

# 피라미드 형상의 PCM 코어 단위 셀의 압축 및 전단특성에 관한 해석적 연구

김상우<sup>#</sup> · 정현철<sup>1</sup> · 이영선<sup>1</sup> · 강범수<sup>2</sup>

## Analytical Approach to Compression and Shear Characteristics of the Unit Cell of PCM Core with Pyramidal Configuration

S. W. Kim, H. C. Jung, Y. S. Lee, B. S. Kang

(Received August 11, 2010 / Revised October 15, 2010 / Accepted October 18, 2010)

### Abstract

A sandwich panel which is comprised of truss cores faced with solid face sheets is lightweight and multi-functional. So it is widely used to not only structural material but also heat transfer media in transportation field such as airplane, train and vessel. There are various core topologies such as pyramidal and tetrahedral truss, square honeycombs and kagome truss. The study focused on analytical approach to optimize compression and shear quality of the unit cell of PCM with pyramidal configuration. With various unit cell models which have the same core weight per unit area but different truss member angle, analytical solution for effective stress ( $\bar{\sigma}, \bar{\tau}$ ), peak stress ( $\bar{\sigma}_{peak}, \bar{\tau}_{peak}$ ) by yielding and buckling, relative density ( $\bar{\rho}_c$ ) and effective stiffness ( $\bar{E}, \bar{G}$ ) have been computed and compared each other. With this approach, the most optimal core configuration was predicted. The result has become the efficient guidelines for the design of PCM core structure.

**Key Words** : Sandwich Panel, PCM, Pyramidal Core, Effective Property, Compression, Shear

### 1. 서 론

최근 주기적 다공질 금속(PCM: Periodic cellular metal)이 가지는 경량성 및 다기능성을 활용한 샌드위치 판넬에 관한 연구가 활발히 진행 중에 있다[1-6]. 상·하부의 판재(face sheet)와 트러스 코어(truss core)로 구성된 PCM 샌드위치 판넬은 피라미드(pyramid), 사면체(tetrahedron), 카고메(kagome) 구조 등 다양한 형태로 제조될 수 있으며, 코어의 형상, 원재료 및 제조방법에 따라 다양한 특성을 가지게 된다. 주기적 다공질 금속을 이용한 샌드위치 판넬은 자동차, 항공기 등 수송기계의 외관 및 건축용 자재 등 경량 구조용 재료로의 활

용 뿐만 아니라 민/군용 충격 에너지 흡수체, 열교환기용 열전달 매체 등 다양한 특성을 가진 기능성 소재로 광범위하게 활용될 수 있는 차세대 소재이다. 본 연구에서는 샌드위치 판넬용 코어 형상설계를 위한 기초연구로 피라미드 코어의 압축과 전단하중 하에서의 단위셀(unit cell)의 거동에 대한 해석적 연구를 수행하였다. 해석모델은 단위 면적당 차지하는 코어의 체적이 동일한 조건하에, 피라미드 트러스 요소(truss member)의 각도를 달리하여 각각의 모델에 대한 압축 및 전단 특성을 비교분석 하였다. 단위셀의 기계적 특성은 압축 및 전단응력 작용 시 지지할 수 있는 최대 응력(peak stress), 유효강성(effective stiffness) 등으

1. 재료연구소 변형제어연구그룹

2. 부산대학교 항공우주공학과

# 교신저자: 재료연구소 변형제어연구그룹

E-mail: kimsu@kims.re.kr

로 계산하였으며, 동일한 단위면적당 하중 내에서 각각의 특성이 최대가 될 수 있는 트러스 요소의 최적 각도를 예측하였다.

## 2. 해석적 모델

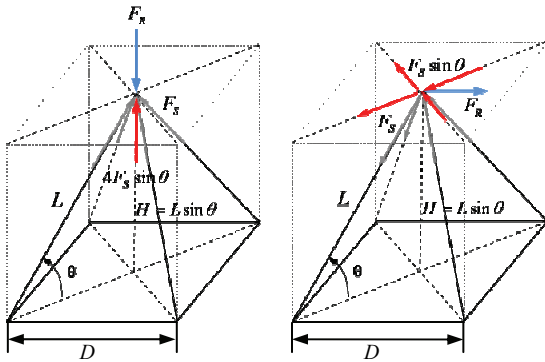
Fig. 1과 같이 두께  $t$  의 정사각형 단면을 갖는 네 개의 트러스 요소로 구성된 피라미드 형상의 단위셀에 압축 또는 전단하중이 작용한다고 가정한다. 각 트러스 요소의 길이는  $L$  이고, 기준평면으로부터 각도  $\theta$  만큼 기울어 있으며, 모든 트러스 요소는 핀으로 연결되어 있어 모멘트는 작용하지 않는 것으로 가정한다. 이 경우, 단위셀이 차지하는 정방형 공간에 대한 코어 체적의 비로 정의되는 상대밀도( $\bar{\rho}_c$  : relative density)는 식 (1)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\bar{\rho}_c = \frac{V_c}{V} = 2 \left( \frac{t}{L} \right)^2 \frac{1}{\cos^2 \theta \sin \theta} \quad (1)$$

### 2.1 압축하중 모델

Fig. 1의 (a)와 같이 단위셀의 꼭지점에 압축하중  $F_R$  이 작용할 때 트러스 요소 각각에 가해지는 힘을  $F_S$  라 하면, 수직방향 힘의 평형으로부터 단위셀에 작용하는 유효압축응력( $\bar{\sigma}$  : effective compressive stress)은 트러스 요소의 각도( $\theta$ ) 및 각 트러스 요소에 작용하는 응력( $\sigma_s$ )에 따라 다음과 같이 정리할 수 있다.

$$\bar{\sigma} = 2 \left( \frac{t}{L} \right)^2 \left( \frac{\sin \theta}{\cos^2 \theta} \right) \sigma_s \quad (2)$$



(a) Compressive loading (b) Shear loading  
Fig. 1 Unit cell of pyramidal truss core under compressive and shear load

또한, 식 (2)를 이용하여 트러스 요소에서 항복이 발생할 때 단위셀이 최대응력을 나타낸다고 가정하면 최대응력( $\bar{\sigma}_{peak}$  : peak stress)은 트러스 요소의 항복응력( $\sigma_y$ )으로 표현되어 질 수 있다.

$$\bar{\sigma}_{peak} = 2 \left( \frac{t}{L} \right)^2 \left( \frac{\sin \theta}{\cos^2 \theta} \right) \sigma_y \quad (3)$$

트러스 요소의 세장비(slenderness ratio)가 큰 경우 최대응력조건은 트러스 요소의 좌굴(buckling) 발생조건과 동일시 되며, 각 트러스 요소에 좌굴이 발생할 수 있는 임계 응력을  $\bar{\sigma}_{cr}$  이라고 하면, 최대 응력은 식(3)과 같다.

$$\bar{\sigma}_{peak} = 2 \left( \frac{t}{L} \right)^2 \left( \frac{\sin \theta}{\cos^2 \theta} \right) \sigma_{cr} \quad (4)$$

where,  $\bar{\sigma}_{cr} = \frac{\pi^2 (te)^2}{12} E_t$  ( $E_t$  : tangent modulus)

Fig. 1과 같이 단위셀에 압축하중이 작용할 경우, 각 트러스 요소의 길이 방향으로의 변형량을  $\delta_L$ , 이로 인해 발생하는 단위셀의 높이 감소량 즉, 단위셀의 유효 압축변형량을  $\delta_z$  라고 정의하면, 단위셀에 작용하는 외력( $F_R$ )에 의한 외부 일( $W_T$ )과 4개의 코어에 각각 작용하는 응력( $\sigma_s$ )에 의한 내부 일( $W_S$ )은 식 (5), (6)과 같이 나타낼 수 있다. 또한 외력( $F_R$ )에 의한 하중을 4개의 트러스 요소가 동일하게 배분하여 지지하고 있으므로  $W_T = 4W_S$  인 관계가 성립하고, 따라서, 식(7)과 같은 관계가 성립한다.

$$W_T = F_R \delta_z = \bar{\sigma} D^2 \delta_z \quad (5)$$

$$W_S = F_S \delta_L = \sigma_s t^2 \delta_L \quad (6)$$

$$\bar{\sigma} D^2 \delta_z = 4 \sigma_s t^2 \delta_L \quad (7)$$

여기서, Hooke's Law에 의해서  $\delta_z$  는 유효응력에 대한 유효영률( $\bar{E}$  : effective young's modules)의 비로 나타낼 수 있고,  $\delta_L$  는  $\sigma_s$ 에 대한  $E_s$  의 비로 나타낼 수 있으므로, 식 (3)~(7)로 부터 유효영률을 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\bar{E} = 2 \left( \frac{t}{L} \right)^2 \left( \frac{\sin^3 \theta}{\cos^2 \theta} \right) E_s = \bar{\rho}_c \sin^4 \theta E_s \quad (8)$$

$$\bar{\sigma}_{Peak / Yielding} = 2C \cos \theta \sin \theta \sigma_y \quad (16)$$

$$\bar{\sigma}_{Peak / Buckling} = 2C \cos \theta \sin \theta \sigma_{cr} \quad (17)$$

## 2.2 전단하중 모델

전단하중 하에서도 압축에서와 동일한 방법으로 수평방향으로의 힘의 평형으로부터 단위셀에 작용하는 유효전단응력( $\bar{\tau}$ ), 최대전단응력( $\bar{\tau}_{peak}$ ), 유효전단계수( $\bar{G}$ : effective shear modulus)는 식 (9) ~ (12)으로 나타낼 수 있다.

$$\bar{\tau} = \sqrt{2} \left( \frac{t}{L} \right)^2 \left( \frac{1}{\cos \theta} \right) \sigma_s \quad (9)$$

$$\bar{\tau}_{peak} = \sqrt{2} \left( \frac{t}{L} \right)^2 \left( \frac{1}{\cos \theta} \right) \sigma_y \quad (10)$$

$$\bar{\tau}_{peak} = \sqrt{2} \left( \frac{t}{L} \right)^2 \left( \frac{1}{\cos \theta} \right) \sigma_{cr} = \frac{\sqrt{2} \pi^2 e^2}{12} \left( \frac{t}{L} \right)^4 \left( \frac{1}{\cos \theta} \right) E_t \quad (11)$$

$$\bar{G} = \left( \frac{t}{L} \right)^2 (\sin \theta) E_s = \frac{1}{8} \bar{\rho}_c (\sin^2 2\theta) E_s \quad (12)$$

재료가 가공경화식  $\bar{\sigma} = K \bar{\epsilon}^n$  을 따른다고 가정하고, 식 (4)의 접선계수( $E_t$ )를 구하여 식(17)에 대입하면 좌굴에 의한 최대응력은 다음과 같이 표현된다.

$$\bar{\sigma}_{Peak / Buckling} = 2KC^{n+1} \left( \frac{n\pi^2 e^2}{12} \right)^n \cos^{3n+1} \theta \sin \theta \quad (18)$$

위와 동일한 방법으로 최대전단응력 및 유효전단계수를 구하면 식(19)~(21)과 같다.

$$\bar{G} = \frac{1}{8} \bar{\rho}_c (\sin^2 2\theta) E_s = C \cos^3 \theta \sin \theta E_s \quad (19)$$

$$\bar{\tau}_{Peak / Yielding} = \sqrt{2} C \cos^2 \theta \sigma_y \quad (20)$$

$$\bar{\tau}_{Peak / Buckling} = 2KC^{n+1} \left( \frac{n\pi^2 e^2}{12} \right)^n \cos^{3n+2} \theta \quad (21)$$

## 2.3 트러스 요소 각도의 최적화

면적( $D^2$ )과 코어체적이 동일한 조건하에서 트러스 요소의 각을 달리할 경우, 각에 따라 트러스 요소의 단면적 및 길이가 결정된다. 따라서 Fig. 1의 기하학적 관계로부터 트러스 요소 세장비의 제공은 다음과 같이 트러스의 내부 각도  $\theta$  및 상수  $C$ 의 함수로 표현된다.

$$\left( \frac{t}{L} \right)^2 = C \cos^3 \theta \quad \left( C = \frac{\sqrt{2} V_c}{2D} = const \right) \quad (13)$$

위의 식 (13)을 식 (1), (3), (4), (8)에 대입하면, 상대밀도( $\bar{\rho}_c$ ), 유효영률( $\bar{E}$ ), 최대응력( $\bar{\sigma}_{peak}$ )은 다음과 같이 표현된다.

$$\bar{\rho}_c = 2 \left( \frac{t}{L} \right)^2 \frac{1}{\cos^2 \theta \sin \theta} = \frac{2C}{\tan \theta} \quad (14)$$

$$\bar{E} = 2C \cos \theta \sin^3 \theta E_s \quad (15)$$

## 3. 결과 및 고찰

### 3.1 기준모델

인장시험으로부터 구해진 A15052 판재의 물성치를 이용하여, 트러스 요소의 각도에 따른 최대응력 및 유효강성의 영향을 분석하였다. 소재의 탄성계수와 항복강도는 각각 70.3GPa, 141.5MPa이고, 가공경화지수( $n$ )와 강도계수( $K$ )는 각각 0.216, 400MPa이다.  $L = 21.213\text{mm}$ ,  $\theta = 45^\circ$ ,  $t = 2\text{mm}$ ,  $V_c = 339.411\text{mm}^3$ 인 피라미드 단위셀을 기준모델로 하였으며, 기준모델의 기하학적 관계로부터 식(11)의 상수  $C$ 를 구한 후 트러스 요소의 각을  $10^\circ$ 에서  $80^\circ$ 까지 변화시키며, 최대응력 및 유효강성을 예측하였다.

### 3.2 결과 및 고찰

Fig. 2는 식 (16), (18)을 이용하여 계산된 단위셀의 압축시 발생하는 최대응력을 보여주고 있다. 트러스 요소의 각도가  $40.71^\circ$ 보다 작을 때는 좌굴에 의한 최대응력 보다 항복에 의해 발생하는 최대응력이 낮게 나타났으며, 트러스 요소의 각이

이보다 클 경우에는 좌굴에 의한 최대응력이 항복에 의한 최대응력 보다 큰 것으로 나타났다. 이는 트러스 요소의 세장비에 따라 단위셀이 지지할 수 있는 최대 하중의 발생조건이 다름을 의미한다. 트러스 요소의 각도가 작을 경우, 각 요소는 세장비가 작은 즉, 길이가 짧은 기둥과 같으므로, 좌굴보다는 항복이 먼저 발생하며, 각도가 클 경우에는 소재의 항복 이전에 좌굴이 먼저 발생함을 알 수 있다. 좌굴 및 항복에 의해 결정되는 최대 지지응력은 트러스 요소의 각도가 증가함에 따라 증가하는 경향을 보이다가 특정 각도에서 최대치를 보이고 다시 감소하는 경향을 보였다. 본 연구에서 사용된 소재물성의 경우 좌굴에 의한 최대응력은 37.92°에서 최대값을 보였으며, 항복에 의한 최대응력은 45°에서 최대값을 보였다. 식 (16), (18)이 항복응력, 재료강도계수, 가공경화지수에 의존적이므로, 이 역시 재료에 의존적이지 않다.

Fig. 3은 식 (20), (21)로 부터 전단변형 시 단위셀이 지지할 수 있는 최대응력과 트러스 요소의 각도 관계를 보여주고 있다. 좌굴 및 항복에 의한 최대전단응력은 두 경우 모두 트러스 요소의 각도가 증가함에 따라 감소하는 경향을 보였으며, 압축하중에서와 동일하게 40.71°를 기준으로 트러스 요소의 각도가 이보다 작을 경우에는 좌굴에 의한 최대전단응력이 항복에 의한 값보다 크게 나타났으며, 클 경우에는 이와 반대의 양상을 보였다.

Fig. 4, 5는 식 (15)와 식 (19)에 의해 계산된 유효영률 및 유효전단계수의 변화를 보여주고 있다. 유효영률은 트러스 요소 각이 증가함에 따라 점차 증가하다가 60°에서 최대 값을 갖고 감소하는 경향을 보였으며, 유효전단계수는 30°에서 최대를 보이고 점차 감소하는 경향을 보였다. 식(15), (19)는 유효강성이 트러스요소의 각도, 기준모델의 형상인자에 의해 결정되는 상수  $C$  및 원소재의 탄성계수에 의해 의존적임을 보여주고 있는데, 이는 원소재가 동일할 경우, 최대 강성을 지지하기 위한 최적의 트러스 요소의 각도는 소재와 무관하게 압축의 경우 60° 및 전단의 경우 30°로 결정됨을 알 수 있다. 또한, 이상의 결과로부터 유효강도, 강성을 얻기 위한 최적의 트러스 요소의 각도는 각기 상이하게 나타남에 따라, 설계 목적에 따라 최적의 특성을 나타내기 위한 요소 각도를 결정할 필요가 있음을 알 수 있다.

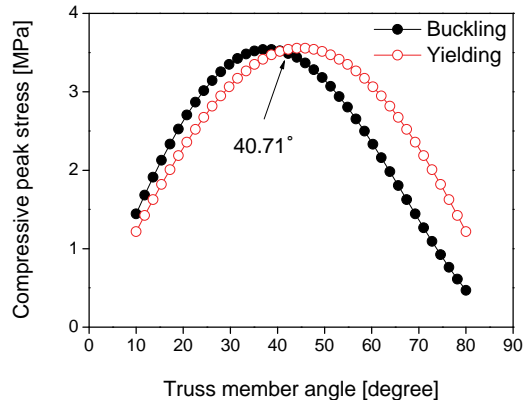


Fig. 2 Effect of truss member angle on peak stress under compressive load

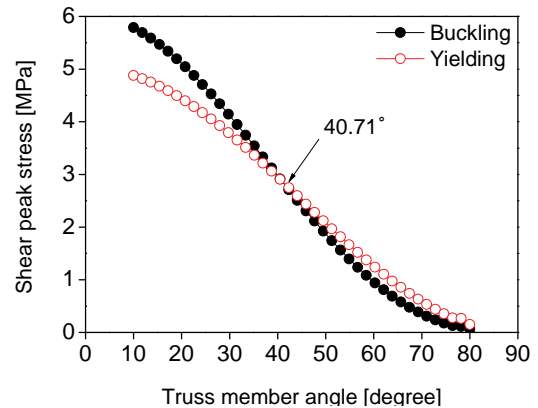


Fig. 3 Effect of truss member angle on peak stress under shear load

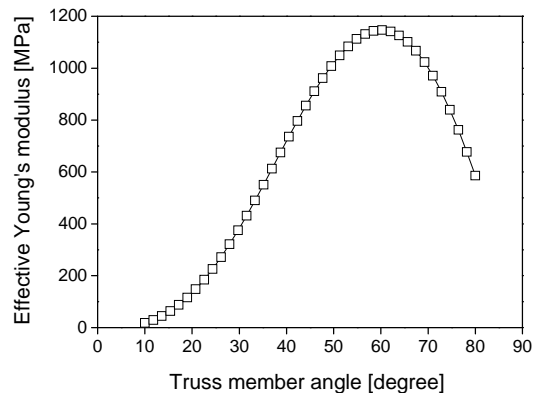


Fig. 4 Effect of truss member angle on effective Young's modulus

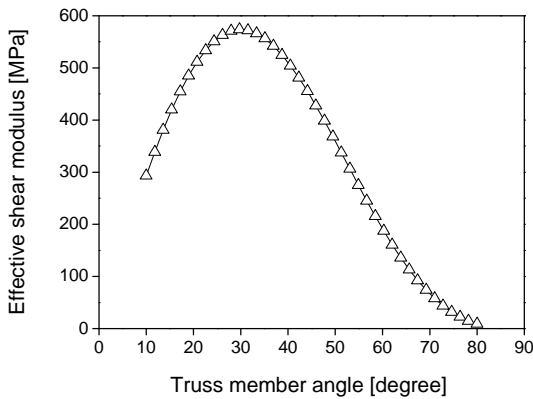


Fig. 5 Effect of truss member angle on effective shear modulus

#### 4. 결론

본 연구에서는 피라미드 코어 단위셀의 압축 및 전단하중 하에서의 거동을 예측하기 위해 해석적 접근을 통해 트러스 요소의 각에 따른 최대 압축/전단응력, 유효강성을 예측하여 분석하였으며, 그 결과를 정리하면 다음과 같다.

(1) 단위면적당 코어 체적이 동일한 경우, 압축 하중 작용시 단위셀이 지지할 수 있는 최대압축 응력은 트러스 요소의 각도에 의존하며 최대값을 가지는 각도가 존재한다. 트러스 요소의 각이 작을 경우, 좌굴에 의해 최대지지응력을 가지며, 트러스 요소의 각이 클 경우에는 항복에 의해 최대 지지응력이 결정된다.

(2) 전단하중 작용시 트러스 요소의 각이 증가함에 따라 최대전단응력은 감소하는 경향을 보였으며, 압축하중 작용시와 동일하게 트러스 요소의 각이 작을 경우, 좌굴에 의해 최대지지응력을 가지며, 트러스 요소의 각이 클 경우에는 항복에 의

해 최대지지응력이 결정된다.

(3) 유효 영률은 트러스 요소 각이 60°에서, 유효 전단계수는 30°에서 최대로 나타났으며, 이는 원소재의 기계적 특성과는 무관하게 일정한 값을 알 수 있었다.

본 연구에서 사용된 해석적 방법은 문제의 간소화를 위해 많은 가정을 포함하고 있으나, 기초설계를 위한 가이드라인으로 활용 가능하며, 보다 정확한 단위셀의 특성 예측을 위해서는 유한요소해석 및 실험과의 검증이 요구된다.

#### 참고 문헌

- [1] K. J. Doherty, J. R. Tice, S. T. Zowczyk, 2006, Titanium brazing for structures and survivability, *Int. Brazing & Soldering Conf.*, Vol. 3, pp. 268~273.
- [2] A. Vaziri, Z. Xue, 2007, Mechanical behavior and constitutive modeling of metal cores, *J. Mech. Mater. & Struct.*, Vol. 2, No. 9, pp. 1743~1760.
- [3] H. J. Rathbun, F. W. Zok, A. G. Evans, 2005, Strength optimization of metallic sandwich panels subject to bending, *Int. J. Solid. Struct.*, Vol. 42, pp. 6643~6661.
- [4] F. W. Zok, S. A. Waltner, Z. Wei, H. J. Rathbun, 2004, A protocol for characterizing the structural performance of metallic sandwich panels: application to pyramidal truss cores, *Int. J. Solid. Struct.*, Vol. 41, pp. 6249~6271.
- [5] D. J. Sypeck, H. N. G. Wadley, 2002, Cellular metal truss core sandwich structure, *Adv. Eng. Mater.*, Vol. 4, No. 10, pp. 759~764.
- [6] N. Wicks, J. W. Hutchison, 2001, Optimal truss plates, *Int. J. Solid. Struct.*, Vol. 38, pp. 5165~5183.