜닝문제를 정식화 하였다.
- (3) 개발된 제어시스템과 최적튜닝법을 이용하면 직선 및 원운동에서 Uncoupled 시스템보다 98.4%, Cross-coupled control 시스템보다 94%, CCC + PI + FF 시스템보다 75%의 윤곽오차를 개선할 수 있다.
- (4) 통합설계법에 기초한 최적튜닝법에 의해 설계된 CCC + PI + FF + DOB 시스템은 외란관측기의 내부안정도를 만족하면서 외란에 강인하고 우수한 궤적 추종 성능을 보인다.

## 참고 문헌

- (1) Kim, M. S., and Chung, S. C., 2005, "Integrated Design of Servomechanisms using a Disturbance Observer," *Trans. of KSME(A)*, Vol. 29, No. 4, pp. 591 ~ 599.
- (2) Tomizuka, M., 1987, "Zero Phase Error Tracking Algorithm for Digital Control," *ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, Vol. 109, No. 1, pp. 65 ~ 68.

- (3) Yeh, S. S., and Hsu, P. L., 1999, "Analysis and Design of the Integrated Controller for Precise Motion System," *IEEE Transactions on Control System Technology*, Vol. 7, No. 6, pp. 706 ~ 717.
- (4) Koren, Y., 1980, "Cross-coupled Biaxial Computer Control for Manufacturing Systems," *ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, Vol. 102, No. 4, pp. 265 ~ 272.
- (5) Bae, H. K., and Chung, S. C., 2006, "Optimal Tuning of Biaxial Servomechanisms using a Cross-Coupled Controller," *Trans. of KSME(A)*, Vol. 30, No. 10, pp. 1209 ~ 1218.
- (6) Kim, M. S., and Chung, S. C., 2003, "Integrated Design of High-Speed Feed Drive Systems," *Trans. of KSME(A)*, Vol. 27, No. 12, pp. 2028 ~ 2038.
- (7) Kim, M. S., and Chung, S. C., 2004, "Integrated Design of Feed Drive Systems using Discrete 2-D.O.F. Controllers (I)," *Trans. of KSME(A)*, Vol. 28, No. 7, pp. 1029 ~ 1037.
- (8) Kim, M. S., and Chung, S. C., 2004, "Integrated Design of Feed Drive Systems using Discrete 2-D.O.F. Controllers (II)," *Trans. of KSME(A)*, Vol. 28, No. 7, pp. 1038 ~ 1046.
- (9) Kim, M. S., and Chung, S. C., 2005, "A Systematic Approach to Design High-Performance Feed Drive Systems," *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, Vol. 45, Issues 12-13, pp. 1421 ~ 1435.
- (10) Chang, H. D., and Chung, S. C., 2006, "Integrated Design of Radial Active Magnetic Bearing Systems using Genetic Algorithms," *Mechatronics*, Vol. 12, Issue 1, pp. 19 ~ 36.
- (11) Kim, M. S., and Chung, S. C., 2003, "Identification of Nonlinear Characteristics for Precision Servomechanism," *Proceedings of the ASPE 2003 Annual Meeting*, pp. 167 ~ 170.
- (12) Ljung, L., 1999, *System Identification-Theory for the User*, Prentice Hall PTR, New Jersey, pp. 79 ~ 246.
- (13) MATLAB, 2000, *System Identification Toolbox User Guide*, Mathworks, Inc.
- (14) MATLAB, 2000, *Simulink User Guide*, Mathworks, Inc.
- (15) Arora, J. S., 1989, *Introduction to Optimum Design*, McGraw-Hill, Inc., Singapore.
- (16) MATLAB, 2000, *Optimization Toolbox User Guide*, Mathworks, Inc.