

고정하중을 받는 현수교 시스템의 초기형상 결정법

Initial Shape Analysis of Suspension Bridge System under Dead Load

김민¹⁾ · 김문영^{2)†}
Kim, Min *Kim, Moon Young*

요약 : 현수교에서 행어와 만나는 보강거더 정착부의 제로변위(zero displacement)법과 주탑의 케이블 정착부 및 주 케이블과 행어가 만나는 절점에서 힘의 평형조건을 이용하여 현수교 주 케이블의 수평장력 초기평형상태를 결정하기 위한 해석법을 제시한다. 이 방법은, 기존 연구자들의 복잡한 비선형 해석을 통한 현수교 케이블의 해석에 비해 적은 노력으로 주 케이블의 정확한 수평장력 및 초기형상을 결정할 수 있는 효과적인 방법이다. 2차원 및 3차원 현수교 수치해석 예제들로부터 앞선 연구자들의 해석결과와 비교, 검토를 통하여 본 연구의 정확성과 타당성을 입증한다.

ABSTRACT : This paper presents a simplified analysis method of determining the initial shape of suspension bridges, including the horizontal tension force of the main cable and the locations of each hanging point, considering the force equilibrium condition of each hanging point. This method is effective because it requires less effort than the methods used in other studies, for which complicated non-linear analysis was used, to comparatively determine the exact initial shape. The accuracy and validity of the present method are demonstrated by comparing the results of this study with those of previous researchers' numerical examples, including 2D and 3D models.

핵심용어 : 현수교, 초기형상해석, 제로변위법, 비선형 해석, 수치해석

KEYWORDS : suspension bridge, initial shape analysis, zero displacement method, nonlinear analysis, numerical analysis

1. 서론

현수교의 설계 시 가장 먼저 이루어져야 하는 작업이, 고정하중에 의한 교량의 초기형상해석의 수행이다. 초기형상을 예측함으로써 현수교에 발생하는 힘의 평형을 규명할 수 있고, 구조계의 형상관리를 통해 보다 안전한 시공이 가능하다.

일반적으로, 현수교의 초기형상해석은 케이블의 새그효과 같은 비선형성으로 인해 주로 비선형해석을 통하여 수행되어 왔다. Irvine(1981)의, 케이블거동을 정확하게 나타내기 위한 탄성현수선 케이블요소는 현수교의 주 케이블을 모델링하기 위해 많은 연구자들에 의해 사용되어왔다.

현재까지 개발된 초기형상결정법으로는 시산법(Trial & Error), 초기부재력법, 그리고 Target Configuration Under

Dead load(이하 TCUD) 해석법등이 있다. 시산법은 케이블 장력을 알기 위해 설계자가 케이블 장력을 변화시켜가며 반복 계산을 수행하는 방법으로, 많은 시간을 필요로 하지만 비교적 정확한 초기형상을 구현하기가 어려운 방법이다 (Karoumi, 1999). 김호경(1993), 이명재(1998)에 의해 탄성현수선 케이블요소를 이용하여 개발된 초기부재력법은 자정식 현수교의 초기평형상태해석이 수행되었지만, 초기 장력크기에 민감하다는 단점이 있다.

TCUD법은 탄성현수선 케이블요소와 보-기둥요소를 이용하여, 초기부재력 법과는 다르게 케이블의 무응력길이를 변수로 추가하고 그 개수에 해당하는 절점변위를 구속하여 초기형상을 해석하는 방법이다.(Kim 등, 2001) TCUD법은 수렴속도가 빠르고 초기 장력의 크기에 민감하지 않지만 자정식 현수교의

1) 성균관대학교 건설환경시스템공학부, 석사과정(kimo1599@naver.com)
2) 교신저자. 성균관대학교 사회환경시스템공학부, 정교수
(Tel: 031-290-7514, Fax: 031-290-7549, E-mail: kmye@skku.edu)

본 논문에 대한 토의를 2011년 6월 30일까지 학회로 보내주시면 토의 회답을 게재하겠습니다.

경우 보강거더와 주탑의 압축력으로 인한 변위를 제어할 수 없는 단점을 가지고 있다. 이후 TCUD해석법과 초기부재력법을 효과적으로 결합시킨 개선된 TCUD해석법(김문영 등, 2003)이 제시되기도 하였다.

그러나 기존에 제시되었던 여러 방법들은 해석결과의 정확성에도 불구하고 복잡한 비선형해석을 수행한다는 단점을 가지고 있으며, 비선형 해석 시 그 수렴성이 문제가 되기도 하였다. 따라서 이러한 문제점들을 극복함과 동시에 현장 실무자들이 간단하게 현수교의 초기형상해석을 수행할 수 있는 간략적인 초기형상해석 방법이 필요하다고 생각된다.

본 연구는 설계실무자가 비교적 적은 노력과 시간을 투자하여, 비선형해석이라는 복잡한 과정을 거치지 않고도 정해에 근접한 케이블 장력 및 초기형상을 결정하는 방법을 제시한다. 고정하중 하에서 현수교 주탑의 케이블 정착부 및 주 케이블과 행어가 만나는 절점에서 힘의 평형조건을 이용하여 간단하게 케이블장력과 주 케이블 초기형상을 결정한다. 수치예제의 해석결과 비교를 통하여 해석 알고리즘의 타당성과 정확성을 검증한다.

2. 현수교 시스템의 초기형상 결정법

2.1 현수교의 초기형상 및 기본가정

현수교 설계 시 시공단계해석 및 다양한 하중조합에 대한 응답을 구하기 위해서는 가장 먼저 고정하중을 받는 케이블 구조계의 초기형상(target configuration)을 결정할 필요가 있다고 앞서 밝힌 바 있다. 여기서 현수교의 초기형상의 결정이란 함은 완성된 구조계에서 보강거더 및 주탑의 휨모멘트를 최소화시킬 수 있도록 고정하중과 평형을 이루는 주 케이블 수평장력성분과 주 케이블 및 행어의 장력 또는 무응력길이를 결정하는 것을 말한다.

본 장에서는 비선형 유한요소해석을 수행하지 않고 각 절점에서의 평형조건을 이용하여 손쉽게 현수교의 초기형상을 결정할 수 있는 해석방법을 제시한다. 해석 시 기본가정은 다음과 같다.

- 1) 현수교 보강거더 중량의 대부분은 행어를 통하여 주 케이블에 전달된다.
- 2) 중력하중을 받는 현수교 케이블의 수평장력성분은 주 케이블을 따라 일정하다.
- 3) 주 케이블 상에 행어와 맞닿는 절점 사이의 주 케이블 부재는 직선으로 가정하고, 탄성 포물선 거동을 한다고 가정한다. (그림 1 참조)
- 4) 그림 2와 6의 현수교에서 주 케이블 및 행어를 X-Z 평면

에 투영시키는 경우, 행어의 보강거더 정착부와 주 케이블 교차점의 X좌표는 같고 고정된 값을 갖는다.

- 5) 중앙경간 주 케이블의 새그 크기는 설계 값으로 미리 주어진다.
- 6) 주탑 탑정부의 수평 및 수직변위는 영이다.
- 7) 보강거더 각 요소절점의 Z좌표 값은 캠버가 없는 경우는 영이고, 캠버를 고려하는 경우에는 완공 시 캠버량으로 설정한다.

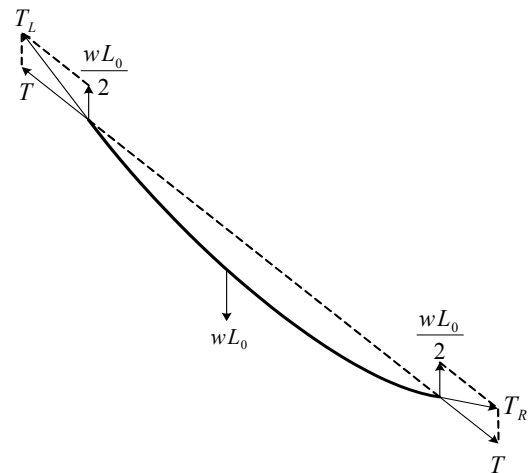


그림 1. 공칭장력 개념도

가정 3의 내용을 그림 1에 부연하여 나타내었다. 여기서, T는 공칭장력을 나타내며, 부재 양단에서 현 방향으로 작용한다. 이때 연직방향의 케이블 자중 wL_0 은 양쪽 단부에서 절반씩 지지된다. 결과적으로 케이블 왼쪽 및 오른쪽 각각의 실제장력 값들은 그림에서 보는 바와 같이 양단부의 T와 $wL_0/2$ 의 합력이 된다.

일반적으로 현수교의 주 케이블 및 행어는 그림 2와 같이 평행한 2면 케이블구조를 형성하므로 현수교의 초기형상을 결정하기 위한 해석모델은 2차원 모델로 가능하다. 따라서 2.2 절에서는 2차원 현수교 모델에 대하여 초기형상 결정법을 제시하고, 2.3 절에서는 2차원 해석법을 확장시켜서 영종대교(그림 6)와 같이 3차원 케이블 구조계를 형성하는 현수교의 초기형상 결정법을 설명한다.

2.2 2차원 현수교 시스템의 초기형상 결정법

본 절에서 제시하는 해석방법은 그림 2에서 보는 바와 같이 현수교 전체의 고정하중 하에서 초기평형상태를 만족해야 하므로, 각 절점의 힘의 평형조건식을 적용하여 수행한다. 따라서 각각 케이블시스템과 보강거더시스템을 분리하여 두 개의 구조

시스템을 고려한다. 이때 그림 3의 현수교는 가장 널리 채택되는 시스템으로서, 초기형상 해석 시 2차원 해석이 가능하다. 따라서 본 절에서의 해석 모델링 및 결과는 모두 X-Z 평면에서 제시하도록 한다.

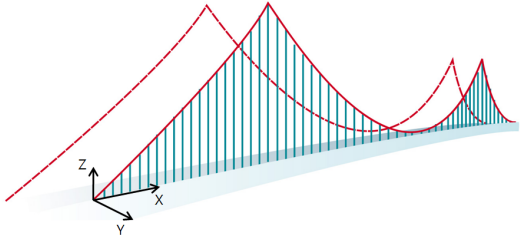
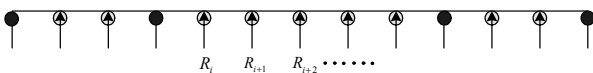
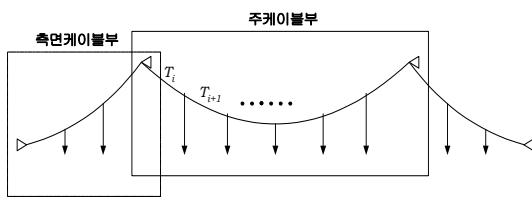


그림 2. 2차원 현수교의 초기형상 및 좌표계

먼저, 보강거더와 행어의 연결점에는 1경간 보강거더의 중량, 행어 중량의 절반 그리고 미지수인 행어의 장력이 작용한다고 생각할 수 있다. 여기서 보강거더의 휨모멘트를 최소화하는 행어장력을 구하기 위하여 영변위(zero displacement)법을 적용한다. 즉, 그림 3(a)과 같이 실제 지점과 행어 정착부의 가상지점을 고려하여 고정하중을 받는 보강거더의 연속보해석을 수행하고, 이때 발생되는 수직반력을 행어 장력 값으로 취한다. 그림 3(a)에서 R_i 는 행어 정착점을 가상 지점부로 가정한 상태에서 케이블 중량을 제외한, 보강거더만의 고정하중 하에서 연속보해석을 통하여 얻는 가상 지점의 Z방향 반력을 나타내며, 동시에 행어의 장력에 해당한다.

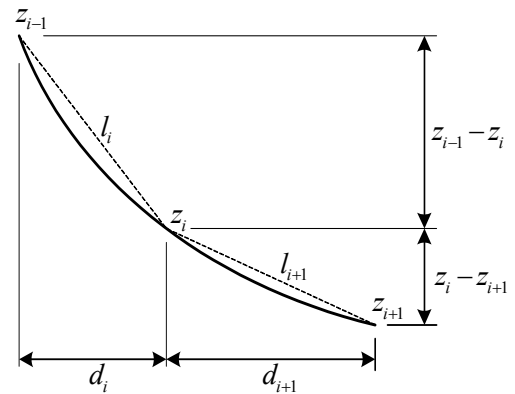


(a) 보강거더시스템

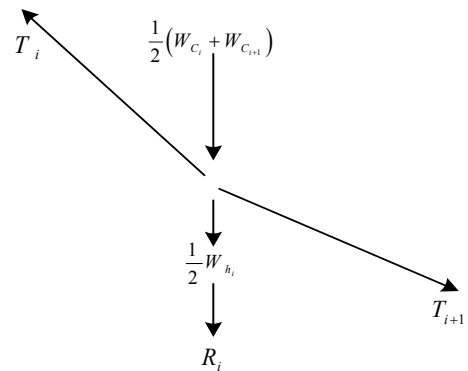


(b) 주 케이블 시스템
그림 3. 현수교의 분리된 시스템

그림 3(b)은 주 케이블 자중과 행어의 장력을 받는 주 케이블 시스템을 보여 준다. 가정 3을 고려하면 주 케이블과 행어가 맞닿는 절점에서 비선형 평형방정식을 유도할 수 있고, 이 식의 해로부터 주 케이블의 초기형상 및 장력 등을 유일하게 결정할 수 있다.



(a) 주 케이블의 행어연결부



(b) X-Z 평면에서의 자유물체도

그림 4. 2차원 현수교의 주 케이블과 행어의 연결부

이를 구체화하기 위하여 그림 4와 같이 케이블과 행어의 연결점에서의 수평 및 수직방향의 힘의 평형조건을 이용하면 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$\frac{T_i}{l_i} d_i = \frac{T_{i+1}}{l_{i+1}} d_{i+1} = H \quad (1a)$$

$$\begin{aligned} & \frac{T_i}{l_i} (z_{i-1} - z_i) - \frac{T_{i+1}}{l_{i+1}} (z_i - z_{i+1}) \\ &= \frac{1}{2} (W_{c_i} + W_{c_{i+1}}) + R_i + \frac{1}{2} W_{h_i} \end{aligned} \quad (1b)$$

여기서, $T_i = i$ 번째 주 케이블 부재의 공칭장력; $H =$ 주 케이블의 X축 방향 수평장력성분; $d_i = i$ 번째 주 케이블 부재의 X축 방향의 길이성분; $z_i = i$ 번째 연결점의 수직좌표; $l_i = i$ 번째 주 케이블 부재의 직선길이; $W_{c_i} = i$ 번째 구간에서 주 케이블 부재의 중량; $W_{h_i} = i$ 번째 절점에서 행어의 중량을 나타낸다.

이제 식 (1a)은 식 (2)과 같이 나타낼 수 있으므로, 이 결과를 식 (1b)에 적용하면 식 (3)을 얻을 수 있다.

$$\frac{T_i}{l_i} = \frac{H}{d_i}, \quad \frac{T_{i+1}}{l_{i+1}} = \frac{H}{d_{i+1}}, \quad \dots, \quad \frac{T_n}{l_n} = \frac{H}{d_n} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} & \frac{H}{d_i}(z_{i-1} - z_i) - \frac{H}{d_{i+1}}(z_i - z_{i+1}) \\ &= \frac{1}{2}(Wc_i + Wc_{i+1}) + R_i + \frac{1}{2}W_{h_i} \end{aligned} \quad (3)$$

여기서, 평형조건식 (3)은 행어절점부 개수만큼의 비선형 연립방정식을 나타낸다. 이때 미지수는 행어절점부의 수직좌표 z_i 와 수평장력 H 이 되므로, 조건식의 수 보다 1 만큼 많아지므로 가정 5를 적용하면 미지수와 방정식 수가 동일하게 되고, 통상 Newton-Raphson 방법을 적용한다. 주 케이블과 행어 연결점의 수직좌표 z_i, \dots, z_n (중앙새그의 위치는 제외)의 초기 입력 값은 식 (4)와 (5)의 포물선 방정식을 이용하여 구한 값으로 가정하고, 이후의 입력 값은 반복계산 단계마다 재산정한다. 이때 주 케이블의 중량 Wc_i 와 행어의 중량 W_{h_i} 또한 매 단계마다 재산정한 값을 적용한다.

고정하중을 받는 2차원 현수교의 케이블 장력 및 주 케이블 초기형상을 결정하는 해석방법을 정리하면 다음과 같다.

단계 1) 행어 정착부를 가상지점으로 가정하고 고정하중 하에서 연속보의 반력을 산정한다.: 그림 3과 같이 케이블부와 보강거더부로 분리시킨 분리형 현수교 시스템을 생각한다. 이때 보강거더의 휨모멘트가 최소화되도록 수직 처짐이 발생하지 않는다면 행어 정착부를 가상지점으로 가정할 수 있다. 이때 행어중량의 절반과 보강거더의 중량을 고려한 연속보해석을 수행하여 지점반력 R_i 을 산정한다.

단계 2) 정착부 절점의 수직방향 평형조건으로부터 행어의 장력을 산정한다. 이때 행어의 장력은 지점반력 R_i 와 같다.

단계 3) 포물선케이블 관계식을 이용하여 주 케이블 수직좌표와 장력의 초기 입력 값을 가정한다.: 식 (3)의 비선형 연립방정식의 해를 반복법으로 풀기 위해서는 적절한 초기 값이 필요한데, 일반적인 포물선 방정식의 결과를 이용하여 중앙경간과 측경간의 주 케이블 형상에 대한 초기 값을 가정한다. 즉, 중앙경간의 새그 위치에서 좌표원점을 취할 때, 다음과 같은 중앙경간의 케이블형상을 얻는다.

$$z = \frac{w_c}{2H} x^2 \quad (4)$$

여기서, $H (= \frac{w_c L_c^2}{8h_c})$ = 주 케이블의 수평장력성분이고;

w_c = 중앙경간의 케이블과 보강거더의 단위길이 당 중량의 합; L_c = 중앙경간의 길이; h_c = 새그의 크기이다. 그리고 측경간의 경우는 주 케이블의 정착단을 원점으로 취하여, 다음의 식으로 수직좌표를 얻을 수 있다.

$$z = \frac{w_s}{2H} x^2 + \left(\frac{h_s}{L_s} - \frac{w_s L_s}{2H} \right) x \quad (5)$$

여기서, w_s = 측경간의 케이블과 보강거더의 단위길이 당 중량의 합; L_s = 측경간의 길이; h_s = 주 케이블 정착단으로부터 주탑 상부까지의 상대적인 높이이다.

단계 4) 행어와 주 케이블 연결부의 평형조건식 (3)으로부터 주 케이블의 초기형상 및 장력을 산정한다.: 그림 5를 참조하여 중앙경간의 주 케이블과 행어 연결점에서의 평형조건을 유도한다. 이때 주탑 상부의 높이와 중앙부 케이블의 새그의 위치를 알고 있으므로 이를 이용하여 주 케이블의 수평장력과 절점의 수직좌표를 구할 수 있다. 그리고 결정된 수평장력 H 값을 측경간에 적용하여 마찬가지로 방법으로 측경간 주 케이블 행어절점부의 수직좌표를 계산할 수 있다.

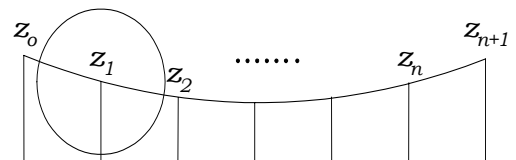


그림 5. 현수교의 주 케이블과 행어

단계 5) 주탑의 축력 및 보강거더의 모멘트를 구한다.: 타정식 현수교의 경우 보강거더의 모멘트는 연속보 해석을 통하여 구할 수 있으며, 단계 4에서 결정된 주 케이블의 수평장력 H 및 주탑에 연결된 주 케이블 부재 끝단의 수직반력을 이용하여 주탑에 작용하는 압축력 또한 구할 수 있다. 자정식 현수교의 경우, 수평장력을 보강거더에 축력으로 가하고, 축력에 의해 변화된 휨강성을 고려한 P-Δ 해석을 통하여 보강거더 각 부재의 내력모멘트를 구할 수 있다. 여기서, P-Δ 해석이라 함은 통상적인 탄성강도행렬 (6a)에 축력에 의한 휨강성 변화를 고려하는 기하강도행렬 (6b)을 추가한 접선강도행렬 (6c)을 이용한 선형해석을 의미한다.

$$\mathbf{k}_e^i = \frac{EI}{L^3} \begin{bmatrix} AL^2/I & \cdot & \cdot & -AL^2/I & \cdot & \cdot \\ & 12 & 6L & \cdot & -12 & 6L \\ & & 4L^2 & \cdot & -6L & 2L^2 \\ & & & AL^2/I & \cdot & \cdot \\ sym. & & & & 12 & -6L \\ & & & & & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (6a)$$

$$\mathbf{k}_g^i = \frac{1}{L} \begin{bmatrix} \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ & 6/5 & L/10 & \cdot & -6/5 & L/10 \\ & & 2L^2/15 & \cdot & -L/10 & -L^2/30 \\ & & & \cdot & \cdot & \cdot \\ & & & & 6/5 & -L/10 \\ sym. & & & & & 2L^2/15 \end{bmatrix} \quad (6b)$$

$$\mathbf{K}_i^i \cong \mathbf{K}_e^i - \mathbf{P}\mathbf{K}_g^i \quad (6c)$$

여기서, EI = 휨강성; EA = 축강성; L = 부재의 길이; P = 부재에 가해진 축압축력을 나타낸다.

단계 6) 행어와 주 케이블 부재의 무응력길이 L_0 를 산정한다.: 단계 4에서 주 케이블의 수평장력 H 가 결정되면, 식 (2)을 이용하여 모든 주 케이블 부재에 작용하는 공칭장력 T_i 를 산정할 수 있다. 이때 주 케이블 부재의 무응력길이 L_{0i} 는 다음의 식을 이용하여 결정할 수 있다.

$$\sinh\left(\frac{wl_i}{2T_i} - \frac{wL_{0i}}{2EA}\right) = \frac{wL_{0i}}{2T_i} \quad (7a)$$

여기서, w 는 단위길이 당 주 케이블 자중의, 부재의 현(chord)에 대한 직각방향 성분이다. 만약 큰 장력이 도입되어 $L \cong L_0$ 일 때, 탄성현수선 요소의 케이블좌표에 대한 식은 Taylor 급수를 통하여 다음과 같은 식 (7b)로 나타낼 수 있고, 식(7b)을 이용하여 무응력길이 L_{0i} 를 결정하는 것도 가능하다.(경용수 등, 2007)

$$T_i^3 + \frac{EA_0}{L_{0i}}(L_{0i} - L_i)T_i^2 - \frac{EA_0(wL_{0i})^2}{24} = 0 \quad (7b)$$

2.3 3차원 현수교 시스템의 초기형상 결정법

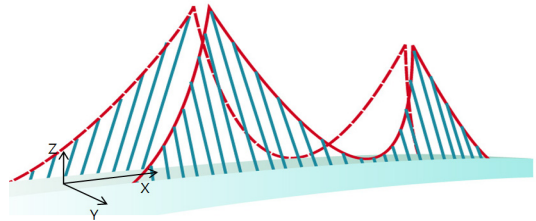


그림 6. 3차원 현수교의 초기형상 및 좌표계

영종대교의 케이블 시스템은 그림 6에서 보는 바와 같이 3차원 형상의 자정식 현수교이다. 본 절에서는, 이러한 3차원 구조에서도 초기형상을 적절하게 결정할 수 있도록 전 절의 방법을 확장시킨다. 즉, 그림 6의 3차원 현수교 형상을 X-Y평면 및 X-Z평면에 투영시켜서 생각한다. 이때 X-Z평면의 평형조건은 전 절의 2차원 현수교의 경우와 유사하고, X-Y평면에서의 평형조건이 새로이 추가된다. 그림 6과 같은 3차원 현수교의 초기형상에 대해 다음 사항을 추가로 가정한다.

- 1) 그림 6에서 보는 바와 같이, 두 주 케이블의 좌측시점부 절점의 중앙점을 구조계의 좌표원점으로 한다. 또한 전체 형상은 X-Z 평면에 대하여 대칭구조이다.
- 2) 두개의 주 케이블은 탑정부의 중앙에 모였다가 다시 분기된다. (그림 10 참조)
- 3) 각 행어는 X-Z평면에 투영시켰을 때 서로 평행하고, 보강거더의 행어 정착부의 Y축 방향 좌표성분은 y_0 로 같다.

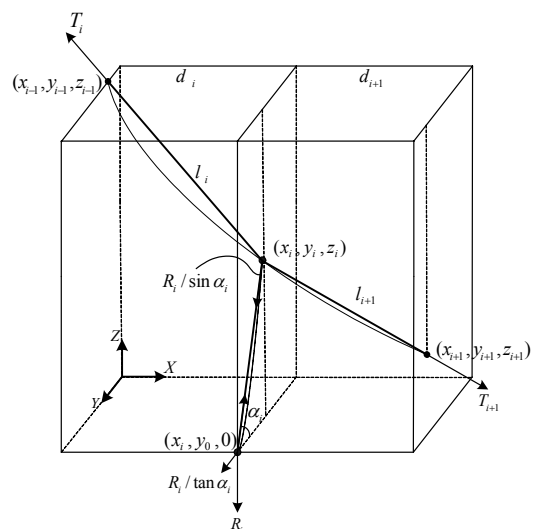


그림 7. 3차원 현수교의 주 케이블과 행어의 연결부

그림 7은 그림 6에서 3차원 형상을 갖는 오른쪽 주 케이블의 행어연결부와 행어정착부의 평형조건을 나타낸다. 여기서 i 번째 주 케이블의 직선부재 길이는 다음과 같다.

$$l_i = \sqrt{(x_i - x_{i-1})^2 + (y_i - y_{i-1})^2 + (z_i - z_{i-1})^2} \quad (8)$$

이제, 2.2 절과 마찬가지로 R_i 을 고정하중을 받는 보강거더의 연속보해석에 의한 수직반력으로 나타내면, i 번째 행어의 장력 값은 $R_i / \sin\alpha_i$ 가 된다. 여기서 α_i 는 행어의 경사각을 표시한다. 한편, 주 케이블의 절점 i 에서 평형방정식은 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$\frac{T_i}{l_i} d_i = \frac{T_{i+1}}{l_{i+1}} d_{i+1} = H \quad (9a)$$

$$\begin{aligned} \frac{T_i}{l_i} (y_{i-1} - y_i) - \frac{T_{i+1}}{l_{i+1}} (y_i - y_{i+1}) \\ = \frac{R_i}{\tan\alpha_i} = R_i \frac{y_0 - y_i}{z_i} \end{aligned} \quad (9b)$$

$$\begin{aligned} \frac{T_i}{l_i} (z_{i-1} - z_i) - \frac{T_{i+1}}{l_{i+1}} (z_i - z_{i+1}) \\ = \frac{1}{2} (Wc_i + Wc_{i+1}) + R_i + \frac{1}{2} W_{h_i} \end{aligned} \quad (9c)$$

여기서, $T_i = i$ 번째 주 케이블 부재의 공칭장력; $H = T_i$ 의 X축 수평방향성분; $y_0 =$ 보강거더에 정착된 행어 정착부의 Y축 좌표성분. 위 식에서 식 (9a), (9c)는 식 (1a), (1b)와 동일한 형태가 된다. 이제 식 (9a)을 이용하여 공칭장력 T_i 을 소거하고 수평장력 H 로 나타내면 다음과 같다.

$$\frac{H}{d_i} (y_{i-1} - y_i) - \frac{H}{d_{i+1}} (y_i - y_{i+1}) = R_i \frac{y_0 - y_i}{z_i} \quad (10a)$$

$$\begin{aligned} \frac{H}{d_i} (z_{i-1} - z_i) - \frac{H}{d_{i+1}} (z_i - z_{i+1}) \\ = \frac{1}{2} (Wc_i + Wc_{i+1}) + R_i + \frac{1}{2} W_{h_i} \end{aligned} \quad (10b)$$

식 (9), (10)은 비선형 연립방정식을 구성하며, 이 식을 풀어서 3차원 현수교의 초기형상에 부합하는 수평장력 H 값을,

각 행어와 연결되는 주 케이블의 좌표 (x_i, y_i, z_i) 를 결정할 수 있다.

고정하중을 받는 3차원 현수교의 초기형상을 결정하는 해석법은 다음과 같다.

단계 1) 행어 정착부를 가상지점으로 가정하고 고정하중 하에서 연속보의 지점반력 R_i 을 산정한다.

단계 2) 보강거더의 정착부 절점의 수직방향 평형조건으로부터 행어의 장력(= $R_i / \sin\alpha_i$)을 산정한다.

단계 3) 포물선 케이블 식을 이용하여 주 케이블 수직좌표와 장력 값을 가정한다.

단계 4) 행어와 주 케이블 연결부의 평형조건식 (3)으로부터 주 케이블의 초기형상 및 장력을 산정한다.

단계 5) 주탑의 축력 및 보강거더의 모멘트를 구한다.

단계 6) 행어와 주 케이블 부재의 무응력길이 L_0 를 산정한다.

3. 수치예제

본 연구의 타당성 검증을 위하여 3가지 예제를 사용하였다. 2차원 타정식 및 3차원 자정식 현수교에 대하여 초기형상 해석을 수행하였고, 2차원 타정식 현수교의 경우 주 케이블의 무응력장(L_0)을 결정할 수 있었다. 본 연구를 통하여 얻을 수 있었던 수치해석 결과와, 유한요소 구조해석 프로그램을 이용한 결과 값의 비교를 통하여 본 연구의 정확성과 효율성을 가늠해 볼 수 있다.

3.1 2차원 타정식 현수교(i) 모델

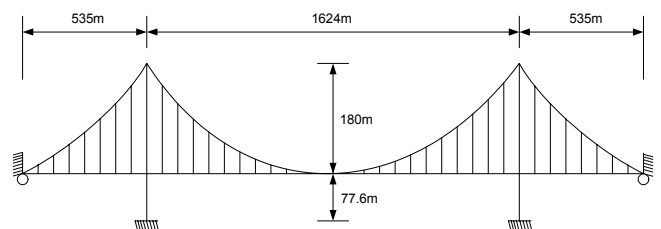


그림 8. 2차원 타정식 현수교(i) 모델

이 예제는 Karoumi(1999)의 논문에서 인용된 예제로서, 덴마크에 위치한 그레이트 벨트교(Great Belt Bridge)이다. 그림 8에서 보는 바와 같이, 교량의 형식은 타정식 현수교이고, 중앙경간과 측경간의 길이는 각각 1624m 와 535m이며 중앙경간의 새그는 180m이다. 각 행어 연결점의 X좌표는 측경간 및 중앙경간을, 주케이블 부재의 개수만큼 등분할하여 할당하였으며 측경간에는 7개의 행어가, 중앙경간에는 23개의 행어가 분포하고 있다. 주 케이블의 시점부와 종점부를 비롯한 보강거더 행어 연결점의 모든 Z좌표 값은 0이다. 주탑은 지반에 직접적으로 고정지지되어 있고 보강거더와 주탑이 교차하는 부분은 볼러로 연결되어 있으며 주 케이블의 새그부분은 보강거더에 직접적으로 고정되어 있다. 또한 주 케이블과 보강거더의 시점부와 종점부는 분리되어 있지만, 그 절점좌표는 동일한 값을 취하였다. 행어의 질량은 주 케이블을 따라 균일하게 분포되었고, 주 케이블의 단위길이 당 중량에 포함되어있다(Karoumi, 1999). 교량의 단면상수와 물성값은 표 1에 제시하였다.

표 1. 타정식 현수교(i)의 단면상수 및 물성값

부재	E (Gpa)	A (m ²)	I (m ⁴)	w (KN/m)
Main cable(Center)	210	0.40	-	32.9
Main cable(Side)	210	0.41	-	33.8
Hanger	210	0.025	-	-
Stiffening Girder	210	0.5	1.66	72.4
Tower (-77.6 ~ -2.1m)	40	37.5	750	882.0
Tower(-2.1 ~ 58.6m)	40	32.5	275	764.4
Tower (58.6 ~ 119.3m)	40	30.0	200	705.6
Tower (119.3 ~ 180m)	40	25.0	150	588.0

해석 시 사용한 케이블의 초기 수평장력 및 Z좌표는 일반적인 포물선 방정식을 이용하였다. 주 케이블의 수평장력에 대한 본 연구의 결과와 김 등(2003)의 결과가 각각 193.8MN, 193.7MN (표2 참조)으로, 0.05% 정도의 오차를 보이고 있으며, 결과 값이 서로 잘 일치하는 것으로 판단할 수 있다.

표 2. 수평장력에 대한 김문영 등(2003)의 결과와 본 연구의 결과 비교

구분	본 연구	김문영 등(2003)	오차율(%)
주 케이블의 수평장력	193.8 MN	193.7 MN	0.05

한편 측경간 주 케이블의 Z축 좌표 결정 시, 중앙경간의 초기형상 해석을 통하여 결정된 주 케이블의 수평장력을 이용하였다.

1번 절점과 9번, 21번 절점은 각각 좌측지점과, 주탑 상부 그리고 새그의 주 케이블 절점을 나타내고 있다. 위 단계에서 결정된 수평장력을 이용하여 결정된 초기형상의 Z 좌표는 아래의 표 3에 잘 나타나 있다.

표 3. Z좌표에 대한 김문영 등(2003)의 결과와 본 연구의 결과 비교

주 케이블의 절점번호	본 연구 (m)	김문영 등(2003) (m)	오차율 (%)
단위	(m)	(m)	(%)
1(좌측 시점)	0.0000	0.0000	0.000
2	13.6399	13.6401	0.023
3	29.9735	29.9740	0.002
4	48.7240	48.7247	0.002
5	69.9752	69.9760	0.001
6	93.7154	93.7164	0.001
7	119.9599	119.9610	0.001
8	148.7185	148.7191	0.000
9(주탑 상부)	180.0000	180.0000	0.000
10	151.1289	151.1293	0.000
11	124.8102	124.8107	0.000
12	101.0299	101.0300	0.000
13	79.7793	79.7797	0.001
14	61.0493	61.0496	0.000
15	44.8325	44.8330	0.001
16	31.1220	31.1220	0.000
17	19.9122	19.9120	0.001
18	11.1983	11.1980	0.003
19	4.9767	4.9764	0.006
20	1.2448	1.2446	0.015
21(새그 지점)	0.0010	0.0010	0.000

초기형상의 수렴된 Z좌표에 대하여 김문영 등(2003)의 논문의 결과 값과 비교했을 때, 거의 모든 절점에서 1% 이내의 오차를 보였다. TCUD와 초기부재력법이 결합된 Improved TCUD법으로 비선형 해석을 수행한 결과와 비교하여 거의 일치하는 모습을 보인다. 결정된 무응력장도 거의 일치한다.

표 4. 무응력장에 대한 김문영 등(2003)의 결과와 본 연구의 결과 비교

구분	본 연구 (m)	김문영 등(2003) (m)	오차율 (%)
측경간	564.796	564.804	0.0013
중앙경간	1671.768	1671.770	0.0001

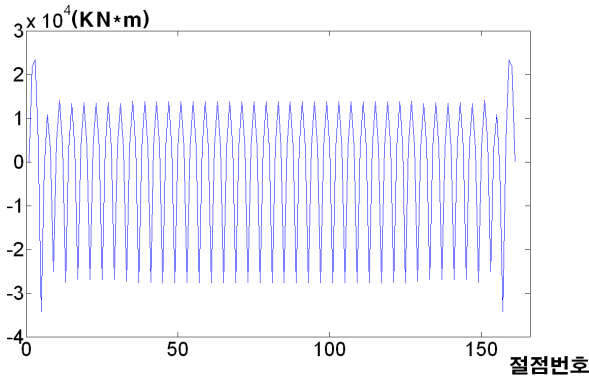


그림 9. 보강거더의 휨모멘트도

그림 9는 고정하중에 의한 보강거더의 휨모멘트도를 보여주고 있다. 예상한대로 가상지점부인 행어정착부에서 부모멘트를 나타내었다. 교량의 시점 및 종점부에서 최대정모멘트 23.4 MN·m, 최대 부모멘트 34.2 MN·m의 값을 보였으며, 이외의 중앙경간부에서는 대체로 정모멘트 13.8 MN·m, 부모멘트 27.6 MN·m의 균일한 휨모멘트 분포를 보였다.

3.2 2차원 타정식 현수교(ii)

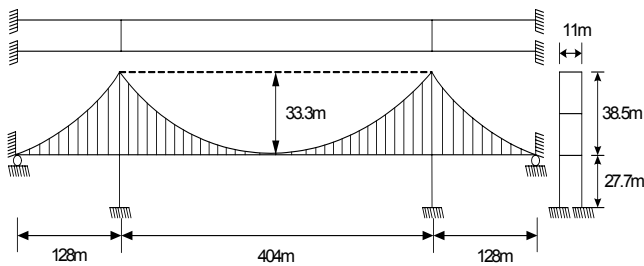


그림 10. 2차원 타정식 현수교(ii) 모델

이 예제는 조경식 등(2006)의 논문에서 인용된 예제로써, 그림 10에 나타나있는 것처럼 타정식 현수교이다. 중앙경간과 측경간의 길이는 각각 404m, 128m이며 중앙경간의 새그는 33.3m이다. 각 행어 연결점의 X좌표는 측경간 및 중앙경간을, 주케이블 부재의 개수만큼 등분할하여 할당하였으며 측경간에는 9개의 행어가, 중앙경간에는 31개의 행어가 분포하고 있다. 주 케이블의 시점부와 종점부를 비롯한 보강거더의 모든 행어 연결점의 Z좌표 값은 0이다. 주탑은 지반에 직접적으로 고정지지되어 있으며, 보강거더와 주탑의 교차부분은 볼러로 연결되어 있다. 교량의 단면상수와 물성값은 표 5에 나타나 있다.

표 5. 타정식 현수교(ii)의 단면상수 및 물성값

부재	E (Gpa)	A (m ²)	I ₂₂ (m ⁴)	I ₃₃ (m ⁴)	w (KN/m)
Main cable (Center)	196.20	0.0836	-	-	6.780
Main cable (Side)	196.20	0.0836	-	-	6.780
Hanger	127.53	0.0021	-	-	0.162
Stiffening Girder	206.01	0.2204	3.2667	0.1316	41.539
Tower	206.01	0.2092	0.0913	0.1080	16.1102

표 6. Z좌표에 대한 조경식 등(2006)의 결과와 본 연구 결과 비교

주 케이블의 절점번호	본 연구 (m)	조경식 등 (2006) (m)	오차율 (%)
1(좌측 시점)	0.0000	0.000	N/A
2	2.6192	2.642	0.869
3	5.5365	5.551	0.261
4	8.7134	8.727	0.156
5	12.1606	12.172	0.094
6	15.8758	15.886	0.064
7	19.8603	19.868	0.039
8	24.1144	24.120	0.023
9	28.6386	28.643	0.015
10	33.4334	33.436	0.008
11(주탑 상부)	38.5000	38.500	N/A
12	34.4583	34.458	0.001
13	30.6793	30.679	0.001
14	27.1631	27.163	0.000
15	23.9092	23.909	0.001
16	20.9171	20.917	0.000
17	18.1864	18.186	0.002
18	15.7169	15.717	0.001
19	13.5081	13.508	0.001
20	11.5599	11.560	0.001
21	9.8719	9.872	0.001
22	8.4440	8.444	0.000
23	7.2760	7.276	0.000
24	6.3676	6.368	0.006
25	5.7189	5.719	0.001
26	5.3297	5.330	0.005
27(새그 지점)	5.2000	5.200	0.000

표 6은 본 연구를 통해 결정된 Z좌표 값과 조경식 등(2006)의 결과 값 및 그 차이를 보여주고 있고, 이를 위해 아래 표 7의 수평장력 값(29.725 MN)이 사용되었다. 여기서 1번 절점과 11번, 27번 절점은 각각 좌측지점과, 주탑상부 그리고 새그의 주 케이블 절점을 나타내고 있다.

표 7. 수평장력에 대한 조 경식 등(2006)의 결과와 본 연구의 결과 비교

구 분	본 연구	조경식 등(2006)	오차율(%)
주 케이블의 수평장력	29.725 MN	29.736 MN	0.04

주 케이블의 수평장력 대한 본 연구의 결과는 29.725 MN로서, 조경식 등(2006)의 결과 29.736 MN와 서로 잘 일치하는 것을 확인할 수 있다.

유한요소 구조해석프로그램의 해석결과와 비교하여, 모든 절점에서 1% 이내의 차이를 보이고 있다.

다음의 표 8에서는 주 케이블의 부재별 무응력장 산정결과를 서로 비교하였다. 무응력장 산정 방법은 2.2절에서 설명하였으며 그 결과는 다음의 표와 같다.

표 8. 무응력장에 대한 조경식 등(2006)의 결과와 본 연구의 결과 비교

구 분	본 연구(m)	조경식 등(2006)(m)	오차율(%)
측경간	133.6177	133.6161	0.0012
중앙경간	410.4479	410.4478	0.0000

본 연구를 통하여 산정한 주 케이블의 구간별 무응력장은 조경식 등(2006)의 결과와 거의 차이를 보이지 않고 있다. 현수교의 설계 시 중요한 요소로 사용되는 무응력장의 오차율을 0.01% 이내로 계산이 가능하였다.

한편, 고정하중을 받는 보강거더의 연속보해석을 수행하였다. 그 결과 측경간부 교량의 시·종점 부근에서 최대정모멘트 및 부모멘트는 각각 245 KN·m, 359 KN·m의 값을 보였으며, 그 이외의 구간에서는 정모멘트 138 KN·m, 부모멘트 275 KN·m의 균일한 휨모멘트 값을 나타내었다.

3.3 3차원 자정식 현수교

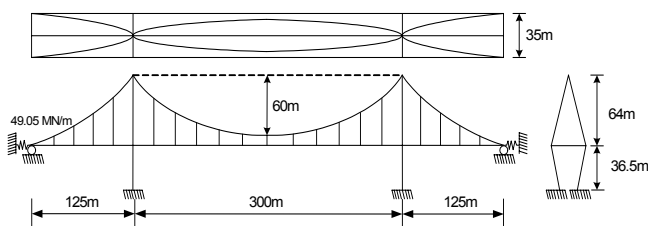


그림 11. 3차원 자정식 현수교 모델

이 예제는 조경식 등(2006)의 논문에 인용된 예제로써, 그림 11은 3차원 자정식 현수교인 영종대교의 상세도이다. 교량의 형식은 3차원 자정식 현수교이고, 중앙경간과 측경간의 길이는 각각 300m, 125m이며 중앙경간의 새그는 60m이다. 각 행어 연결점의 X좌표는 측경간 및 중앙경간을, 주케이블 부재의 개수만큼 등분할하여 할당하였으며 측경간에는 8(=4×2)개의 행어가, 중앙경간에는 22(=11×2)개의 행어가 분포하고 있다. 주 케이블의 시점부와 종점부를 비롯한 보강거더의 모든 행어 연결점의 Z좌표 값은 0이다. 교량의 단면상수와 물성값은 표 9에 나타나 있다.

표 9. 3차원 자정식 현수교의 단면상수 및 물성값

부 재	E (GPa)	A (m ²)	I ₂₂ (m ⁴)	I ₃₃ (m ⁴)	w (KN/m)
Main cable (Center)	196.20	0.129	-	-	14.87
Main cable (Side)	196.20	0.129	-	-	14.87
Hanger	137.34	0.017	-	-	1.96
Stiffening Girder	206.01	1.363	217.39	24.57	445.18
Tower (-36.5~0m)	206.01	0.891	3.97	2.72	137.23
Tower (0~33m)	206.01	0.656	1.72	1.14	101.04
Tower (33~64m)	206.01	0.656	1.72	1.14	101.04

보강거더의 단위길이 당 중량은, 보강거더가 2개의 주 케이블에 의해 지지되므로 위 표 8에 제시된 보강거더 단위길이 당 중량의 절반을 적용하였다. 즉, 445.18 KN/m의 절반인 222.59 KN/m을 적용하였다. 본 연구를 통하여 결정한 수평장력의 값은 조경식 등(2006)의 결과와 비교하여 표 10에 나타내었다.

표 10. 수평장력에 대한 조경식 등(2006)의 결과와 본 연구의 결과 비교

구 분	본 연구	조경식 등(2006)	오차율(%)
주 케이블의 수평장력	44.764 MN	44.881 MN	0.5

두 연구를 비교해 보았을 때, 산정한 수평 장력의 크기가 별 차이를 보이지 않고 있으며 오차율은 0.5% 정도이다.

표 11 및 표 12는 본 연구를 통해 결정된 Y 및 Z좌표 값과 조경식 등(2006)의 결과 값 및 그 차이를 보여주고 있다. 여기서 1번 절점과 6번, 12번 절점은 각각 좌측지점과, 주탑상부 그리고 새그의 주 케이블 절점을 나타내고 있다.

표 11. Y좌표에 대한 조경식 등(2006)의 결과와 본 연구의 결과 비교

주 케이블의 절점번호	본 연구	조경식 등 (2006)	오차율
	(m)	(m)	(%)
1(좌측시점)	17.500	17.500	N/A
2	15.833	15.835	0.013
3	13.159	13.165	0.048
4	9.640	9.650	0.103
5	5.248	5.260	0.238
6(주탑 상부)	0.000	0.000	N/A
7	4.904	4.917	0.259
8	8.950	8.961	0.123
9	12.127	12.134	0.059
10	14.422	14.425	0.022
11	15.817	15.818	0.005
12(새그 지점)	16.288	16.288	N/A

표 12. Z 좌표에 대한 조경식 등(2006)의 결과와 본 연구의 결과 비교

주 케이블의 절점번호	본 연구	조경식 등 (2006)	오차율
	(m)	(m)	(%)
1(좌측시점)	0.000	0.000	N/A
2	5.832	5.827	0.079
3	15.408	15.393	0.098
4	28.217	28.194	0.081
5	44.419	44.397	0.049
6(주탑 상부)	64.000	64.000	N/A
7	45.608	45.583	0.056
8	30.598	30.569	0.095
9	18.948	18.925	0.119
10	10.639	10.627	0.112
11	5.659	5.656	0.054
12(새그 지점)	4.000	4.000	N/A

13번 절점으로부터는 그 결과 값이 좌우 대칭이므로 따로 표기하지는 않았으며, 오차율은 0.1% 내외로서 두 연구의 수치 해석 결과가 거의 일치한다고 볼 수 있다.

그림 12는 주 케이블의 수평장력을 보강거더에 축압축력으로 가하여 연속보의 P-Δ 해석을 수행한 결과를 보여준다. 교량의 시, 종점 부근에서 최대정모멘트 20.0 MN·m, 최대 부모멘트 29.4 MN·m의 값을 보였고, 중앙경간에서는 정모멘

트 11.6 MN·m, 부모멘트 23.2 MN·m의 균일한 모멘트 분포를 나타내었다. P-Δ 효과를 무시한 연속보 해석 결과와 비교한 결과 그 차이가 0.05% 이내로 거의 일치하였다.

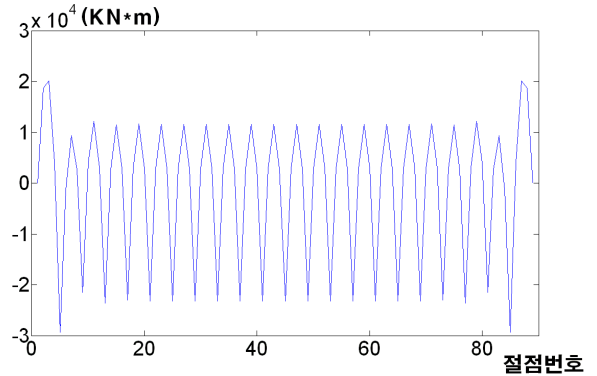


그림 12. P-Δ효과를 고려한 보강거더의 휨모멘트도

4. 결론

본 연구에서는 현수교의 초기형상을 비교적 정확하고 효율적으로 결정하였으며, 이 방법을 이용한 해석결과를 제시하였다. 유한요소 구조해석 프로그램을 이용한 해석의 결과와도 큰 차이를 보이고 있지 않다는 점은 본 논문이 내세울 만한 점이라 할 수 있다. 연구를 통하여 얻은 결론은 다음과 같다.

- (1) 본 연구는 기존의 복잡했던 비선형해석 대신, 현수교 전체 시스템에서의 초기평형상태에 적합한 각 절점의 응력 평형상태를 이용하여 비교적 손쉽게 초기형상해석을 수행한 결과이다.
- (2) 보강거더의 모든 중량을 행어가 모두 지지해야 하며, 이때 케이블이 보강거더와 맞닿는 부분을 가상의 지점부로 가정하여 반력을 계산하였다. 계산된 반력을 바탕으로, 행어절점부의 평형방정식을 풀어 초기형상을 결정하였다.
- (3) 본 연구의 수치예제 해석 결과는, TCUD와 초기부재력법을 결합한 비선형해석방법을 통하여 수행한 수치예제의 해석결과가 거의 일치하는 모습을 보였다.
- (4) 중앙경간장이 500m 이하인 교량과 1624m 교량을 해석한 결과, 본 연구와 개선된 TCUD법에 의한 수평장력 값이 각각 0.04%, 0.05%의 차이를 보였다.
- (5) 결론적으로, 제안한 방법은 고정하중 하에서 주케이블 및 행어의 장력을 포함하는 초기치를 비교적 정확하고, 효율적으로 결정할 수 있다.

감사의 글

본 연구는 건설교통기술평가원의 건설기술혁신사업의 초장대 교량 사업단 연구과제비(과제번호 : 08기술혁신E01)에 의해 연구되었기에 이에 깊은 감사를 드립니다.

참 고 문 헌

경용수, 김호경, 김문영(2007) 사장교의 초기형상해석을 위한 탄성포물선 케이블요소, 한국전산구조공학회 논문집, 한국전산구조공학회, 제20권, 제1호, pp.1-7.

김문영, 김남일, 안상섭(1998) 3차원 케이블망의 초기평형상태결정 및 정적 비선형 유한요소 해석, 한국전산구조공학회 논문집, 한국전산구조공학회, 제11권, 제1호, pp.182-183.

김문영, 경용수, 이준석(2003) 현수교의 개선된 초기형상 해석법, 한국강구조학회 논문집, 강구조학회, 제15권, 제2호, pp.219-229.

김제춘, 장승필(1999) 초기부재력을 이용한 사장교의 초기형상 및 캠버량 결정, 대한토목학회 논문집, 대한토목학회, 제19권, 제 I-3호, pp.377-386.

김호경(1993) 시공상태를 고려한 현수교의 3차원 해석, 박사학위논문, 서울대학교.

안상섭(1991) 탄성현수선 케이블요소를 이용한 3차원 케이블망의 정적 및 동적 비선형해석, 석사학위논문, 서울대학교.

이명재(1998) 초기 평형상태를 이용한 현수교의 시공 단계해석 및 시공오차관리, 박사학위논문, 서울대학교.

조경식, 김종화, 안남규(2006) TCUD법을 이용한 현수교 해석 프로그램의 개발, 2006년도 학술발표회 논문집, 한국강구조학회, pp.268-274.

Irvine, H. M. (1981) *Cable structures*, The MIT Press, USA.

Karoumi, R. (1999) Some modeling aspects in the nonlinear finite element analysis of cable supported bridges, *Computers & Structures*, Vol. 71, Issue 4, pp.397-412.

Kim, K.S. and Lee, H.S. (2001) Analysis of target configurations under dead loads for cable-supported bridges, *Computers & Structures*, Vol. 79, Issue 29-30, pp.2681-2692.

Kim, H.K., Lee, M.J., and Chang, S.P. (2002) Nonlinear shape-finding analysis of a self-anchored suspension bridge, *Engineering Structures*, Vol. 24, Issue 12, pp.1547-1559.

(접수일자 : 2010. 9. 8/ 심사일 2010. 9. 11/
게재확정일 2010. 12. 10)