

센싱 및 계측 기술에서의 혁신: 지구물리 탐사를 위한 압축센싱 및 초고해상도 기술

공승현 · 한승준*

한국과학기술원 항공우주학과

A Breakthrough in Sensing and Measurement Technologies: Compressed Sensing and Super-Resolution for Geophysical Exploration

Seung-Hyun Kong and Seung-Jun Han*

Dept. of Aerospace Engineering, Korea Advanced Institute of Science and Technology (KAIST)

요 약: 탐사 시스템을 포함하여 대부분의 센싱 및 계측 시스템은 중요한 정보를 놓치지 않기 위하여 필요한 정보 보다 높은 샘플링률로 정보를 수집 한다. 이는 경우에 따라 센싱 및 계측 시스템이 비효율적일 수 있음을 의미한다. 본 논문에서는 적은 샘플자료로부터 높은 정밀도의 정보 취득에 관한 새로운 두 가지 연구분야를 소개하고자 한다. 하나는 가능한 적은 샘플로 원래의 정보를 복원하는 압축센싱(Compressed Sensing)기술이며, 또 다른 하나는 이미 얻어진 한정된 샘플로부터 높은 해상도의 정보를 추정하는 초고해상도(Super-Resolution)기술이다. 본 논문에서는 압축센싱 기술의 기본이론과 복원기술에 대해 설명하고, 탐사분야의 적용 사례, 초고해상도 기술의 배경 및 최근의 기술인 FRI (Finite Rate of Innovation) 개념과 LIMS (Least-squares based Iterative Multipath Super-resolution)기술의 적용사례를 소개한다. 결론으로는 이러한 새로운 기술들이 지구물리 탐사분야에 어떻게 활용될 수 있는지 논의한다.

주요어: 압축센싱, 초고해상도, 신호계측, 신호복원, 원격탐사, 지구물리 탐사

Abstract: Most sensing and instrumentation systems should have very higher sampling rate than required data rate not to miss important information. This means that the system can be inefficient in some cases. This paper introduces two new research areas about information acquisition with high accuracy from less number of sampled data. One is Compressed Sensing technology (which obtains original information with as little samples as possible) and the other is Super-Resolution technology (which gains very high-resolution information from restrictively sampled data). This paper explains fundamental theories and reconstruction algorithms of compressed sensing technology and describes several applications to geophysical exploration. In addition, this paper explains the fundamentals of super-resolution technology and introduces recent research results and its applications, e.g. FRI (Finite Rate of Innovation) and LIMS (Least-squares based Iterative Multipath Super-resolution). In conclusion, this paper discusses how these technologies can be used in geophysical exploration systems.

Keywords: compressed sensing, super-resolution, signal measurement, signal recovery, remote sensing, geophysical exploration

서 론

어떤 신호 $x(t)$ 가 갖는 주파수 대역폭 보다 2배 이상의 주파수를 갖는 균일한 시간 간격으로 $x(t)$ 를 샘플링(sampling) 한다면, 이때 샘플링된 정보는 원래의 신호를 복원하기에 충분하다

는 Nyquist-Shannon의 샘플링 정리는 현재까지 많은 과학과 공학의 발전에 밑바탕이 되어 왔다. 측정(measurement)이나 센싱(sensing) 시스템에서도 이러한 샘플링 정리는 시스템의 기본적인 기능 요구사항을 제시하여 왔다. 측정 및 센싱 시스템들은 경우에 따라서 대규모 자료를 샘플링하여 대용량의 자료를 처리해야 하는 것이 필요하다. 많은 경우에 이러한 시스템은 높은 정밀도를 얻기 위하여 높은 샘플링 주파수를 가지며 시공간적으로 분리된 다수의 지점에서 동시에 자료를 얻어야 한다. 이러한 경우 자료의 양은 기하급수 적으로 증가하며, 자료를 처리를 위한 시스템의 복잡도와 자료의 처리시간 뿐만

2011년 10월 19일 접수; 2011년 11월 10일 수정; 2011년 11월 17일 채택;
*Corresponding author

E-mail: sjhan11@kaist.ac.kr

Address: Room 4313, Building N7-2, 291 Daehak-ro, Yuseong-gu, Daejeon 305-701, Korea

이 아니라 그 비용 역시 급격히 증가하는 문제 등이 발생한다. 이러한 문제는 측정 및 센싱 시스템을 활용하는 탐사 분야, 예를 들어, 지진 관측이나 지질 탐사 그리고 원격 탐사 등에서 중대한 정보 취득의 한계를 가져올 수 있어서 이에 대한 개선의 노력이 기울여져 왔다.

먼저, 한 가지 의문점을 생각해보자. 즉, Nyquist-Shannon의 샘플링 정리가 측정 및 센싱 시스템에서 측정하려는 신호로부터 정보를 얻어내는데 적합한 측정 방식을 제공 하는가에 대한 의문이다. 이 문제는 근본적으로 신호를 측정하는 방식이 신호에 적합하게 만들어졌는지를 생각하기 위한 것으로 좀더 세부적으로는 두 가지 관점에서 생각해볼 수 있다. 첫째는 단일 신호의 특성에 적합한 측정 방식이 있다면, “얼마나 적은 양의 신호 샘플로도 얻고자 하는 주요 정보의 확보가 가능한가?” 라는 자료 크기의 최소화에 대한 관점과, 두 번째는 “샘플링된 신호로부터 추정 가능한 해상도를 최대한 높이기 위해서 신호의 측정 방식이 요구하는 최소한의 신호 샘플 수가 얼마인가?”에 대한 관점이다. 놀랍게도 최근 밝혀진 정보 이론에 따르면 위의 두 가지 관점에 대한 대답은 기존의 Nyquist-Shannon 샘플링 정리가 요구하는 신호 샘플의 수보다 수 배에서 수십 배 작은 수로도 가능하다는 것이다.

본 논문에서는 위의 의문점에 대한 대답을 최신 압축센싱 기술과 초고해상도 기술로부터 들어보고 최근 개발되고 있는 지구물리 탐사에서의 응용 예를 살펴보고자 한다.

압축센싱(Compressed Sensing: CS)

압축센싱의 기본이론

실제의 대부분의 물리적 신호는 어떤 특별한 공간으로 변환했을 때 몇몇의 성분만이 큰 값을 가지며 나머지는 매우 작은 값으로 분류되는 경우가 많다. 이러한 경우 그 신호는 해당 공간에서 성긴(sparse) 신호라고 한다. 예를 들면 대부분의 일차원 신호는 푸리에 공간에서는 몇 개의 주파수에서만 큰 값을 가지며, 이차원 영상의 경우 웨이블릿(wavelet) 공간에서 매우 적은 수의 계수만이 큰 값을 가진다. 이러한 사실이 의미하는 바는 Nyquist 샘플링 정리가 경우에 따라서 매우 비효율적인 방법이라는 것이다. 이에 반해 새로이 주목되고 있는 압축센싱(Compressed Sensing 또는 Compressive Sensing) 이론은 압축 가능한 신호를 신호의 취득단계에서부터 압축하여 샘플링하는 새로운 방법이다. 압축센싱 이론의 핵심은 다음과 같은 underdetermined 시스템의 해를 찾는 데 있다(Donoho, 2006).

$$\mathbf{y} = \Phi \mathbf{x} \quad (1)$$

여기서는 $\mathbf{y} \in \mathbf{R}^M$ 압축적으로 샘플링된 자료이며, $\Phi \in \mathbf{R}^{M \times N}$ 는 계측행렬(measurement matrix)으로써 실질적인 자료를 압축하는데 사용된다. $\mathbf{x} \in \mathbf{R}^N$ 는 성긴 신호이다. 한편 성긴 신호에서 신호를 이루는 비중 있는 성분들의 비율을 신호의 성긴정도

(sparsity)라고 정의 한다. 이 수를 K 라고 한다면 $K < M \ll N$ 의 관계가 성립한다. 즉 이것은 식 (1)의 해를 구할 수 있다면 K 보다는 다소 많지만 N 개의 원신호 보다는 매우 적은 M 개의 자료 샘플로부터 원신호를 복원할 수 있음을 의미한다. 대부분의 신호는 시간 영역에서 성긴 신호가 아니므로 식(1)을 좀더 일반화 하면 다음 식 (2)와 같다.

$$\mathbf{y} = \Phi \Psi \mathbf{a} \quad (2)$$

여기서 $\mathbf{x}_s = \Psi \mathbf{a}$ 일 때, 여기서 $\mathbf{a} \in \mathbf{R}^{N \times 1}$ 는 성긴 신호가 아닌 일반적인 신호의 입력벡터이며, $\Psi \in \mathbf{R}^{N \times N}$ 는 변환행렬(Transformation Matrix)으로써 성긴 신호가 아닌 신호를 성긴 신호로 변환하는 역할을 한다. 또한 그 역이 존재해야 하며 경우에 따라 아날로그 필터나 광학렌즈 등의 물리적인 장치로 구현될 수도 있다. 이 경우 \mathbf{x}_s 를 K -성긴 신호라고 한다.

압축센싱 기술에서의 핵심문제는 식 (1)에서 계측행렬(Measurement Matrix) Φ 를 어떻게 정의 할 것인가와 이로부터 원신호 \mathbf{x} 를 어떻게 복원 할 것인가로 정의될 수 있다. 다음 식 (3)으로 나타나는 RIP (Restricted Isometry Property)는 계측행렬의 평가에 사용된다.

$$(1 - \delta_k) \|\mathbf{x}\|_2^2 \leq \|\Phi \mathbf{x}\|_2^2 \leq (1 + \delta_k) \|\mathbf{x}\|_2^2 \quad (3)$$

여기서 δ_k 는 RIP상수로 $0 < \delta_k < 1$ 을 만족하며 이 상수가 매우 작을 때 RIP가 성립된다. 이는 계측행렬 Φ 가 성긴 신호를 다른 대역으로 변환하더라도 그 에너지가 유지되어야 한다는 것을 의미한다. 또한 이로부터 식 (2)로 확장하여 생각하면, 계측행렬과 변환행렬은 서로 상관도가 매우 낮아야 함을 알 수 있다. 계측행렬이 무작위 가우시안(Random Gaussian) 행렬이거나 무작위 베르누이(Random Bernoulli) 행렬일 때 측정된 샘플의 개수 M 이 $M \geq O(K \log N / K)$ 이고, RIP를 만족할 경우 성긴 신호는 매우 높은 확률로 복원할 수 있음이 알려져 있다(Candès et al., 2006). 따라서 계측행렬은 변환행렬과 상관도가 낮고 모든 대역에서 균일한 에너지를 투영해야 하며, 그로 인해 주로 무작위 행렬이 사용된다.

복원알고리즘

식 (1)의 해를 찾는 것은 시스템이 underdetermined 시스템이므로 무수히 많은 해가 존재할 수 있으며, 근본적으로 최적화 문제로 귀착된다. 압축센싱의 최적화 해를 구하기 위한 방법은 활발히 연구되어 최근 들어 많은 알고리즘이 개발되어 왔다. 이들을 알고리즘 측면에서 분류하면 l_1 -norm 최소화 알고리즘, Greedy 알고리즘, 그리고 조합 알고리즘으로 분류할 수 있다(Barunik et al., 2011).

l_1 -norm 최소화 알고리즘 설명에 앞서 식 (4)와 같이 정의되는 성긴 신호의 최적화 문제를 살펴보자. 먼저 일반적인 최적화 문제에서 사용되는 l_2 -norm 최소화 문제를 생각할 수 있다. l_2 -norm이 모든 원소의 제곱의 합으로 비성긴(non-sparse) 해를

찾기 때문에 K -성진 신호에서는 적합하지 않다. 반면에 l_0 -norm 최소화 문제는 l_0 -norm이 원소의 개수를 의미하므로 성진 신호를 구하는데 가장 적합하지만, $K+N$ 개의 K -성진 벡터를 모두 점검해야 하므로 NP-hard (Non-deterministic Polynomial-time hard)문제가 되어 실용성이 적다. 마지막으로 l_1 -norm 최소화 문제에서 l_1 -norm은 모든 원소의 절대크기의 합을 의미하고, 최소화문제는 BP (Basis Pursuit)이라는 선형계획법(Linear Programming)으로 변환하여 높은 확률로 K -성진 신호를 복원할 수 있는 것이 증명되었다(Candès *et al.*, 2005). 선형계획법은 Convex 최적화 문제에 대한 범주에 속하는 문제로 선형목적함수의 최적해를 찾는 문제이며, 내부점법(interior point method), 외부점법(exterior point method), 심플렉스법(simplex method) 등 잘 알려져 있는 알고리즘을 사용할 수 있으나 이러한 선형계획법은 계산 복잡도는 $O(N^3)$ 에 이른다.

$$\min_{\tilde{\mathbf{x}} \in \mathbb{R}^K} \|\tilde{\mathbf{x}}\|_1 \text{ subject to } \|\Phi\tilde{\mathbf{x}} - \mathbf{y}\|_2 \leq \epsilon, (i = 0, 1, 2) \quad (4)$$

l_1 -norm 최소화 알고리즘은 압축센싱에 대한 최초의 유용한 알고리즘으로 강력한 이론적 배경이 된다. 이후 계산 속도 향상을 위해 최적 해를 찾는 대신에 근사방법인 Greedy 알고리즘이 압축센싱 해를 찾는 문제에 도입되었다. 다시 말해 가장 성진 신호를 찾는 것으로 다음의 nonconvex 문제를 푸는 것이 목적이다.

$$\min_I \left\{ |I| : y = \sum_{i \in I} \phi_i x_i \right\} \quad (5)$$

여기서 I 는 Φ 의 i 번째 열벡터(Column Vector)이다. Greedy 알고리즘은 반복 알고리즘으로 각 단계마다 국지적 최적해를 찾는다. Greedy 알고리즘에 가장기본이 되는 알고리즘이 MP (Matching Pursuit) (Duarte *et al.*, 2005)이며, OMP (Orthogonal Matching Pursuit) (Tropp and Gilbert, 2007), StOMP (Stagewise Orthogonal Matching) (Donoho *et al.*, 2006) 그리고 CoSaMP (Compressive Sampling Matching Pursuit) (Needell and Tropp, 2009) 등의 대표적인 알고리즘이

있다. 여기서 OMP는 노이즈가 있는 신호는 복원할 수 없고, CoSaMP는 계측샘플 수, 연산량 및 안정성 등에 우수한 성능을 받고 있어, 새로운 알고리즘 개발에 있어서 중요한 기준 알고리즘으로 자리잡고 있다. 이 범주에 속하면서 새롭게 주목받고 있는 알고리즘으로는 IHT (Iterative Hard Thresholding) (Blumensath and Davies, 2009)가 있는데, 비교적 간단한 계산으로 CoSaMP와 유사한 성능을 가진다. 조합알고리즘은 어떤 요소를 식별하는 비용을 줄이는 문제를 푸는 목적의 알고리즘으로 HHS Pursuit (Gilbert *et al.*, 2007), SSMP (Sparse Sequential Matching Pursuit) (Berinde and Indyk, 2009) 등의 알고리즘이 있다.

Deterministic 행렬의 활용

앞에서 설명한 것과 같이 일반적으로 압축센싱에서는 계측행렬 Φ 를 무작위행렬로 구성하는 방식이 주로 연구되어 왔다. 따라서, 식 (1)의 원 자료 \mathbf{x} 를 복원하는 방법도 복잡하고 시간 소모가 큰 알고리즘을 사용해야 하는 단점이 있다. 최근 압축센싱 연구의 또 다른 방향은 Φ 를 랜덤 행렬이 아닌 규격화된 Deterministic 행렬로 만드는 방식이다(Calderbank *et al.*, 2010). Deterministic 계측행렬을 사용하는 경우에는 원 자료 \mathbf{x} 를 복원하는 방법이 단순하고 직접적이어서 그 활용도가 높아질 수 있다.

지구물리 탐사분야에서의 압축센싱의 적용

압축센싱 기술의 지구물리 탐사분야에 적용된 대표적인 예로는 Fig. 1에서 보인 것과 같은 커브렛(curvelet) 변환과 무작위 샘플링을 이용한 탄성파신호 복원에 관한 예를 들 수 있다. 이 연구에서는 식 (2)의 계측행렬을 다음과 같이 변경하였다 (Herrmann, 2010).

$$\Phi := \mathbf{RMS}^H \quad (6)$$

여기서 $\mathbf{R} \in \mathbb{R}^{n \times M}$ 은 제한행렬(restriction matrix)로 $M \in \mathbb{R}^{n \times M}$ 은 계측행렬, $\mathbf{S}^H \in \mathbb{R}^{n \times M}$ 은 변환행렬이고 $(\cdot)^H$ 은 행렬의

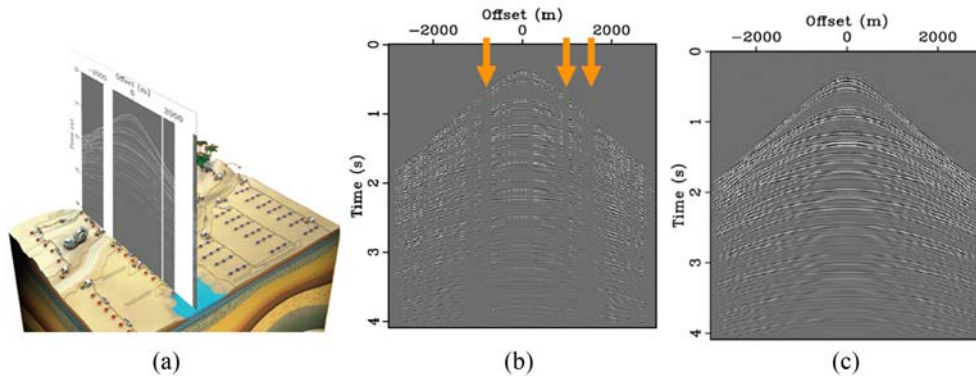


Fig. 1. An example of seismic wave recovery in exploration seismology: (a) seismology environment, (b) missing shots data, (c) recovery using compressed sensing and curvelet transformation (Herrmann, 2010).

Hermitian이다. 여기서 특이 사항은 \mathbf{R} 과 \mathbf{S}^H 행렬로써 \mathbf{R} 행렬은 전체 자료에서 무작위 샘플을 취하며, \mathbf{S}^H 는 성긴 신호를 만들기 위해 커브렛 변환 행렬을 사용하였다. 여기서 각 행렬의 차수는 $n \ll M < N$ 이며 2차원일 때 $\delta = n/M \approx 0.004$ 의 변환률로 해를 구하였다. 이는 약 4% 정도의 자료 샘플만으로 탄생과 해석을 위한 복원이 가능하다는 것을 의미한다. 여기에서 사용된 커브렛 변환의 기본적인 특성을 Fig. 2에 보였다. 커브렛 변환은 이방성(anisotropic) 성질을 가진 변환으로 등방성(isotropic) 성질을 가지는 기존의 푸리에 변환이나 웨이블렛 변환 비하여 잡음 제거나 모서리(edge) 복원에 있어서 탁월한 성능을 보이고 있어 최근 주목 받고 있다(Candès *et al.*, 2006).

또 다른 흥미로운 예는 단지 하나의 화소를 갖는 카메라를 이용한 원격탐사이다. Fig. 3에 보인 압축센싱을 이용한 단일 화소 카메라(Duarte *et al.*, 2008)는 렌즈를 통해 입력된 화상을 DMD (Digital Micromirror Device)로 무작위로 반사하고, 이를 단순히 하나의 광전소자를 통해 수집된 자료로부터 원래의 영상을 복원하는 카메라이다. 이러한 단일 화소 카메라는 최근 커브렛 변환과 IHT (Iterative Hard Thresholding)기술을 이용하여 달표면의 원격탐사기술에 적용되는 방안까지 연구되고 있다(Ma, 2011). 이 적용은 중국의 청어 1호 달 탐사위성에서 얻은 영상을 이용하여 실험적으로 이루어 졌지만 실제 위성에 단일 화소 카메라가 사용된다면, 위성에서는 매우 간단한 형태의 카메라만을 장착하고 극도로 적은 자료만을 지상에

전송하여 복원하는 혁신적인 시스템 구성이 가능하다. Fig. 4는 본 기술을 사용하여 복원한 청어1호의 달 표면 화상이다.

초고해상도(Super-Resolution: SR) 기술의 발전

무선 신호(음파나 전자파)의 반사파를 측정하여 지층을 탐사하는 시스템을 예로 들어 설명하면, 수신되는 반사파 신호는 잡음에 의한 왜곡뿐만 아니라 신호 세기의 감쇠(attenuation)와 신호간 겹침에 의한 간섭(interference)까지 발생하는 것을 볼 수 있다. 만일, 어떠한 두 개의 동일한 신호가 시간적으로 가깝게 겹쳐서 수신되어 거의 한 개의 신호처럼 보이는 경우를 가정해보자(실제 시스템에서는 두 개의 신호가 아니라 다수 개의 신호가 중첩되는 경우도 많다). 이러한 문제는 GPS와 같이 수신되는 신호의 도착 시간으로부터 신호가 여행한 거리를 측정하는 거리 측정 시스템과 무선 탐사와 같이 물질의 경계면에서 반사되어 수신되는 무선 신호로부터 거리를 측정하는 탐사 시스템에서 주로 발생한다. 일반적으로 두 개의 신호 간의 시간적 이격이 충분히 크면 Nyquist-Shannon 샘플링 정리를 따르는 시스템에서는 샘플 자료로부터 두 개의 신호를 분별하여 인식하는 것이 가능하지만, 그렇지 않은 경우에는 두 개의 신호를 분별하는 것이 매우 어렵고 많은 경우에 한 개의 신호가 수신된 것으로 판단하게 된다.

이러한 문제는 주어진 신호 샘플로부터 샘플 간격 이상으로 해상도를 높이기 위한 SR 연구에서 주로 다루어져 왔는데, MUSIC (multiple signal classification) (Schmidt, 1986), ESPRIT (Estimation of Signal Parameters via Rotational Invariance Technique) (Roy and Kailath, 1989) 그리고 MP (Matrix Pencil) (Hua and Sarkar, 1990)에서와 같이 신호가 이루는 부분공간(subspace)을 찾아내기 위하여 샘플 자료의 상관행렬 또는 샘플 자료 행렬로부터 고유벡터(eigenvector)나 고유치(eigenvalue)를 찾아내는 방식을 활용되었다. 이러한 방식들은 시간적으로 중첩되는 신호 성분들 간에 상관성이 없는

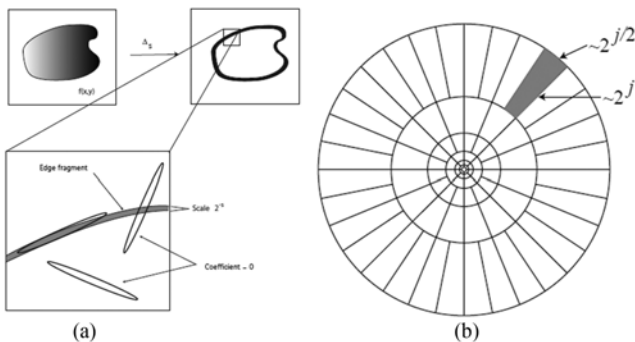


Fig. 2. Curvelet transformation characteristics: (a) anisotropic characteristic (Candès and Donoho, 2004), (b) curvelet tiling in Fourier space (Candès *et al.*, 2006).

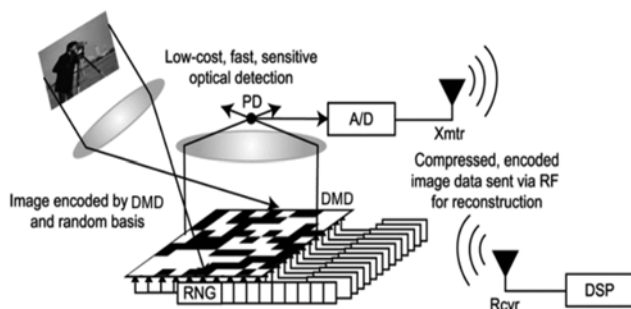


Fig. 3. Single-pixel camera (<http://dsp.rice.edu/cscamera>).

SNR = 39.98 dB

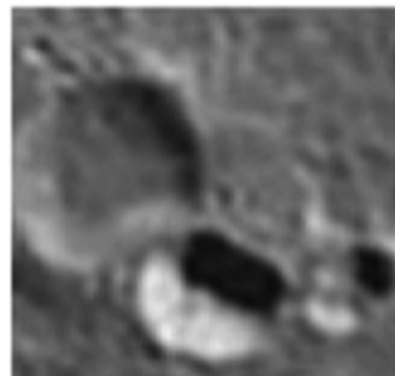


Fig. 4. Single-pixel image of moon surface (Ma, 2011).

(uncorrelated) 경우에 신호간 분별이 잘되어 우수한 결과를 얻을 수 있지만 그렇지 않은 경우엔 성능이 크게 떨어지는 단점을 가지고 있다. 일반적으로 신호 성분들 간의 상관성을 낮추기 위하여 긴 시간 동안 반복적으로 신호를 측정하여 각 신호 성분들의 통계적 비상관성을 좀더 높일 수 있지만, 그로 인하여 매우 많은 자료를 처리해야 하는 문제를 가지고 있다.

최근 초고해상도기술의 발전은 압축센싱(compressed sensing) 기술과 비슷한 맥락을 가지고 있다. 예를 들어, 초고해상도기술은 K 개의 $\delta(t)$ 함수로 표현되는 신호가 수신될 때, 몇 개의 신호 샘플이 수신된 신호를 정확히 복원할 수 있는가에 관한 문제의 답을 가지고 있다. 알려진 바와 같이, 1개의 $\delta(t)$ 함수는 주파수 영역에서 무한대의 대역폭을 가지므로 Nyquist-Shannon 샘플링 정리에 따르면 무한대의 신호 샘플이 필요하다. 하지만, 1개의 $\delta(t)$ 함수가 갖는 정보는 그 함수가 나타난 위치(시간)와 크기(진폭) 단 두 개뿐이다. (즉, Nyquist-Shannon 샘플링 정리를 따르면 단 2개의 정보를 얻기 위하여 무한개의 측정치를 얻어야 한다는 결론이 된다) 실제 반사파를 탐지하는 시스템의 경우, 수신되는 신호는 서로 다른 시간 지연과 서로 다른 진폭을 가지는 신호 성분들의 합으로 나타낼 수 있으므로 식 (7)과 같이 수신되는 신호 $y(t)$ 는 원래의 신호 $s(t)$ 및 수신 필터 $f(t)$ 와 임펄스 응답 $h(t)$ 의 컨볼루션(convolution)과 잡음 $n(t)$ 의 합으로 표현한다.

$$y(t) = s(t) * f(t) * h(t) + n(t) = s(t) * f(t) * \sum_{k=1}^K x_k \delta(t - \tau_k) + n(t) \quad (7)$$

여기서, x_k 는 각 반사파의 진폭, τ_k 는 시간지연, 그리고 K 는 수신되는 전체 반사파의 개수이다. 수신기에서는 원래의 신호 $s(t)$ 는 이미 알고 있으므로 디컨볼루션(deconvolution) 과정을 통하여 수신 신호 $y(t)$ 에서 신호 $s(t)$ 분리하여 채널 임펄스 응답의 추정 함수 $\hat{h}(t)$ 를 구한 경우를 생각해보자(채널 임펄스 응답의 추정 함수를 구하는 기술에 대해서는 본 논문의 논의 대상에서 제외한다).

$$\hat{h}(t) = f(t) * \sum_{k=1}^K \hat{x}_k \delta(t - \hat{\tau}_k) + n'(t) \quad (8)$$

식 (8)에서 $\hat{\cdot}$ 은 각 함수에 대한 추정 함수이다. $\hat{h}(t)$ 가 식 (8)과 같이 K 개의 $\delta(t)$ 함수들의 합으로 표현되므로 잡음제거 과정을 통하여 잡음 $n(t)$ 를 최소화하고 K 개의 $\delta(t)$ 함수들이 갖는 시간 지연과 진폭을 추정하는 것이 무선 탐사 시스템의 목적으로 생각할 수 있다. 식 (7)이나 식 (8)에서 표현한 바와 같이 수신 신호 $y(t)$ 와 $\hat{h}(t)$ 는 일정 기간 동안 유한 수(K)의 변화율(finite rate of innovation: FRI)을 갖는 FRI 신호이며, 이때 수신기의 필터(주로 low pass filter)를 정확히 모델링 하면 단지 (잡음이 없는 이상적인 경우) $2K + 1$ 개의 샘플로도 원래의 신호 ($\hat{h}(t)$)를 완벽히 복원할 수 있다는 것이 증명되었다 (Vetterli et al., 2002). FRI알고리즘은 $2K$ 개의 변수를 갖는 비

선형 방정식을 해결하는 문제를 선형 방정식의 문제로 변환하여 유도함으로써 K 개의 FRI 신호를 완벽하게 복원하기 위한 최소의 샘플 수를 찾아낸 것이다.

Fig. 5는 SNR = 20dB인 경우 100개의 $\delta(t)$ 을 갖는 수신 신호를 1001개의 샘플로부터 추정한 결과이다(Vetterli et al., 2002). 그러나, 적은 수의 샘플로도 여러개의 중첩 신호를 완벽히 복원할 수 있다는 것과는 달리, FRI 신호를 다루는 많은 시스템에서 식 (7)로부터 식 (8)을 얻는 것은 원 신호에 대한 모델링 오차가 있거나 신호 자체가 변화하는 경우에는 아직도 보완해야 할 숙제이다. 신호를 식 (8)로부터 추정하기 어려운 경우가 있으며, 그 중의 하나는 대역확산(spread spectrum) 신호를 사용하는 경우가 해당된다. 대역확산 신호의 경우 FRI 신호의 알고리즘과는 달리 최소자승법(least square method)나 최대우도추정법(maximum likelihood estimation method)을 통하여 각 신호 성분의 진폭 x_k 과 시간지연 τ_k 를 추정하는 방식

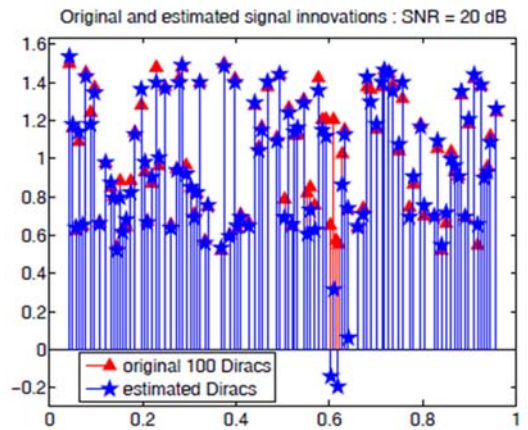


Fig. 5. Delta function recovery using FRI algorithm (Vetterli et al., 2002).

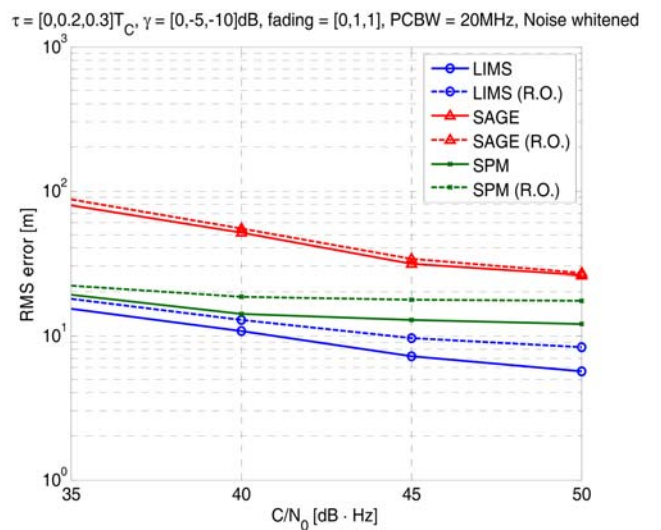


Fig. 6. Performance of first arrival path delay estimation for spread spectrum signals (Nam and Kong, 2011).

이 연구되어 왔다. 일반적으로 최소자승법이나 최대우도추정법을 사용하는 경우에도 비선형방정식에 포함된 모수(parameter)를 추정하기 위하여 다양한 최적화 기법을 활용한다. 대역확산 신호의 다중 중첩 신호를 분해를 위하여 최근 개발된 LIMS (Least-Squares based Iterative Multipath Super-resolution) 기술은 최적함수를 간결한 선형방정식으로 새롭게 유도함으로써 적은 수의 샘플로도 기존의 기술들 보다 훨씬 높은 중첩 신호의 분해 해상도를 얻었다(Nam and Kong, 2011). Fig. 6에는 GPS와 같은 대역확산 신호에서 다중 중첩 신호가 발생한 경우 수신 신호로부터 각 신호 성분을 분해하는 기술들에 대한 정확도 오차를 GPS 신호 대 잡음비(SNR)에 대하여 도시하고 있다. 여기서 LIMS는 최소자승법에 기반을 두고 있으며, 해를 쉽게 풀기 위하여 1차 선형 방정식으로 신호를 모델하고 반복적으로 해를 찾아 신호를 분해한다. SAGE (Space Alternative Generalized Expectation maximization)는 최대우도추정법에 기반을 두고 반복적으로 해를 찾는 방법을 사용하여 신호를 분해한다 (Fessler and Hero, 1994). 그리고 SPM (Super-Resolution PN Method)은 PN코드의 자기상관함수로부터 생성된 입력신호를 MUSIC 알고리즘에 적용하여 신

호를 분해한다(Manabe and Takai, 1992).

최근 FRI 신호의 복원 기술은 2D 신호(영상)에도 적용되어 저급 영상을 고해상화하는 방법으로 연구되고 있는데, 특히 약간의 흔들림(또는 영상간에 약간의 이동)이 있는 여러개의 저급 영상으로부터 영상에 들어있는 대상을 정확하게 획득해내는 경우 좋은 결과를 얻을 수 있다. 그 이유는 영상 내에 들어있는 모서리(edge)는 계단함수(step function)으로 생각할 수 있고 계단함수의 1차 차분함수(first difference function)는 델타(delta) 함수가 되기 때문에 상기 식 (8)과 같은 형식으로 해석할 수 있으며, 식 (8)의 수신 필터 $f(t)$ 는 디지털 카메라의 각 픽셀(pixel)들에 적용되는 PSF (point spreading function)로 주로 가우시안 함수로 정확히 모사될 수 있기 때문이다. Fig. 7과 Fig. 8에는 흔들림이 있는 64×64 해상도를 갖는 영상에서 원거리에 놓인 물체를 각각 60개와 40개의 연속적 영상으로부터 FRI 알고리즘을 적용하여 얻은 해상도 512×512 급 영상이다(Baboulaz and Dragatti, 2009).

결 론

대부분의 무선 또는 영상 탐사 시스템에 있어서 얻고자 하는 정보의 수는 취득한 샘플의 수보다 크게 작다. 탐사 시스템에서 샘플링의 속도나 샘플의 수를 줄이는 것은 자칫 탐사하려는 정보를 놓치거나 추정할 수 없는 경우가 발생하는 결과를 초래하기 때문이다. 이러한 경우 발생하는 높은 비효율성에 대한 해결은 얻고자 하는 정보의 취득을 보장하는 최소한의 신호(또는 영상) 샘플 수 그리고 추정 정확도를 최대한 높이기 위한 샘플의 최소 개수에 대한 답을 찾는 것에서 출발할 수 있다.

최근 기술의 발달은 위의 문제에 대한 납득할 수 있는 답을 제시하고 있다. 압축센싱 기술의 경우에 이산시간(discrete-time) 샘플의 복원을 원래의 샘플 개수보다 매우 작은 수의 샘플들로부터 복원될 수 있음을 제시하고 있으며, 초고해상도 기술은 이산시간샘플로부터 연속시간(continuous-time) 신호의 정보를 복원할 수 있다는 것을 보여준다.

본 논문에서 살펴본 두 가지 기술은 최근 몇 년 동안 급속한 발전을 이루고 있는 분야로써 아직도 다양한 응용 분야에 최적화 시키기 위한 연구가 진행되고 있다. 본 논문에서는 각 기술의 주요 개념을 소개하고 각 기술이 탐사 시스템에서 어떻게 활용되고 있는지 간략하게 소개하였다.

감사의 글

본 연구는 국토해양부 위성항법기반 교통인프라 기술개발의 국비지원(06교통핵심A03)에 의해 수행되었습니다.

This research was supported by a grant from "Development of GNSS based Transportation Infrastructure Technology (06 교통핵심A03)" funded by Ministry of Land, Transport and

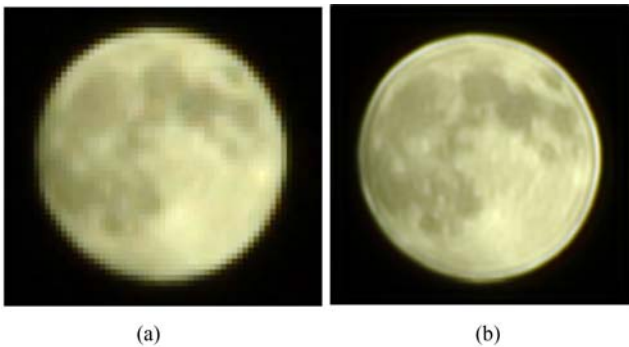


Fig. 7. Real super-resolution of the Moon from 60 images; (a) The Moon as acquired by the camera (60×60 pixels), (b) Super-resolved image of the Moon (600×600 pixels) (Baboulaz and Dragatti, 2009).

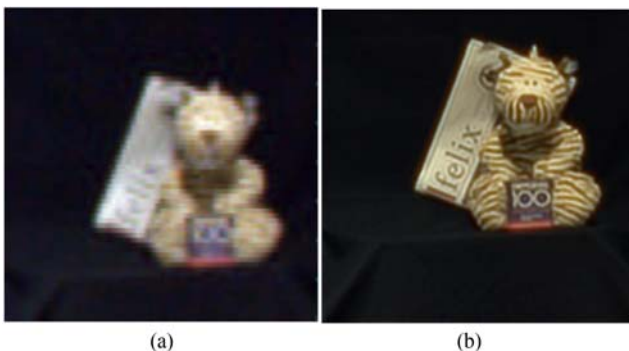


Fig. 8. Real image super-resolution from 40 images acquired SLR camera: (a) Region of interest (128×128 pixels) used for super-resolution; (b) Reconstructed image using FRI algorithm (1024×1024 pixels) (Baboulaz and Dragatti, 2009).

Maritime Affairs of Korean government.

참고문헌

- Baboulaz, L. and Dragatti, P., 2009, Exact Feature Extraction Using Finite Rate of Innovation Principles With and Application to Image Super-Resolution, *IEEE Trans. On Image Processing*, **18**(2), 281-298.
- Baraniuk, R., Davenport, M., Duarte, M., and Hegde, C., 2011, An Introduction to Compressive Sensing, <http://cnx.org/content/col11133/1.5>
- Berinde, R. and Indyk, P. 2009, Sequential Sparse Matching Pursuit, *47th Annual Allerton Conference on Communication, Control and Computing, Allerton 2009.*, IEEE, 36-43.
- Blumensath, T. and Davies, M., 2009, Iterative Hard Thresholding for Compressed Sensing, *Applied and Computational Harmonic Analysis*, **27**(3), 265-274.
- Calderbank, R., Howard, S., and Jafarpour, S., 2010, Construction of a Large Class of Deterministic Sensing Matrices that Satisfy a Statistical Isometry Property, *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing*, **4**(2), 358-374.
- Candès, E. and Donoho, D., 2004, New Tight Frames of Curvelets and Optimal Representations of Objects with Piecewise C2 Singularities, *Communications on Pure and Applied Mathematics*, **57**(2), 219-266.
- Candès, E., Romberg, J., and Tao, T., 2006, Robust uncertainty principles: Exact signal reconstruction from highly incomplete frequency information, *IEEE Trans. On information theory*, **52**, pp. 489-509.
- Candès, E., Rudelson, M., Tao, T., and Vershynin, R., 2005, Error correction via linear programming, *46th Annual IEEE Symposium on Foundations of Computer Science, FOCS 2005*. IEEE, 295-308.
- Candès, E., Demanet, L. Donoho, D., and Ying, L., 2006, Fast Discrete Curvelet Transforms, *Multiscale Modeling and Simulation*, **5**(3), 861-899.
- Donoho, D., 2006, Compressed sensing, *IEEE Trans. on Information Theory*, **52**(4), 1289-1306.
- Donoho, D., Drori, I., Tsaig, Y., and Stark, J. L., 2006, *Sparse Solution of Underdetermined Linear Equations by Stagewise Orthogonal Matching Pursuit*, Technical Report 2006-2, Department of Statistics, Stanford University.
- Duarte, M., Davenport, M., Takhar, D., Laska, J., Sun, T., Kelly, K., and Baraniuk, R., 2008, Single-pixel Imaging via Compressive Sampling, *IEEE Signal Process. Magazine*, **25**(2), 83-91.
- Duarte, M., Wakin, M., and Baraniuk, R., 2005, Fast Reconstruction of Piecewise Smooth Signals from Incoherent Projections. In *Proc. Work. Struc. Parc. Rep. Adap. Signaux (SPARS), Rennes, France, Nov. 2005*.
- Fessler, J. and Hero, A., 1994, Space Alternating Generalized Expectation-Maximization Algorithm, *IEEE Trans. on Signal Processing*, **42**(10), 2664-2677.
- Gilbert, A., Strauss, M., Tropp, J., and Vershynin, R., 2007, One sketch for all: Fast Algorithms for Compressed Sensing, In *Proceedings of the thirty-ninth annual ACM symposium on Theory of computing*, 237-246.
- Herrmann, F., 2010, *Randomized Sampling and Sparsity: Getting More Information from Fewer Samples*, UBC-EOS Technical Report. TR-2010-01. Geophysics, **173**(75).
- Hua, Y. and Sarkar, T. K., 1990, Matrix Pencil Method for Estimating Parameters of Exponentially Damped/Undamped Sinusoids in Noise, *IEEE Trans. on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, **38**(5), 814-824.
- Ma, J., 2011, Improved Iterative Curvelet thresholding for Compressed Sensing and Measurement, *IEEE Trans. on Instrumentation and Measurement*, **60**(1), 126-136.
- Manabe, T. and Takai, H., 1992, Superresolution of Multipath Delay Profiles Measured by PN Correlation Method, *IEEE Trans. on Antennas and Propagation*, **40**(5), 500-509.
- Nam, W. and Kong, S., 2011, Modified Least-Squares based Iterative Multipath Super-Resolution Algorithm, *Proceedings of the 2011 International Technical Meeting of The Institute of Navigation, San Diego, CA, January 2011*. 591-595.
- Needell, D. and Tropp, J., 2009, CoSaMP: Iterative Signal Recovery from Incomplete and Inaccurate Samples. *Applied and Computational Harmonic Analysis*, **26**(3), 301-321.
- Roy, R. and Kailath, T., 1989, ESPRIT-Estimation of Signal Parameters Via Rotational Invariance Techniques, *IEEE Trans. On Acoustics, Speech, and Signal Processing*, **37**(7), 984-995.
- Schmidt, R., 1986, Multiple Emitter Location and Signal Parameter Estimation, *IEEE Trans. on Antennas Propagation*, **34**(3), 276-280.
- Tropp, J. and Gilbert, A., 2007, Signal Recovery from Random Measurements via Orthogonal Matching Pursuit, *IEEE Trans. Information Theory*, **53**(12), 4655-4666.
- Vetterli, M., Marziliano, P., and Blu, T., 2002, Sampling Signals With Finite Rate of Innovation, *IEEE Trans. on Signal Processing*, **50**(6), 1417-1428.