

# 온도 제어 시스템 설계를 위한 가상 개발 기법

장유진\*

<sup>1</sup>동국대학교 정보통신공학부

## Virtual Development Scheme for Temperature Control System

Yu Jin Jang<sup>1\*</sup>

<sup>1</sup>Dept. of Information & Communication Engineering, Dongguk University

**요 약** 여러 산업 분야에서 온도 제어 시스템 설계는 매우 중요한 문제이다. 시스템 개발을 위해서는 개념적인 디자인, 실제 테스트를 위한 시스템 구현, 반복적인 실험을 통한 제어기 설계용 수식모델 도출, 제어기 설계 및 성능 테스트의 과정을 거친다. 통상적으로 실제 테스트 시스템 구현 및 반복적인 실험을 통한 모델링, 제어기 설계 및 성능 테스트에 매우 많은 시간과 비용이 소요된다. 대부분의 온도 제어 시스템 설계 문제에서 동작 온도는 복사 열전달은 무시될 수 있는 범위이며, 히터는 듀티비를 이용하여 ON/OFF 방식으로 제어된다. 본 논문에서는 이러한 조건에서 개념적인 초기 시스템 디자인 후 제어기 설계용 모델 도출에서부터 제어기 설계 및 제어성능 예측까지의 전 과정을 자동으로 수행할 수 있는 기법을 제시하여 온도 제어 시스템의 초기 설계를 손쉽게 빠르게 검증 할 수 있도록 하였다. SISO (Single Input Single Output) 시스템을 예로 들어 제안한 기법의 유용함을 보였다.

**Abstract** A temperature control system is very important part in many industrial applications. Typical development procedures for temperature control system consist of several stages such as conceptual system design, construction of physical system, controller design based on the mathematical model for the system, and performance test. Since the mathematical model is usually obtained with the aid of system identification technique based on repeated experiments after construction of the physical system, the above procedures require very large amount of time and cost. It takes also large amount of time in the controller design and performance test procedures. In this paper, a virtual development scheme, which can predict the performance of the temperature control system prior to construction of physical system, for rapid validation of the initial system design is proposed. The effectiveness of the proposed scheme is shown by using SISO (Single Input Single Output) example.

**Key Words** : Temperature control, Virtual development scheme, Reduced model, Combined FEM simulation with controller

### 1. 서론

여러 산업 분야에서 온도 제어 시스템 설계는 매우 중요한 문제이며 전체적인 시스템 개발 과정은 시스템의 개념적인 설계와 이를 물리적으로 구현하는 프로토타이핑 과정, 반복적인 측은 실험을 통한 제어기 설계를 위한 수학적 모델 도출 과정, 도출된 모델에 기반한 제어기 설계 및 검증 과정으로 이루어진다. 그러나 온도 제어 시스템

의 특성상 가열과 냉각에 매우 많은 시간이 소모되는 큰 문제가 존재하며 프로토타입 제작 과정 및 반복적인 실험을 통한 제어기 설계용 모델 도출 과정에 매우 많은 시간과 비용이 소요된다. 또한 제어기 설계 및 실제 성능테스트 과정에도 많은 시간이 소요된다. 만약 개념적인 설계가 변경된다면 모든 개발과정을 다시 수행해야만 한다.

온도제어 시스템의 초기 설계 및 검증을 위해 소프트웨어적인 기법을 모색하는 것은 매우 합리적인 대안이다.

이 논문은 2010년도 동국대학교 연구년 지원에 의하여 이루어졌음.

\*교신저자 : 장유진(season@dongguk.ac.kr)

접수일 11년 10월 05일

수정일 (1차 11년 10월 18일, 2차 11년 10월 27일)

게재확정일 11년 11월 10일

이러한 기법에서는 온도제어 대상물체의 외형, 히터의 위치, 소재의 물성들을 설정할 수 있어야하며, 이를 바탕으로 제어기 설계를 위한 수학적 모델을 자동 추출 할 수 있어야만 한다. 또한 자동 추출된 모델을 이용하여 특정 제어알고리즘을 사용한 제어기를 자동으로 구성할 수 있어야만 한다. 마지막으로 제어기와 연동된 사실적인 시물레이션을 통하여 제어성능을 예측 할 수 있어야 한다.

통상적인 온도 제어 시스템 설계 문제에서 히터는 듀티비를 사용한 ON/OFF 방식으로 제어되며 물체의 경계면에서는 대류 열전달이 복사 열전달 보다 매우 우세한 상황이 대부분이다. 열전달은 편미분 방정식으로 표현되며 위의 가정과 같이 히터에 의한 열전달과 그 외 물체의 경계면에서의 대류 열전달만을 고려한다면 FEM (Finite Element Method) 기법을 이용하여 선형 모델로 표현 할 수 있다 [1-3]. 이러한 FEM 모델은 생성된 메쉬(mesh)의 양에 비례하여 매우 높은 차수로 표현되며 Krylov 기법은 모멘트 매칭 원리를 이용하여 높은 차수의 선형 모델을 낮은 차수의 근사 모델로 변경 할 수 있게 해준다 [4]. 일반적으로 열전달은 저차(5차 이하)로 표현이 가능함을 경험적으로 알고 있기 때문에 축소모델의 차수 선정을 쉽게 할 수 있는 장점이 있다. 또한 느린 열전달 과정의 특성으로 인해 듀티비를 이용하여 ON/OFF 제어되는 히터의 출력은 듀티비를 크기로 하는 스텝 입력으로 근사 할 수 있으며 bilinear transform을 이용하여 저차의 이산 모델로 변화시킬 수 있다.

자동 추출된 저차의 이산 모델에 기반한 예측 제어기를 구성하고 FEM 시물레이션과 제어기를 연동하여 온도 제어 시스템의 성능을 예측할 수 있도록 하였다. 본 논문에서는 SISO (single input single output) 시스템을 예로 들어 제안한 방식의 유용함을 보였으며 향후 3D와 MIMO (multi inputs multi outputs) 시스템으로의 확장 및 복사 열전달 등을 고려한 보완이 이루어져야 할 것이다.

## 2. 온도제어 시스템 설계

### 2.1 자동 이산모델 추출

통상적으로 물체의 경계면에서 대류 열전달이 복사 열전달 보다 우세할 때 물체의 비열과 열전도도는 상수로 가정할 수 있다.  $T$ 를 온도,  $C$ 를 비열,  $\rho$ 를 밀도,  $k$ 를 열전도도,  $t$ 를 시간,  $(x, y)$ 를 2D 좌표라 정의했을 때 열전달 방정식은 식 (1)과 같이 편미분 방정식으로 표현된다 [1,2].

$$\rho C \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( k \frac{\partial T}{\partial y} \right) \quad (1)$$

Green's Theorem을 이용하면 식 (1)에 대한 weighted residual form을 다음과 같이 나타낼 수 있다 [5].

$$\int_{\Omega} \left[ W \frac{\partial T}{\partial t} + \alpha \left( \frac{\partial W}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\partial W}{\partial y} \frac{\partial T}{\partial y} \right) \right] d\Omega \quad (2)$$

$$+ \int_{\Gamma_B} \frac{1}{\rho C} W \left( -k \frac{\partial T}{\partial n} \right) d\Gamma = 0$$

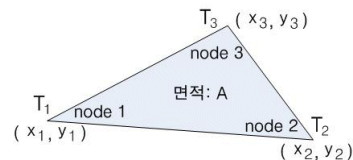
식 (2)에서  $\Gamma_B$ 는 디자인된 외형의 경계 중에서 플럭스(flux) 형태의 Neuman 경계 조건이 적용되는 부분이며  $n$ 은 경계에서 바깥 방향으로 수직(outward normal)인 단위 벡터를 나타낸다. 식 (2)의  $-k \partial T / \partial n$ 은 경계면에서의 대류 열전달이 복사 열전달 보다 우세하다는 가정에 따라 다음과 같이 표현된다.

$$-k \frac{\partial T}{\partial n} = -q + h(T - T_{amb}) \quad (3)$$

식 (3)에서  $q$ 는 경계에서 내부로 가해지는 플럭스를 나타내며  $T_{amb}$ 는 주변 공기의 온도를 나타내고  $h$ 는 대류 열전달 계수를 나타낸다.  $q_{max}$ 를 히터의 최대 플럭스라 하고,  $0 \leq u \leq 1$ 를 히터의 제어 입력이라 했을 때 듀티비를 이용한 히터의 ON/OFF 제어 방식은 다음과 같이 표현된다.

$$q = q_{max} u, \quad \begin{cases} u = 1 & \text{heater ON} \\ u = 0 & \text{heater OFF} \end{cases} \quad (4)$$

그림 1과 같이 선형 삼각형 요소 (linear triangular element)를 사용하면 각 노드에서의 온도값  $T_i$ 와 shape function  $H_i, (i = 1, 2, 3)$ 를 이용하여 삼각형 내부 특정 위치의 온도를 다음 식 (5)와 같이 나타낼 수 있다 [1-3].



[그림 1] 선형 삼각형 요소  
[Fig. 1] Linear triangular element

$$T(x, y, t) = \sum_{i=1}^3 H_i(x, y) T_i(t) \quad (5)$$

식 (3)과 (5)를 식 (2)에 대입하고  $W_i = H_i$ , ( $i = 1, 2, 3$ )로 치환하는 Galerkin 기법을 적용하면 FEM 모델을 얻을 수 있다. 식 (2)의 두 번째 적분항은 식 (3)을 이용하여 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} & \sum_{boundary} \int_{\Gamma_r} \frac{1}{\rho C} W \left( -k \frac{\partial T}{\partial n} \right) d\Gamma \\ &= \sum_{boundary} \int_{\Gamma_r} \frac{1}{\rho C} W (-q_{max} u) d\Gamma \\ &+ \sum_{boundary} \int_{\Gamma_r} \frac{1}{\rho C} W (h(T - T_{amb})) d\Gamma \end{aligned} \quad (6)$$

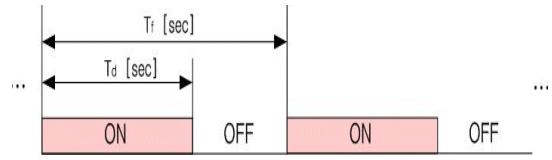
식 (6)의  $T - T_{amb}$ 를  $T_{rp}$ 라 정의했을 때 식 (1), (2)는 같은 형태가 유지되면서 식 (6)의  $T_{amb}$ 에 관련된 부분은 직접적으로 나타낼 필요가 없기에 다음과 같은 형태의 Krylov 모델축소 기법을 직접 적용 할 수 있는 선형 모델을 얻을 수 있다 [4].

$$E \frac{dT_{rp}}{dt} = A T_{rp} + B u, \quad y = C T_{rp} \quad (7)$$

$Z$ 를 축소모델의 상태변수라 정의하면  $T_{rp} = VZ$ 인  $V$ 를 Krylov 기법을 이용하여 구할 수 있으며  $T_{rp} \in R^N$ ,  $Z \in R^r$ ,  $V \in R^{N \times r}$  이며  $r \ll N$ 인 관계가 성립한다.  $V$ 를 이용하여 식 (8)과 같은 축소모델을 얻을 수 있다.

$$V^T E V \frac{dZ}{dt} = V^T A V Z + V^T B u, \quad Y = C V^T Z \quad (9)$$

일반적으로 히터는 그림 2와 같이 듀티비를 이용한 ON/OFF 제어 방식에 의해 제어된다. 보통 열전달은 매우 느린 프로세스이며 제어입력 (듀티비)도 이에 따라 천천히 조절된다. 따라서 그림 2의 제어 입력은 히터 제어 주기 동안 듀티비를 크기로 하는 스텝 입력으로 표현하는 것이 적절한 근사라고 할 수 있다. 따라서 근사된 제어입력과 식 (7)에 대한 축소 모델인 식 (9)와 bilinear transform [6]을 사용하여 저차의 이산 모델을 얻을 수 있다. 전술한 저차의 이산 모델 추출 과정은 대상 물체 및 히터의 외형 디자인, 히터 배치 등 개념적인 설계 후 자동으로 수행되며 모든 코드는 MATLAB을 이용하여 구현하였다.



[그림 2] 듀티비를 이용한 히터 ON/OFF 제어  
[Fig. 2] Heater control scheme

### 2.2 제어기 설계

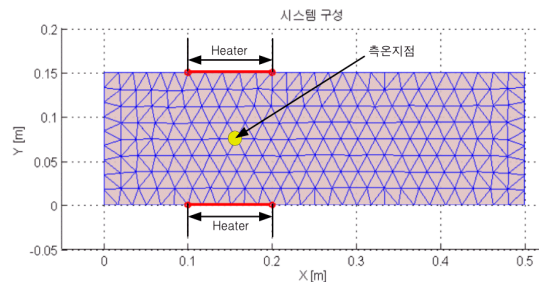
추출된 저차의 이산 모델을 이용하여 다양한 제어기를 설계할 수 있다. 본 논문에서는 예측제어 기법중 하나인 SISO GPC (generalized predictive control)를 사용하여 제어기를 구성하였다. 이 방법에서는 추출된 모델에 기반하여 미래 출력을 예측하고 목적함수를 최소화 시키는 미래 제어입력의 순서를 결정한 후 그 중 바로 다음 타임 스텝의 제어입력만을 사용한다. 축소모델인 식 (9)를 이용하면 다음과 같은 선형 CARIMA 모델을 구축 할 수 있다 [7].

$$A(z^{-1})y(k) = B(z^{-1})u(k-1) + \frac{e(k)}{\Delta} \quad (10)$$

$$\begin{cases} A(z^{-1}) = 1 + a_1 z^{-1} + \dots + a_{na} z^{-na} \\ B(z^{-1}) = b_0 + b_1 z^{-1} + \dots + b_{nb} z^{-nb} \end{cases}$$

식 (10)에서  $e(k)$ 는 평균이 0인 백색 잡음이며  $\Delta = 1 - z^{-1}$ 이다.  $\hat{y}$ 과  $y_r$ 을 각각 출력의 예측 값과 추종해야 할 설정 값이라고 했을 때, 최소화해야 할 목적 함수는 다음과 같이 정의된다.

$$J = \sum_{j=1}^{N_1} (\hat{y}(k+jk) - y_r(k+j))^2 + \sum_{j=1}^{N_2} \lambda (\Delta u(k+j-1))^2 \quad (11)$$



[그림 3] 시스템 구성 및 메쉬 생성  
[Fig. 3] System configuration and mesh generation

편의상  $N_1 = N_2 = N$ ,  $Y = [\hat{y}(k+1), \dots, \hat{y}(k+N)]^T$ ,  $U = [\Delta u(k), \dots, \Delta u(k+N-1)]^T$  라고 하면  $Y = GU + f$  인 관계가 성립하며 제한조건 (constraint)이 없을 때 식 (11)을 최소화 하는 미래 제어입력 순서들은 다음과 같이 간단히 표현될 수 있다 [7].

$$U = (G^T G + \lambda I)^{-1} G^T (Y_r - f) \quad (12)$$

식 (12)에서  $Y_r = [y_r(k+1), \dots, y_r(k+N)]^T$  로서 추종해야할 설정 값들의 순서를 나타낸다. 식 (12)에서 구한  $U$ 의 첫 번째 항인  $\Delta u(k)$ 를 제어 입력으로 사용한다. 만약 제한조건 히터 제어 입력의 포화 (saturation)로 인해 온도 제어 성능이 기준에 미달하여 문제가 된다면 이러한 제한 조건들을 고려하여 매 타입 스텝마다 최적화 문제를 풀어야만 한다.

### 2.3 제어 성능 예측

본 절에서는 개념적으로 설계한 온도 제어 시스템의 성능을 예측하기 위해 전술한 과정을 통하여 자동으로 생성된 제어기와 연동된 FEM 시뮬레이션을 수행하였다.

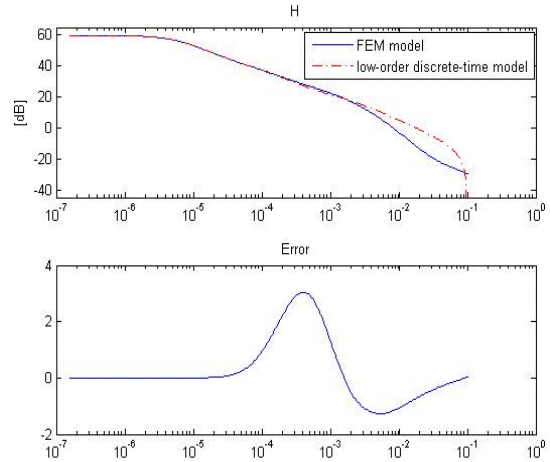
2D 예제를 이용하여 제안한 기법의 유용함을 보였다. [5]의 시뮬레이션 예제를 약간 변형하여, 지름 15 [cm], 길이 50 [cm]의 원기둥 모양의 물체를 한 개의 밴드타입 히터로 돌레를 감싸고 가열하는 상황을 가정하자. 이 문제는 그림 3과 같이 2D로 표현이 가능하다. 밴드타입 히터의 폭은 10 [cm]이며, 와트밀도는 4 [W/cm<sup>2</sup>]로 설정했다. 또한 물체의 밀도, 비열, 열전도도, 대류 열전달 계수, 물체와 공기의 초기온도를 각각 7800 [kg/m<sup>3</sup>], 460 [J/kg K], 45 [W/mK], 10 [W/m<sup>2</sup>K], 20 [°C]로 가정하였다. 히터 제어주기와 샘플링 타임을 모두 5 [sec]로 설정하였다. 온도 측정 지점은 (x,y) = (0.15,0.075) 인 지점으로 설정하였다. 모든 코드는 제어기 설계에 있어서의 편리함을 고려하여 MATLAB을 이용하여 작성되었다. 총 404개의 요소가 사용되었으며 그림 3에 이러한 메쉬 정보를 같이 나타냈다. 축소모델의 차수를 3으로 설정하고 메쉬 정보를 이용하여 2.1절에서 기술한 방법을 사용하면 다음과 같은 이산 모델을 얻을 수 있다.

$$y = Hu,$$

$$H = \frac{0.2805 - 0.2735z^{-1} - 0.2805z^{-2} + 0.2735z^{-3}}{1 - 2.948z^{-1} + 2.896z^{-2} - 0.9483z^{-3}}$$

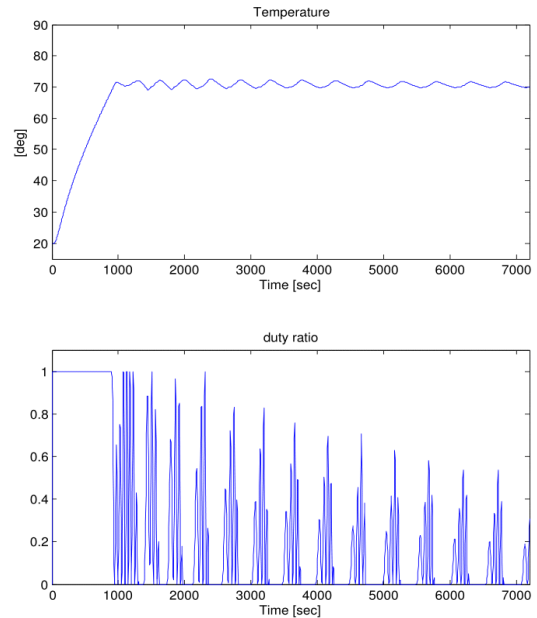
(13)

식 (13)에 나타난 저차의 이산 모델과 축소되기 전의 FEM 모델의 Bode plot과 두 응답의 차이를 그림 4에 나타내었다. 샘플링 타임인 5초임을 감안해서 Nyquist 주파수인 0.1 [Hz] 까지만 비교를 했다. FEM 모델과 저차의 이산 모델간의 주파수 응답의 최대 오차의 크기는 10<sup>-3.4</sup> [Hz]에서 3.037이었으며 전체적으로 저차의 이산 모델이 원래 시스템을 매우 잘 근사하고 있음을 알 수 있다.



[그림 4] Bode plot 비교

[Fig. 4] Comparison of Bode plot



[그림 5] 시뮬레이션 결과

[Fig. 5] Simulation results

식 (11)의 목적 함수에서  $N_1 = N_2 = 10$  으로 설정하고  $\lambda = 500$  으로 설정한 후 목표 온도를 초기온도 20 [°C] 보다 높게 70 [°C] 로 설정했다. 제한조건을 고려하지 않았을 때의 제어기와 연동된 FEM 시뮬레이션 결과를 그림 5에 나타냈다. 895초까지는 히터의 듀티비가 1이며 히터의 최대 능력으로 가열되며 이 후 듀티비가 줄어든다. 온도는 975초에 71.6 [°C] 으로서 최초 오버슈트 지점에 도달한다. 그 후 온도는 목표온도인 70 [°C] 를 기준으로 진동을 하며 진동 초기에 최대 72.6 [°C], 최소 69.46 [°C] 의 반응을 나타내고 있다. 제어 입력이 일정한 패턴으로 안정화되는 6000초 부근에서는 최대 71.55 [°C], 최소 69.8 [°C] 의 반응을 보이고 있다.

제어기 튜닝 변수 들을 조절하여 성능을 향상 시킬 수도 있지만, 만약 제어기 튜닝이 잘 되지 않는다면 성능 향상을 위해서 입력 듀티비의 제한조건, 오버슈트와 떨림에 대한 제한 조건을 추가해서 매 타임 스텝마다 최적의 제어 입력을 계산하여야만 한다.

### 2.4 추가 고려 사항

본 논문에서 제안한 기법은 온도제어 시스템의 초기 설계 및 검증에 필요한 시간과 비용을 크게 단축 시켜 줄 수 있다. 제안된 기법을 보다 발전시키고 유용하게 사용할 수 있게 하기 위해서는 표 1에 기술한 것과 같은 몇 가지 사항을 고려해야만 한다.

[표 1] 고려할 사항들

[Table 1] several considerations

<ul style="list-style-type: none"> <li>① 3D로의 확장을 고려한 인터페이스</li> <li>② 편리한 제어기 연동 FEM 시뮬레이션</li> <li>③ GPU를 사용한 속도 향상</li> <li>④ MIMO 시스템을 위한 다양한 제어 알고리즘</li> <li>⑤ 복사 열전달을 고려한 방법론 설계</li> </ul>
--

복잡한 실제 문제들은 3D를 대상으로 하고 있으며 대상 물체와 히터의 외형을 세밀하게 디자인하고 배치하기 위해서 상용 CAD 시스템과 유사한 외형 디자인 기능이 필요하다. 또한 제어기와 FEM 시뮬레이션이 더욱 편리하게 연동되어야 할 것이다. FEM 시뮬레이션의 계산시간을 고려하여 GPU (Graphic Processing Unit)를 계산에 이용하는 것도 고려해야 한다. 이미 MATLAB과 연동되는 GPU 라이브러리가 상용으로 개발되어 있는 상황이다 [8]. 대부분의 실제 문제들은 여러 개의 히터들을 장착하고 있는 MIMO 시스템이며 이웃 영역간의 열 간섭 문제로 인하여 온도제어가 쉽지 않다. 따라서 이러한 문제를 효과적으로 다룰 수 있는 여러 가지 제어 알고리즘들이

개발되어야 하며 기존의 여러 문헌을 통해 알려진 방법들을 소프트웨어로 구현하는 것도 적절한 접근 방법이다. 마지막으로 제안한 방법론의 적용범위를 더욱 확대하기 위하여 물체의 경계에서 복사 열전달을 고려했을 때 적절한 축소모델을 구성 할 수 있는 기법이 연구되어야 할 것이다.

### 3. 결론

본 논문에서는 개념적인 온도제어 시스템 초기 디자인 후, 제어기 설계용 모델 도출에서부터 제어기 설계 및 제어 성능 예측까지의 전 과정을 자동으로 수행할 수 있는 기법을 제시하였다. 경계면에서 대류 열전달이 복사 열전달 보다 매우 큰 상황과 듀티비를 사용하여 ON/OFF 제어되는 히터가 설치된 상황을 가정했다. 제어기 설계를 위한 저차의 이산 모델은 Krylov 기법 및 열전달 프로세스의 특성으로 인한 히터 제어 입력 근사를 이용하여 자동으로 추출 할 수 있었다. 추출된 모델에 기반한 예측제어를 구성했으며 제어기와 연동된 FEM 시뮬레이션을 통하여 온도 제어 시스템의 성능을 예측할 수 있었다.

제안한 기법은 기존의 방법에 비해서 시스템 초기 설계 및 검증에 필요한 시간과 비용을 크게 단축시킬 수 있으며 향후 보다 다양한 문제에 적용되기 위한 추가적인 연구가 필요하다.

### References

- [1] R. W. Lewis, K. Morgan, H. R. Thomas, K. N. Seetharamu, The finite element method in heat transfer analysis, John Wiley & Sons Ltd, 1996.
- [2] O. C. Zienkiewicz and R. L. Taylor, "The Finite Element Method, Volume 1: The Basis, fifth ed.", Butterworth-Heinemann, 2000.
- [3] Y. W. Kwon and H. C. bang, The finite element method using MATLAB 2nd ed., CRC press, 2000.
- [4] B. Salimbahrami and B. Lohmann, "Krylov Subspace methods in Linear Model Order Reduction: Introduction and Invariance Properties," Scientific report, Institute of Automation, University of Bremen, 2002.
- [5] Y. J. Jang, "Development of a Prototype of FEM Simulation Environment for Temperature Controller Design," Journal of the Korea Academia-Industrial cooperation Society, v.11, no.2, pp.696-702, 2010.

- [6] G. F. Franklin, J. D. Powell and M. Workman, Digital control of dynamic systems, 3rd ed., Addison Wesley, 1998.
- [7] E. F. Camacho and C. Bordons, Model predictive control in the process industry, springer-verlag, 1995.
- [8] Document for Jacket, Accelereyes, 2011.  
<http://www.accelereyes.com/products>

---

장 유 진(Yu Jin Jang)

[정회원]



- 1996년 2월 : 한국 과학기술 대학교(공학사)
- 1998년 2월 : POSTECH(석사)
- 2002년 2월 : POSTECH(박사)
- 2000년 3월 ~ 2005년 2월 : 철강 제어 연구센터 연구원
- 2005년 3월 ~ 현재 : 동국대학교 정보통신공학부 부교수

<관심분야>

시스템 모델링, 비선형 시스템, 프로세스 자동화