

상용 CAD와 연계한 후판 구조의 아이소-지오메트릭 해석

Isogeometric Analysis of Mindlin Plate Structures Using Commercial CAD Codes

이 승 욱* 구 본 용* 윤 민 호* 이 재 욱** 조 선 호†
Lee, Seung-Wook Koo, Bon-Yong Yoon, Minho Lee, Jae-Ok Cho, Seonho

요 지

유한요소법은 수학과 공학을 비롯한 다양한 분야에서 활용되고 있으나 해석대상을 유한 개의 다각형 요소로 분할하여 모델링하기 때문에 기하학적인 형상을 정확하게 기술하지 못하는 어려움이 있다. 그러나 최근에는 NURBS(Non-Uniform Rational B-Spline)를 기저함수로 사용하는 아이소-지오메트릭 해석법(Isogeometric analysis)이 개발되었는데 NURBS는 기하학적 모델을 정확하게 표현할 수 있을 뿐만 아니라 해석의 기저함수로서 응답해석에 사용될 수 있다. 그러나 NURBS 기저함수를 해석에서 따로 구성하는 일은 유한요소해석에서 요소망을 구성하는 만큼 시간과 노력이 많이 요구된다. 아이소-지오메트릭 해석법은 CAD(Computer-Aided Design)와 기하학적 정보를 공유할 수 있기 때문에 CAD 코드로부터 해석 모델의 정보를 직접 얻는 것이 가능하다. 본 논문에서는 상용 CAD 코드인 Rhinoceros 3D를 이용하여 CAD 모델을 작성하고 이를 STEP 파일로 출력하여 NURBS의 노트벡터와 조정점 등의 정보를 아이소-지오메트릭 해석법에 활용하는 기법을 소개한다. 몇몇 수치예제를 통하여 아이소-지오메트릭 해석법의 정확도를 유한요소해석 결과와 비교하여 검증하고, 상용 CAD와 CAE(Computer-Aided Engineering)가 결합된 아이소-지오메트릭 해석법의 효율성을 입증한다.

핵심용어 : 아이소-지오메트릭 해석법(Isogeometric analysis), NURBS(Non-Uniform Rational B-Spline), Computer aided design(CAD), Mindlin Plate, Rhinoceros

Abstract

The finite element method (FEM) has been used for various fields like mathematics and engineering. However, the FEM has a difficulty in describing the geometric shape exactly due to its property of piecewise linear discretization. Recently, however, a so-called isogeometric analysis method that uses the non-uniform rational B-spline(NURBS) basis function has been developed. The NURBS can be used to describe the geometry exactly and play a role of basis functions for the response analysis. Nevertheless, constructing the NURBS basis functions in analysis is as costly as a meshing process in the FEM. Since the isogeometric method shares geometric data with CAD, it is possible to intactly import the model data from commercial CAD tools. In this paper, we use the Rhinoceros 3D software to create CAD models and export in the form of STEP file. The information of knot vectors and control points in the NURBS is utilized in the isogeometric analysis. Through some numerical examples, the accuracy of isogeometric method is compared with that of FEM. Also, the efficiency of the isogeometric method that includes the CAD and CAE in a unified framework is verified.

Keywords : *Isogeometric analysis, Non-uniform rational B-spline(NURBS), Computer aided design(CAD), Mindlin Plate, Rhinoceros*

1. 서 론

20세기 후반 개발된 유한요소법은 구조해석 분야뿐만 아니라 여러 공학 문제를 해석하는 방법으로 널리 사용되고 있

다. 유한요소법은 편미분 방정식을 수치적으로 해석하는 방법 중 하나로 컴퓨터의 발전과 더불어 현재까지 비약적으로 발전해 왔다. 그러나 기존의 유한요소법은 다각형의 유한요소를 이용하기 때문에 기하학적 곡면의 형상을 정확하게 표

† 책임저자, 정희원 · 서울대학교 조선해양공학과 교수
Tel: 02-880-7322 ; Fax: 02-880-9298
E-mail: secho@snu.ac.kr

* 서울대학교 조선해양공학과 아이소-지오메트릭 최적설계 창의연구단

** 현대중공업 기술연구소

• 이 논문에 대한 토론을 2011년 8월 30일까지 본 학회에 보내주시면 2011년 10월호에 그 결과를 게재하겠습니다.

현하지 못한다는 단점을 가지고 있다. 그에 반해 본 논문에서 사용하는 아이소-지오메트릭 해석법은 CAD 모델링에서 사용하는 NURBS 기반의 기저함수를 그대로 사용하므로 해석하고자 하는 모델을 기하학적으로 정확하게 표현할 수 있다.

아이소-지오메트릭 해석법은 Cho 등(2003)에 의해 기본 개념이 제안된 이래 Hughes 등(2005)에 의해 수학적으로 정립되었으며, 기존의 유한요소법에 비해 기하적인 엄밀성을 지니고 형상을 수정하는데 있어 용이함을 가지는 새로운 해석 방법으로 알려지고 있다. 이러한 장점으로 인해 경계에서의 법선 백터와 곡률을 보다 더 정확하게 나타낼 수 있기 때문에, 형상 설계민감도 해석과 최적설계 분야에서 최근 활발한 연구가 진행되고 있다(조선호 등, 2010). 지금까지 컴퓨터를 이용한 설계와 해석 엔지니어링 작업, 즉 CAD와 CAE 사이의 통합을 통해 효율을 향상하려는 시도가 있었지만 CAD와 CAE의 큰 패러다임 자체는 바꾸지는 못하였다(신용재 등, 1998). 그러나 아이소-지오메트릭 해석법은 CAD에서 사용되는 NURBS 기저함수가 CAE 해석에 있어서도 그대로 사용되기 때문에 지금까지 서로 별개로 인식되었던 CAD와 CAE를 통합하는 데 있어서 큰 역할을 할 수 있다. NURBS 기저함수를 해석에서 따로 구성하는 일은 유한요소 해석에서 요소망을 구성하는 만큼 시간과 노력이 많이 요구된다. 아이소-지오메트릭 해석법은 CAD와 기하학적 정보를 공유할 수 있기 때문에 CAD 코드로 부터 해석모델의 정보를 직접 얻는 것이 가능하다. 본 논문에서는 상용 CAD 코드로 작성한 모델로부터 노트(Knot) 백터와 조정점의 좌표를 얻고, 이를 사용하여 아이소-지오메트릭 해석을 수행하였다. 해석에는 후관(Mindlin plate) 요소를 사용하여 3차원 예제를 표현하였으며, 결과를 기존의 유한요소법과 비교하여 아이소-지오메트릭 해석의 효율성과 정확성을 검증하였다.

2. NURBS

2.1 기저함수와 곡면

NURBS 기저함수는 B-Spline기저함수를 기반으로 하며 이는 노트 백터로부터 만들어진다. 노트 백터는 $\xi = \{\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_{n+p+1}\}$ 과 같은 파라메트릭 좌표들의 집합으로 구성된다. 여기서 p 는 기저함수의 차수이며, n 는 조정점의 개수이다. 이로부터 B-spline 기저함수를 구성할 수 있으며 차수 p 가 0일 때의 함수값은 다음과 같다.

$$N_{i,0}(\xi) = \begin{cases} 0 & \text{if } \xi_i \leq \xi < \xi_{i+1} \\ 1 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (1)$$

차수 p 가 양수일 때 기저함수는 다음과 같이 Cox-de Boor 순환식을 사용하여 구성된다.

$$N_{i,p}(\xi) = \frac{\xi - \xi_i}{\xi_{i+p} - \xi_i} N_{i,p-1}(\xi) + \frac{\xi_{i+p+1} - \xi}{\xi_{i+p+1} - \xi_{i+1}} N_{i+1,p-1}(\xi) \quad (2)$$

위와 같이 정의되는 B-spline 기저함수의 주요 특성을 정리하면 다음과 같다.

- a. $\sum_{i=1}^n N_{i,p}(\xi) = 1$ (Partition of unity)
- b. $N_{i,p}(\xi)$ is contained in the interval $[\xi_i, \xi_{i+p+1}]$ (Compact support)
- c. $N_{i,p}(\xi) \geq 0$ (Non-negativity)

p 차 기저함수를 이용한 B-Spline 곡선은 다음과 같이 선형 결합식으로 구성할 수 있다.

$$C(\xi) = \sum_{i=0}^n N_{i,p}(\xi) \mathbf{P}_i \quad \mathbf{P}_i \in R^d \quad (3)$$

여기서, \mathbf{P}_i 는 d 차원 실수 공간에서의 조정점을 나타낸다. 노트 백터 $H = \{\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_{m+q+1}\}$ 를 추가하면 B-Spline 기저함수 $M_{j,q}$ 를 구성할 수 있으며, 이 때 B-spline 곡면 식은 다음과 같다.

$$S(\xi, \eta) = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m N_{i,p}(\xi) M_{j,q}(\eta) \mathbf{P}_{ij} \quad (4)$$

B-spline 기저함수를 이용하면 다음과 같이 NURBS 곡면 기저함수를 구성할 수 있다.

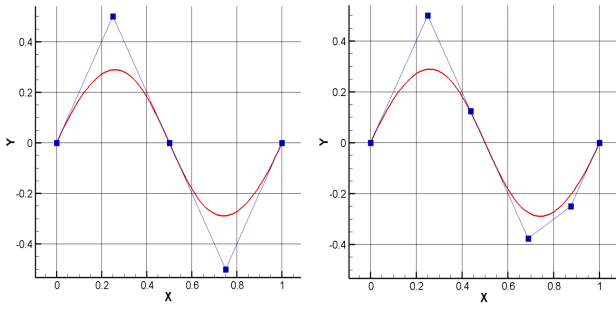
$$R_{i,j}(\xi, \eta) = \frac{N_{i,p}(\xi) M_{j,q}(\eta) w_{ij}}{\sum_{k=0}^n \sum_{l=0}^m N_{k,p}(\xi) M_{l,q}(\eta) w_{kl}} \quad (5)$$

w_{ij} 는 가중치로서 이것을 이용하여 곡선이나 곡면을 보다 더 다양하고 정밀하게 나타낼 수 있다. 이를 이용하면 다음과 같이 NURBS 곡면을 만들 수 있다.

$$S(\xi, \eta) = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m R_{i,j}(\xi, \eta) \mathbf{P}_{ij} \quad (6)$$

2.2 h-정밀화(Refinement)

아이소-지오메트릭 해석법에서는 해의 정확도를 높이기 위



(a) $\Xi = [0, 0, 0, 0, 1, 2, 2, 2, 2]$ (b) $\bar{\Xi} = [0, 0, 0, 0, 1, 1.5, 2, 2, 2, 2]$
 그림 1 3차 B-spline 곡선의 h -정밀화

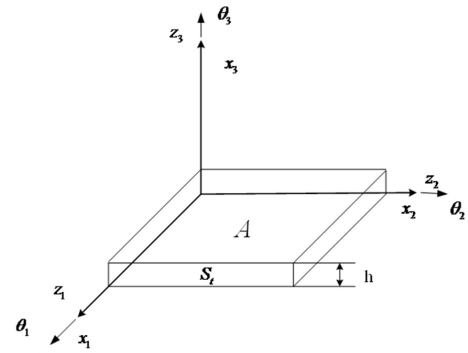


그림 2 후판 요소

해서 h -정밀화를 사용한다. 기존의 유한요소법에서 초기 모델에 대해서 요소망을 정밀화하기 위해서는 원래의 CAD 모델로부터 다시 재구성해야 하는 것에 반해서, 아이소-지오메트릭 해석법에서는 기존의 노트 벡터에 새로운 노트값을 추가(Knot insertion)하는 것으로써 h -정밀화가 이루어진다. 따라서 원래의 CAD 모델과의 정보교환 없이도 해의 정확도를 높일 수 있다는 점에서 큰 이점을 가질 수 있다. 기존에 주어진 노트 벡터 $\Xi = \{\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_{n+p+1}\}$ 와 조정점 $\{\mathbf{B}_1, \mathbf{B}_2, \dots, \mathbf{B}_n\}$ 에 대해서 새로운 노트 값 $\bar{\xi} \in \{\xi_k, \xi_{k+1}\}$ 을 추가할 때, 새로운 노트 벡터 $\bar{\Xi} = \{\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_k, \bar{\xi}, \xi_{k+1}, \dots, \xi_{n+p+1}\}$ 에 대한 새로운 $n+1$ 개의 조정점 $\{\bar{\mathbf{B}}_1, \bar{\mathbf{B}}_2, \dots, \bar{\mathbf{B}}_{n+1}\}$ 의 위치는 다음의 식 (7)-(8)에 의해서 구성된다. 그림 1에서 알 수 있듯이, 새로운 조정점이 추가 되었으나 기존의 곡선 형상을 정확히 유지하고 있음을 확인할 수 있다.

$$\tilde{\mathbf{B}}_i^w = \alpha_i \mathbf{B}_i^w + (1 - \alpha_i) \mathbf{B}_{i-1}^w \quad (7)$$

$$\alpha_i = \begin{cases} 1 & i \leq k-p \\ \frac{\bar{\xi} - \xi_i}{\xi_{i+p} - \xi_i} & k-p+1 \leq i \leq k \\ 0 & k+1 \leq i \end{cases} \quad (8)$$

3. 아이소-지오메트릭 해석법

3.1 후판 요소의 정식화

후판 이론(Mindlin plate theory)은 변형 전 판의 중립면에 수직했던 면이 변형 후에도 수직을 유지한다는 가정을 완화한 판 이론이다. 그림 2는 3 차원 공간에서의 후판 요소를 나타낸 것으로 h 는 판의 두께를 나타낸다.

그림 2에서 회전각 θ_α 는 다음과 같으며

$$\theta_\alpha = z_{3,\alpha} - \gamma_\alpha \quad (9)$$

각 방향의 변위는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\hat{z}_1 = z_1 + x_3 \theta_2(x_1, x_2), \quad (10)$$

$$\hat{z}_2 = z_2 - x_3 \theta_1(x_1, x_2), \quad (11)$$

$$\hat{z}_3 = z_3(x_1, x_2) \quad (12)$$

여기서, z_i, θ_i 는 중립면에서 병진과 회전에 의한 변위를 나타낸다. 이 변위로부터 변형률은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\hat{\epsilon}_{ij} = \epsilon_{ij} + x_3 \kappa_{ij}, \quad \hat{\epsilon}_{i3} = \gamma_i \quad (i, j = 1, 2) \quad (13)$$

여기서, $\epsilon_{ij}, \kappa_{ij}$ 와 γ_{ij} 는 중립면에서 각각 막, 곡률, 전단 변형률이며 다음과 같이 정의된다.

$$\epsilon_{ij} = \frac{1}{2}(z_{i,j} + z_{j,i}), \quad (14)$$

$$\kappa_{ij} = \frac{1}{2}(\theta_{i,j} + \theta_{j,i}), \quad (15)$$

$$\gamma_i = \theta_i + z_{3,i} \quad (16)$$

또한 탄성체의 구성 방정식을 사용하면 각 항에 대한 응력은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\tau_{ij}^m = C_{ijkl}^m \epsilon_{kl}, \quad (17)$$

$$\tau_{ij}^b = C_{ijkl}^b \kappa_{kl}, \quad (18)$$

$$\tau_i^s = C_{ij}^s \gamma_j \quad (19)$$

여기서, C 는 재료텐서이며 각 성분들을 Lamé 상수인 λ 와 μ 로 나타내면 다음과 같다.

$$C_{ijkl}^m = h \left[\mu (\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk}) + \lambda \delta_{ij} \delta_{kl} \right] \quad (20)$$

$$C_{ijkl}^b = \frac{h^3}{12} [\mu(\delta_{ik}\delta_{jl} + \delta_{il}\delta_{jk}) + \lambda\delta_{ij}\delta_{kl}] \quad (21)$$

$$C_{ij}^s = h\mu\delta_{ij} \quad (22)$$

3.2 약형식(Weak form)

변형률과 응력에 관한 식 (14)~(19)를 활용하고, 평형 방정식에서 가상일의 원리(Principle of virtual work)를 사용하면 다음과 같은 약형식을 유도할 수 있다.

$$\int_{\Omega} \tau_{ij}^m \bar{\varepsilon}_{ij} d\Omega + \int_{\Omega} \tau_{ij}^b \bar{\kappa}_{ij} d\Omega + \int_{\Omega} \tau_i^s \bar{\gamma}_i d\Omega = \int_{\Omega} b_k \bar{z}_k d\Omega + \int_{\Gamma_f} T_k \bar{z}_k d\Gamma_f \quad (23)$$

여기서, 가상변위 $\bar{z} \in Z$ 는 운동학적 경계조건을 만족한다. 좌변의 각 항들은 다음과 같이 축약형(Abstract form)으로 정의될 수 있다.

$$a(\mathbf{z}, \bar{\mathbf{z}}) \equiv a^m(\mathbf{z}, \bar{\mathbf{z}}) + a^b(\mathbf{z}, \bar{\mathbf{z}}) + a^s(\mathbf{z}, \bar{\mathbf{z}}) \quad (24)$$

여기서, 막, 굽힘, 전단 변형에너지 형식은 각각 다음과 같다.

$$a^m(\mathbf{z}, \bar{\mathbf{z}}) \equiv \int_{\Omega} C_{ijkl}^m \varepsilon_{kl}(\mathbf{z}) \varepsilon_{ij}(\bar{\mathbf{z}}) d\Omega \quad (25)$$

$$a^b(\mathbf{z}, \bar{\mathbf{z}}) \equiv \int_{\Omega} C_{ijkl}^b \kappa_{kl}(\mathbf{z}) \kappa_{ij}(\bar{\mathbf{z}}) d\Omega \quad (26)$$

$$a^s(\mathbf{z}, \bar{\mathbf{z}}) \equiv \int_{\Omega} C_{ij}^s \gamma_j(\mathbf{z}) \gamma_i(\bar{\mathbf{z}}) d\Omega \quad (27)$$

또한 하중 식은 아래와 같이 정의된다.

$$l(\bar{\mathbf{z}}) \equiv \int_{\Omega} b_k \bar{z}_k d\Omega + \int_{\Gamma_f} T_k \bar{z}_k d\Gamma_f \quad (28)$$

따라서 식(23)은 다음과 같이 축약형의 형태로 간략히 정리될 수 있다.

$$a(\mathbf{z}, \bar{\mathbf{z}}) = l(\bar{\mathbf{z}}) \quad (29)$$

3.3 아이소-지오메트릭 이산화

아이소-지오메트릭 해석법에서 구조물의 응답 \mathbf{z} 는 다음 식을 이용하여 나타낼 수 있다.

$$\mathbf{z}(\xi, \eta) = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m R_{i,j}(\xi, \eta) \mathbf{z}_{ij} \quad (30)$$

여기서, $R_{i,j}(\xi, \eta)$ 은 곡면에 대한 NURBS 기저함수를 나타내며, \mathbf{z}_{ij} 는 조정점에서 응답 계수를 나타낸다. 아이소-지오메트릭 해석 기법을 후판 이론에 적용하기 위해서는 식 (29)를 연속체 형태에서 다음의 이산 형태 식으로 바꾸어야 한다.

$$\{\bar{\mathbf{z}}\}^T \int_{\Omega} [\mathbf{B}^m T \mathbf{C}^m \mathbf{B}^m + \mathbf{B}^b T \mathbf{C}^b \mathbf{B}^b + \mathbf{B}^s T \mathbf{C}^s \mathbf{B}^s] d\Omega \{\mathbf{z}\} = \bar{\mathbf{z}}^T \mathbf{F} \quad (31)$$

그리고 식 (31)을 정리하여 유한요소법과 유사하게 $\mathbf{Kz} = \mathbf{F}$ 같이 표현할 수 있다. 이 때, \mathbf{K} 는 강성행렬로 식 (31)의 적분 식을 의미한다. 여기서, 주의할 점은 유한요소법에서의 \mathbf{z} 는 절점에서의 응답을 나타내지만 아이소-지오메트릭 해석법에서는 조정점의 응답계수를 나타내므로 식 (30)을 이용하여 응답장(Response field)을 재구성해야 하는 차이점이 있다는 것이다. 또한 유한요소법에서는 절점의 응답과 형상함수의 곱합으로 요소 내의 응답장을 표현하였으나 아이소-지오메트릭 해석법에서는 식 (30)을 이용하여 패치 단위로 표현된다(Hughes 등, 2005).

3.4 특이성 문제

일반적인 3차원 공간에서 고려하는 자유도는 6개이나 후판 요소에서 고려하는 자유도는 총 5개이므로 아이소-지오메트릭 해석법으로 조정점에서 구조물의 응답을 구하기 위해서는 전체 강성의 행렬식이 0이 되는 특이성을 방지해야 한다. 이는 θ_z 에 대한 자유도가 존재하지 않기 때문에 발생하는 문제이므로, 식 (32)와 같이 가상의 Drilling 강성 행렬을 고려하여 특이성 문제를 회피한다.

$$\alpha_n t^n E \Delta \begin{bmatrix} 1 & -1/3 & -1/3 & -1/3 \\ -1/3 & 1 & -1/3 & -1/3 \\ -1/3 & -1/3 & 1 & -1/3 \\ -1/3 & -1/3 & -1/3 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_{z1} \\ \theta_{z2} \\ \theta_{z3} \\ \theta_{z4} \end{bmatrix} \quad (32)$$

이 때, α_n 은 비율 계수, t^n 은 두께, E 는 영률, Δ 는 요소의 넓이를 의미한다.

4. 수치 예제

아이소-지오메트릭 해석기법을 3차원 후판 요소에서도 유

효하게 적용할 수 있음을 보이기 위해서 간단한 해석모델에 대한 아이소-지오메트릭 해석결과를 상용 유한요소 해석 코드인 ANSYS의 결과와 비교하였다. 본 연구에서는 어떠한 상용 CAD 소프트웨어도 활용이 가능하나 CAD 정보를 상세하게 제공하는 Rhinoceros 3D를 채택하였다. 상용 CAD를 활용한 아이소지오메트릭 해석법의 개략적인 과정은 다음과 같다.

- (1) Rhinoceros 3D를 사용한 CAD 모델 작성
- (2) 상용 CAD에서 호환 파일(Step File)을 출력
- (3) 조정점, 노트벡터 정보의 추출
- (4) NURBS 기저함수 생성
- (5) 아이소-지오메트릭 해석 실행

아이소-지오메트릭 해석과정은 유한요소법에서 필수적인 요소망을 구성하지 않고 CAD 모델의 조정점과 노트 정보만으로 해석을 수행할 수 있는 강점이 있다. 따라서 조정점과 노트 정보를 제공할 수 있는 어떠한 CAD 모델도 활용이 가능하다. 수치제에서는 산업체에서의 적용 가능성을 알아보기 위하여 Rhinoceros 3D를 사용한 L자형 판과 유공판 CAD 모델에 대해서 기저함수의 차수가 2차인 아이소-지오메트릭 해석을 수행하여 ANSYS 해석결과와 비교하였다.

4.1 L 자형 판

이 예제에서는 CAD 모델로부터 조정점과 노트 벡터를 직접 추출하여 아이소-지오메트릭 해석을 용이하게 수행하고 그 결과를 상용 유한요소 코드인 ANSYS 해석결과와 비교하여 검증한다. 그림 3의 L자형 판 모델은 한 변의 길이가 10m인 정사각형 두 개로 구성되어 있으며, 고정 경계조건이 주어져 있다. 영률은 210GPa, 포아슨 비는 0.3이며 두 판이 만나는 모서리에 10^4N/m 의 분포하중을 각각 x 와 $-z$ 방향으로 가하였다.

그림 4에서는 주어진 형상을 CAD 소프트웨어인 Rhinoceros 3D를 이용하여 모델링한 결과를 보여준다. 이 형상을 그림 5와 같이 STEP 파일 형태로 출력하면 노트 벡터와 조정점 정보를 얻을 수 있다.

이 정보를 이용하여 아이소-지오메트릭 해석 모델을 작성한다. 기존의 유한요소해석 과정에서는 CAD 모델로부터 유한요소 전처리기(Preprocessor)를 통해 유한 요소망을 만들어야 하는 번거로움이 있었으나 아이소-지오메트릭 해석에서는 이러한 과정이 필요하지 않고 CAD 모델에서 직접 해석을 수행할 수 있다. 그림 6(a)에서는 지금까지 설명한 과정

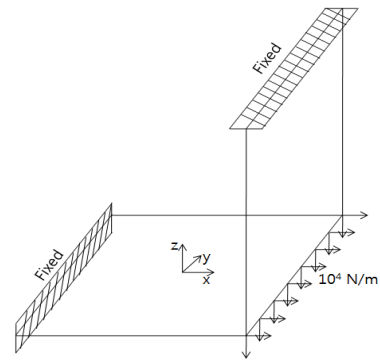


그림 3 L자형 판의 경계 조건

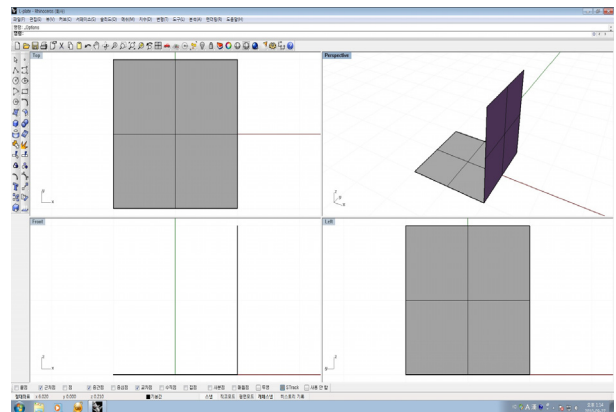


그림 4 L자형 판의 CAD 모델

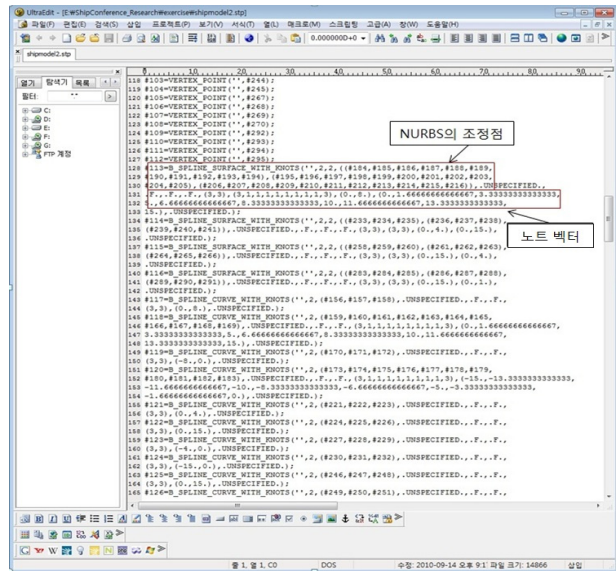
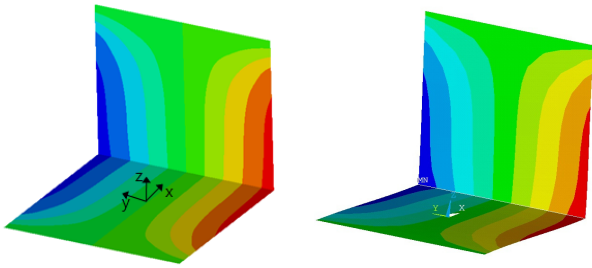


그림 5 L자형 판의 STEP 형식 출력 파일

으로 아이소-지오메트릭 해석을 수행하여 y 방향의 변위를 나타내었다. 그림 6(b)는 CAD 모델에서 전처리기를 사용하여 유한요소 모델을 작성하고, ANSYS를 이용하여 유한요소해석을 수행 후, y 방향의 변위를 나타낸 것이다. 여기서, x, y 방향의 변위는 두 경우에 있어서 거의 유사한 결과를 나타내었으므로 가장 차이가 큰 y 변위만을 도시하였다.



(a) 아이소-지오메트릭 해석 (b) 유한요소해석

그림 6 Y-방향 변위의 비교

표 1 변위의 비교

DOF	유한요소해석	아이소-지오메트릭 해석	일치도
x	1.479E-7	1.479E-7	100%
y	2.490E-8	2.455E-8	99%
z	-1.479E-7	-1.479E-7	100%
θ_x	-4.305E-9	-4.278E-9	99%
θ_y	0	0	100%
θ_z	-4.306E-9	-4.278E-9	99%

그림 6의 변위 분포를 살펴보면 아이소-지오메트릭 해석과 유한요소해석이 매우 유사한 분포를 가지는 것을 확인할 수 있다. 표 1에서는 y 변위가 최대인 지점에서의 변위를 구체적으로 비교하였다. 아이소-지오메트릭 해석에서는 유한요소 해석(800개 요소)에 비해 매우 적은 수의 요소(72개 노트)를 사용하였음에도 불구하고 변위가 잘 일치하는 것을 확인할 수 있다.

4.2 유공판

선박에서는 격벽이나 프레임을 이용해서 구획이 나누어져 있다. 이때 사람이 지나갈 통로를 확보하고, 파이프나 의장재를 구획과 구획 사이로 보내기 위해서 판에 구멍을 뚫어 놓았다. 이 예제에서는 선저 내판과 외판 사이에 구멍이 뚫려 있는 프레임을 고려하였다(김을년 등, 2010). 해석시간을 단축하고 해석모델의 단순화를 위해서 대칭성을 이용하여 그림 7과 같이 절반 모델을 구성하였다.

구조물 상부에 균일한 압력을 가했을 때 응력 분포를 아이소-지오메트릭 해석으로 얻고자 한다. 그림 8에서는 대칭 경계조건과 하중조건을 보였으며 재료 특성치는 앞서 예제와 동일하다. 하중 및 경계조건은 이중 선체의 앞과 뒤가 고정되어 있고 선저 내판에 연직 하방으로 1000Pa의 압력이 작용한다.

앞서 예제와 동일한 과정으로 아이소-지오메트릭 해석(그

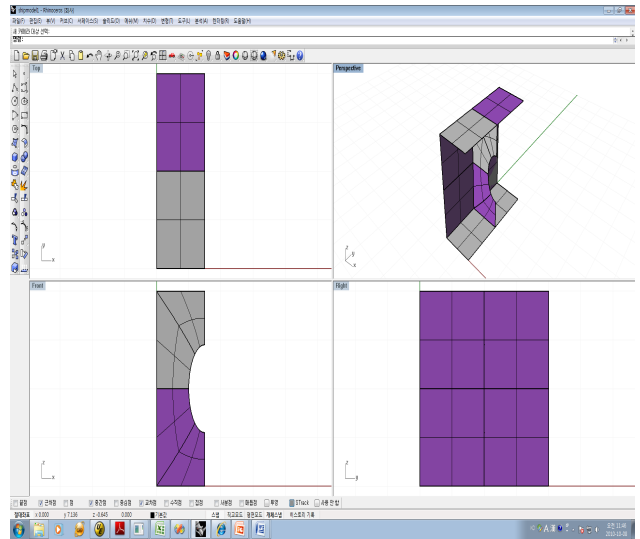


그림 7 유공판의 유한요소해석 모델

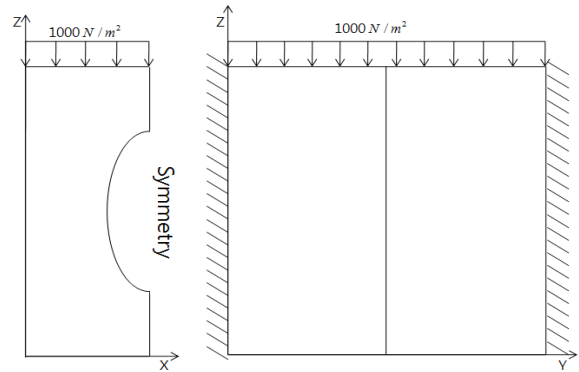
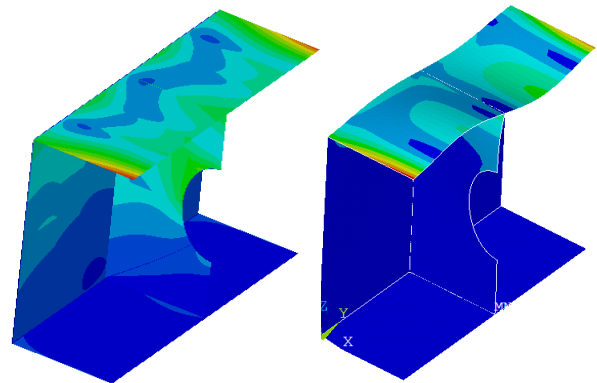


그림 8 유공판의 경계 및 하중조건



(a) 아이소-지오메트릭 해석 (b) 유한요소해석

그림 9 유공판의 응력 분포

림 9(a), 유한요소 모델링과 ANSYS해석(그림 9(b))을 각각 수행하여 응력해석 결과를 보였다.

두 그림을 비교했을 때 유사한 응력분포를 나타내고 선저 내판 양쪽 끝 모서리 지점에서 최대 응력이 동일하게 발생하는 것을 알 수 있다. 아이소-지오메트릭 해석에서는 90개 정

표 2 유한요소법과 아이소-지오메트릭 해석법의 비교

	FEM	Isogeometric	Agreement
Von Mises Stress	6698.1	6666.15	99.52%

도의 노트를 사용하였으며 유한요소 해석에서는 약 1,000개의 요소를 사용하였다. 표 2에서 두 방법의 최대 von-Mises 응력값을 비교해 보면 유사한 값을 얻을 수 있음을 알 수가 있다.

2~3차 기저함수를 사용하는 아이소-지오메트릭 해석기법은 동일한 자유도를 갖는 문제에 대해 1차 함수를 사용하는 유한요소해석보다 순수한 해석 시간은 통상 2~3배 정도 더 소요된다. 그러나 아이소-지오메트릭 해석은 유한요소해석에 비해 매우 적은 수의 자유도를 사용하고, 요소망의 구성과정이 생략되므로 전체 소요 시간 측면에서는 매우 유리하다. 또한 설계변경 후 반복적인 해석을 수행해야 하는 경우에는 더욱 효과적이다.

5. 결 론

본 연구에서는 상용 CAD 모델로부터 형상 정보를 추출하고, 아이소-지오메트릭 해석법을 사용하여 변위 및 응력 해석을 수행하여 유한요소법에 비해 편리한 해석과정을 보였다. CAD의 NURBS 기저함수는 2차 이상의 높은 차수를 쉽게 구성할 수 있기 때문에 유한요소법에 비해서 기하학적인 형상이 보다 엄밀하게 표현되고 응력 분포는 더욱 부드럽게 연속적으로 정확하게 나타낼 수 있다는 장점이 있다. 수치예제 결과를 비교해 보았을 때, CAD에서 추출한 데이터를 그대로 사용한 아이소-지오메트릭 해석법은 기존의 유한요소 상용코드와 유사한 결과를 보여주고 있다. 그러나 아이소-지오메트릭 해석법은 요소망의 구성 과정없이 기존의 CAD 데이터를 그대로 해석에 사용한다는 측면에서 CAD와 CAE의 연결 효율성을 높일 수 있음을 보였다.

감사의 글

이 논문은 2011년도 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 연구임(2010-0018282).

참 고 문 헌

김을년, 최익홍, 권진철, 백점기 (2010) 유공판의 좌굴 강도에 관한 연구, 대한조선학회 논문집, 47(2), pp.210~224.

신용재, 한순홍 (1998) STEP 방법론을 이용한 선박설계 모델의 공유, 대한조선학회 논문집, 35(4), pp.98~108.

조선희, 안승호, 김민근 (2010) 응력 제한조건을 갖는 구조물의 아이소-지오메트릭 형상 최적설계, 한국전산구조공학회 논문집, 23(4), pp.275~282.

최진복, 노희열, 조맹호 (2007) NURBS 곡면기반의 기하학적 모델링과 셀 유한요소해석의 연동, 대한기계학회 논문집 A권, 31(1), pp.105~112.

Cho, M., Cho, J.B., Roh, H.Y. (2008) Ingration of Shell FEA with Geometric Modeling on NURBS Surface Representation for Practical Applications, *Computer Modeling in Engineering and Science*, 33(1), pp.17~41.

Cho, M., Roh, H.Y. (2003) Development of Geometrically Exact New Shell Elements Based on General Cuvilinear Coordinates, *International Journal for Numerical Method in Engineering*, 56(1), pp.81~115.

Hughes, T.J.R., Cottrell, J.A., Bazileves, Y. (2005) Isogeometric Analysis : CAD, FInite Elements NURBS, Exact Geometry and Mesh Refinement, *Computer Method in Applied Mechanics and Engineering*, 194, pp.4135~4195.

Piegl, L., Tiller, W. (1997) *The NURBS Book (Monographs in Visual Communication)*, 2nd, Springer-Verlag, New York, p.646.

Timoshenko, Stehan P. Woinowsky-Kringer, S. (1961) *Theory of Plates and Shells*, Mcgraw-Hill Book Company, p.580.

- 논문접수일 2011년 3월 3일
- 논문심사일
 - 1차 2011년 3월 16일
 - 2차 2011년 5월 17일
- 게재확정일 2011년 6월 13일