

트러스로 보강된 단일기둥시스템의 탄성좌굴강도에 대한 연구

김경식^{1*}

¹청주대학교 토목환경공학과

A Study on Elastic Buckling Strength of Truss-Stayed Single Column System

Kyung-Sik Kim^{1*}

¹Department of Civil and Environmental Engineering, Cheongju University

요 약 양단 핀지지 기둥부재의 중간 위치에 수평재를 연결하고 설치된 수평재의 양끝단과 기둥의 상하끝단을 트러스로 연결된 트러스보강 단일기둥시스템은 보강되지 않은 경우에 비해 그 좌굴강도가 상당수준 향상될 수 있다. 수평재가 설치된 기둥중간지점에서의 수평 및 회전 자유도에 대한 제한하여 기둥의 유효좌굴길이를 줄이는 효과를 통해 강도향상이 구현된다. 본 연구에서는 해석적 해와 탄성 및 비탄성 유한요소해석을 통해 보강된 평면내 단일기둥 시스템의 좌굴강도를 정량적으로 산정하였고 그 결과를 비교하였다. 예제해석을 통해 보강된 단일기둥시스템은 보강되지 않은 단순기둥에 비해 최대 8배까지 좌굴강도가 향상될 수 있음이 확인되었다.

Abstract The buckling strength of a pin-ended column may be increased significantly by reinforcing it with an assemblage of cross-arm members rigidly connected to the midpoint of the column and stayed members connecting the ends of the columns and cross-arm members. The purpose of the stays and cross-arm members is to introduce restraint against translation and rotation and thereby decrease the effective buckling length of the column. In this study, buckling strengths of the reinforced columns were quantitatively evaluated from analytical solutions and elastic/inelastic finite elements analysis and the results were compared each other. It was found that the reinforcing system may increase the buckling strength up to 8 times compared to ones without reinforcing system.

Key Words : Buckling strength, Pin-ended column, Stayed member, Finite element analysis

1. 서론

압축부재의 좌굴강도는 양단의 경계조건에 의해 결정되는 유효길이계수를 포함하는 부재의 세장비에 의해 지배받는다. AISC[1]에서는 설계 목적으로 세장비의 크기에 따라 탄성영역과 비탄성영역으로 구분하여 두 개의 곡선으로 구성된 기둥강도곡선을 제안하였다. 언급된 AISC에서는 탄성좌굴영역의 압축강도로서 오일러 좌굴강도의 88% 수준을 인정하고 있다. 탄성영역에서 압축부재가 가지는 탄성좌굴강도는 오일러 좌굴공식에서 알 수 있듯이 세장비의 제곱에 반비례하지만 양단의 경계조건

및 중간지점의 브레이싱 효과 등에 의해 그 압축좌굴강도를 상당한 수준으로 향상시킬 수가 있다. 양단힌지 압축부재의 좌굴 모드는 단일 곡률을 보이는 휨좌굴 형상을 보이지만, 길이방향으로 중간 위치에 수평변위를 구속하는 횡방향 브레이싱이 존재한다면 좌굴모드는 이중 곡률을 보이는 휨좌굴 형상을 보이면서 탄성좌굴강도는 4배로 증가하게 된다. 또한 횡방향 변위구속에다 추가적으로 회전자유도까지 구속되는 효과를 고려하면 탄성좌굴강도는 4배 이상 증가될 수 있다. 주기둥의 중간 위치에 횡방향 브레이싱의 설치가 불가능한 경우에는 기둥부재 자체의 압축력에 의해 지지되는 사재(stayed member)와

이 논문은 2010-2011학년도에 청주대학교 산업과학연구소가 지원한 학술연구조성비(특별연구과제)에 의해 연구되었음.

*교신저자 : 김경식 (kkim@cju.ac.kr)

접수일 11년 11월 15일

수정일 11년 12월 12일

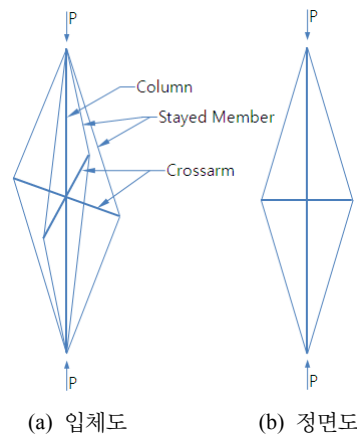
게재확정일 11년 12월 13일

수평재 (crossarm)로 구성된 구속장치를 그림 1에서 보인 바와 같이 설치할 수 있다. 기둥부재 중간지점에 있는 수평재는 사재에 도입된 장력에 대하여 압축으로 저항하게 되면서 기둥부재의 중간지점을 구속시키는 역할을 수행하게 된다. 이처럼 보강된 단일기둥 시스템의 탄성좌굴강도(elastic buckling strength)는 보강시스템이 없는 경우와 비교하면 상당 수준 향상되는 것은 명확하다. 그렇지만, 좌굴강도의 향상정도는 주기둥과 수평재의 길이비, 주기둥/수평재/사재의 강성 및 강도, 사재에 도입되는 프리텐션 여부 등 다양한 패러미터의 영향을 받는다.

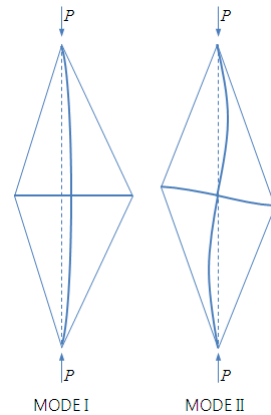
그림 2에는 가능한 두 가지 좌굴모드를 보였다. 인장부재와는 다르게 압축부재는 좌굴검토가 필수적이다. 좌굴현상에 대한 실제적 파악을 위해서는 변형된 형상(deformed shape)을 근간으로 하는 평형조건, 경계조건에 대한 적합성, 그리고 재료 및 기하비선형성에 대한 고도의 처리기법 등에 대한 이해가 요구된다. 부재의 탄성좌굴에 대한 체계적인 연구는 Bleich[2], Vlasov[3], Timoshenko와 Gere[4] 등의 기여에 근거하고 있다.

수평재와 사재로 보강된 단일기둥 시스템에 대한 기초적인 접근 방식은 Chu와 Berge[5] 그리고 Mauch와 Felton [6] 등의 발표에서 소개되었다. 이들은 압축부재에 인장부재를 보조적으로 설치하여 기둥시스템을 구성하면 인장상태에 있는 사재의 역할에 의해 기둥시스템의 압축강도가 일정부분 향상될 수 있다는 개념을 공학적인 방법으로 전개하였다. Smith 등[7]은 단일 수평재(single cross arm)와 사장재로 보강된 시스템 기둥은 비보강 기둥에 대한 압축강도 증가 비율의 이론값인 TSI (theoretical strength increase)의 상한값이 8.18에 이를 것으로 예측하였다. Hafez 등[8]은 Smith 등[7]의 이론을 계승하여 더욱 정교한 해석적 해를 개발하였는데, 사재에 작용하는 초기 인장력(initial pretension)의 크기에 따라 시스템 기둥은 세 가지의 다른 좌굴강도 변화패턴이 있음을 확인하였다. Hathout 등[9]은 단일 수평재 형식으로 보강된 기둥에서 수평재의 개수가 4개일 때 더욱 효율적이라는 사실을 발표하였다. Temple[10]은 유한요소해석의 근간이 되었던 매트릭스 구조해석 기법을 적용하여 사장기둥의 탄성 압축강도의 해석적 해를 유도하였다. 또한 보-기둥요소에 대한 안정함수를 활용하여 강성행렬의 유도에 활용하였다.

본 연구에서는 주기둥과 수평재를 연결하는 사재로는 축력만 저항하는 트러스 부재 방식을 채택하였고, 범용 유한요소패키지 프로그램인 ABAQUS [11]를 이용하여 탄성 및 비탄성 좌굴강도를 검토하였다. 기존의 연구자들에 의해 제안된 좌굴강도산정기법으로 얻은 해석적 결과와 비교검토를 수행하였다.



[그림 1] 보강된 단일기둥 구조 시스템
[Fig. 1] Reinforced single column system



[그림 2] 단순지지 보강기둥의 좌굴모드
[Fig. 2] Buckling modes of pin-ended stayed column

2. 좌굴전 힘-변형 관계

본 장에서는 2차원 평면구조물로서 그림 3에 보인 보강 기둥시스템에 대한 좌굴발생전 각 부재의 힘-변형관계 거동을 분석한다. 좌굴해석에 있어 사장재의 변형에 비해 상대적으로 미미한 수평재의 축방향 변형 효과는 무시된다. 주기둥과 수평재는 강결로, 사재의 양단은 주기둥 및 수평재 연단과 힌지로 연결되었다고 가정된다. 또한 사장기둥시스템은 이상적으로 좌우대칭이며 기둥의 중심에 하중이 재하되는 것으로 간주된다. 사장재는 트러스 부재로 초기 인장력은 재하되지 않는다.

그림 4(a)에는 본 연구에서 대상으로 하는 사장기둥이 좌굴상태에 도달하였을 때 기둥 상단에서의 평형상태를 보인다. 그림 4(b) 및 (c)에는 좌우 트러스 사재와 수평재

가 만나는 점에서의 평형을 보인다. 극한외력 P_u 는 주기동의 임계축력 P_{cr} 과 좌우 트러스 부재의 축력 T_L 및 T_R 과 수직축으로 평형을 이루어야 하므로 기동상단에 다음 식이 성립한다.

$$P_{cr} = P_u + (T_L + T_R) \cos \alpha \quad (1)$$

식 (1)에서 시스템 기동이 저항할 수 있는 극한외력 P_u 와 시스템 기동내 주기동 부재에 작용하는 P_{cr} 의 크기가 일치하지 않음에 주목할 필요가 있다. 좌굴발생시 주기동 부재의 임계축력은 동일하다하더라도 트러스 사재에 작용하는 축력항의 크기가 클수록 실제 시스템 기동의 극한저항응력은 그만큼 감소하게된다. 그러나 좌우 트러스 사재에 작용하는 축력이 그 크기는 같은 압축력 및 인장력이 작용한다면 식 (1)의 우항 두 번째 항은 소거될 수 있다. 그림 5에 주기동 부재의 축방향 단축 변형량에 따른 트러스 사재의 길이변화를 나타내었다. 만약 bifurcation 좌굴순간 축방향 변형량이 Δ_c 이라면 이 값은 다음과 식과 같이 주기동 부재의 임계하중 P_{cr} 값으로 표현될 수 있다.

$$\Delta_c = \frac{2l}{A_c E_c} P_{cr} \quad (2)$$

여기서 A_c 및 E_c 는 주기동의 단면적 및 탄성계수를 각각 나타낸다. 그림 5에 보인 바와 같이 횡방향 변형 없이 주기동 부재의 압축기동만 고려된다면 트러스 사재의 좌우 축력 T_L 및 T_R 과 같은 값 T 를 가진다고 볼 수 있으므로 그림 4(b) 및 (c)를 참조하면 다음 식이 성립된다.

$$F_H = 2T_L \sin \alpha = 2T_R \sin \alpha = 2T \sin \alpha \quad (3)$$

트러스 사재의 길이변화를 축력-변형량 관계에 대입하면 좌굴순간의 수평재의 변형량 Δ_{ca} 를 다음과 같이 얻는다.

$$\Delta_{ca} = \frac{2Tl_{ca} \sin \alpha}{A_{ca} E_{ca}} \quad (4)$$

여기서 A_{ca} 및 E_{ca} 는 수평재의 단면적 및 탄성계수를 각각 나타낸다. 그림 5의 우측에서 보인 바와 같이 미소 변위 개념을 적용하면 bifurcation 좌굴 직전 트러스 사재의 길이 변화는 다음과 같다.

$$\Delta_s = \frac{\Delta_c \cos \alpha}{2} - \Delta_{ca} \sin \alpha \quad (5)$$

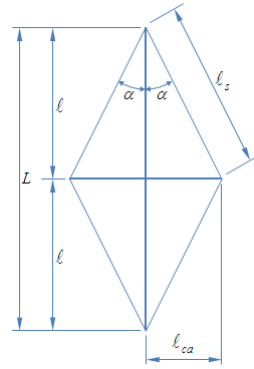
또한 트러스 사재의 축력-변형량 관계에 의하면

$$\Delta_s = \frac{Tl_s}{A_s E_s} \quad (6)$$

이 성립한다. 여기서 A_s 및 E_s 는 트러스 사재의 단면적 및 탄성계수를 각각 나타낸다. 식 (6)를 식 (5)에 대입하면 다음과 같다.

$$\frac{Tl_s}{A_s E_s} = \frac{\Delta_c \cos \alpha}{2} - \Delta_{ca} \sin \alpha \quad (7)$$

식 (7)에 식 (2) 및 식 (4)로부터 얻은 Δ_c 및 Δ_{ca} 를 대입하며 정리하면 좌굴하중 P_{cr} 를 포함하는 다음식을 얻는다.



[그림 3] 평면 기하학적 형상 및 치수표기
[Fig. 3] Geometric configuration in plane and notation

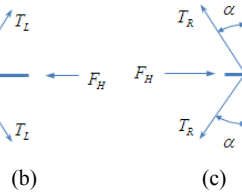
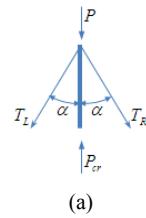
$$\frac{T}{K_s} = \frac{P_{cr} \cos \alpha}{K_c} - \frac{2T \sin^2 \alpha}{K_{ca}} \quad (8)$$

여기서,

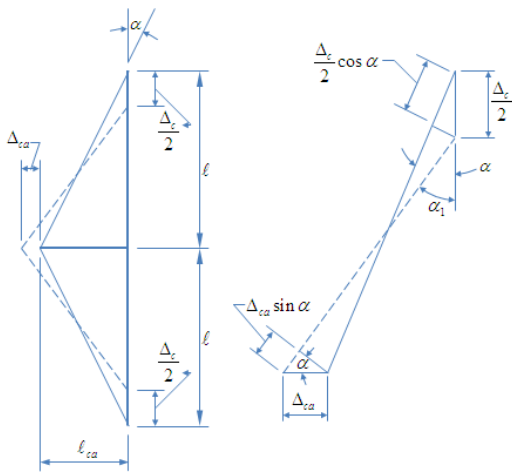
$$K_s = \frac{A_s E_s}{l_s}$$

$$K_c = \frac{A_c E_c}{l}$$

$$K_{ca} = \frac{A_{ca} E_{ca}}{l_{ca}}$$



[그림 4] 평면내 평형상태: (a)주기동 상단 (b)수평재 좌단 (c)수평재 우단
[Fig. 4] Force equilibrium in plane: (a) top column (b) left crossarm (c) right crossarm



[그림 5] 기둥부재 축방향 변형에 따른 사재의 길이 변화
[Fig. 5] Elongation in stayed member due to column axial deformation

3. 좌굴하중의 산정

2장에서 제시된 좌굴직전 힘-변형관계에 근거하여 Smith 등[7]은 해석적 방법에 의하여 좌굴하중을 유도하였는데 그림 2에 보인 MODE별로 P_{cr} 을 산정하는 다음 식을 제안하였는데 Raymond해석해 또는 Raymond제안 식으로 불린다.

MODE I:

$$2 \frac{K'_s}{K'_c} \sin^2 \alpha = \frac{(kl)^2}{kl - \tan kl} \tag{9}$$

MODE II:

$$\frac{1}{K'_c \left(\frac{1}{3K'_{ca} \tan^2 \alpha} + \frac{1}{2K'_s \sin^2 \alpha} \right)} = \frac{(kl)^2 \tan kl}{kl - \tan kl} \tag{10}$$

여기서,

$$k = \sqrt{\frac{P_{cr}}{E_c I_c}}, \quad K'_c = \frac{E_c I_c}{l^3}, \quad K'_{ca} = \frac{E_{ca} I_{ca}}{l_{ca}^3}$$

본 연구에서는 Raymond의 해석해 (9)과 (10)의 해석적 해를 도출하여 범용 유한요소해석 프로그램으로 수행한 선형 및 비선형 해석의 결과와 비교하여 타당성을 검토하였다.

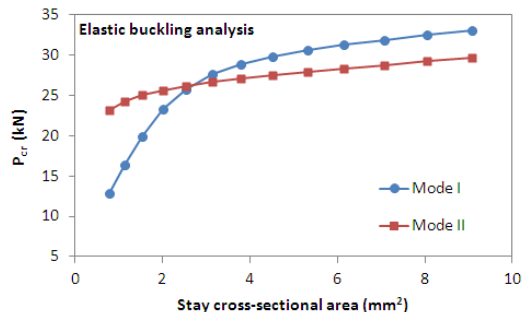
4. 예제 해석

본 연구에 사용된 범용 유한요소해석 프로그램 ABAQUS는 비선형 좌굴 및 파괴 해석을 Modified Riks Algorithm[11]에 근거하여 비교적 안정되게 구현하고 있다. 이러한 비선형/비탄성 기능은 Total Lagrangian Formulation에 근거한 기하학적 비선형 기능과 연계되어 불안정한 평형상태가 발생할 수 있는 좌굴 발생 직후의 거동 규명에 매우유용하여 구조물의 극한강도를 수치적으로 구현해보자 하는 여러 연구자들에 의해 활용 및 검증되었다(Pi와 Bradford[12]; Kim와 Yoo[13]). 비선형 좌굴해석에 앞서 선형 탄성해석기법인 고유치해석에 의한 좌굴하중을 산정하였다. 3장에서 구한 해석적 방법에서 결정된 좌굴하중과 비교/검토를 수행하였다. 예제에 사용된 부재의 치수 및 재료상수는 다음 표와 같다.

[표 1] 예제해석 물성치

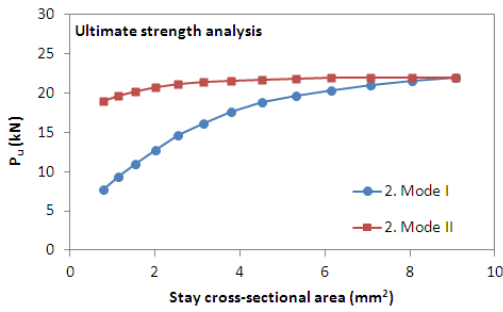
[Table 1] Properties for numerical example

탄성계수 E	200 GPa
항복응력 σ_y	350 MPa
주기둥 길이 L	3500 mm
수평재 길이 l_s	350 mm
기둥/수평재 단면적 A_c, A_{ca}	133.5 mm ²
기둥/수평재 단면2차모멘트 I_c, I_{ca}	22804.6 mm ⁴
트러스 사재 단면적 A_s	3.45 mm ²
Euler 좌굴하중 P_{cr}	3.675 kN

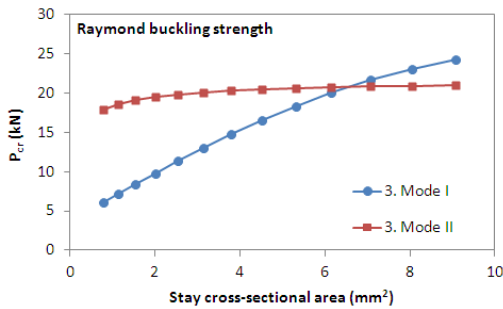


[그림 6] 고유치해석에 따른 탄성좌굴강도

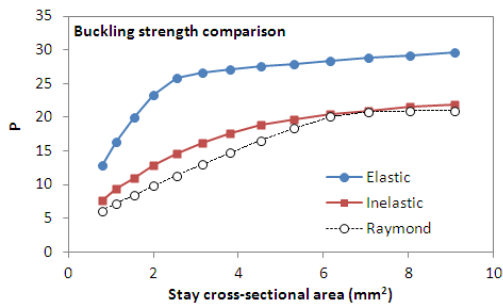
[Fig. 6] Elastic buckling strength from eigenvalue analysis



[그림 7] 비탄성해석에 따른 극한좌굴강도
[Fig. 7] Ultimate buckling strength from inelastic analysis



[그림 8] 해석적 해에 따른 Raymond좌굴강도
[Fig. 8] Raymond buckling strength from analytical solution



[그림 9] 지배좌굴강도비교
[Fig. 9] Comparison of governing buckling strengths

그림 (6)과 (7)에는 트러스 사재의 단면적에 대한 변화에 따른 ABAQUS의 탄형 및 비탄형 해석의 결과를 보여준다. 각각 MODE I 및 MODE II에 대한 좌굴하중을 보여준다. 탄형해석에서는 사재의 단면적이 작을 때는 MODE I이 지배하지만 일정정도의 단면적에 이르면 MODE II가 지배하게 된다. 이 경우 좌굴강도의 현격한 증가는 발생되지 않는다. 반면 비탄형해석의 결과를 보면 사재의 단면적이 아무리 증가하여도 MODE II가 지배하게 되는 경우는 없으며, MODE I의 강도가 MODE II의 강도에 수렴하는 현상을 보였다. 한편 3장에서 보인 해석

적 방법에 의해 결정된 Raymond제안식에 의한 좌굴강도를 그림 8에 보였다. 각각의 방법으로부터 MODE I과 MODE II가 모두 고려된 지배좌굴강도(governing buckling strength)를 추출하여 그림 9에 비교하여 보였다. 그림 9에서 확인할 수 있듯이 탄성좌굴강도는 비탄성좌굴강도에 비해 다소 높게 평가되었다. 그 이유로서는 다음과 같은 현상으로 설명될 수 있다. 탄성좌굴강도는 선형해석방법인 고유치해석의 결과로서 사재가 인장상태인지 압축상태인지를 구분하지 않고 모두 강도행렬의 구성에 반영된다. 비탄성해석에서는 주기동의 압축에 앞서 압축을 받는 사재가 먼저 좌굴되면서 압축저항능력을 상실하게 된다. 이후 인장상태에 있는 사재만이 저항하는 상태에서 주기동의 극한좌굴강도가 결정되므로 4개의 사재 강성이 모두 고려된 탄성좌굴강도에 비해 낮은 강도가 된다. 또한 그림 9에서 확인할 수 있듯이 Raymond 등의 해석적 방법은 탄성좌굴강도보다는 비탄성해석 결과와 유사한 경향을 보였다. 예제의 오일러좌굴하중의 크기가 3.675 kN임을 감안하면 보강된 단일기둥시스템의 좌굴강도는 사재 강성에 따라 탄성해석의 경우 3~8배, 비탄성해석 및 Raymond 해석의 경우 2~6배 정도 증가하는 것으로 판명되었다.

5. 결론

기둥부재의 중간 위치에 자체의 압축력에 의해 지지되는 사재와 수평재로 구성된 구속장치를 설치한 보강된 단일기둥시스템은 보강되지 않은 경우에 비해 그 좌굴강도를 상당부분 향상시킬 수 있다. 보강된 단일기둥시스템의 좌굴강도를 정량적으로 산정하기 위하여 고유치해석, 비탄성 극한강도해석 및 해석적 해에 의한 방법 등을 적용하여 탄성좌굴강도, 극한탄성강도 및 Raymond 좌굴강도를 산정하였다. 예제해석결과 사재의 압축거동 차이에 의해 탄성좌굴강도는 비탄성좌굴강도보다 높게 평가되었으며 Raymond 좌굴강도는 비탄성 좌굴강도와 유사한 결과를 보였으나 다소 보수적인 강도산정을 유도하는 경향을 보였다. 예제해석을 통해 보강된 단일기둥시스템은 보강되지 않은 단순기둥에 비해 최대 8배 정도까지 좌굴강도가 향상될 수 있음이 확인되었다.

References

[1] AISC (American Institute of Steel Construction) Manual of steel construction, Load and Resistance Factor Design,

Chicago, 2001.

- [2] Bleich, F. Buckling strength of metal structures, McGraw-Hill Book Co., New York, NY. 1952.
- [3] Timoshenko, S. P. and Gere, J. N. Theory of elastic stability, McGraw-Hill Book Co., New York, NY. 1961.
- [4] Vlasov, V. Z. Thin-walled elastic beams, Israel program for scientific translations Ltd., Jerusalem. 1961.
- [5] Chu, K. H., Berge, S. S. Analysis and design of struts with tension ties. Journal of Structural Division, ASCE, 89(ST1): 127-163. 1963.
- [6] Mauch, H. R., Felton, L. P. Optimum design supported by tension ties. Journal of Structural Division, ASCE, 93(ST 3): 201-220. 1967.
- [7] Smith, E. A. Behavior of columns with pretensioned stays. Journal of Structural Division, ASCE, 111(5): 961-72. 1985.
- [8] Hafez, H. H., Temple, M. C., Ellis, J. S. Pretensioning of single-crossarm stayed columns. Journal of Structural Division, ASCE, 105(ST 2): 359-75. 1979.
- [9] Hathout, I. A., Temple, M. C., Ellis, J. S. Buckling of space stayed columns. Journal of Structural Division, ASCE, 105(ST 9): 1805-22. 1979.
- [10] Temple M. C. Buckling of stayed columns. Journal of Structural Division, ASCE, 103(ST 4): 839-851. 1977.
- [11] ABAQUS Inc. ABAQUS Analysis user's manual. Pawtucket RI. 2003.
- [12] Pi Y-L, Bradford MA. Strength design of steel I-section beams curved in plane. Journal of Structural Engineering, ASCE 127(6): 639-646. 2001.
- [13] Kim, K and Yoo, C. H. Ultimate strengths of steel rectangular box beams subjected to combined action of bending and torsion. Engineering Structures, 30(2008): 1677-1687, 2008.

김 경 식(Kyung-Sik Kim)

[정회원]



- 1994년 2월 서울대학교 공과대학 토목공학과 (공학석사)
- 2004년 8월 Auburn University 토목공학과 (공학박사)
- 1992년 1월 ~ 1999년 8월 : 포항산업과학연구원 선임연구원
- 2005년 10월 ~ 2009년 8월 : GS건설 기술본부 책임연구원
- 2009년 9월 ~ 현재 : 청주대학교 토목환경공학과 교수

<관심분야>

토목공학, 강구조공학, 강합성구조공학