

# 순수전단이 작용하는 RC Panel의 응력-변형률 비선형해석

## Nonlinear Analysis of Stress-strain for RC Panel Subjected to Shear

차 영 규<sup>1)</sup>

김 학 수<sup>2)\*</sup>

Cha, Young Gyu

Kim, Hak Su

### Abstract

The three truss models (equilibrium truss model, Mohr compatibility truss model, and the soften truss model) based on a rotating angle is called the rotating-angle model. The three rotating-angle models have a common weakness: they are incapable of predicting the so-called "contribution of concrete". To take into account this "contribution of concrete", the modern truss model (MCFT, STM) treats a cracked reinforced concrete element as a continuous material. By combining the equilibrium, compatibility, and the softened stress-strain relationship of concrete in biaxial state, MTM is capable of producing the nonlinear analysis of reinforced concrete structures composed of membrane element. In this paper, an efficient algorithm is proposed for the solution of proposed model incorporated with failure criteria. This algorithm is used to analyze the behavior of reinforced membrane element using the results of Hsu test.

**Keywords** : shear strain; compatibility; truss action; constitutive laws; stress-strain relationship.

### 1. 서론

AASHTO LRFD(1994)에서는 Collins의 수정압축장이론(MCFT)에 기반한 전단설계이론을 도입하였다. 이것은 콘크리트의 전단설계 방향에 획기적인 사건으로 그동안의 경험적 방법에서 탈피하여 평형조건과 재료(콘크리트, 철근)의 구성조건 그리고 변형적합조건에 기반한 최신트러스모델(modern truss model)로의 진화를 보여준 것이다(ASCE-ACI Committee 445, 1998).

Fig. 1에서 보듯이 트러스모델은 60년대 변각트러스 개념이 도입된 후부터 유럽을 중심으로 Schlaich, Thürlimann, Marti, Nielsen 등에 의해 소성이론(plastic theory) 및 스트럿-타이 모델과 결합되어 그 적용성의 확장 및 정확성의 확보에 대한 연구가 계속되고 있는 상태이다(ASCE-ACI Committee 426, 1973). 한편, 복미를 중심으로 한 수정압축장이론(MCFT)과 연화트러스모델(STM)로 대표되는 모어-적합 트러스모델로 발달되어 오고 있다. AASHTO LRFD(2002, 2004, 2007) 전단설계 기준의 핵심은 1974년 Collins와 Mitchell(1974)의 압축장이론(CFT), Vecchio와 Collins의 수정압축장이론(1986) 그리고 Collins등이 발표한 "A General Shear Design

Method"(Collins, 1996)의 연구내용으로 구성되어 있다. Fig. 2(a)의 균열이 발생한 RC패널(Panel)의 비선형해석은 균열각  $\theta$ 와 2축상태의 연성계수  $\zeta$  뿐만 아니라 응력 미지수 7개( $f_x, f_y, f_{cx}, f_{cy}, f_{sx}, f_{sy}, \tau$ )와 변형률 미지수 5개( $\epsilon_x, \epsilon_y, \epsilon_{cx}, \epsilon_{cy}, \gamma$ )의 해를 결정하는 것이다. 만약 작용하는 전단응력이 주어진다면 13개의 미지수가 발생하며, 응력-변형률 비선형해석을 위해 조건식이 13개 필요하게 된다. 이러한 비선형해석을 위해서, 변형률 조건으로 Mohr 적합방정식의 1차 불변량(invariant) 개념과 모어원 성질을 이용하여 미지수 계산을 수행한다. 즉 수평방향과 수직방향의 변형률과 주응력 방향의 변형률은 중심점은 같다는 조건과 Mohr 원 내의 삼각형은 각은 중심선을 통과하는 각과 반각조건을 이용할 수 있으며, 동시에 응력 Mohr 원과 변형률 Mohr 원의 각이 일치한다는 Wagner 조건식을 이용하면 13개 미지수의 해 결정이 훨씬 빨라지며, Wagner는 이러한 방법으로부터 인장장이론(tension field theory, 1929)을 발표하였다(Hsu et al., 1997). 하지만 파괴기준 이력을 계산하기 위해서는 점진적으로 전단응력의 크기를 증가시켜 계산하기 때문에 모든 이력단계의 해 계산과정은 많은 해석단계와 절차로 매우 복잡해진다. 따라서 본 연구는 철근항복과 스트럿 압괴(crushing) 파

1) 정회원, 호남대학교 토목환경공학과 박사과정

2) 정회원, 호남대학교 토목환경공학과 교수

\* Corresponding author : hskim8937@paran.com 062-940-8406

• 본 논문에 대한 토의를 2010년 2월 28일까지 학회로 보내주시면 2010년 5월호에 토론결과를 게재하겠습니다.

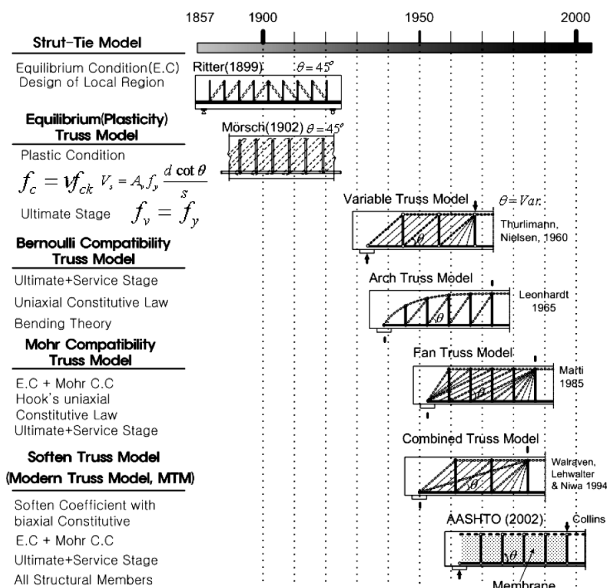


Fig. 1 The Background of Various Truss Model

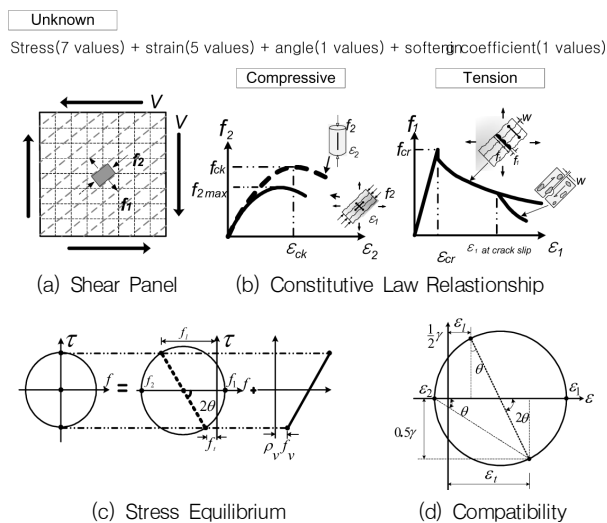


Fig. 2 Unknown Variable relationship of Shear Panel.

괴시의 평형조건을 대입한 변형률 성분을 적합조건에 바로 대입하여 시행착오법에 의한 기존 방법 보다 정확성은 유지하면서 동시에 해 수렴 속도를 높이고, 전단응력-변형률의 이력 포락선을 쉽게 추정할 수 있는 알고리즘을 개선하고자 한다.

## 2. RC 패널의 비선형해석

### 2.1 전단거동

순수전단을 받는 RC 패널(Fig. 3)은 수직방향과 수평방향의 경계조건에 일차적으로 지배 받으며, 내부적으로는 수직과 수평방향의 철근비에 따라 주 전단거동이 결정

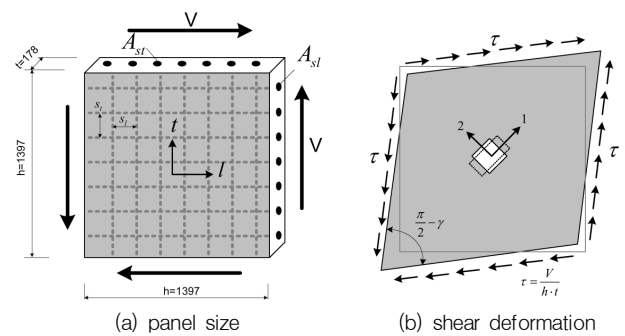


Fig. 3 The dimension of Hsu panel (Hsu, T.T.C., 1997) and shear deformation

되지만 전단응력의 증가에 따라 균열발생 이후 거동은 비선형적 거동으로 나타난다. 균열발생단계 이후 이방성 철근의 항복과 스트럿 압괴거동의 우선순위에 따라 전단거동이 비선형적으로 나타난다. 이러한 비선형해석을 위해서는 평형조건과 구성조건 그리고 적합조건이 이용되며, 이산화된 연속체 요소의 평균응력과 평균 변형률 이력상태를 평가하는 것은 많은 시행착오법과 수렴관계를 검토하는데 많은 시간이 필요하게 된다. 따라서 수렴을 빨리 하기 위해서 파괴기준에 해당하는 조건을 도입하여 수렴속도를 개선할 필요가 있으며, 이러한 개선된 방법은 복잡한 하중이나 경계조건을 갖는 부재에 적용할 때 유용하게 작동된다.

### 2.2 비선형 해석

순수전단을 받는 RC 패널의 비선형해석은 역학적 관점에서 크게 3가지 거동으로 구분할 수 있다. 첫째로 힘 또는 응력변환을 설명하는 평형관계, 둘째로 2축 인장압축장 상태의 응력과 변형률 관계인 구성관계 그리고 마지막으로 변형률과 균열각의 적합관계로 구분할 수 있으며, 각각의 관계를 설명하는 기본 해석 인자 13개로 구성된다. 이러한 13개 해석인자의 해 결정과정은 복잡한 조건식과 수렴과정이 복잡하여 효율적인 조건식 구성이 필요하며, 동시에 파괴기준을 이용하여 해의 정확성 확보와 동시에 산출과정의 단순 구성이 절대적으로 필요하다.

RC 패널 내부는 하나의 연속체로 Fig. 4와 같이 평균 응력-변형률 거동을 한다. 이때 균열 면에서 콘크리트는 응력을 전달하지 못하기 때문에, Fig. 4(c)의 철근응력이 Fig. 4(b)의 연속체 평균응력과 같은 균형을 이루는 상태가 된다. 모어(Mohr)의 응력원은 평형조건으로, 주응력방향과 각방향으로 불변량(invariant) 조건과 기하적 조건을 이용할 수 있다. 즉 Fig. 4(b)에서 상부 삼각형과 하부 삼각형의 주응력각이 같다는 조건  $\theta_1 = \theta_2$ 를 통해 Wagner 응력조건식을 쉽게 이해할 수 있다. Fig. 4(d)의 모어 변형률원은 각방향별 변형률과 주응력각 적합조건  $\theta$ 의 적

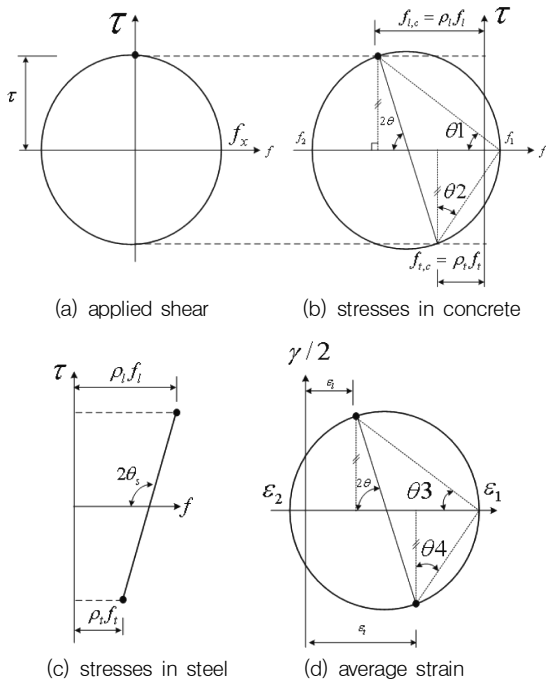


Fig. 4 The nonlinear analysis of RC panel

합조건을 응력원과 동일하게 이해할 수 있으며, 주변형틀 모어원의 상반원과 하반원에서 주응력각이 같다는 조건  $\theta_3 = \theta_4$ 를 통해 Wagner 변형률 적합조건식을 쉽게 이해할 수 있다. Hsu는 기존 연구 자료를 분석하여 주인장응력  $f_1$  과 주인장변형률  $\epsilon_1$  식 (1)과 주압축응력  $f_2$ 와 주압축장변형률  $\epsilon_2$  식(2) 그리고 2축응력 상태에서 유효강도가 작아 지는 연성계수 식(3)을 제안하였다. 본 연구에서는 빠른 알고리즘을 취득하기 위해 응력원의 상부 삼각형의 주응력각  $\theta_1$ 과 변형률원의 상부 삼각형의 주응력각  $\theta_3$ 을 일치시켜 식 (4)를 유도하였다. 동일하게 하부 삼각형으로부터 식 (5)를 유도할 수 있다. 식(6)은 응력원의 중심이 같다는 응력의 1차 불변량 조건이다. 마지막으로  $\theta_3 = \theta_4$ 로부터 Wagner (1929)가 제안한 적합조건 식(7)을 사용할 수 있다.

$$f_1 = 0.33f'_c \left( \frac{0.00008}{\epsilon_1} \right)^{0.4} \quad (1)$$

$$f_2 = \zeta f'_c \left[ 2 \left( \frac{\epsilon_2}{\zeta \epsilon_0} \right)^2 \right] \text{ for } (\epsilon_2 / \zeta \epsilon_0 \leq 1) \quad (2a)$$

$$f_2 = \zeta f'_c \left[ 1 - \left( \frac{\epsilon_2 / \zeta \epsilon_0 - 1}{2 / \zeta - 1} \right)^2 \right] \text{ for } (\epsilon_2 / \zeta \epsilon_0 > 1) \quad (2b)$$

$$\zeta = \frac{0.9}{\sqrt{1 + 600\epsilon_1}} \quad (3)$$

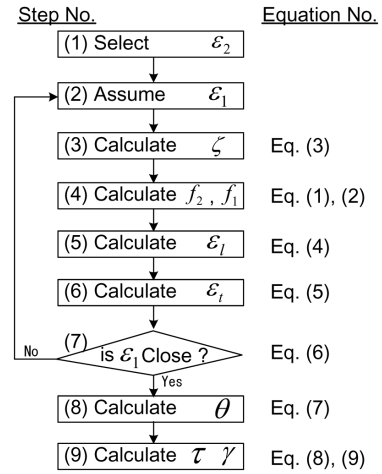


Fig. 5 The flow of nonlinear analysis of RC panel with an efficient algorithm.

$$\epsilon_l = \epsilon_1 - \frac{\epsilon_1 - \epsilon_2}{f_1 - f_2} [f_1 + \rho_t f_{t,y}] \quad (4)$$

$$\epsilon_t = \epsilon_1 - \frac{\epsilon_1 - \epsilon_2}{f_1 - f_2} [f_1 + \rho_t f_{t,y}] \quad (5)$$

$$\epsilon_1 = \epsilon_l + \epsilon_t - \epsilon_2 \quad (6)$$

$$\tan^2 \theta = \frac{\epsilon_l - \epsilon_2}{\epsilon_t - \epsilon_2} \quad (7)$$

$$\tau = (-f_2 + f_1) \sin \theta \cos \theta \quad (8)$$

$$\gamma = 2 \sqrt{(\epsilon_l - \epsilon_2)(\epsilon_t - \epsilon_1)} \quad (9)$$

본 연구에서는 식(4)와 식(5)에 각 방향별 철근의 항복응력을 직접 적용하게 되면 직교방향의 철근 항복 상태를 쉽게 추정할 수 있게 된다. 위와 동일과정으로 스트럿의 최대압축강도  $\zeta f_{ck}$ 를 식 (2), (4), (5)에 대입하여 콘 크리트 압괴(crushing) 파괴의 이력을 계산할 수 있다. 이러한 응력-변형률 비선형해석의 알고리즘을 Fig. 5와 같이 도시화 하였다.

이러한 해석절차에 따라 파괴기준이 되는 스트럿과 각 방향 철근의 항복변형률을 대입하여 한계상태를 설정할 수 있다. 본 연구는 새롭게 시행착오 계산을 감소시킬 수 있는 방법으로 각방향 철근의 항복상태 변형률을 미리 대입하여 수렴속도를 개선할 수 있었다.

### 3. RC Panel의 비선형 해석

#### 3.1 시험체 제원

Table 1 Mechanical properties and principle variables of Hsu-Test panels

Panel	Concrete		Steel			$\eta$
	$f_{ck}$	$\epsilon_0 (\mu\epsilon)$	Rebar	$\rho$	$f_y$	
B1	45.3	2150	l 15M@188mm	0.0120	463	0.481
			t 10M@188mm	0.0060	445	
B2	44.1	2350	l 20M@188mm	0.0179	447	0.694
			t 15M@188mm	0.0120	463	
B3	44.9	2150	l 20M@188mm	0.0179	447	1.329
			t 10M@188mm	0.0239	445	
B4	44.8	2050	l 25M@188mm	0.0298	470	1.141
			t 10M@188mm	0.0359	445	
B5	42.9	2200	l 25M@188mm	0.0298	470	0.397
			t 15M@188mm	0.0120	463	
B6	43.0	2200	l 25M@188mm	0.0298	470	0.571
			t 20M@188mm	0.0179	447	
HB1	66.5	2300	l 15M@188mm	0.0120	409	0.544
			t 10M@188mm	0.0060	445	
HB3	66.8	2400	l 20M@188mm	0.0179	447	0.334
			t 10M@188mm	0.0060	445	
HB4	62.9	2350	l 25M@188mm	0.0298	470	0.191
			t 10M@188mm	0.0060	445	

Note : All panels have a size of 1379×1379×178mm

$$\eta = (\rho f_y)_t / (\rho f_y)_l$$

본 연구의 검증을 위해 Hsu(Hsu and Li-Xin, 1997)가 실험한 Table 1의 실험자료 9개를 비교 분석하였다.

### 3.2 전단응력(stress) 특성 분석

Fig. 5에 제시된 해석절차에 따라서, 인장재 파괴기준은 방향별 철근의 항복강도를 대입하고, 콘크리트 스트럿의 파괴조건은 유효강도를 대입하여 전단응력과 전단변형률의 이력상태를 Fig. 6과 같이 도시화 하였다.

개선된 알고리즘을 이용해 해석한 결과, 실험에서 측정된 전단응력-전단변형률 곡선과 비교하여, 2개 패널실험자료(B3, B4)를 제외하면 상당히 일치하는 결과로 계산되었다. B3, B4의 패널 철근제원이 B1, B2 패널의 철근제원 보다 1.5배에서 2배 많기 때문에, 스트럿의 압괴 도달 전 철근항복상태의 전단강도는 훨씬 크게 계산되어야 하지만, 실험자료는 반대로 측정된 것으로 판단된다. 이러한 해석결과로부터 순수전단을 받는 RC패널의 철근항복시 전단강도와 콘크리트 압괴(crushing)시 파괴점을 비교적 정확히 예측할 수 있었으며, 계산과정이 매우 간편하여 계산과정을 단축할 수 있었다.

### 3.3 주응력 특성 분석

소성이론에 의하면 응력 특성은 극한한계상태 조건의

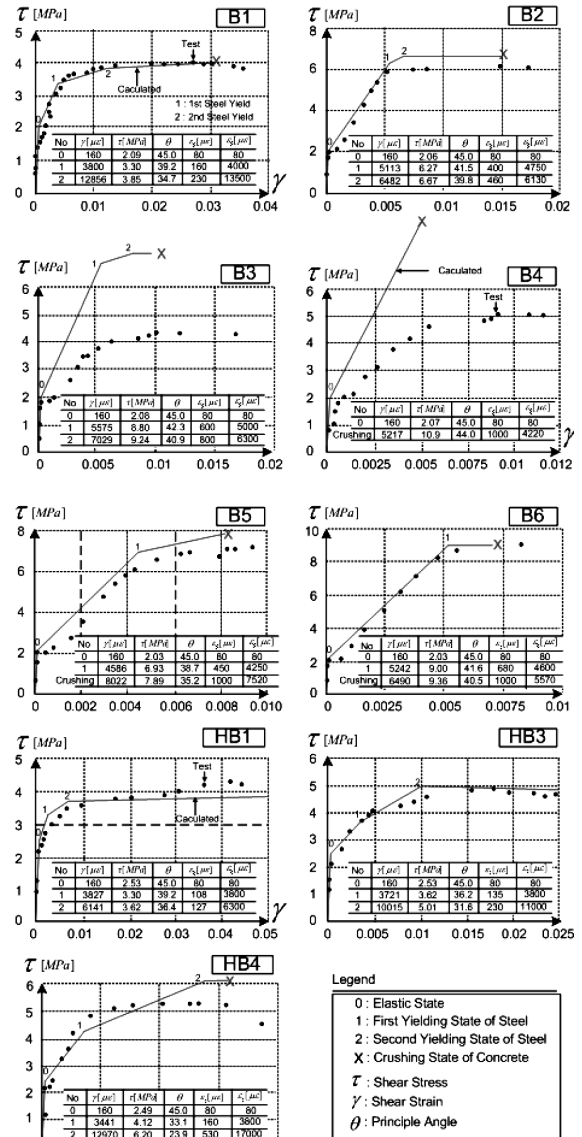


Fig. 6 Shear stress vs. shear strain curve

평형조건에 의해 지배받는다 고 보지만, 실제로는 적합조건과 구성조건에 의한 보완적 관계로 결정되고 있다. 즉 RC패널의 비선형 해석에서 주응력은 평형조건과 적합조건 그리고 구성관계로 연결되어 있다. 따라서 복잡한 수치 값으로 정리하기보다 해석결과를 모아 원으로 작성하면 이해가 빠르기 때문에 Fig. 7과 같이 해석결과를 도시화 하였다.

Fig. 7의 결과를 분석하면, 균열 후 주인장응력  $f_1$ 은  $f_{cr} (= 0.31 \sqrt{f_{ck}})$ 의 1/2 이하로 계산되며, 전단 한계상태가 증가 할수록, 즉 철근항복조건과 콘크리트 스트럿의 압괴 파괴조건이 지연된다면 "0"으로 접근한다. 또한 주 압축응력  $f_2$ 는 2축상태의 유효강도  $\zeta f_{ck}$ 를 초과하면 압괴 파괴가 발생한다. 이때 보강철근비가 낮으면 전단변형률이 크게 발생한 후 압괴가 발생하며, 반대로 보강철근비

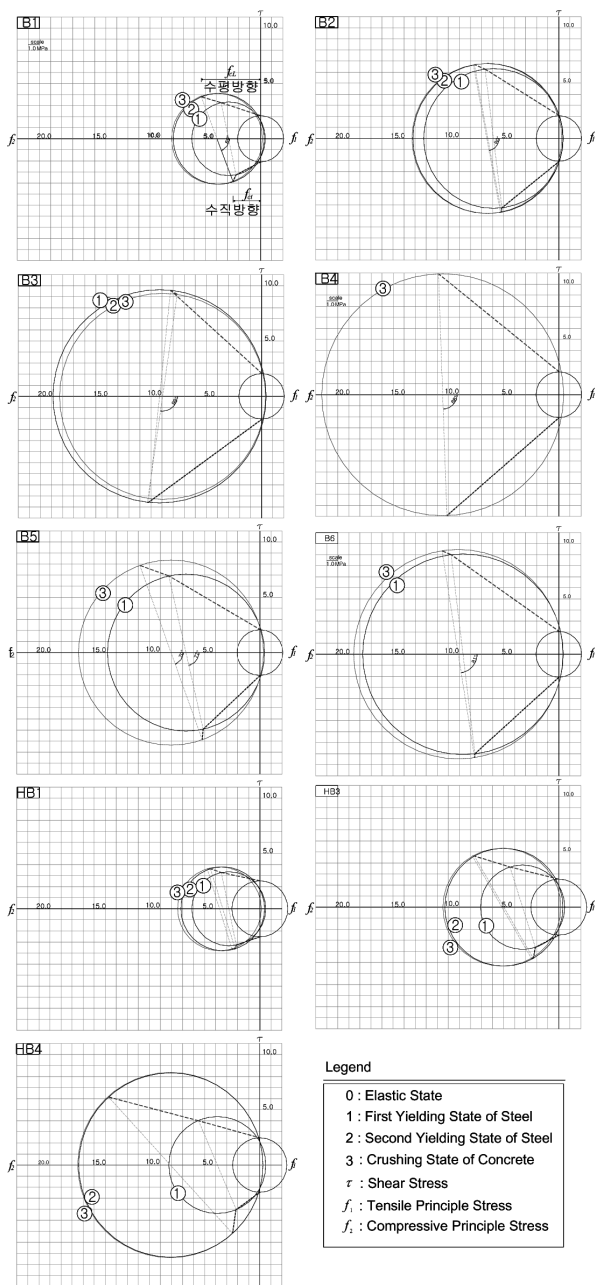


Fig. 7 Stress Mohr Circle

가 높으면 철근 항복보다 콘크리트 스트럿의 압괴과괴가 먼저 발생하며 전단변형률은 작게 발생한다. 매우 특이한 점은 1차 철근항복점 이후 모어 응력원의 크기는 변형률 모어원과 달리 원의 직경이 크게 증가하지 않으며, 주응력각  $\theta$ 는 철근이 먼저 항복한 후 압괴가 늦게 발생할수록 주응력각  $\theta$ 의 회전각 변화가 크게 발생한다.

### 3.4 주변형률 특성 분석

균열 발생후 RC패널의 주변형률은 주응력 성분의 구성 관계 식(1)과 식(2)의 관계로 쉽게 계산된다. 주응력 모

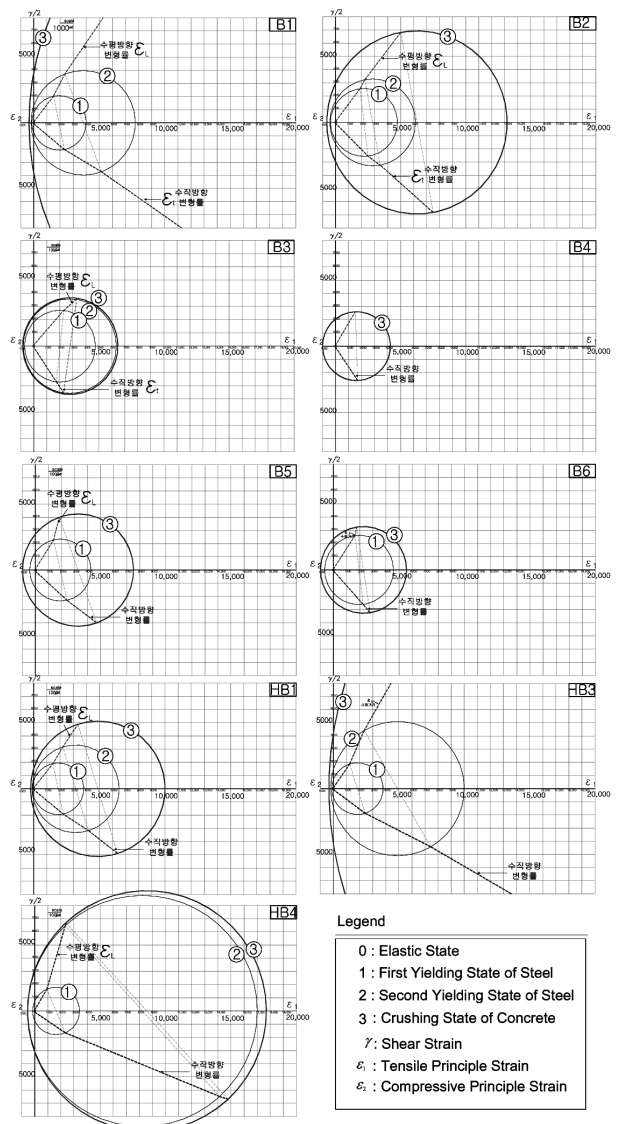


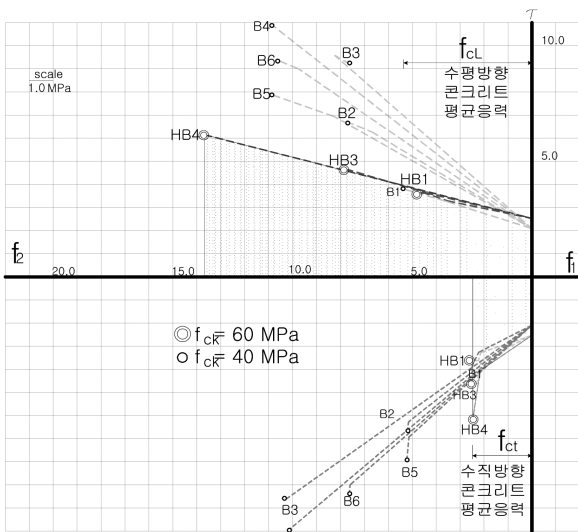
Fig. 8 Strain Mohr Circle

어원과 달리 변형률 모어원은 철근비 조건에 따라 원의 직경이 크게 변화한다. 이것은 철근항복 이후 콘크리트 스트럿의 압괴가 지연되기 때문이다.

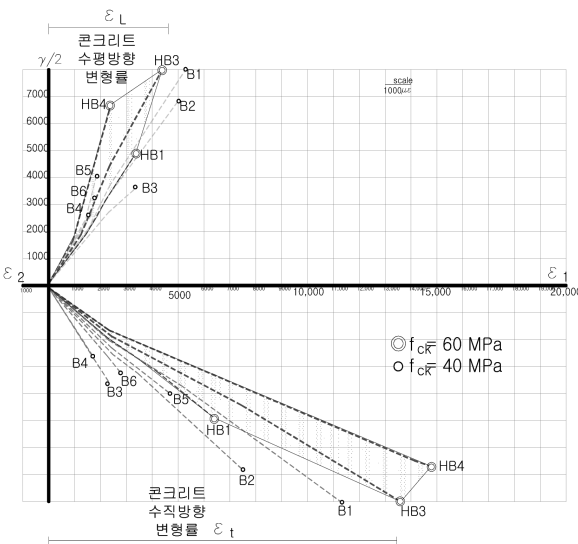
### 3.5 고강도콘크리트 특성분석

시험체 HB1, HB3, HB4는 고강도콘크리트로 제작한 패널로 콘크리트 강도가 63~66 MPa이며, 시험체 B1-B6 강도보다 평균 1.48배 높다.

40MPa 강도 콘크리트 시험체(B1-B6)와 60MPa 강도 콘크리트 시험체(HB1, HB3, HB4)를 비교한 Fig. 9 (a)의 결과를 보면, 동일한 철근제원인 B1과 HB1에서 콘크리트 강도증가에 따라 전단강도 증가는 거의 없었으며, 콘크리트 강도가 증가하여도 전단강도는 비례적으로 증가하지 않았다. 이를 통해서 볼 때, 콘크리트가 고강도



(a) Shear stress vs. normal stress curve



(b) Shear strain vs. principle strain curve

Fig. 9 Stress and strain curve

화 할수록 극한전단강도는 비례적으로 증가하지 않고 압괴상태에 지배받고 있음을 확인하였다. 전단변형률과 주인장변형률을 도시화한 Fig. 9(b)의 결과에서 보듯이, 변형률은 각 방향별 철근비 강성과 반비례적으로 작게 발생하였다.

#### 4. 결론

본 연구는 순수전단을 받는 RC 패널의 응력-변형률 비선형 해석과정을 수행한 것이다. 복잡한 비선형 해석과정을 효율화하기 위해서 철근항복과 스트럿 압괴(crushing) 파괴시의 평형조건을 대입한 변형률 성분을 적합조건에 사용하였다. 이를 바탕으로 최근 트러스모델에서 사용하는 연속체 재료 가정과 평형조건(또는 모어 응력원), 2축

인장압축장상태의 응력-변형률 구성관계, 적합조건(또는 모어 변형률원)을 이용하여 RC 패널의 비선형해석을 수행하였고 그 결과를 Hsu 실험자료와 비교하였다. 분석결과를 정리하면 다음과 같다.

1) 개선한 해석기법은 철근비가 증가할수록 극한전단강도가 증가하였고 실험 결과와 비슷한 결과를 얻었다. 그러나 수평 대 수직방향철근비가 1 보다 높은 패널 B3, B4의 실험자료는 상대적으로 철근비 낮은 B2, B5, B6의 전단강도보다 더 작아 실험값과 해석 값과의 차이가 약 2배 발생하였다. 이것은 Hsu가 실험한 9개 중 2개(B3, B4)가 조기파괴 되었음을 알 수 있다.

2) 60MPa 강도 시험체(HB1, HB3, HB4) 또한 비교적 잘 예측하였으나 수직과 수평방향 철근비가 큰 HB4는 2차 철근 항복시 극한전단응력이 약 20% 오차가 발생하였다.

3) 철근비가 동일한 상태에서 콘크리트 강도만 변한 B1과 HB1의 극한 전단강도는 실험과 예측치 모두 거의 변화가 없는 것으로 나타났다. 이는 패널의 극한 전단강도는 콘크리트강도 보다 철근강성에 더 크게 지배받는 것을 의미한다.

4) 철근비가 높은 B4, B6 시험체는 모든 방향의 철근이 항복하기 전에 스트럿 압괴(crushing)가 먼저 발생하였다.

5) 본 연구는 철근과 스트럿의 항복기준 조건을 이용하여 비선형해석의 수렴속도를 높여 실험 자료와 정확성을 검증하였으나, 추후 주변구속조건 변화나 다양한 하중조건을 갖는 부재이론에 적용하는 확장 연구가 필요하다.

#### 참고문헌

- ASCE-ACI Committee 426, "The Shear Strength of Reinforced Concrete Members", Journal of Structural Division, ASCE, Vol. 99, No. 6, 1973, pp.1091-1187.
- ASCE-ACI Committee 445, "Recent Approaches to Shear Design of Structural Concrete", Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol. 124, No. 5, 1998, pp.1375-1417.
- AASHTO LRFD, "Bridge Design Specification and Commentary," First Edition, American Association of State Highway and Transportation Officials, Washington, D.C. 1994, p.1091.
- CEB/FIP, CEB-FIP Model Code for Concrete Structures, Bulletin d' Information No. 213/214, 1993.
- Collins, M. P., "A General Shear Design Method", ACI Journal, Vol. 93, No. 1, 1986, pp.36-45.
- Eurocode 2, Design of Concrete Structures-Part I, General Rules and Rules for Buildings, British Standard Institution, London, 1992
- Hsu, T.T.C, Unified Theory of Reinforced Concrete, CRC Press, Boca Raton, Fla. 1991, pp.256-360.
- Hsu, T.T.C., Li-Xin, B.Z., "Nonlinear Analysis of Membrane Elements by Fixed-Angle Softened-Truss Model", ACI

---

Structural Journal, Vol. 94, No. 5, 1997, pp. 483-492.  
9. Vecchio, F. J., Collins, M. P., "The Modified Compression Field Theory for Reinforced Concrete Elements Subjected to Shear", ACI Journal, Vol. 83, No. 2, 1986, pp.219-231.

(접수일자 : 2009년 9월 9일)  
(심사완료일자 : 2009년 10월 12일)

---

## 요 지

평형트러스모델, Mohr적합트러스모델, 그리고 연성트러스모델은 회전각에 기초하기 때문에 회전각모델이라 불리 운다. 이러한 회전 각모델들은 콘크리트기여도를 예측할 수 없는 단점이 있다. 콘크리트 기여 성분을 계산할 수 있는 MCFT(Modified Compression Field Theory)나 RA-STM(Rotating Angle-Softening Truss Model) 같은 최근 트러스모델(Modern Truss Model, MTM)은 균열이 발생한 철근콘크리트요소를 연속체 재료로 취급한다. 또한 MTM은 평형조건과 적합조건 그리고 2축 상태에서 콘크리트의 연성 응력-변형률 관계를 이용하여 비선형해석을 수행하고 있다. 본 연구는 전단응력-변형률의 전체 이력 상태를 모두 계산하지 않고, 철근항복과 스트럿 압괴(crushing failure) 파괴기준을 이용하여 해를 찾는 방법으로 수렴속도를 개선한 것이다. 이 알고리즘을 이용하여 Hsu가 실험한 9개의 전단응력-변형률 자료를 분석하였다.

**핵심 용어 :** 전단변형, 적합조건, 트러스작용, 구성법칙, 응력-변형률 관계

---