# 2족 보행 로봇을 위한 허용 ZMP (Zero Moment Point) 영역의 활용을 통한 에너지 효율적인 기준 보행 궤적 생성

## **Energy-Efficient Reference Walking Trajectory Generation Using Allowable ZMP (Zero Moment Point) Region for Biped Robots**

신 혁 기\*, 김 병 국

(Hyeok-Ki Shin<sup>1</sup> and Byung Kook Kim<sup>1</sup>)

<sup>1</sup>Korea Advanced Institutes of Science and Technology

Abstract: An energy-efficient reference walking trajectory generation algorithm is suggested utilizing allowable ZMP (Zero-Moment-Point) region, which maxmizes the energy efficiency for cyclic gaits, based on three-dimensional LIPM (Linear Inverted Pendulum Model) for biped robots. As observed in natural human walking, variable ZMP manipulation is suggested, in which ZMP moves within the allowable region to reduce the joint stress (i.e., rapid acceleration and deceleration of body), and hence to reduce the consumed energy. In addition, opimization of footstep planning is conducted to decide the optimal step-length and body height for a given forward mean velocity to minimize a suitable energy performance - amount of energy required to carry a unit weight a unit distance. In this planning, in order to ensure physically realizable walking trajectory, we also considered geometrical constraints, ZMP stability condition, friction constraint, and yawing moment constraint. Simulations are performed with a 12-DOF 3D biped robot model to verify the effectiveness of the proposed method.

Keywords: bipedal walking, reference gait generation, variable ZMP, footstep planning

## I. 서론

다양한 형태의 이동형 로봇 중 인간 주거 및 작업 환경에 가장 적합한 메커니즘을 갖는 2족 로봇은 구조적 장점과 복 잡성으로 그에 관한 많은 연구들이 활발히 이뤄지고 있다. 특히, 최근 연구들에서는 동적 보행을 넘어서 인간의 걸음새 를 모방한 다양하면서 효율적인 동작 실현을 위한 여러 연구 들이 소개되고 있다[1].

많은 관절들로 구성되는 2족 로봇의 안정적인 보행을 실 현하기 위해서는 복잡한 기구학과 동역학의 모델링과 보행 궤적 안정화가 선행되어야 한다. 현재 역진자(IPM, Inverted Pendulum Model)로 근사화된 단순 모델과 ZMP (Zero-Moment-Point) 안정도 판별법을 이용한 방법이 다양한 궤적 생성 또 는 제어를 위한 접근법으로써 가장 널리 사용되고 있다.

1970년대 ZMP가 소개된 이래로 다양한 모델들에 적용되 어 왔다[2]. 그 중에 비교적 성공적으로 널리 사용되고 있는 모델이 3차원 선형 역진자 모델(LIPM: Linear-IPM)]로 IPM의 COM (Center-of-Mass)를 지면과 평행한 수평면으로 제한함으 로써 실시간 궤적 생성을 위한 비교적 쉽고 편한 방법을 제 공한다[3]. LIPM 기반의 보행 궤적 생성 방법에 관한 선행 연 구들의 대다수가 ZMP를 지지하는 발바닥의 중심점에 고정 하여 ZMP 안정도를 최대화한다[3-7]. 비록 한발지지상태 (SSP: Single-Support-Phase)동안 고정된 ZMP와 3D-LIPM 기반

\* 책임저자(Corresponding Author) 논문접수: 2010. 12. 29., 수정: 2011. 5. 30., 채택확정: 2011. 8. 22. 신혁기, 김병국: KAIST 전기및전자공학과

(hkshin@rtcl.kaist.ac.kr/bkkim@kaist.ac.kr)

의 COM 기준궤적이 실제 로봇 플랫폼을 통해 성공적으로 보였지만, 안정도만을 최우선으로 보행이 이뤄지고, 두발 지 지상태(DSP: Double-Support-Phase) 구간을 무시하여 자연스럽 지 못하여 걸음걸이가 비효율적인 단점을 갖는다.

인간의 걸음에서는 지지하는 발바닥 내에서 ZMP가 뒤꿈 치에서 발가락 부근으로 이동하는 것이 관찰된다[8]. 이런 점 에 착안하여 지지영역 내에서 ZMP가 가변 될 수 있는, 이른 바 가변 ZMP 조작 방법들이 소개되었다[9-15]. 먼저, Park [9] 과 Choi [10]은 각각 퍼지 로직과 진화 알고리즘을 이용한 가 변 ZMP궤적 생성 방법을 제안하였고, Zhu [11]는 LIPM의 식 으로부터 동적으로 안정된 보행 궤적 생성을 위해 움직이는 ZMP 기준궤적을 제안하였다. 이 DSP 구간에서 COM는 등속 으로 이동하며, SSP 동안 ZMP는 뒤꿈치에서 발가락으로 1 차 식으로 표현되는 궤적을 따른다. Kurt [12]는 전후면(sagittal plane)에 대한 LIPM 운동 방정식의 해를 얻기 위해 Fourier 급수 근사화를 이용하여 DSP 구간에서 부드러운 궤적을 생 성할 수 방법을 제안하였다. Erbartur [13]는 좌우면(lateral plane)에서 ZMP 궤적을 호 형태의 ZMP를 도입하여 [12]의 방법을 개선하였다. 하지만 이들 연구들은 단지 부드럽고 자 연스러운 궤적 생성에 초점을 두고 있을 뿐, 지지면에 대한 ZMP의 자유도를 충분히 활용하거나 에너지 효율을 고려하 지는 않았다. 근래 성공적으로 소개 된 일본 Kawada 사의 HRP-2 [14], 와세다 대학의 WABIAN [15], 그리고 KAIST의 HUBO [16]에 사용된 보행 궤적 생성 방법은 다항식의 계수 화를 통한 ZMP와 COM의 온라인 궤적 생성 방법으로, 이는 보행시간과 보폭을 가변 할 수 있는 실시간 궤적 생성에 관 점에서 의의를 가진다.

본 연구에서는 3D-LIPM 모델을 기반으로 가변 ZMP 기법

Copyright© ICROS 2011

<sup>※</sup> 본 연구는 지식경제부 2IC 프론티어 인간기능 생활지원 지능로봇 기술개발사업의 일환으로 진행되었음.

을 활용한 에너지 효율적인 기준 궤적 생성방법을 제안하고, 12 자유도를 갖는 2족 보행 로봇 모델을 대상으로 한 시뮬레 이션을 통해 보행 궤적 생성 알고리즘의 효용성 및 효율성을 검증한다. 더불어, 주어진 보행 속도에 대한 보행 계획에 따 라 에너지 효율 변화를 분석하고, 그 결과로써 최적화된 걸 음 조건을 찾는 최적 보행계획을 제안하였다.

본 논문은 모두 V 장으로 구성된다. 먼저 II 장에서는 연구 에 사용될 로봇 모델과 논문에서 다뤄질 문제에 대해 설명된 다. III 장에서는 2족 보행의 에너지 효율을 고려한 보행 궤적 이 제안되었고, IV 장에서는 제안된 방법의 효율성과 최적 보 행계획을 위한 에너지 성능지수에 대한 시뮬레이션 결과들 이 기술되었다. 마지막으로 V 장에서는 결론을 맺도록 한다

## Ⅱ. 로봇 모델 및 문제 서술

#### 1. 2족 로봇 모델과 ZMP 방정식

연구에 사용된 2족 보행 모델은 그림 1에서 보는 것처럼 발목 관절에 2 자유도, 무릎관절 1자유도, 엉덩이 관절에 3 자유도를 가진다. 발바닥에서 몸통을 잇는 링크들은 모두 5 부분으로 구성된다. 발바닥에서 발목까지의 수직 거리인 발 목 오프셋  $l_a$ , 발목관절에서 무릎관절까지 정강이 길이  $l_{h}$ , 무릎관절에서 엉덩이 관절까지 허벅다리 길이  $l_{h}$ , 두 다리 관절을 잇는 골반 넓이  $l_{w}$ , 마지막으로 골반에서 몸통까지 수직 거리  $l_{h}$ 가 고려된다. 관절을 잇는 링크들은 모두 무질량 으로 가정되어 로봇의 COM은 집중질량으로 몸통에 위치하 게 된다. 국부 기준 좌표계(base frame)는 각 다리의 발바닥에 위치하며, 이를 기준으로 두 다리에 대한 기구학은 독립적으 로 다뤄진다. 전체 기준 좌표계(reference frame)는 진행방향은 X축으로 하고 지면과 수직한 방향을 Z축으로 한다.

그림 1에서 IPM 운동이 지면으로부터 높이가 일정한 평면 상으로 제한되는 조건에서 고차 비선형 동역학식의 근사화 를 통해 얻어지는 LIPM 운동방정식은 ZMP 정의에 의해 XY 평면상에서 독립적인 ZMP 방정식으로 다음과 같이 얻어진 다[3].



그림 1. 12 자유도 2족 로봇 모델과 선형 역진자 모델. Fig. 1. 12-DOF bipedal robot model and LIPM.

$$p(t) = x(t) - \frac{z_c}{g} \ddot{x}(t), q(t) = y(t) - \frac{z_c}{g} \ddot{y}(t)$$
(1)

여기서 (*p*, *q*)<sup>*T*</sup> 와 (*x*, *y*)<sup>*T*</sup> 는 기준 좌표계에서 ZMP와 COM 의 위치로 각각 나타내며, *g*는 중력가속도이고 *z*,는 지면에서 부터 무게중심까지 수직거리를 의미한다. X-축과 Y-축 각각 대해서 ZMP 기준 궤적이 주어진다면, 2차 미분방정식으로부 터 COM 위치를 계산할 수 있다.

2. 문제 서술

2족 보행의 동작 구성은 시공간적 변수들에 의해 특정 될 수 있다. 먼저 공간적 변수로는 보폭(step-length) *S*, 보격(stepwidth) *W*, 그리고 지면부터 수직방향으로 발의 최대 높이인 발 클리어런스(foot clearance) *C*가 고려된다. 시간을 결정하는 변수로는 보행 주기(gait cycle time) *T*가 있으며, 보행 주기는 다시 DSP와 SSP 구간으로 나뉘며 각각 *T<sub>d</sub>*와 *T<sub>ss</sub>*으로 표현된 다. 일반적으로 사람이 편한 자세로 한 걸음 내딛는 시간 동 안 DSP 구간이 차지하는 비율은 약 15~25%를 차지한다고 알려져 있다[17]. 편의상, DSP 구간은 보행주기의 20%로 고 정된다.

2족 로봇을 위한 기준 걸음 궤적 생성에서 물리적으로 실 현 가능한 동작을 계획하기 위해서는 적절한 물리적인 제약 조건들이 가해져야 한다. 문제에서는 다음 4가지 제약 조건 들이 고려된다.

1) 기하학적 제약조건(GC: Geometrical Constraint): 다리의 발 목 관절과 엉덩이 관절의 기하학적 거리는 항상 다리 길이보 다 작아야 한다.

2) ZMP 안정 조건(SC: Stability Condition): 로봇의 동적 평형 을 위해 ZMP는 항상 지지 다각형의 경계를 포함하는 내부 에 위치해야 한다. 모델 간략화로 인한 ZMP 오차로 인해 지 지 다각형의 모든 영역을 ZMP 안정 영역으로 간주할 수 없 기 때문이다. 따라서, ZMP가 지지 다각형의 중심을 포함한 허용 ZMP 영역 (Allowable ZMP Region) 내에 있어야 한다.

3) 마찰력 제한(FFL: Friction Force Limit): 로봇은 항상 마찰 표면상에서 걷게 되므로 미끄럼 없는 걸음을 위한 제한 조건 이 고려되어야 한다. 지면 반발력(GRF: Ground Reaction Force) 을 제외한 외력이 존재하지 않는다면, 지면 반발력 중 수직 력이 항상 접선력보다 일정 비율이상 크도록 다음 식을 항상 보장해야 한다[9].

$$\left\|\mathbf{F}_{com} \times \mathbf{n}\right\| / \left|\mathbf{F}_{com} \cdot \mathbf{n}\right| = \sqrt{\ddot{x}^{2}(t) + \ddot{y}^{2}(t)} / g \le \mu$$
(2)

식 (2)에서 **F**<sub>com</sub>는 발바닥과 지면 사이에 작용하는 합성력 이고, *n*은 지면에 대한 수직 단위 벡터이다. 마찰 계수 *µ*는 1 보다 작은 값을 가진다.

4) 요잉 모멘트 제한(YML: Yawing Moment Limit): 로봇 발 바닥과 지면 사이에 충분한 마찰이 전제되지 않는다면 ZMP 를 중심으로 로봇이 회전하게 되어 진행방향이 틀어지는 현 상이 발생할 수 있다. 이 현상은 로봇의 보행 속도가 증가할 수록 더욱 크게 나타난다[18]. 따라서 ZMP 위치 **r**<sub>amp</sub>= [p, q, 0]<sup>T</sup> 에서 요잉 모멘트는 다음과 같이 제한된다.

$$\left|\mathbf{M}_{zmp} \cdot \mathbf{n}\right| = \left| (\mathbf{r}_{zmp} \times \mathbf{F}_{com}) \cdot \mathbf{n} \right| \le Y_{\max}$$
(3)

본 연구의 에너지 효율적인 기준 보행 궤적 생성 문제는 다음과 같이 정의된다.

2족 보행 로봇에 대하여 기하학적 제약 조건, ZMP 안정 조 건, 마찰력 제한, 그리고 요잉 모멘트 제한이 주어져 있고, 보격, 발 클리어런스, COM의 높이가 주어져 있다고 하자. 주 어진 보행속도와 보폭에 대하여, SSP와 DSP로 구성되는 주 기적인 보행에 대해 에너지 성능 지수를 최소로 하는 가변 ZMP 패턴 및 기준 보행 궤적을 찾아라. 아울러 보폭, COM 의 높이가 가변일 경우, 에너지 성능 지수를 최소로 하는 최 적 보폭 및 COM의 높이를 결정하라.

## 3. 보행 로봇의 에너지 성능 지수

여러 형태를 갖는 이동 로봇의 에너지 효율을 비교하기 위 해 평균보행 속력 V<sub>F</sub>과 로봇 하중 mg에 대해 단위 속력으로 이동할 때의 에너지 소모를 정규화한 지수인 기계 비저항 (MSR: Mechanical Specific Resistance) [19]을 에너지 성능지수로 사용한다. 기계 비저항은 다음 식으로 정의된다.

$$J = \frac{E/T}{mgV_F} = \frac{E}{mgS} \tag{4}$$

여기서 로봇의 에너지 소모 E는 관절을 구성하는 DC모터 구동에 소모되는 모든 전기 에너지의 합이다. 하나의 전기 모터가 소모하는 에너지 E<sup>\*</sup> 는 다음과 같이 표현된다.

$$E^* = \int_T u(t)i(t)dt \tag{5}$$

여기서 u(t)와 i(t)는 각각 모터에 인가되는 전압과 전류이다. 그림 2는 기어가 부착된 DC 모터 모델[20]에서 모터 회전자 의 관성모멘트와 출발회전력(breakaway torque) 을 무시한 DC 모터의 에너지 근사화 된 모델로부터 다음 관계식들이 유도 된다.

$$u(t) = R_a i(t) + L \frac{d}{dt} i(t) + nK_b q(t)$$
(6)

$$\tau(t) = K_t i(t) + n F_v \dot{q}(t) \tag{7}$$

여기서  $R_a$ 과 L은 각각 모터의 전기자 저항(armature resistance) 과 전기자 인덕턴스(armature resistance)이고,  $K_b$ 와  $K_i$ 는 각각 모터의 역기전력 상수와 토크 상수이다. 기어 비를 n 이라고 할 때 모터 토크는 관절의 각속도에 의한 점성 마찰로 인한 회전력 손실을 고려하여 점성 마찰 계수  $F_y$ 에 대한 식 (7)로



그림 2. DC 모터의 에너지 모델. Fig. 2. Energy model of a DC motor.

표현된다. 일반적으로 인덕턴스는 작아 무시된다고 가정하면 [21], 식 (6)과 (7)을 식 (5)에 대입하면 다음 식이 얻어진다.

$$E^{*} = \frac{R_{a}}{nK_{i}^{2}} \int_{T} \tau^{2}(t) dt + \left(\frac{2R_{a}F_{v}}{K_{i}^{2}} + \frac{nK_{b}}{K_{i}}\right) \int_{T} \dot{q}(t)\tau(t) dt + \left(\frac{n^{2}R_{a}F_{v}^{2}}{K_{i}^{2}} + \frac{n^{2}K_{b}F_{v}}{K_{i}}\right) \int_{T} \dot{q}^{2}(t) dt$$
(8)

위 식에서 첫 번째 항은 열 방출에 의한 에너지 손실을 나 타내며, 둘째 항은 관절 운동에 따른 기계 에너지를 의미한 다. 마지막 항은 그 밖에 속도 의존적인 에너지 손실들을 나 타낸다.

12 자유도를 갖는 2족 보행 로봇의 전체 에너지 소모는 다 음 식으로 확장된다.

$$E = \int_{T} \sum_{i=1}^{2} (\boldsymbol{\tau}_{i}^{T} \mathbf{A} \boldsymbol{\tau}_{i} + \boldsymbol{\tau}_{i}^{T} \mathbf{B} \dot{\mathbf{q}}_{i} + \dot{\mathbf{q}}_{i}^{T} \mathbf{C} \dot{\mathbf{q}}_{i}) dt$$
(9)

 $\begin{aligned} \mathbf{A} &= diag(a_1, a_2, \dots, a_6), \ a_j &= R_{a,j} / (n_j K_{i,j}^2) \ \text{for j=1,2,..,6} \\ \mathbf{B} &= diag(b_1, b_2, \dots, b_6), \ b_j &= 2R_{a,j} F_{v,j} / K_{i,j}^2 + n_j K_{b,j} / K_{i,j} \\ \mathbf{C} &= diag(c_1, c_2, \dots, c_6), \ c_j &= n_j^2 R_{a,j} F_{v,j}^2 / K_{i,j}^2 + n^2 K_{b,j} F_{v,j} / K_{i,j} \end{aligned}$ 

여기서 *i* 번째 다리의 관절 각속도와 토크는 각 다리의 발목 관절에 위치한 기본 좌표계에서 정의된 자코비언 행렬 **J**<sub>i</sub>에 의해 얻어진다.

$$\dot{\mathbf{q}}_i = \mathbf{J}_i^{-1} \mathbf{R}_i (\dot{\mathbf{x}} - \dot{\mathbf{x}}_f)$$
(10)

$$\boldsymbol{\tau}_i = \mathbf{J}_i^T \mathbf{R}_i \mathbf{F}_i \tag{11}$$

여기서  $\dot{\mathbf{x}}$  와  $\dot{\mathbf{x}}_f$ 는 직교 좌표계에서 COM과 발목관절의 속 도 벡터이고,  $\mathbf{R}_i$ 는 i 번째 다리의 국부 기본 좌표계에서 정의 된 자코비언 행렬을 전체 기본 좌표계로 변환해주는 6x6=기를 갖는 회전변환 행렬(rotation matrix) 이다.  $\mathbf{F}_i$ 는 COM 가 감속에 따른 관성력과 중력에 의해 각 다리에 인가되는 6x1크기의 힘으로 다음의 관계식들로 정리된다.

$$\mathbf{F}_{1} = \begin{bmatrix} \mathbf{T}\mathbf{F}_{COM} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{F}_{2} = \begin{bmatrix} (\mathbf{I} - \mathbf{T})\mathbf{F}_{COM} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}$$
(12)

$$\mathbf{F}_{com} = m(\mathbf{g} - \ddot{\mathbf{r}}_{com}), \ \mathbf{T} = w(t)\mathbf{I}$$
(13)

$$w(t) = \begin{cases} \frac{1}{2} \left( \frac{(x(t) + S/2)}{(x(T/2) - x(T_{SS}/2))} + 1 \right) \text{ for } -\frac{T}{2} \le t < -\frac{T_{SS}}{2} \\ \rho \quad \text{for } -T_{SS}/2 \le t < T_{SS}/2 \\ \frac{1}{2} \left( \frac{(S/2 - x(t))}{x(T/2) - x(T_{SS}/2)} + 1 \right) \text{ for } \frac{T_{SS}}{2} \le t \le \frac{T}{2} \end{cases}$$
(14)

식 (12)에서 두 다리에 가해지는 힘은 SSP 동안 지지하는 다리에 모두 가해지지만 DSP 동안에는 COM의 위치에 의존 적으로 두 다리로 분산되어 가중된다. 이를 위해 근사적인 방법으로 3x3 크기를 갖는 추이행렬(transition matrix) T을 사 용하였다. 먼저, 스위칭 계수 ρ에 따라 SSP 동안 왼발(ρ=1) 또는 오른발(ρ=0)에 모든 힘이 가해지게 되며, DSP 동안 총 이동한 구간에 대해서 현재 COM 위치를 정규화함으로써 근 사적으로 두 다리에 분산되는 힘을 얻을 수 있다.

## III. 에너지 효율적인 보행 궤적 생성 알고리즘

주어진 보행 속도에 대해 보행 변수 최적화기에 결정되는 보폭과 몸체 높이에 따라 다음 5단계를 반복적으로 수행하 며서 최적 에너지 소모를 갖는 보행 궤적을 찾는다.

Step 1: 보폭과 발 클리어런스를 만족하고, 보행에 적합한 스윙 발 궤적의 생성

Step 2: 허용 ZMP 영역에서 에너지 성능지수를 최소화하는 가변 ZMP 궤적 생성

Step 3: 식 (1)로부터 기준 ZMP 궤적을 만족하는 COM 궤 적의 계산

Step 4: COM 기준궤적과 발 궤적으로부터 역기구학을 이 용한 관절 각 구하기

Step 5: 자코비언을 이용한 관절 각속도 및 관절 토크의 계 산을 통한 에너지 성능 지수 계산

1. 스윙하는 발의 기준 궤적

스윙하는 다리의 시작과 끝 시점에서 로봇 시스템으로 여 기 될 수 있는 모멘트로 인한 지면과의 충격을 줄이기 위해 사이클로이드 곡선을 사용하였다. SSP시간 구간 동안 지지하 는 발의 중심점을 원점으로 진행방향을 X축으로 하고 지면 과 수직방향을 Z축으로하는 기준 좌표계에 대한 스윙하는 발의 궤적은 다음 식들로 표현된다.

$$\begin{bmatrix} x_{f}(t) \\ z_{f}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [0 \quad 0]^{T} & \text{for } -\frac{T}{2} \le t < -\frac{T_{ss}}{2} \\ \left[ S \sin\left(\frac{\pi}{T_{ss}}t\right) \frac{C}{2} \left(1 + \cos\left(\frac{2\pi}{T_{ss}}t\right)\right) \right]^{T} & \text{for } -\frac{T_{ss}}{2} \le t < \frac{T_{ss}}{2} \end{bmatrix}$$
(15)  
$$\begin{bmatrix} S \quad 0 \end{bmatrix}^{T} & \text{for } \frac{T_{ss}}{2} \le t < \frac{T}{2} \end{bmatrix}$$

## 2. 허용 ZMP 영역 (AZR: Allowable ZMP Region)

ZMP가 지지다각형의 가장자리 가까이 위치하게 되면 근 접한 발바닥 모서리를 축으로 회전하게 되고, 이로 인해 로 봇이 넘어지게 된다[22]. 이런 현상을 막기 위해 ZMP 안정조 건을 위한 허용 영역은 그림 3에서 지지다각형의 여유 영역 을 제외한 나머지 영역을 허용 ZMP 영역으로 정의된다. SSP 동안 AZR은 ZMP 허용도(allowance factor)  $\eta$ 에 의해 정의되는 데, 발바닥의 크기가  $2a \ge 2b$ 이고  $a:b = \Delta_a: \Delta_b$  일 때 허용도 는 다음 식으로 표현된다.



그림 3. 접촉 영역과 허용 ZMP 영역. Fig. 3. Contact region and allowable ZMP region.

$$\eta = \left(1 - \frac{\Delta_a}{a}\right) \times 100 \,[\%] \tag{16}$$

허용도 ŋ가 0인 경우가 발의 중심으로 ZMP가 제한된다. DSP 동안 허용 ZMP 영역은 보폭과 보격만큼 확장된 지지다 각형이 된다.

## 3. 에너지 효율적인 운동궤적 생성

안정도를 높이기 위해 ZMP를 발바닥 가운데로 고정하면 자연히 가속도가 커지게 되고, 이로 인해 과도한 움직임에 의한 에너지 낭비를 초래하며, 상체 흔들림 현상과 같은 예 기치 않은 왜란이 발생과 관절 피로도를 높여 기계적 파손을 야기할 수 있다. 따라서 에너지 효율 개선을 위한 방법으로 COM 가속도을 최소화 한다. 이를 위해 1차식을 활용한 ZMP 계획으로 식 (1)으로부터 COM과 ZMP의 변위를 최소 화 함으로써 COM 가속도를 최소화 할 수 있다.

기준 궤적 계획은 XZ 평면에 대한 전후면(sagittal plane) 운 동과 YZ 평면에 대한 좌우면(lateral plane) 운동으로 나뉘어 이루어진다. 문제에서 주기적인 걸음만을 고려하므로 한 걸 음 동안 보행은 대칭적인 형태의 동작으로 간주되며, 연속되 는 걸음들도 운동 구성이 동일하므로 한 걸음에 대한 기준 궤적만을 다룬다. 그림 4(a)에서 보는 것처럼 한 걸음을 DSP 중간 시점에서 시작하여 보폭만큼 오른발을 내딛고, 다음 DSP의 중간시점에서 끝난다. 편의상 시간 축의 원점은 보행 주기의 중간 시점으로 고정된다.

3.1 전후면 운동 궤적 생성

한 걸음 동안 DSP 구간은 SSP 구간에 비해 상대적으로 짧다. 따라서 그림 4(b)에서 보는 것처럼 충분하지 않은 DSP 구간에서는 등속으로 이동하고, SSP에서는 감속구간-등속구 간-가속구간으로 계획한다. SSP가 시작되는 시점에서 허용 ZMP 영역은 순간적으로 좁아지게 되는데, 보행속도를 만족하기 위해 감속 및 가속 구간이 만들어지게 된다.

DSP의 등속 구간에서 속도는 감속구간의 시작속도 및 가 속구간의 최종속도이므로 가감속구간의 COM 궤적을 먼저 구한다. 식 (1)과 구간별 조건들로부터 궤적은 얻어진다.

감속구간:  $p = -\eta a$ ,  $x_0 = -\eta a$ ,  $\dot{x}_0 = V_{ss}^x$ 

$$x(t) = -\eta a + \frac{V_{ss}^{x}}{\omega} \sinh \omega \left( t + \frac{t_{c}}{2} \right)$$
(17)

가속구간:  $p = \eta a$ ,  $x_0 = \eta a$ ,  $\dot{x}_0 = V_{SS}^x$ 

$$x(t) = \eta a + \frac{V_{SS}^x}{\omega} \sinh \omega \left( t - \frac{t_c}{2} \right)$$
(18)

여기서  $t_c$ 는 SSP 동안 등속 구간으로 이동한 시간으로 이 값 이 작아질수록 가감속구간이 길어져 보행 속도를 높일 수 있 다. 식 (17)과 (18)을 만족하는  $t_c$ 는 뉴턴-랩슨(Newton-Raphson) 방법으로 얻어진다. 이 때 보행 속도 V<sub>F</sub>가  $2\eta a/T_{ss}$  보다 작 을 경우 정적 보행 궤적이 되는데, 낮은 보행속도에서는 관 성 모멘트에 의한 영향이 줄어들어 COM의 위치가 허용 ZMP 영역 내에 있으면 안정적으로 보행이 가능해짐을 의미 한다.

$$t_{c} = \begin{cases} T_{SS}, & \text{if } V_{F} \leq \frac{2\eta a}{T_{SS}} \\ \left\{ t \left| 0 \leq t \leq T_{SS} \text{ and } \eta a T_{DS} \cosh \frac{\omega(T_{SS} - t)}{2} \right| \\ + \frac{2\eta a}{\omega} \sinh \frac{\omega(T_{SS} - t)}{2} = \left(\frac{S}{2} - \eta a\right) t \end{cases} \right\}, \text{ otherwise}$$
(19)

가감속구간의 궤적으로부터 SSP의 등속도  $V_{DS}^{x}$ 는 식 (17) 과 (18)의 최종 속도와 같으므로

$$V_{DS}^{x} = \dot{x} \left( \frac{T_{ss}}{2} \right) = \dot{x} \left( -\frac{T_{ss}}{2} \right) = V_{SS}^{x} \cosh \left( \omega \left( \frac{T_{SS} - t_{c}}{2} \right) \right)$$
(20)



(a) COM and ZMP position in horizontal plane.







그림 4. 제안된 가변 ZMP 및 COM 궤적. Fig. 4. Proposed variable ZMP and COM trajectory.

SSP의 등속구간에서 속도 V<sup>ss</sup> 는 등속 구간의 시간 간격과 허용 ZMP 영역의 이동 거리는 다음 식으로 표현된다.

$$V_{SS}^{x} = \begin{cases} \frac{\omega S}{2\sinh(\omega T_{SS}/2) + \omega T_{DS}\sinh(\omega T_{SS}/2)} & \text{for } t_{c} = 0\\ \frac{2\eta a}{t_{c}} & \text{for } 0 < t_{c} < T_{SS}\\ V_{F} & \text{for } T_{SS} \le t_{c} \end{cases}$$
(21)

위 식들로부터, 한 걸음 동안에 ZMP와 COM 기준궤적은 다음의 식들로 정리된다.

3.2 좌우면 운동 궤적 생성

Y축에 대한 COM와 ZMP 궤적은 DSP동안은 등속으로 이 동하고, SSP 동안은 가속도가 최소화되도록 계획된다. 그림 4(c)에서 보는 것처럼 전후면 운동과는 달리 기준궤적이 우 함수 형태를 갖기 때문에 COM과 허용 ZMP 영역을 관통하 지 않는다. COM와 ZMP의 변위가 최소가 되는 시점인 t=0 일 때를 비교해보면 항상 COM가 ZMP보다 안쪽에 위치하게 된다. 따라서 ZMP를 허용 ZMP 영역의 안쪽 경계에 위치시 켜 COM와 ZMP의 변위를 최소화할 수 있다.

전후면에 대한 기준 궤적 유도 방식과 동일한 방법으로 식 (2)와 SSP와 DSP의 경계에서 ZMP 조건 *q* = (*W*/2-*ηa*) 와 *y*(*T*/2)=0 조건으로부터 식 (24)와 (25)을 얻을 수 있다.

$$q(t) = \begin{cases} V_{DS}^{y}(t+T/2) & \text{for } -\frac{T}{2} < t \le -\frac{T_{SS}}{2} \\ \left(\frac{W}{2} - \eta b\right) & \text{for } -\frac{T_{SS}}{2} < t \le \frac{T_{SS}}{2} \\ -V_{DS}^{y}(t-T/2) & \text{for } \frac{T_{SS}}{2} < t \le \frac{T}{2} \end{cases}$$
(24)

$$y(t) = \begin{cases} V_{DS}^{y}(t+T/2) & \text{for } -\frac{T}{2} < t \le -\frac{T_{SS}}{2} \\ \left(\frac{W}{2} - \eta b\right) - \frac{V_{DS}^{y} \cosh(\omega t)}{\omega \sinh(T_{SS}/2)} & \text{for } -\frac{T_{SS}}{2} < t \le \frac{T_{SS}}{2} \\ -V_{DS}^{y}(t-T/2) & \text{for } \frac{T_{SS}}{2} < t \le \frac{T}{2} \end{cases}$$
(25)

 $\alpha(7) \not\vdash V_{DS}^{y} = \frac{\omega(r - \eta s)}{\operatorname{coth}(\omega T_{ss}/2) + \omega T_{DS}/2} \circ |\mathsf{T}$ 

## IV. 시뮬레이션

본 장에서는 시뮬레이션을 통해 제안된 기준 보행 궤적과 다양한 보행 조건으로부터 보행 조건에 따른 에너지 경향으 로부터 보폭과 COM 높이에 따른 에너지 경향을 분석하고, 이들로부터 제안된 보행궤적의 효율성을 입증코자 한다.

시뮬레이션에 사용되는 모델은 로봇의 총 무게 m = 60 kg 이고, 각 링크 길이는 표 1를 따른다. 보격 W = 0.12 m, 발 클 리어런스 C = 0.03 m, ZMP 허용도는 60 %로 설정되며, 발바닥 은 0.2 m x 0.1 m의 크기를 진다. 아울러, 마찰 계수는 0.5로 제한되며, 요잉 모멘트는 최대 6 Nm까지 허용된다. DC 모터 는 Maxon사 24V 120W급 DC서보 모터 사양(표 2)을 따른다 [23]. 편의상 모든 관절에서 동일한 DC 모터를 사용한다고 가정하며, 기어 비 n=100로 고정된다.

1. 보행속도 변화에 대한 최적 보폭과 몸체 높이 관계

그림 5(a)는 보행 속도가 0.4 m/s일 때 보폭과 몸체 높이에 따른 실현가능영역(feasible region)과 에너지 성능 지수를 보여 준다. 실현가능영역은 몸체 높이와 보폭이 큰 조건에서 기하 학적 제약조건에 제한된다. 보폭이 크고 몸체 높이가 낮을 경우에는 가감속구간이 길어짐으로 인해 최대 요잉 모멘트 에 의해 영역이 제한되지만, 가감속을 최소화하는 경로계획 으로 인해 마찰력 계수 제약은 영향을 주지 않는다. 그림 5(b)와 5(c)에서 보폭 및 몸체의 높이에 대한 에너지 성능지 수는 최소점을 갖는 포물선 형태를 보이므로 유일한 최적 조 건을 결정 할 수 있다.

그림 6(a)에서는 보행 속도를 0.1 m/s에서 2 m/s까지 변화시 키면서 최소 기계 비저항 및 최적 보폭과 몸체 높이 관계를 보여준다. 보행 속도에 대한 최소 기계 비저항 관계에서 보 행 속도가 약 1.7 m/s정도 부근에서 에너지 소모가 가장 작을 것을 확인 할 수 있다. 이는 너무 저속으로 이동하거나, 또는 너무 고속으로 이동할 경우 에너지 소비가 증가하게 됨을 의 미한다. 저속 이동의 경우 로봇에 가해지는 합성력으로 중력

## 표 1. 로봇의 링크 파라메터.

 Table 1. Link parameters of the robot.

	Shank	Thigh	Body	Ankle	Hip
	length	length	offset	offset	Width
Value	0.3 m	0.3 m	0.2 m	0.05 m	0.12 m

표 2. Maxon 24V 120W DC 서보 모터 사양.

Table 2. Maxon 24V 120W DC servo motor specification.

	Armarture	Torque constant	Back-emf	
	resistance (Ra)	$(K_t)$	constant (K <sub>b</sub> )	
Value	0.436 Ω	0.022 Nm/A	0.022 V/rad/s	

이 지배적이기 때문에 좀 더 빨리 걸어야 에너지 소모를 줄 일 수 있다는 것을 보여주며, 반대로 고속 이동의 경우 관절 의 각속도가 커짐으로 인해 에너지 소비가 증가하게 되므로 적정 속도로 줄어야지만 에너지 소모를 최소화할 수 있다. 더불어, 그림 6(b)와 6(c)의 결과에서는 보행속도에 대한 최적 의 보폭과 몸체 높이가 유일하게 결정된다. 이는 인간이 신 진대사 에너지 소비를 최소화하는 보행속도와 보폭의 쌍을 갖는 연구 결과[24]와 동일 경향을 보인다. 보행속도가 증가 함에 따라 최적 보폭이 증가하게 되고 자연스럽게 다리길이 제한으로 몸체 높이도 낮아지게 되는데 기인한다.



그림 5.  $V_F$  = 0.4 m.s 일 때 실현가능영역 및 기계 비저항. Fig. 5. Feasible region and MSR when  $V_F$  = 0.4 m/s.



그림 6. 보행 속도 vs. 최소 기계 비저항. Fig. 6. Forward mean velocity vs. minimum MSR.

## 2. 제안된 가변 ZMP 조작 방법의 효율성 비교

보행 속도가 1.7 m/s일 때, ZMP 허용도를 0에서 80 %까지 변화시키면서 에너지 지수의 최소 값들을 비교해 보았다. 그 림 7에서 보는 것처럼 ZMP 허용도가 커질수록 에너지 효율 이 좋아지는 것을 확연히 알 수 있다. 특히, ZMP가 발바닥 중앙에 고정되는 것보다 ZMP 허용도가 80%일 때 약 18% 정도의 에너지 소모가 줄어드는 것을 확인 할 수 있다. 이와 유사한 결과로 Erbatur [25]는 Natural ZMP 방법을 이용한 실 제 실험을 통에서는 한걸음 동안 필요한 기계 에너지는 가변 ZMP가 고정 ZMP보다 약 25 %~ 30 % 정도 효율이 개선됨이 확인하였다.

다음으로 제안된 가변 ZMP 조작 방법과 관련 연구들에서 제안된 방법간의 효율성 비교를 수행해 보았다. 비교 대상은 LIPM을 이용한 가변 ZMP 방법 중 가장 최근에 소개된 연구 들로 전후면에 대한 Natural ZMP 방법[11]과 좌우면에 대한 호 형태를 갖는 ZMP 패턴[12]이다. 방법 1에서는 전후면은



그림 7. ZMP 허용도에 따른 최소 기계 비저항. Fig. 7. Minimum MSR for ZMP allowance factor.



그림 8. 보행 속도에 따른 최소 기계 비저항. Fig. 8. Minimum MSR for forward mean velocity.

Natural ZMP로, 좌우면은 ZMP가 발바닥 중앙에 고정되는 경 우이고; 방법 2는 방법1에서 좌우면을 호 형태 ZMP 궤적으 로 계획한 경우이다. 두 방법 모두 DSP 구간이 전체의 약 20%가 유지 되도록 Lanczos Sigma Factor [11]를 설정하였다. 보행 속도를 0.4~1.7 m/s까지 가변하면서 각 방법을 통해 생 성된 보행궤적에 대한 에너지 성능 지수를 비교하였다. 그림 8의 결과에서 제안된 방법은 기존 방법에 비해 에너지 효율 이 개선됨을 확인할 수 있다. 특히, 보행 속도가 작을 수록 효율이 더욱 개선되는 것을 확인 할 수 있는데, 이는 보행속 도가 줄어들수록 가감속구간이 더 많이 줄어드는 것에 기인 한다.

## V. 결론

LIPM을 기반으로 에너지 효율을 개선하기 위해 새로운 가 변 ZMP 조작 방법을 제안하였으며, 주어진 보행속도에 대해 에너지 소비를 최소화하는 보폭 및 COM의 높이를 찾는 보 행 계획방법을 제시하였다. 먼저 새로운 가변 ZMP는 허용 ZMP 영역을 충분히 활용하여 COM의 가감속을 줄일 수 있 는 방법을 제안하였고, 시뮬레이션을 통해 기존 방법에 비해 제안한 방법이 에너지 성능 관점에서 더 효과적임을 확인할 수 있었다. 더욱이 주어진 보행 속도에 대한 보행 계획 최적 화에서는 물리적으로 실현 가능한 동작을 보장하기 위해 마 찰력 제한, 그리고 요잉 모멘트 제한 등의 제한조건들을 고 려하였고, 이들 조건들을 모두 만족하고 에너지 효율을 극대 화할 수 있는 유일한 최적 보폭과 몸체 높이를 찾을 수 있었 다. 더 나아가, 주기적인 보행 운동에서 가장 에너지 효율적 인 보행 속도를 선정할 수 있으므로 추후 효율적인 보행 계 획에 활용 될 수 있다.

향후 주어지는 보행 조건들에 대한 폭넓은 시뮬레이션과

실험적 검증을 통해 보다 효율적인 보행을 실현 할 수 있을 것이라 기대된다.

## 참고문헌

- D. Kuo, "Choosing your steps carefully," *IEEE Robotics and Automation Magazine*, vol. 14, no. 2, pp. 18-29, 2007.
- [2] M. Vukobratovic, B. Borovac, D. Surla, and D. Stokic, *Biped Locomotion: Dynamics, Stability and Application, Spring-Verlag*, 1990.
- [3] S. Kajita, F. Kanehiro, K. Kaneko, K. Yokoi, and H. Hirukawa, "The 3D Linear inverted pendulum mode: A simple modeling for a biped walking pattern generation," *Proc. 2001 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, vol. 1, 29, pp. 239-246, 2001.
- [4] S. Kajita, F. Kanehiro, K. Kaneko, K. Fujiwara, K. Yokoi, and H. Hirukawa, "A real-time pattern generator for biped walking," *Proc. IEEE International Conference on Robotics and Automation*," vol. 1, pp. 31-37, 2002.
- [5] K. Harada, S. Kajita, K. Kaneko, and H. Hirukawa, "An analytical method on real-time gait planning for a humanoid robot," *Proc. 4th IEEE/RAS International Conference on Humanoid Robots*, vol. 2, pp. 640-655, 10-12 Nov. 2004.
- [6] J. E. A. Bertram, "Analytic path planning algorithms for bipedal robots without a trunk," *Journal of Intelligent and Robotics System*, 208, pp. 979-991, 2005.
- [7] I. Park and J. Back, "Analytical solution for stable bipedal walking trajectory generation using Fourier series," *Journal of Institute of Control, Robotics and Systems (in Korean)*, vol. 15, no. 12, pp. 1216-1222, 2009.
- [8] N. Naksuk and C. S. G Lee, "Zero moment point manipulability ellipsoid," *Proc. IEEE International Conference on Robotics* and Automation, pp. 1970-1975, 2006.
- [9] J. H. Park and Y. K. Rhee, "ZMP Trajectory generation for reduced trunk motions of biped robots," *Proc. IEEE Int. Conf.* on *Intelligent Robots and Systems*, pp. 90-95, 1998.
- [10] M. Choi, O. Kwon, M. Kang, and J. H. Park, "Optimal gait trajectory generation and optimal design for a biped robot using genetic algorithm," *Journal of Control, Automation, and System Engineering (in Korean)*, vol. 10, no. 9, pp. 833-839, 2004.
- [11] C. Zhu, Y. Tomizawa, X. Luo, and A. Kawamura, "Biped walking with variable ZMP, frictional constraint, and inverted pendulum model," *Proc. of IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics*, pp. 425-430, 2004.
- [12] E. Taskiran, M. Yilmaz, O. Koca, U. Seven, and K. Erbatur, "Trajectory generation with natural ZMP references for the biped walking robot SURALP," *IEEE International Conference* on Robotics and Automation, pp. 4237-4242, 2010.
- [13] K. Erbatur and U. Seven, "Humanoid gait synthesis with moving single support ZMP trajectories," *Proc. on 13th IASTED Int. Conf. on Robotics and Applications and Telematics*, pp. 95-100, 2007.
- [14] M. Morisawa, K. Harada, S. Kajita, K. Kaneko, F. Kanehiro, K. Fujiwara, S. Nakaoka, and H. Hirukawa, "A biped pattern generation allowing immediate modification of foot placement in real-time," 6<sup>th</sup> IEEE-RAS International Conference on Humanoid Robots, pp. 581-586, 2006.
- [15] H.-O. Lim and A. Takanishi, "Biped walking robots created at waseda university: WL and WABIAN family," *Philosophical*

*Transactions of the Royal Society*, vol. 365, no. 1850, pp. 49-64, 2007.

- [16] I.-W. Park, J.-Y. Kim, and J.-H. Oh, "Online walking pattern generation and its application to a biped humanoid robot- KHR-3(HUBO)," *Journal of Advanced Robotics*, vol. 22, pp. 159-190, 2007.
- [17] P. Sardain and G Bessonnet, "Force acting on a biped robot, center of pressure-zero moment point," *IEEE Transaction on Systems, Man and Cybernetics Part A*, pp. 630-637, 2004.
- [18] T. Hirabayashi, B. Ugurlu, A. Kawamura, and C. Zhu, "Yaw moment compensation of biped fast walking using 3D inverted pendulum," *IEEE Int. Workshop on Advanced Motion Control*, pp. 296-300, 2008.
- [19] J. Nishii, K. Ogawa, and R. Suzuki, "The optimal gait pattern in hexapods based on energetic efficiency," *Proc. 3rd International Symposium on Artificial Life and Robotics*, Beppu, vol. 1, pp. 106-109, 1998.
- [20] M. Nahon and J. Angeles, "Minimization of power losses in cooperating manipulator," *Journal of Dynamics System, Measurement, and Control (Trans. ASME)*, vol. 114, pp. 213-219, 1992.
- [21] S. Ma, Time optimal control of manipulators with limit heat characteristics of actuator, *Advanced Robotics* 16, pp. 309-324, 2002.
- [22] A. Goswami, "Foot rotation indicator (FRI) point: a new gait planning tool to evaluate postural stability of biped robots," *Proc. IEEE International Conference on Robotics and Automation*, vol. 1, pp. 47-52, 10-15 May 1999.
- [23] Maxon EC40 120Watt DC Motor Datasheet http://www. maxonmotor.com.
- [24] J. E. A. Bertram, "Constrained optimization in human walking: cost minimization and gait plasticity," *Journal of Experimental Biology 208*, pp. 979-991, 2005.
- [25] K. Erbatur and O. Kurt, "Natural ZMP trajectories for biped robot reference generation," *IEEE Transaction on Industrial Electronics*, vol. 56, no. 3, pp. 835-845, 2009.



## 신 혁 기

2004년 경북대학교 전기 및 전자공학과 졸업. 2006년 KAIST 전기 및 전자공학 과 석사. 2006년~현재 동대학 박사과정 재학중. 관심분야는 휴머노이드 로봇, 실시간 임베디드 시스템.



## 김 병 국

1975년 서울대학교 전자공학과 졸업. 1975년 KAIST 전기 및 전자 공학과 석 사. 1981년 동 대학원 박사. 1981년~1986 년 우진계기㈜ 연구실장. 1982년~1984 년 University of Michigan 방문연구. 1986 년~현재 KAIST 전기 및 전자공학과 교

수. 관심분야는 실시간 시스템, 로보틱스, 임베디드 제어.