

# T—S 퍼지 시스템을 위한 관측기 기반 고장포용 제어기 설계

## Observer-based Fault Tolerant Controller Design for T—S Fuzzy Systems

지 성 철, 이 호 재, 김 도 완\*  
 (Sung Chul Jee<sup>1</sup>, Ho Jae Lee<sup>1</sup>, and Do Wan Kim<sup>2</sup>)

<sup>1</sup>School of Electronic Engineering, Inha University

<sup>2</sup>Hanbat National University

**Abstract:** Abstract: In this paper, we discuss an observer-based fault tolerant controller design for the T—S (Takagi—Sugeno) fuzzy system with exogenous disturbance. To derive robust controller design conditions, we use  $H_\infty$  design technique. The design conditions are derived in terms of linear matrix inequalities. An illustrative example is provided to show the effectiveness of the proposed methodology.

**Keywords:** fault tolerant control, fuzzy system, observer-based controller, linear matrix inequality,  $H_\infty$  performance

### I. 서론

제어시스템에서 고장(fault)은 시스템 성능 저하와 오동작(malfunction)을 일으키는 주요 원인이다. 고장을 표현하는 방법은 크게 합형(additive form)과 곱형(multiplicative form)으로 나뉜다. 다양한 연구에서 시스템의 액추에이터(actuators) 또는 센서(sensor) 방정식에 더해지는 형태의 합형 고장이 다루어졌으나 실제로 고장은 그보다 더 복잡한 곱형 형태로 나타나기도 한다. 곱형 고장은 시스템의 성분에 직접적인 변화를 일으키며 제어시스템의 안정성과 신뢰도를 떨어뜨린다[1,2].

고장포용 제어(fault tolerant control)는 시스템에 고장이 발생하더라도 제어시스템의 성능을 유지시킬 수 있는 제어 기법이다. 기존의 고장포용 제어기 설계 문제는 주로 선형 시스템을 대상으로 연구되었다[3]. 하지만 실제계에 존재하는 대다수 시스템은 본질적으로 비선형이다. 본 논문에서는 비선형 시스템의 효과적인 표현을 위해 T—S (Takagi—Sugeno) 퍼지 모델을 도입한다. T—S 퍼지 모델은 시스템의 국부적 선형 방정식들의 비선형 결합으로 전역 동특성을 표현한다. 따라서 선형시스템 기반의 제어이론을 비선형 시스템에 잘 적용시킬 수 있다는 장점이 있다[4].

외부에서 유입되는 외란 역시 제어시스템의 성능을 저해하는 요소이다. 본 논문에서는 외란에 대한 강인성을 보장하기 위한 방법으로 이미 많은 연구에서 검증이 된  $H_\infty$  제어 기법을 사용한다[5-8].

본 논문은 T—S 퍼지 시스템의 관측기 기반 고장포용 제어기 설계 문제를 다룬다. 고장은 시스템 행렬 파라미터의 변화로 표현되며 외부에서 유입되는 외란을 가정한다. 외란에 강인하고 고장을 포용할 수 있는 제어기를 설계하기 위해 선형행렬부등식의 설계조건을 제시한다.

본 논문은 표준 표기법을 따른다.  $A = A^T < 0$  는 음반정행렬을 뜻한다.  $\|x\|$  와  $\|x\|_2$  는 각각 유클리디안 놈과  $L_2$  놈을 의미한다. 행렬 표기법에서 \* 는 대칭행렬의 대각 전치요소를 의미하며 다음의 생략법을 사용한다.

$$\text{He}\{S\} := S + S^T$$

### II. T—S 퍼지 시스템

다음과 같이 표현되는 T—S 퍼지 시스템의  $i$  번째 규칙을 살펴보자.

$$R^i : \text{IF } z_1 \text{ is } \Gamma_1^i \text{ and } \dots \text{ and } z_n \text{ is } \Gamma_n^i \\ \text{THEN } \begin{cases} \dot{x} = A_i(I+F)x + B_{u_i}u + B_{w_i}w \\ y = C_i(I+F)x \end{cases} \quad (1)$$

여기서  $\Gamma_j^i, i \in I_R := \{1, 2, \dots, r\}, j \in I_H := \{1, 2, \dots, h\}$  는  $i$  번째 규칙에서  $j$  번째 전방부 변수의 퍼지집합이다.  $x \in \mathbb{R}^n$  는 상태,  $y \in \mathbb{R}^m$  는 출력,  $w \in \mathbb{R}^l$  는 외란,  $F = \text{diag}\{f_1, \dots, f_n\}$ ,  $f_p \in \mathbb{R}_{[f_m, f_M]}$ ,  $p \in I_N := \{1, 2, \dots, n\}$  는 미지의 고장신호이다. 고장이 발생한 경우에만  $F \neq 0$  이며  $F = 0$  인 경우 시스템은 고장이 발생하지 않음을 의미한다. 논문의 편의를 위하여 행렬함수

$$M(\theta) := \sum_{i=1}^r \theta_i M_i$$

를 정의한다. 여기서

$$\theta_i = \frac{\prod_{j=1}^h \Gamma_j^i(z_j)}{\sum_{i=1}^r (\prod_{j=1}^h \Gamma_j^i(z_j))}$$

이며  $\Gamma_j^i(z_j)$  는  $j$  번째 전방부 변수  $z_j$  의 퍼지집합  $\Gamma_j^i$  에 대한 소속도를 나타낸다. 시스템 (1)의 전역 동특성은 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{cases} \dot{x} = A(\theta)(I+F)x + B_u(\theta)u + B_w(\theta)w \\ y = C(\theta)(I+F)x \end{cases} \quad (2)$$

\* 책임저자(Corresponding Author)

논문접수: 2011. 8. 20., 수정: 2011. 9. 5., 채택확정: 2011. 9. 25.

지성철, 이호재: 인하대학교 전자공학부

(jeesch@inha.edu/mylchi@inha.ac.kr)

김도완: 한밭대학교 전기공학과(dowankim@hanbat.ac.kr)

※ 2011년도 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국연구재단의 기초연구사업 지원을 받아 수행된 것임(2011-0005656).

상태  $x$  가 측정 가능하지 않으나  $z$  는 측정 가능하고  $(A(\theta), C(\theta))$  가 관측 가능함을 가정하자. 시스템 (1)의 상태 추정을 위한 관측기는 다음과 같다.

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}} = A(\theta)\hat{x} + B_u(\theta)u - L(\theta)(y - C(\theta)\hat{x}) \\ \hat{y} = C(\theta)\hat{x} \end{cases} \quad (3)$$

여기서  $\hat{x} \in \mathbb{R}^n$  는 추정된 상태,  $\hat{y} \in \mathbb{R}^m$  는 관측기의 출력이다.

상태추정오차  $e := x - \hat{x}$  를 정의하자. 제어입력  $u = K(\theta)\hat{x}$  를 사용하면 다음과 같은 확장된 페루프 시스템을 구성할 수 있다.

$$\dot{\eta} = G(\theta)\eta + H(\theta)w \quad (4)$$

여기서

$$\eta = \begin{bmatrix} x \\ e \end{bmatrix}$$

$$G(\theta) = \begin{bmatrix} A(\theta)(I + F) + B_u(\theta)K(\theta) & -B_u(\theta)K(\theta) \\ (A(\theta) + L(\theta)C(\theta))F & A(\theta) + L(\theta)C(\theta) \end{bmatrix}$$

$$H(\theta) = \begin{bmatrix} B_w(\theta) \\ B_w(\theta) \end{bmatrix}$$

이다.

정의 1 [8]: 임의의 고장 요소  $f_p \in \mathbb{R}_{[f_m, f_M]}$ ,  $p \in I_N$  에 대하여 다음을 만족하는  $\gamma \in \mathbb{R}_{>0}$  가 존재한다면 확장된 시스템 (4)는 고장포용제어 성능과 외란  $w$  에 대한 출력  $y$  의  $H_\infty$  성능을 만족한다.

- C1)  $w = 0$  에 대하여 (4)는 점근적으로 안정하다.
- C2)  $\|y\|_{L_2} < \gamma \|w\|_{L_2}$

### III. 주요 결과

본 논문의 주요결과를 유도하기 위해 다음의 보조정리를 도입한다.

보조정리 1 [9]:  $|\Sigma| := \text{diag}\{\sigma_1, \dots, \sigma_q\} \preceq U$  를 만족하는 행렬들  $\Sigma = \text{diag}\{\sigma_1, \dots, \sigma_q\}$ ,  $U = \text{diag}\{u_1, \dots, u_q\}$  에 대하여 다음 부등식이 성립한다.

$$R_1 \Sigma R_2 + R_2^T \Sigma^T R_1^T \leq \alpha R_1 U R_1^T + \alpha^{-1} R_2^T U R_2$$

여기서  $R_1, R_2$  은 임의의 상수 행렬이며  $\alpha > 0$  이다.

정리 1: 주어진  $W = \text{diag}\{w_1, \dots, w_n\}$ ,  $\alpha, \gamma, \zeta \in \mathbb{R}_{>0}$ ,  $\delta \in \mathbb{R}_{(0,1)}$  에 대하여 다음의 선형행렬부등식을 만족하는 행렬들  $X = X^T > 0$ ,  $Y = Y^T > 0$ ,  $S = S^T > 0$  이 존재한다면 확장된 시스템 (4)는 점근적으로 안정하며  $H_\infty$  성능을 만족한다.

$$\begin{bmatrix} \Psi_{11} & * & * & * & * & * & * & * \\ \Psi_{21} & -\zeta X & * & * & * & * & * & * \\ B_w^T & 0 & -\delta\gamma^2 I & * & * & * & * & * \\ C_i X & 0 & 0 & -I & * & * & * & * \\ X & 0 & 0 & 0 & -S & * & * & * \\ 0 & 0 & 0 & C_i^T & 0 & -\alpha^{-1} W & * & * \\ X & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\alpha W \end{bmatrix} < 0 \quad (5)$$

$$\begin{bmatrix} -S & * & * & * & * & * & * & * \\ 0 & \Phi_{22} & * & * & * & * & * & * \\ 0 & B_w^T Y & -(1-\delta)\gamma^2 I & * & * & * & * & * \\ 0 & I & 0 & -\zeta^{-1} X & * & * & * & * \\ 0 & \Phi_{s2} & 0 & 0 & -\alpha^{-1} W & * & * & * \\ S & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\alpha W & * \end{bmatrix} < 0 \quad (6)$$

여기서

$$\Psi_{11} = \text{He}\{A_i X + B_{u_i} M_j\}, \quad \Psi_{21} = -M_j^T B_{u_i}^T$$

$$\Phi_{22} = \text{He}\{Y A_i + N_j C_j\}, \quad \Phi_{s2} = A_i^T Y + C_j^T N_j^T$$

이다.

증명: 아래 형태의 리아푸노프(Lyapunov) 함수

$$V := \eta^T \text{blockdiag}\{P, Y\} \eta$$

를 정의한다. 다음 해밀턴—자코비—벨만(Hamilton—Jacobi—Bellman) 부등식을 고려하자.

$$\|y\|^2 - \gamma^2 \|w\|^2 + \dot{V} < 0 \quad (7)$$

위 식을 0에서 임의의 시간  $T \in \mathbb{R}_{>0}$  까지 적분하면 다음 관계를 얻는다.

$$C2 \Leftrightarrow \int_0^T \|y(\tau)\|^2 d\tau - \gamma^2 \int_0^T \|w(\tau)\|^2 d\tau < V(\eta(0)) - V(\eta(T)) \leq V(\eta(0)) = 0$$

위 식으로부터 다음의 동치가 성립함을 알 수 있다.

$$(7) \Leftrightarrow \begin{bmatrix} x \\ e \\ w \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} (I + F)^T C^T(\theta) C(\theta) (I + F) \\ + \text{He}\{P(A(\theta) + B_u(\theta)K(\theta))\} \\ -K^T(\theta) B_u^T(\theta) P + Y(A(\theta) + L(\theta)C(\theta))F \\ B_w^T(\theta) P \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ e \\ w \end{bmatrix} < 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{bmatrix} (I + F)^T C^T(\theta) C(\theta) (I + F) \\ + \text{He}\{P(A(\theta) + B_u(\theta)K(\theta))\} + S^{-1} \\ -K^T(\theta) B_u^T(\theta) P \\ B_w^T(\theta) P \end{bmatrix} \begin{bmatrix} * & * \\ * & * \\ -\zeta P & * \\ 0 & -\delta\gamma^2 I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ e \\ w \end{bmatrix} < 0$$

$$+ \begin{bmatrix} -S^{-1} & * & * \\ Y(A(\theta)) & \text{He}\{Y(A(\theta) \\ + L(\theta)C(\theta))F\} & * \\ 0 & B_w^T(\theta)Y & -(1-\delta)\gamma^2 I \end{bmatrix} < 0$$

위 식에서 + 연산으로 연결된 좌우 두 항을 분리하여 각각의 조건을 고려하자. 첫 번째 항에 슈어 여수법(Schur complement)을 적용하면 위 식은 다음의 두 행렬부등식으로부터 만족됨을 쉽게 알 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \text{He}\{P(A(\theta) + B_u(\theta)K(\theta))\} + S^{-1} & * & * & * \\ -K^T(\theta)B_u^T(\theta)P & -\zeta P & * & * \\ B_w^T(\theta)P & 0 & -\delta\gamma^2 I & * \\ C(\theta)(I + F) & 0 & 0 & -I \end{bmatrix} \prec 0 \quad (8)$$

$$\begin{bmatrix} -S^{-1} & * & * \\ \begin{pmatrix} Y(A(\theta)) \\ +L(\theta)C(\theta) \end{pmatrix} F & \begin{pmatrix} \text{He}\{Y(A(\theta)) \\ +L(\theta)C(\theta)\} + \zeta P \end{pmatrix} & * \\ 0 & B_w^T(\theta)Y & -(1-\delta)\gamma^2 I \end{bmatrix} \prec 0 \quad (9)$$

식 (8)은 다음과 동치이다.

$$(8) \Leftrightarrow \begin{bmatrix} \begin{pmatrix} \text{He}\{A(\theta)P^{-1} + B_u(\theta)K(\theta)P^{-1}\} \\ +P^{-1}S^{-1}P^{-1} \end{pmatrix} & * & * & * \\ -P^{-1}K^T(\theta)B_u^T(\theta) & -\zeta P^{-1} & * & * \\ B_w^T(\theta) & 0 & -\delta\gamma^2 I & * \\ C(\theta)P^{-1} + C(\theta)FP^{-1} & 0 & 0 & -I \end{bmatrix} \prec 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{bmatrix} \text{He}\{A(\theta)P^{-1} + B_u(\theta)K(\theta)P^{-1}\} & * & * & * & * \\ -P^{-1}K^T(\theta)B_u^T(\theta) & -\zeta P^{-1} & * & * & * \\ B_w^T(\theta) & 0 & -\delta\gamma^2 I & * & * \\ C(\theta)P^{-1} + C(\theta)FP^{-1} & 0 & 0 & -I & * \\ P^{-1} & 0 & 0 & 0 & -S \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \text{He}\{A(\theta)P^{-1} + B_u(\theta)K(\theta)P^{-1}\} & * & * & * & * \\ -P^{-1}K^T(\theta)B_u^T(\theta) & -\zeta P^{-1} & * & * & * \\ B_w^T(\theta) & 0 & -\delta\gamma^2 I & * & * \\ C(\theta)P^{-1} & 0 & 0 & -I & * \\ P^{-1} & 0 & 0 & 0 & -S \end{bmatrix}$$

$$+ \text{He} \left\{ \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ C(\theta) \\ 0 \end{bmatrix} F \begin{bmatrix} P^{-1} & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \right\} \prec 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{bmatrix} \text{He}\{A(\theta)P^{-1} + B_u(\theta)K(\theta)P^{-1}\} & * & * & * & * \\ -P^{-1}K^T(\theta)B_u^T(\theta) & -\zeta P^{-1} & * & * & * \\ B_w^T(\theta) & 0 & -\delta\gamma^2 I & * & * \\ C(\theta)P^{-1} & 0 & 0 & -I & * \\ P^{-1} & 0 & 0 & 0 & -S \end{bmatrix}$$

$$+ \begin{bmatrix} 0 & P^{-1} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ C(\theta) & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha U & * \\ 0 & \alpha^{-1}U \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & C^T(\theta) & 0 \\ P^{-1} & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \prec 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{bmatrix} \text{He}\{A(\theta)P^{-1} + B_u(\theta)K(\theta)P^{-1}\} & * & * & * \\ -P^{-1}K^T(\theta)B_u^T(\theta) & -\zeta P^{-1} & * & * \\ B_w^T(\theta) & 0 & -\delta\gamma^2 I & * \\ C(\theta)P^{-1} & 0 & 0 & -I \\ P^{-1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C^T(\theta) \\ P^{-1} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} * & * & * \\ * & * & * \\ * & * & * \\ * & * & * \\ -S & * & * \\ 0 & -\alpha^{-1}U^{-1} & * \\ 0 & 0 & -\alpha U^{-1} \end{bmatrix} \prec 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{bmatrix} \text{He}\{A_i P^{-1} + B_{u_i} K_j P^{-1}\} & * & * & * \\ -P^{-1}K_j^T B_{u_i}^T & -\zeta P^{-1} & * & * \\ B_{w_i}^T & 0 & -\delta\gamma^2 I & * \\ C_i P^{-1} & 0 & 0 & -I \\ P^{-1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_i^T \\ P^{-1} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} * & * & * \\ * & * & * \\ * & * & * \\ -S & * & * \\ 0 & -\alpha^{-1}U^{-1} & * \\ 0 & 0 & -\alpha U^{-1} \end{bmatrix} \prec 0$$

(5)

여기서 컨그루언스 변환(congruence transform), 슈어 여수법, 보조정리 1이 사용되었다.  $U^{-1} = W$ ,  $P^{-1} = X$ ,  $K_j P^{-1} = M_j$ 의 변수치환을 사용하면 마지막 동치관계가 성립한다. 식 (9)는 다음과 같이 전개 가능하다.

$$(9) \Leftrightarrow \begin{bmatrix} -S^{-1} & * & * \\ \begin{pmatrix} Y(A(\theta)) \\ +L(\theta)C(\theta) \end{pmatrix} F & \begin{pmatrix} \text{He}\{YA(\theta) \\ +YL(\theta)C(\theta)\} + \zeta P \end{pmatrix} & * \\ 0 & B_w^T(\theta)Y & -(1-\delta)\gamma^2 I \end{bmatrix} \prec 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{bmatrix} -S^{-1} & * & * & * \\ \begin{pmatrix} Y(A(\theta)) \\ +L(\theta)C(\theta) \end{pmatrix} F & \begin{pmatrix} \text{He}\{Y(A(\theta)) \\ +L(\theta)C(\theta)\} \end{pmatrix} & * & * \\ 0 & B_w^T(\theta)Y & -(1-\delta)\gamma^2 I & * \\ 0 & I & 0 & -\zeta^{-1}P^{-1} \end{bmatrix}$$

$$+ \text{He} \left\{ \begin{bmatrix} 0 \\ YA(\theta) + YL(\theta)C(\theta) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} F \begin{bmatrix} I & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \right\} \prec 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{bmatrix} -S^{-1} & * & * & * \\ \begin{pmatrix} Y(A(\theta)) \\ +L(\theta)C(\theta) \end{pmatrix} F & \begin{pmatrix} \text{He}\{YA(\theta) \\ +YL(\theta)C(\theta)\} \end{pmatrix} & * & * \\ 0 & B_w^T(\theta)Y & -(1-\delta)\gamma^2 I & * \\ 0 & I & 0 & -\zeta^{-1}P^{-1} \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned}
 & + \begin{bmatrix} 0 & I \\ YA(\theta) + YL(\theta)C(\theta) & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha U & * \\ 0 & \alpha^{-1}U \end{bmatrix} \\
 & \times \begin{bmatrix} 0 & A^T(\theta)Y + C^T(\theta)L^T(\theta)Y & 0 & 0 \\ I & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} < 0 \\
 \Leftrightarrow & \begin{bmatrix} -S & * & * & * \\ 0 & \text{He}\{YA(\theta) + YL(\theta)C(\theta)\} & * & * \\ 0 & B_w^T(\theta)Y & -(1-\delta)\gamma^2 I & * \\ 0 & I & 0 & -\zeta^{-1}P^{-1} \\ 0 & A^T(\theta)Y + C^T(\theta)L^T(\theta)Y & 0 & 0 \\ S & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\
 & \begin{bmatrix} * & * \\ * & * \\ * & * \\ * & * \\ -\alpha^{-1}U^{-1} & * \\ 0 & -\alpha U^{-1} \end{bmatrix} < 0 \\
 \Leftrightarrow & \begin{bmatrix} -S & * & * & * \\ 0 & \text{He}\{YA_i + YL_i C_j\} & * & * \\ 0 & B_w^T Y & -(1-\delta)\gamma^2 I & * \\ 0 & I & 0 & -\zeta^{-1}P^{-1} \\ 0 & A_i^T Y + C_j^T L_i^T Y & 0 & 0 \\ S & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\
 & \begin{bmatrix} * & * \\ * & * \\ * & * \\ * & * \\ -\alpha^{-1}U^{-1} & * \\ 0 & -\alpha U^{-1} \end{bmatrix} < 0 \\
 \Leftrightarrow & (6)
 \end{aligned}$$

여기서 컨그루언스 변환, 슈어 여수법, 보조정리 1이 사용되었다.  $U^{-1} = W$ ,  $P^{-1} = X$ ,  $YL_i = N_i$ 의 변수치환을 사용하면 마지막 동치관계가 성립한다. □

참고 1: 정리 1의  $H_\infty$  설계조건은  $w=0$ 에 대하여  $\dot{V} < 0$ 을 만족한다. 외란에 대한 강인성과 시스템의 점근적 안정성을 동시에 보장하며 다음 관계가 성립한다.

$$(5), (6) \Rightarrow C2) \Rightarrow C1)$$

#### IV. 모의 실험

다음과 같은 2개의 퍼지규칙으로 표현되는 (1) 형태의 T-S 퍼지 시스템을 고려하자.

$R^1$ : IF  $x_1$  is about 0

$$\text{THEN} \begin{cases} \dot{x} = A_1(I+F)x + B_{u_1}u + B_{w_1}w \\ y = C_1(I+F)x \end{cases}$$

$R^2$ : IF  $x_1$  is about  $\pm \frac{\pi}{2}$

$$\text{THEN} \begin{cases} \dot{x} = A_2(I+F)x + B_{u_2}u + B_{w_2}w \\ y = C_2(I+F)x \end{cases}$$

여기서

$$\begin{aligned}
 A_1 &= \begin{bmatrix} -2.630 & -3.760 \\ -7.010 & -6.507 \end{bmatrix}, \quad A_2 = \begin{bmatrix} -2.030 & -2.900 \\ -6.600 & -7.010 \end{bmatrix} \\
 B_{u_1} &= \begin{bmatrix} 1 \\ 0.1 \end{bmatrix}, \quad B_{u_2} = \begin{bmatrix} 0.7 \\ 0.1 \end{bmatrix}, \quad B_{w_1} = \begin{bmatrix} 0.8 \\ 0.4 \end{bmatrix}, \quad B_{w_2} = \begin{bmatrix} 1.1 \\ 0.2 \end{bmatrix} \\
 C_1 &= [0.7 \quad 0.5], \quad C_2 = C_1
 \end{aligned}$$

이며 퍼지규칙의 소속함수는

$$\Gamma_1^1 = 1 - \frac{1}{1 + e^{-7(x_1 - \pi/4)}}, \quad \Gamma_1^2 = 1 - \Gamma_1^1$$

로 선정하였다. 주어진  $\alpha = 0.52$ ,  $\gamma = 1.31$ ,  $\delta = 0.2993$ ,  $\zeta = 10.3$ 에 대하여 정리 1로부터 다음의 이득행렬을 얻는다.

$$\begin{aligned}
 K_1 &= [-10.9236 \quad 6.2801], \quad K_2 = [-15.2608 \quad 6.7640] \\
 L_1 &= 10^3 \times \begin{bmatrix} -2.0129 \\ -0.6142 \end{bmatrix}, \quad L_2 = 10^3 \times \begin{bmatrix} -2.0141 \\ -0.6143 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

위 이득행렬들로부터 (4) 형태의 페루프 시스템을 구성하자. 초기값  $x = (0.5, 0)$ ,  $\hat{x} = (0, 0)$ 을 선정하여 시간구간  $t \in [0, 10]$ 에서 모의실험을 실시한다. 외란  $w$ 은 크기구간  $(-1, 1)$ 에서 불규칙적으로 발생하고 고장신호는 다음과 같은 패턴으로 나타남을 가정한다.

$$F = \text{diag}\{f_1, f_2\} = \begin{cases} 0, & t \in [0, 5) \\ \text{diag}(0.55, -0.55), & t \in [5, 10] \end{cases}$$

그림 1은 출력  $y$ 의 시간응답을 보여준다. 그림 3의 불규칙한 외란과 그림 2의 고장신호에도 불구하고 시스템을 안정화하는 제어기의 성능을 그림 1에서 확인할 수 있다.

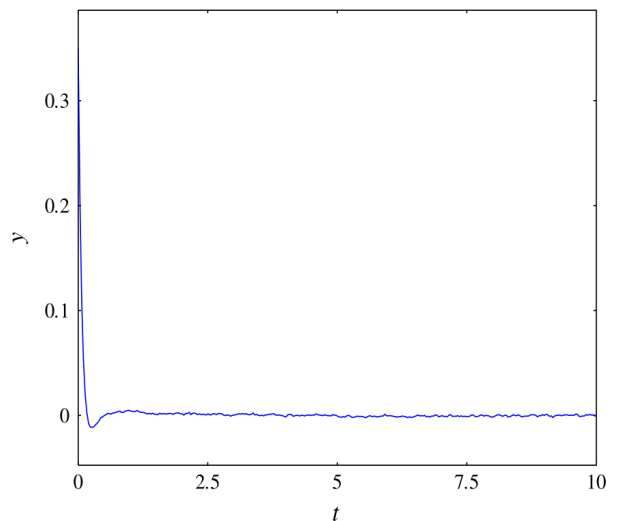


그림 1. 출력.  
Fig. 1. Output.

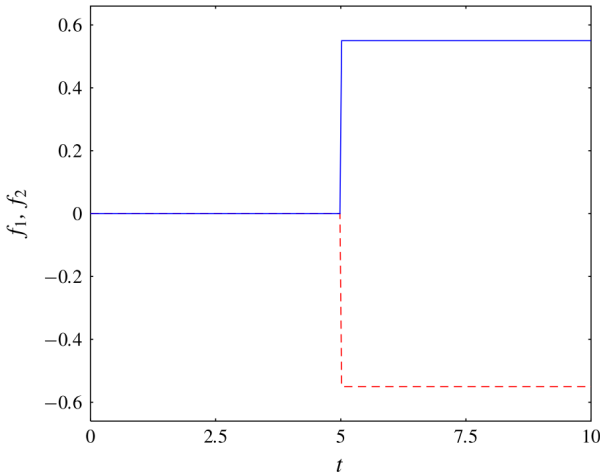


그림 2. 고장.  
Fig. 2. Fault.

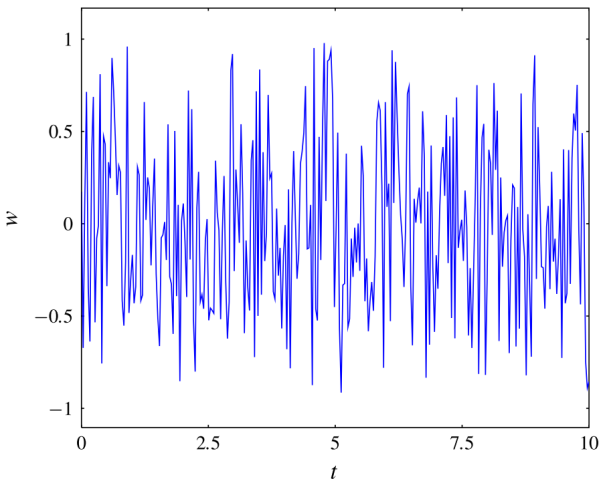


그림 3. 외란.  
Fig. 3. Disturbance.

**V. 결론**

본 논문은 T-S 퍼지 시스템의 고장포용 제어기 설계 문제를 다루었다. 제어기는 고장포용 안정화 성능과 외란에 대한  $H_\infty$  성능을 동시에 만족해야 한다. 정의 1을 만족하는 제어기 설계 조건을 제시하기 위해 보조정리 1을 도입하였다. 제어기 설계 조건은 선형행렬부등식으로 제시하였다. 모의실험을 통해 설계된 제어기의 강인 제어 성능을 검증하였다.

**참고문헌**

[1] W. H. Lee, C. G. Park, D. H. Lee, and K. H. Kim, "Improvement of the double fault detection performance of extended parity space approach," *Journal of Institute of Control, Robotics and Systems (in Korean)*, vol. 15, no. 10, pp. 1002-1008, Oct. 2009.

[2] H. J. Lee and D. W. Kim, " $H_\infty$  fault detection observer design for large scale time-invariant systems," *Journal of Institute of Control, Robotics and Systems (in Korean)*, vol. 15, no. 8, pp. 818-822, Aug. 2009.

[3] X. Cai and F. Wu "Robust parameter-dependent fault-tolerant control for actuator and sensor faults," *International Journal of Control*, vol. 83, no. 7, pp. 1475-1484, Jun. 2010.

[4] K. Tanaka, T. Ikeda, and H. O. Wang, "Fuzzy regulators and fuzzy observers: Relaxed stability conditions and LMI-based designs," *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, vol. 6, no. 2, pp. 250-265, May 1998.

[5] J. Liu, J. L. Wang, and G-H. Yang, "An LMI approach to minimum sensitivity analysis with application to fault detection," *Automatica*, vol. 41, no. 11, pp. 1995-2004, Nov. 2005.

[6] J. L. Wang, G-H. Yang, and J. Liu, "An LMI approach to index and mixed fault detection observer design," *Automatica*, vol. 43, no. 9, pp. 1656-1665, Sep. 2007.

[7] L. Bai, Z. Tian, and S. Shi, "Design of  $H_\infty$  robust fault detection filter for linear uncertain time-delay systems," *ISA Transactions*, vol. 45, no. 4, pp. 491-502, Oct. 2006.

[8] J. Guo, X. Huang, and Y. Cui, "Design and analysis of robust fault detection filter using LMI tools," *Computers & Mathematics with Applications*, vol. 57, no. 11-12, pp. 1743-1747, Jun. 2009.

[9] S. Ye, Y. Zhang, X. Wang, and B. Jiang, "Fault-tolerant control for a class of uncertain systems with actuator faults," *Innovative Computing, Information and Control (ICICIC), 2009 Fourth International Conference on*, pp. 1519-1522, Dec. 2009.



**지성철**

2009년 인하대학교 전자공학부(공학사). 2011년 인하대학교대학원 전자공학과(공학석사). 2011년~현재 동 대학원 전자공학과 박사과정 재학중. 관심분야는 고장 진단 시스템, 퍼지 시스템, 디지털 제어 시스템.



**이호재**

1998년 연세대학교 전기공학과(공학사). 2000년 연세대학교대학원 전기컴퓨터공학과(공학석사). 2004년 동 대학원 전기전자 공학과(공학박사). 2005년 University of Houston, Houston, TX, USA 방문교수. 현재 인하대학교 전자전기공학부 조교수. 관심분야는 비선형 샘플치제어, 편대비행 제어, 디지털 재설계.



**김도완**

2002년 연세대학교 전기공학과(공학사). 2004년 연세대학교대학원 전기전자공학과(공학석사). 2007년 동 대학원 전기전자공학과(공학박사). 2008년 연세대학교 산업기술연구소 연구원 및 University of California at Berkeley, CA, USA 박사 후 과정. 2009년 연세대학교 전기전자공학과 BK 연구교수. 현재 국립한밭대학교 전기공학과 전임강사. 관심분야는 비선형 샘플치 제어, 지능제어, 디지털 재설계.