

휨과 비틀림을 동시에 받는 강/콘크리트 합성 제형 박스거더의 극한강도 상호작용

Ultimate Strength Interaction of Steel/Concrete Composite Trapezoidal Box Girders Subjected to Concurrent Action of Bending and Torsion

김 경 식¹⁾
Kim, Kyung Sik

요 약 : 곡선교량시스템에서 거더는 편심하중이 없어도 교량이 가지는 곡률 자체로 인하여 휨 및 비틀림 거동을 하게 된다. 휨과 비틀림을 동시에 받는 강/콘크리트 합성 박스거더는 St. Venant 비틀림에 의해 콘크리트 바닥판에 발생하는 사인장 응력에 의해 그 극한강도가 제한된다. 합성 박스거더의 극한강도를 얻기 위하여 유한요소해석 패키지 프로그램 ABAQUS을 이용하여 재료 및 기하 비선형성뿐 아니라 콘크리트 균열후 거동 등이 고려된 비선형해석을 수행하였다. 또한 구조해석 이론에 근거한 해석적 방법론으로 합성 박스거더의 휨과 비틀림에 대한 극한강도 상호작용이 고려된 수식을 유도하여 수치해석 결과와 비교하였다. 휨 거동에 의해 정모멘트 구간 박스거더 상부에 발생하는 종방향 압축응력은 바닥판 콘크리트의 전단강도를 일정부분 향상시켜 결과적으로 전체 박스거더의 비틀림강도가 향상되는 효과가 확인되었다. 유한요소해석 및 구조해석 이론 전개에 근거하여 강합성 박스거더의 극한강도 상호작용을 예측하는 간편한 형태의 수식이 제안되었다.

ABSTRACT : In the horizontally curved bridges, girders are subjected to the combined action of vertical bending and torsion due to their curvatures without any eccentric loads. As subjected to bending and torsion, the ultimate strength of steel/concrete composite box girders are limited by the diagonal tensile stress in the deck concrete induced by the St. Venant torsion. To determine the ultimate strength of composite box girders in bending and torsion and their interactions, this study conducted a 3-dimensional FEA and classical strength of materials investigation. Using ABAQUS, the FEA fully utilized advanced nonlinear analysis techniques simulating material/geometrical nonlinearity and post-cracking behaviors. The ultimate strength from numerical data were compared with theoretically derived values. Concurrent compressive stresses in the concrete deck improve the shear-resisting capacity of concrete, thereby resulting in an increased torsional resistance of the composite box girder in positive bending. The proposed interaction equation is very simple yet it provides a rational lower bound in determining the ultimate strength of concrete/steel composite box girders.

핵심용어 : 강/콘크리트 합성박스; 휨; 비틀림; 극한강도; 강도상호작용; 유한요소해석

KEYWORDS : steel/concrete composite box; bending; torsion; ultimate strength; strength interaction; finite element analysis

1. 서론

개구제형(open top trapezoidal) 모양의 강재 단면과 콘크리트 바닥판으로 구성된 강/콘크리트 합성 박스거더 시스템은 서로 다른 구조 재료의 강성(stiffness) 및 강도(strength)를 효율적으로 활용한 구조시스템으로 교량 및 고가도로 구조로 많이 적용되고 있다. 폐합단면을 이루는 박스거더는 비틀림 하중에 대한 저항이 탁월하여 곡선교량 등에 특히 적용성이 높다. 직선교량의 주요 거동은 휨에 의해 지배되지만 곡선교량의 경우 그 거동은 휨과 비틀림의 조합에 의해 지배된다. 정모멘트 구간에 있는 강합성 박스거더의 극한 휨강도(ultimate

flexural strength)는 강재와 콘크리트가 이루는 단면 구성을 적절히 할 경우 휨소성 모멘트(flexural plastic moment)에 이르도록 설계될 수 있다. 비틀림을 받는 경우, 강재에 비하여 상대적으로 낮은 강도를 가지는 콘크리트 바닥판의 사인장 강도(diagonal tension strength)에 의해 전체 강합성 박스거더의 극한 비틀림 강도(ultimate torsional strength)는 제한될 수 밖에 없다. 휨과 비틀림을 동시에 받을 경우, 교축방향으로 발생하는 압축응력에 의해 콘크리트 바닥판의 사인장 강도는 일정부분 증가되기도 하지만, 최종적으로 강합성 박스거더의 극한 비틀림 강도는 콘크리트 바닥판에 작용하는 사인장 응력의 크기에 의해 지배된다.

1) 교신저자. 청주대학교 토목환경공학과 전임강사
(Tel: 043-229-8472, E-mail: kkim@cju.ac.kr)

본 논문에 대한 토의를 2011년 4월 30일까지 학회로 보내주시면 토의 회답을 게재하겠습니다.

강/콘크리트 합성구조물에 대하여 실험적 연구가 주를 이루었으나 최근에는 수치해석적 기법을 활용한 해석적 연구도 활발히 진행되고 있다. Baskar and Shanmugan(2003)은 전단과 휨을 동시에 받는 강/콘크리트 합성 판형교에 대한 극한강도 평가기법을 실험 구조 실험을 통해 제시하였다. Spacone and El-Tawil(2004)은 강/콘크리트 합성구조물의 비선형 해석 기법에 대한 기존의 이론에 대한 체계적인 정리를 시도하였다. Yamamoto and Vecchio(2001)는 layered isoparametric element 공식화 개념에 근거하여 개선된 철근콘크리트요소를 개발하여 전단과 비틀림을 받는 철근콘크리트 셸구조물에 대한 유한요소해석에 적용하였다. Kim and Yoo(2006)는 강과 콘크리트 바닥판으로 구성된 합성 박스거더에 휨과 비틀림이 작용할 때 바닥판의 극한강도(ultimate strength)가 상호작용 효과에 의해 향상될 수 있음을 보였다. 그러나 그들의 연구에서는 바닥판 응력과 휨모멘트와의 관계를 수식 등의 정량적 방법으로 규정하지 못하는 한계를 보였다. 김 등(2006)은 상면이 콘크리트 슬래브로 구성된 강/콘크리트 제형 박스거더의 극한강도를 수치해석적인 방법에 의한 평가를 시도하였고, 류 등(2005)은 조밀단면을 갖는 판형과 콘크리트바닥판의 조합으로 구성된 합성보의 극한강도 평가기법을 실험적 방법과 수치해석적 방법으로 수행하여 비교하였다.

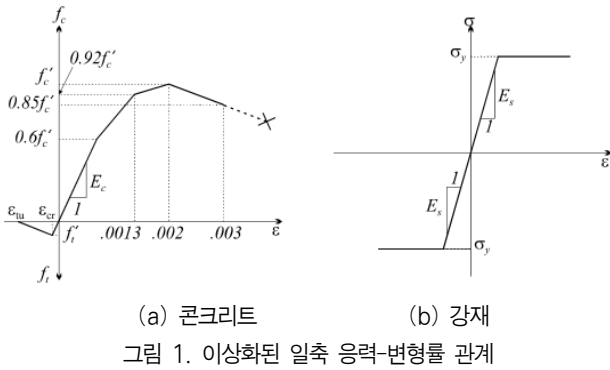
강재의 경우 재료의 균질성 및 등방성에 근거하여 비선형/비탄성 해석이 비교적 용이한 측면이 있으나, 콘크리트의 경우 균열발생 및 균열 발생후 메커니즘 등을 포함하는 콘크리트의 실제 거동을 수치해석적 차원에서 구현하는 것은 재료의 구성관계(constitutive relationship) 등에 대한 보다 깊은 이해를 요구한다. 1970년대 들어 콘크리트 재료비선형 모델링에 대한 다양한 기법이 유한요소해석에 본격적으로 응용되기 시작하였다. Hand 등(1973)은 강재 및 콘크리트의 탄소성 거동을 고려하면서 콘크리트의 인장강도를 제한하는 방식의 재료비선형 유한요소를 개발하였고, Lin and Scordelis(1975)는 단순 증가 하중(monotonically increasing loads)을 재하하는 방식으로 콘크리트의 인장을 탐지하는 기법을 개발하여 철근콘크리트 셸구조물 해석을 시도하였다. Gilbert and Warner(1978)는 층상화된 슬래브(layered slab)의 유한요소해석에 인장강화(tension stiffening) 현상을 고려하기 위한 두 가지 방식의 수식화를 제안하였다. 이후 구조재료로서의 콘크리트의 가장 큰 특징 중의 하나인 균열 처리 기법에 대한 연구가 심도있게 이루어졌다(Frantzeskakis and Theillout, 1889; Cosenza, 1990; Foster 등, 1996; Kotsovos and Spiliopoulos 1998; Wang and Hsu 2001; Hadidi and Saadeghvaziri, 2005)는 교량 바닥판에서 발생하는 교축직각방향의 균열에 대한 기존의 이론을 정리하였다. Yamamoto and Vecchio (2001)는 콘크리트 셸

구조물에 적용될 수 있는 개선된 층상화 기법을 개발하여 유한요소해석에 적용하였다. 최근 들어 철근콘크리트 구조물을 대상으로 하는 유한요소해석 기법은 더욱 발전되어 인장영역에서 발생하는 균열발생 메커니즘(crack initiation mechanism)과 점착성 균열(cohesive crack) 모델 기법에 의한 균열 발생후 거동(postcracking behavior)을 정교하게 모사하는 연구가 소개되었다(Yang and Chen, 2005; Unger 등, 2007).

본 연구에서는 정모멘트구간에 위치하는 강/콘크리트 합성 박스거더가 휨과 비틀림의 조합하중을 받을 때 각 거동의 상호작용 효과가 구조물 전체의 극한강도에 어떠한 영향을 주는가에 대한 고찰을 수행한다. 정모멘트 구간에 있는 합성 박스거더의 바닥판은 교축방향으로 압축응력을 받고 있는 상태가 되고, 비틀림모멘트에 의하여 강판 및 콘크리트 바닥판에는 추가적으로 전단응력이 작용하게 된다. 휨과 비틀림을 동시에 받는 강합성 박스거더의 극한강도를 평가하기 위하여 범용 유한요소해석 프로그램인 ABAQUS(ABAQUS, Inc. 2005)에서 구현되는 비선형 및 비탄성 콘크리트 모델링 기법을 최대한 활용하여 유한요소해석을 수행한다. 또한, 구조재료로서 콘크리트의 이축 항복 이론(biaxial yield theory)에 근거하여 압축응력과 전단응력이 동시에 작용하고 있는 콘크리트 판의 극한 강도를 이론적으로 유도한다. 수치해석적 결과와 이론적 유도식의 결과를 서로 비교하여 각각의 방법론의 타당성을 검증한 후, 매개변수 연구를 통하여 강/콘크리트 박스거더의 휨강도와 비틀림강도의 상호작용효과를 정량적으로 평가하는 극한강도 상호작용 수식을 제안한다.

2. 유한요소해석

본 연구에 사용된 범용 유한요소해석 프로그램 ABAQUS는 비선형 좌굴 및 파괴 해석을 Modified Riks Algorithm (Riks, 1979; Crisfield, 1981)에 근거하여 비교적 안정되게 구현하고 있다. 이러한 비선형/비탄성 기능은 Total Lagrangian Formulation에 근거한 기하학적 비선형 기능과 연계되어 불안정한 평형상태가 발생할 수 있는 균열 또는 좌굴 발생 직후의 거동 규명에 매우 유용하여 구조물의 극한강도를 수치적으로 구현해보자 하는 여러 연구자들에 의해 활용 및 검증되었다(Thevendran 등, 1999; Pi and Bradford, 2001; Kim and Yoo, 2008). 콘크리트 모델링에서 주요하게 고려되어야 하는 사항은 인장 영역에서 균열의 발생과 그 진행 메커니즘에 관한 것이다. 인장을 받는 콘크리트 부재에 발생하는 균열은 콘크리트 자체의 강성 감소와 이에 따른 전체 합성구조물의 강도저하를 발생시키므로 균열발생 메커니즘과 균열후 거동에 대한 적절한 처리는 합성 구조물의 극한강도를 평가할 때 가장 중요한 기법중의 하나가 된다. ABAQUS에서는 비록 미세 균열의 정확한



(a) 콘크리트 (b) 강재
 그림 1. 이상화된 일축 응력-변형률 관계

발생위치와 그 추적에 대한 기능은 가능하지 않지만 “Smearred Model” 이론에 근거하여 인장응력의 영향 하에 있는 각각의 구성요소에서 균열의 발생 여부와 그에 따른 강도 감소효과 및 철근의 역할 등은 해석시 구현 가능하다. 이 기법에 의하면 하중의 증분이 결정되어 정적 평형경로(static equilibrium path)을 찾아 나가는 각각의 해석 단계마다 인장상태에 있는 요소의 모든 적분점(integration point)에서 재료의 구성관계(constitutive relationship)가 독립적으로 계산, 저장되어 지속적으로 균열의 발생여부를 검토한다. 균열발생이 확인 되면 손상된 탄성 모델(damaged elasticity model)에 의한 구조물 내부의 평형경로가 반영된다(ABAQUS, 2005). 균열이 고려된 철근콘크리트 구조물에 대한 선행 연구에 의하면 균열사이의 손상되지 않는 콘크리트에서 철근이 내부 인장력(internal tensile force)에 저항하는 것을 돕는 인장강화(tension stiffening) 효과가 충분히 발휘된다고 알려져 있다(Yamamoto and Vecchio, 2001).

강재와 콘크리트 모두 인장 및 압축 여부에 따라 응력-변형률 관계를 규정하는 재료의 구성관계가 현실적으로 설정되어야 하는데, 그림 1에는 본 연구에서 이용된 각 재료의 이상화된 일축 응력-변형률 구성관계를 나타내었다. 일반적으로 많이 이

용되는 콘크리트의 파괴 변형률(strain at failure)은 인장부재에서 1.0×10^{-4} 수준이고 휨부재에서는 1.2×10^{-4} 에서 2.0×10^{-4} 까지의 수준을 보인다(MacGregor 1997). MacGregor의 제안에 따라 응력-변형률 구성관계의 인장영역에서 인장강도 f_t' 에 이르는 기울기는 그림 1(a)에서 보인 바와 같이 압축영역에서의 초기 기울기를 그대로 연장하여 사용하였다. 강재의 경우 인장영역과 압축영역 모두 완전탄소성 모델(elastic and perfect-plastic model)을 적용하였다.

콘크리트 재료 모델링의 타당성을 검증하기 위하여 철근콘크리트 평판(flat plate) 예제에 대한 극한 거동을 분석하여 다른 연구자가 제안한 실험치와 비교하였다. 예제로는 맥니스 슬래브(McNeice's slab)라 불리는 크기 $914\text{mm} \times 914\text{mm} \times 44.5\text{mm}$ 의 정방형 철근콘크리트 평판을 채택하였는데 1967년 MacNeice에 의해 선구적으로 실험되었던 모델이며(Jofriet and MacNeice, 1971) 여러 연구자들에게 유한요소해석 등 수치해석의 검증용으로 아직도 많이 채택되고 있다(Hand 등, 1973; Lin and Scordelis, 1975; Gilbert and Warner, 1978; Zhang 등, 2007). 본 평판은 4개 꼭지점에서 지지되어 있고 사각형의 중앙지점에 수직방향의 집중하중을 받는다. 상면에서 깊이 33.3mm지점에서 $282\text{mm}^2/\text{m}$ 의 철근량으로 가로 및 세로 방향으로 각각 배근되었다. 모델과 관련한 더욱 자세한 사항은 위에 제시된 문헌들에서 참고될 수 있다. 예제해석에서는 그림 1에 보인 이상화된 응력-변형률 관계를 채택하고, 특히 콘크리트 인장영역에 대해서는 콘크리트의 인장강화 특성을 고려하여 그림 2에서 보인 두 가지의 응력-변형률 관계를 고려하였다. 본 해석에서는 평판의 기하 및 하중의 대칭성을 최대한 활용하여 전체 모델의 4분의 1만을 8절점 요소인 S8R으로 모델링하였다. ABAQUS에서 제공하는 'S8R' 셀요소는 전단효과까지 고려되어 박판 및 후판의 모델링

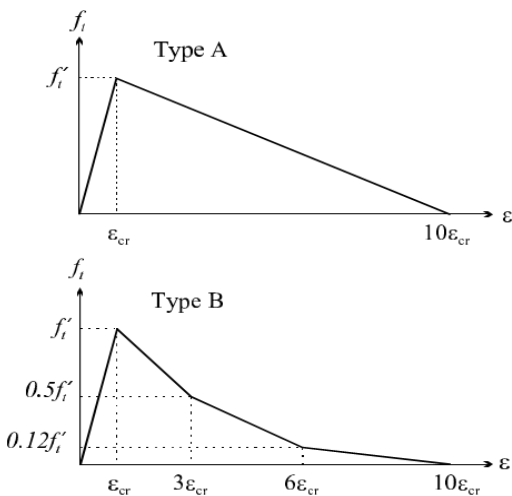


그림 2. 콘크리트 인장축 응력-변형률 관계

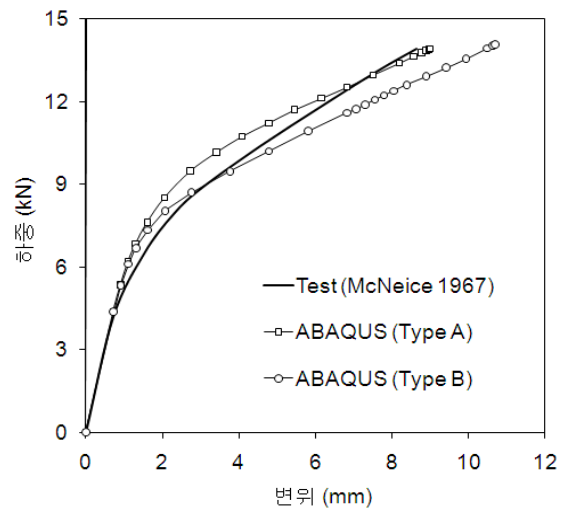


그림 3. RC평판 중심에서 수직 하중 변위 곡선

에 적합하고 reduced integration 기법이 적용되어 비선형 반복해석(nonlinear incremental analysis)에서도 상당히 안정된 결과를 보이는 것으로 확인되었다. 그림 3에는 해석 결과로부터 얻은 평판의 중앙지점에 재하된 하중의 크기와 동일 지점에서의 수직변위와 관계를 실험값과 같이 도시하였다. 그림 3에서 알 수 있듯이 인장영역의 두 가지 응력-변형률 관계 Type A와 Type B 모두 파괴에 이를 때의 극한강도를 큰 차이 없이 예측하고 있으나 극한강도에 이르렀을 때의 수직 변위의 값은 Type B를 적용했을 때가 더 큰 것으로 나타났다. 본 연구에서는 파괴시 극한강도 및 수직변위의 각 수치적 값이 실험치와 더 유사한 결과를 보인 Type A를 적용하였다.

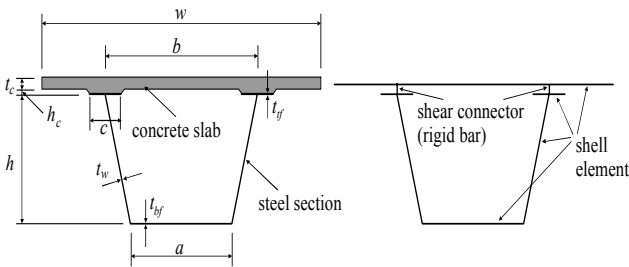


그림 4. 강/콘크리트 합성 박스거더 단면 표기 및 유한요소해석 모델링

표 1. 합성박스 단면치수

	단면 A	단면 B
a	2,032	1,270
b	3,048	2,540
c	457	406
w	5,080	5,080
h	2,032	2,540
h _c	102	102
t _c	241	215
t _{tf}	25	25
t _w	14	13
t _{bf}	16	16

단위: mm

3. 강/콘크리트 합성 박스거더의 극한강도

합성 박스거더를 구성하는 3개 면의 강판(steel plates) 및 1개 면의 콘크리트 바닥판(concrete slab)은 모두 8절점 셀 요소를 사용하여 모델링하였다. 합성 박스거더의 극한거동에서 콘크리트판이 강판보다 먼저 항복 및 파괴에 이르므로 본 유한 요소해석은 콘크리트 바닥판의 거동에 초점을 맞추어 진행되었다. 해석모델에서 강거더 단면의 복부판 및 하부플랜지는 8개로, 상부플랜지는 각 6개로 매쉬분할되었고, 콘크리트 바닥판은 12개로 매쉬가 구성되었다. 오차를 최소화하고 보다 정밀

한 해석결과를 확보하기 위하여 각각의 셀요소는 가능한 한 가로/세로 비율을 1에 가깝게 유지하였다. 단순보 경계조건을 모사하기 위해 한쪽 단부에서 하부플랜지의 절점을 수직방향과 축방향 자유도를 고정시키고, 다른 한쪽은 수직방향 자유도만 구속하였다. 철근 배근은 ABAQUS에서 제공되는 "REBAR"을 이용하여 모델링하였다. 바닥판과 상부플랜지를 연결하는 전단연결재는 항복하지 않는 것으로 가정하여 강봉(rigid bar)로 모델링되었다. 강/콘크리트 합성 박스거더 단면 구성 및 유한요소해석 모델링 방법을 그림 4에 보였다. 두 개의 서로 다른 전형적인 합성 박스 단면에 대하여 극한강도 해석을 수행하였는데 각각의 박스 단면에 대한 정보는 그림 4와 표 1에 나타내었다.

일반적으로 거더 구조물에 비틀림모멘트를 발생시키는 원인은 크게 두 가지로 분류될 수 있는데 그것은 편심을 가지는 외부 하중과 거더 구조물의 곡률이 고려된 자중이다. 수평면내 곡선 거더(horizontally curved girders)는 외부하중 없이 자중 자체만으로도 휨모멘트와 비틀림모멘트를 항상 동시에 받게 된다. 거더가 받게 되는 휨모멘트와 비틀림모멘트의 크기는 휨모멘트와 전단력의 상호관계처럼 위치에 따라 서로 정해진 상관관계를 가지지 않는다. 곡률이 고려된 자중보다는 편심을 가지는 하중, 즉 비틀림을 유발하는 하중과 휨을 유발하는 하중을 조정함으로써 거더에 작용하는 휨모멘트 및 비틀림모멘트

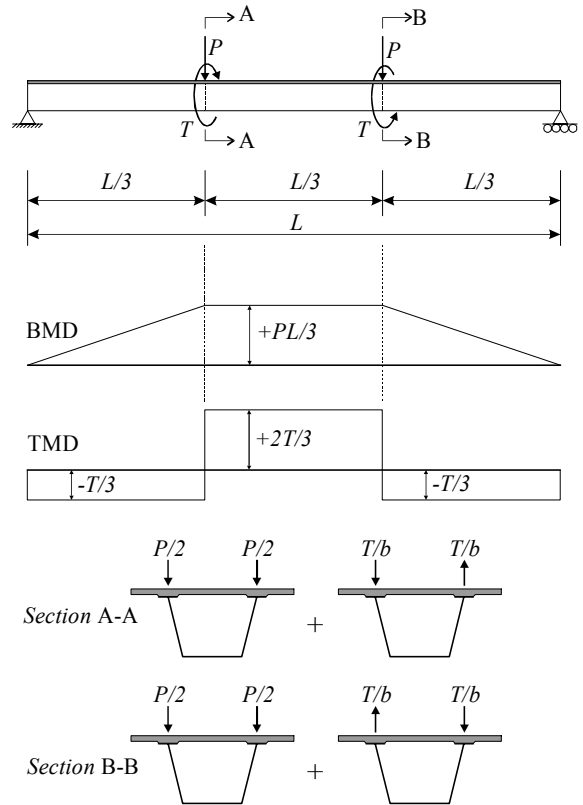


그림 5. 휨과 비틀림을 동시에 유발하는 하중재하방법 및 재하하중에 의한 휨모멘트도(BMD)와 비틀림모멘트도(TMD)

표 2. 합성 박스거더의 순수휨 및 순수비틀림 극한강도

	단면 A (비교*)	단면 B (비교*)
순수휨	M_u, FEA (98.8%)	54,674 kN-m (98.5%)
	M_p AASHTO 2004	53,720 kN-m
순수 비틀림	T_u, FEA (98.9%)	6,990 kN-m (100.3%)
	T_u 식 (10)	6,789 kN-m

*비교는 M_p 및 T_u 를 기준으로 함.

의 크기를 각각 독립적으로 조정할 수 있다. 이 때, 곡률에 의해 발생하는 비틀림 성분을 배제하기 위해서는 직선 거더를 이용하는 것이 휨과 비틀림의 크기 및 그 상호관계를 정량적으로 조정하고자 하는 목적에 잘 부합된다. 휨모멘트 및 비틀림모멘트의 크기를 기준으로 얻어진 극한강도 상호작용 효과가 고려된 강도 예측식은 어떠한 하중조건하에 있더라도 휨모멘트 및 비틀림모멘트의 크기만 제공된다면 곡선거더 및 직선거더 모두에 적용이 가능하다.

휨 및 비틀림의 크기가 각각 독립적으로 조절될 수 있는 조합하중 받는 강/콘크리트 합성 박스거더의 하중 및 경계조건이 그림 5에 제시되었다. 총연장 27.4m의 단순지지된 직선 박스거더의 중간 1/3 및 2/3 지점에 있는 박스의 콘크리트바닥판과 강판이 만나는 상부 코너에 정 또는 부의 방향으로 수직하중 조합을 재하하였다. 하중이 재하되는 지점에는 다이프램을 설치하여 박스단면의 뒤틀어짐(distortion)을 방지하였고 집중하중에 의한 국부적인 응력집중(stress concentration)현상을 최소화하였다. 철근 콘크리트 바닥판은 상연에서 50mm, 하연에서 25mm의 피복두께를 고려하여 상하에 각각 이층으로 교축방향 및 교축직각 방향으로 단면적 200mm²의 철근이

300mm 간격으로 배근되었다. 강 및 콘크리트의 응력-변형률 관계는 그림 1에 보였으며 콘크리트의 일축 압축강도 f'_c 와 인장강도 f'_t 는 각각 38MPa 및 3.2MPa의 값을 가지는 것으로 각각 가정되었다. 콘크리트 및 강의 탄성계수는 28,614MPa과 200,000MPa로 각각 산정되었다. 포아송비는 0.15 및 0.3을 콘크리트 및 강재에 관하여 각각 적용하였다.

관심의 대상이 되는 부재 영역(test zone)에서 전단의 효과를 배제하고 휨과 비틀림의 상관관계만을 조명하기 위해서 2 지점 하중재하를 시도하여 거더 중간 영역에 전단력의 발생이 없이 일정한 크기의 순수 휨을 유지할 수 있도록 하였다. 본 하중재하 시스템에서는 수직하중 P와 비틀림하중 T의 크기를 조정함으로써 다양한 휨-비틀림 조합을 만들어 낼 수 있다. 수직하중 P와 비틀림하중 T에 의해 발생하는 휨모멘트도(bending moment diagram) 및 비틀림모멘트도(torsional moment diagram)를 그림 5에 하중재하 방식과 같이 보였다. 해석시 수직하중 P와 비틀림하중 T의 비율을 일정하게 유지하여 시험체가 파괴에 이를 때까지 하중의 크기를 증가시켜 휨과 비틀림의 상호작용을 고려한 극한강도를 구하였다. ABAQUS는 하중 및 변위의 증분을 조절하는 매개변수인 "Arc Length"를 자체적으로 조절하지만, 비선형 해석의 특성상 하중의 증가량을 조절하며 반복적으로 평형상태를 점검하므로 해석의 수렴 및 반복회수를 줄이기 위해서는 P와 T의 크기가 각각의 극한강도에 근접하였을 때는 하중증분량 등에 대해서는 미세한 주의를 요한다. 즉, 본 해석처럼 복잡한 비선형성이 도입된 경우, 초기 하중크기, 하중증분의 상한/하한값, 수렴때까지의 반복횟수 등의 입력 값들에 대해서 적절한 조정이 있어야 수치해석적 불안정성(numerical instability)을 최소화할 수 있다. 참고로 경우에 따라 수백회 이상의 반복해석 단계(iteration steps)가 요구되기도 하였다.

휨과 비틀림의 상호작용효과를 파악하기에 앞서 우선적으로 제시된 두 개의 단면 타입 A 및 B에 대하여 순수 휨 및 순수 비틀림 거동에 대한 극한강도를 얻기 위한 해석을 수행하였다.

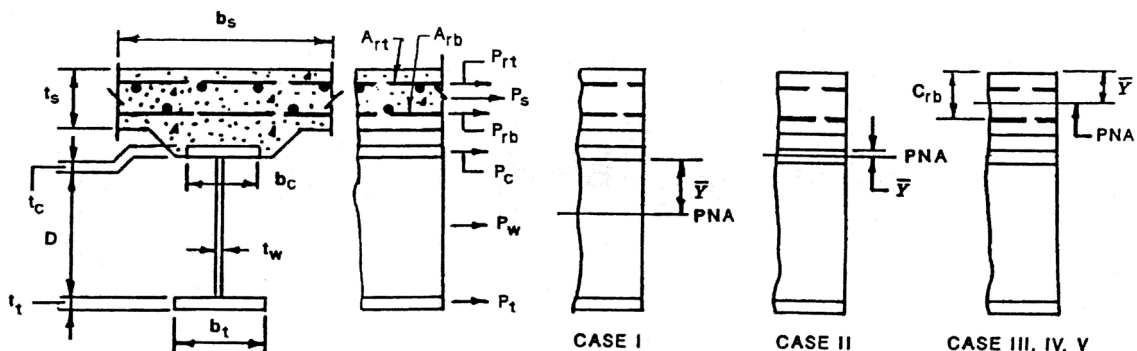


그림 6. 정모멘트구간에 있는 강합성 단면의 소성중립축 위치 및 소성모멘트의 계산(AASHTO 2004)

철근배근을 포함한 강/콘크리트 합성단면에 대한 완전소성모멘트(full plastic moment)의 계산방식은 AASHTO LRFD (2004)의 강교편 부록을 활용하였다. 그림 6에 보인 AASHTO LRFD에 소성모멘트 결정방식에 의하면 소성중립축의 위치에 따라 각각 다른 산정식을 제안하고 있는데 중립축이 콘크리트 바닥판내에 존재할 경우, 즉 아래에 보인 식 (1)을 만족할 경우 중립축까지의 거리 \bar{Y} 와 완전소성모멘트 M_p 는 식 (2)와 식 (3)에 따라 각각 결정된다. 식 (2)와 (3)에 나오는 각 심볼은 그림 6 또는 AASHTO에서 확인이 가능하다. 참고로 만약 소성중립축의 위치가 강거더의 복부 또는 상부플랜지내에 존재한다면 식 (2) 및 (3)과는 다른 산정식이 이용되어야 한다.

$$P_t + P_w + P_c > \left(\frac{C_{rb}}{t_s}\right)P_s + P_{rb} + P_{rt} \quad (1)$$

$$\bar{Y} = (t_s) \left[\frac{P_c + P_w + P_t - P_{rt} - P_{rb}}{P_s} \right] \quad (2)$$

$$M_p = \left(\frac{\bar{Y}^2 P_s}{2t_s}\right) + [P_{rt}d_{rt} + P_{rb}d_{rb} + P_c d_c + P_w d_w + P_t d_t] \quad (3)$$

AASHTO LRFD (2004)에서는 강/콘크리트 합성 단면에서 강거더의 인장측에서 우선적 항복을 유도하는 연성조건(ductility requirement)을 명시하고 있는데 본 연구에서는 이 연성조건을 만족하는 단면으로 소성중립축의 위치는 콘크리트 바닥판에 위치하도록 합성단면을 구성하였다. 그림 4와 표 1에서 보인 두 가지 전형적 단면에 대한 순수 휨과 순수 비틀림 거동에 대한 극한강도 해석 결과를 표 2에 보였다. 순수 휨에 대한 극한강도는 AASHTO LRFD (2004)에서 제안된 완전소성 모멘트와 비교하여 두 단면 공통으로 99%수준에 도달

한 것으로 나타났다. 이론적으로 완전소성 모멘트는 합성단면이 가질 수 있는 상한값(upper limit)으로 실험 및 해석 결과가 완전소성 모멘트 값을 초과할 수는 없다. 순수 비틀림에 대해서는 본 논문 4장에서 제안된 이론식과 비교되었는데 99%~100%수준에서 잘 일치하는 것으로 나타났다. 그림 7과 8에는 순수 휨 및 비틀림 거동에 대한 하중-변위 곡선을 각각 나타내었다. 순수 휨의 경우 경간 중간 지점의 수직변위를 가로축에, 휨모멘트의 크기를 세로축에 나타내었고, 순수 비틀림의 경우 하중 재하 지점 사이의 비틀림 상대회전(relative rotation) 변위를 가로축에, 비틀림모멘트의 크기를 세로축에 나타내었다. 그림 7과 8에 보인 두 해석의 경우 모두 모멘트 값은 최대값 즉, 극한강도 기준으로 정규화(normalization)시켜 최대값이 1.0이 되도록 보였다. 그림 8에서 알 수 있듯이 순수 비틀림 극한 거동에서는 합성구조물이 파괴에 이를 때까지 비틀림모멘트의 크기가 선형적으로 증가한다. 이는 비틀림을 받는 박스거더의 각 면은 전단으로 저항하고 상대적으로 강성이 낮은 콘크리트 바닥판의 사인장 응력에 의한 취성파괴에 의해 극한 비틀림 강도가 지배되기 때문이다.

앞서 보인 두 개의 단면 A 및 B에 다양한 휨과 비틀림 하중 조합을 재하하여 해석을 수행하였고, 그 결과를 정리하여 그림 9에 보인 그래프를 구성하였다. 그림 9는 휨과 비틀림의 극한 강도에 대한 상호작용 효과를 잘 보여주고 있다. 휨과 비틀림을 동시에 받을 경우, 휨 거동으로 발생한 교축방향의 압축응력에 의해 콘크리트 바닥판의 사인장 강도(diagonal tension strength)가 증가되어 합성 박스 거더 전체 구조물의 극한 비틀림 강도가 향상되는 효과가 발생하는 것을 알 수 있다. 압축 응력을 받고 있는 2차원 요소의 전단강도 향상효과는 모어 원이론(Mohr's circle theory)으로 접근하면 쉽게 이해될 수 있다. 비틀림모멘트가 극한강도 대비 50%를 초과하는 정도로

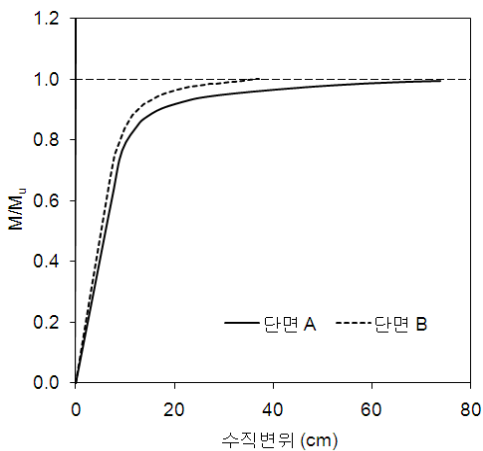


그림 7. 순수휨상태에서 강합성 박스거더의 하중-수직변위 관계

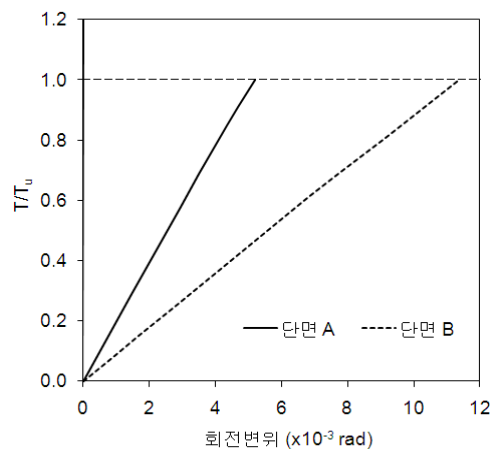


그림 8. 순수비틀림상태에서 강합성 박스거더의 하중-회전변위 관계

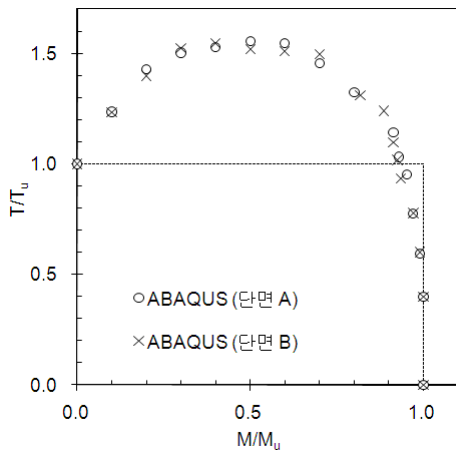


그림 9. 휨과 비틀림을 동시에 받는 강합성 박스 거더의 극한강도 상호작용

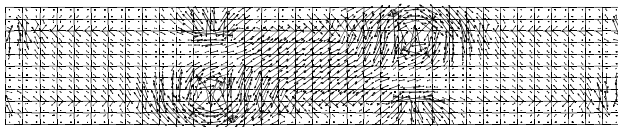


그림 10. 합성거더가 비틀림파괴에 도달했을 때 콘크리트 바닥판에서 주응력 벡터 분포

동시 재하될 경우 극한 휨강도는 다소 감소하는 경향을 그림 9에서 확인할 수 있다. 그림 10에는 합성 박스거더가 비틀림 파괴에 도달하였을 때 콘크리트 바닥판에서의 주응력 벡터 분포를 보여주고 있는데 이는 파괴시 사인장 응력의 크기가 콘크리트 바닥판의 강도 결정에 기여했다는 사실을 뒷받침한다. 다음 절에서는 해석적 방법에 의한 콘크리트 바닥판의 극한강도 결정과정을 보이고 수치해석적 결과와 비교를 수행한다.

4. 해석적 방법에 의한 고찰

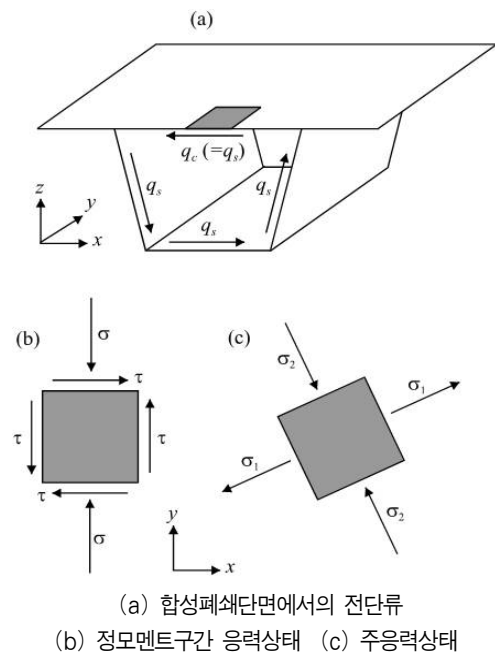
본 절에서는 강/콘크리트 합성 박스거더의 극한강도 상호작용 제안식을 구조해석 이론에 근거하여 해석적 방법론으로 도출한다. 전단응력의 크기와 박스 단면을 이루는 판의 두께의 곱으로 표현되는 전단류(shear flow)는 그림 11(a)에서 보인 바와 같이 비록 3개의 강판 및 1개의 콘크리트판의 합성 단면으로 구성되더라도 그 크기는 일정하다. 정모멘트 구간에는 콘크리트 바닥판의 미소 판요소를 분리하여 응력 상태를 살펴보면 그림 11(b)와 같이 종방향 압축응력 및 전단응력을 받고 있는 상태가 된다. 합성 박스 단면의 비틀림 강도는 비록 그 두께가 강판에 비하여 매우 두껍게 타설되더라도 콘크리트 슬래브의 전단강도에 의해 지배된다. 그 이유는 전술하였듯이 콘크리트가 가지는 사인장 강도가 강판의 강도에 훨씬 못 미치기

때문이다. 결과적으로 강/콘크리트 합성 박스거더의 극한강도 상호작용은 콘크리트 바닥판의 압축응력과 전단응력의 상호작용을 살펴봄으로써 결정될 수 있다. 즉, 거더에 작용하는 휨모멘트와 그로 인해 콘크리트 바닥판에 발생하는 압축응력의 크기와의 관계, 그리고 거더에 작용하는 비틀림모멘트와 그로 인해 콘크리트 바닥판에 발생하는 전단응력의 크기와의 관계, 이 두 가지 관계를 명확히 규명할 수 있다면 합성거더의 극한강도 상호작용효과를 평가할 수 있게 된다.

그림 11(b)에 보인 콘크리트 바닥판의 2차원 응력상태에 대한 주응력의 크기와 방향은 모아 원(Mohr's circle) 개념으로 그림 11(c)에 보인 것처럼 구해질 수 있다. 발생된 압축응력 및 전단응력의 크기를 그림 11(b)에서 보인 바와 같이 σ 및 τ 로 표기하면 그림 11(c)에 보인 최대 및 최소 주응력의 크기, σ_1 와 σ_2 는 다음 식으로 표현된다.

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma}{2} \pm \sqrt{\frac{\sigma^2}{4} + \tau^2} \quad (4)$$

합성거더가 비틀림하중을 받을 때, 콘크리트 바닥판에서 인장값인 최대 주응력 값 σ_1 이 콘크리트의 인장강도에 도달하거나 압축값인 최소 주응력 σ_2 이 콘크리트의 압축강도에 도달하면 콘크리트 바닥판은 항복(기능정지) 상태에 이르고, 합성거더는 그 비틀림 강도에 도달하게 된다. 이 때, 바닥판에서의 인장 및 압축에 대한 항복의 근거로서 그림 12(a)에 보인 Kupfer 등 (1969)의 2차원 면 부재 파괴 포락선 개념이 유용



(a) 합성폐쇄단면에서의 전단류 (b) 정모멘트구간 응력상태 (c) 주응력상태

그림 11. 휨과 비틀림을 받는 합성거더 바닥판 요소

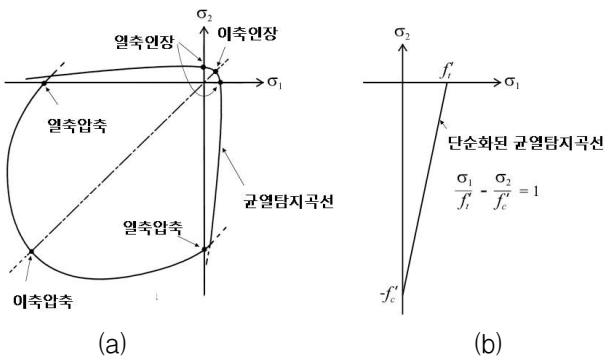


그림 12. 콘크리트 이축응력상태에서 파괴포락선 및 균열탐지곡선

하게 활용될 수 있다. 그림 12(a)에 보인 콘크리트 이축 응력 상태에서의 파괴포락선 및 균열탐지곡선은 이론적 연구 아니라 일련의 실험적 연구에서도 콘크리트 강도의 상호작용 평가에서 널리 채택되고 있다. 이축 항복 상호작용에서 압축과 인장의 상호작용이 일어나는 영역, σ_1 - σ_2 좌표계의 4사분면에 나타나는 균열탐지곡선은 그림 12(b)에서 보인 바와 같이 콘크리트의 압축강도 및 인장강도를 이용하여 직선으로 단순화시킬 수 있다. σ_1 - σ_2 좌표계의 4사분면이 채택된 이유는 본 연구에서 대상으로 하는 콘크리트 바닥판의 주응력값, σ_1 와 σ_2 이 각각 인장($\sigma_1 > 0$) 및 압축($\sigma_2 < 0$)의 상태에 있기 때문이다. 그림 12(b)에 보인 단순화된 균열탐지곡선(simplified crack detection curve)은 다음과 같은 수식으로 표현된다.

$$\frac{\sigma_1}{f_t'} - \frac{\sigma_2}{f_c'} = 1 \tag{5}$$

여기서 f_t' 과 f_c' 은 콘크리트이 인장강도 및 압축강도를 각각 나타낸다. 콘크리트 바닥판에서의 주응력이 각각 인장 및 압축 상태일 때 바닥판 콘크리트가 파괴에 이르지 않기 위해서는 주응력의 상태가 σ_1 의 양의 축, σ_2 의 음의 축, 그리고 균열탐지곡선으로 구성되는 삼각형 영역의 내부에 존재해야 한다. 이를 수식으로 표현하면 다음과 같다.

$$\frac{\sigma_1}{f_t'} - \frac{\sigma_2}{f_c'} \leq 1 \quad (\sigma_1 > 0, \sigma_2 < 0) \tag{6}$$

식 (4)를 식 (6)에 대입하여 정리하면 다음 식 (7)을 얻을 수 있다.

$$\tau \leq \frac{\sqrt{f_t' f_c' (f_t' - \sigma)(f_c' + \sigma)}}{(f_t' + f_c')} \tag{7}$$

식 (7)에서 압축응력 값 σ 는 기호규약에 의해 음의 값을 가

진다. 식 (7)에서 보인 압축강도-전단강도 상호작용 관계식은 합성 박스거더의 휨강도-비틀림강도 상호작용 관계식을 유도 하는데 활용될 수 있다. 비틀림모멘트 T 를 받고 있는 합성 박스거더는 폐합 단면에 작용하는 전단류 이론에 의해 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$T = 2\tau t_c A_{box} \tag{8}$$

여기서, t_c 는 콘크리트 바닥판의 두께, A_{box} 는 강판 및 콘크리트 바닥판의 두께 중심선으로 둘러싸인 폐합 사각단면의 면적을 나타낸다. 휨거동이 고려되지 않을 때 극한 비틀림강도 T_u 는 다음과 같이 결정된다.

$$T_u = 2\tau_u t_c A_{box} \tag{9}$$

여기서 τ_u 는 식 (7)에서 압축응력의 값이 0(zero)일 때 결정되는 최대 전단응력의 값으로 다음과 같다.

$$\tau_u = \frac{f_t' f_c'}{f_t' + f_c'} \tag{10}$$

식 (10)을 이용하고 식 (7)에 보인 전단응력과 압축응력의 관계를 최대 강도를 기준으로 정리하면 다음과 같이 무차원 값으로 표현될 수 있다.

$$\frac{\tau}{\tau_u} \leq \sqrt{\frac{f_c'}{f_t'} \left(\frac{f_t'}{f_c'} - \frac{\sigma}{f_c'} \right) \left(1 + \frac{\sigma}{f_c'} \right)} \tag{11}$$

그림 13에는 콘크리트의 압축강도가 40MPa로 일정할 때 압축강도 대비 인장강도의 비율에 따른 압축강도와 전단강도의 상호 작용 효과를 식 (11)에 의해 계산된 값으로 보여 주고 있다. 일정한 압축강도일지라도 인장강도가 높을수록 식 (10)의

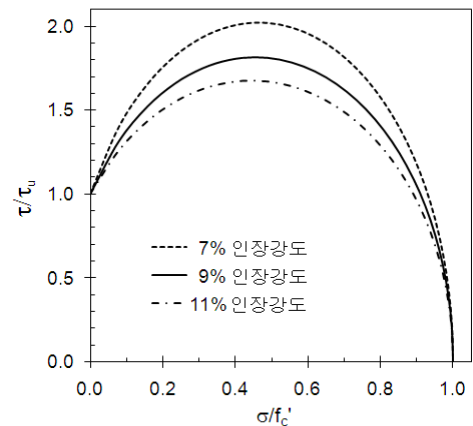


그림 13. 식(11)에 의한 압축응력-전단응력 관계곡선

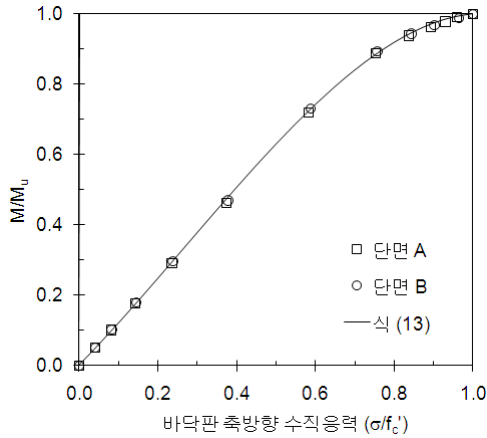


그림 14. 바닥응력-휨모멘트 관계

극한전단강도 τ_u 값도 같이 증가하므로 정규화 값 τ/τ_u 은 더 낮아지는 경향을 그림 13에서 확인할 수 있다.

한편, 합성 박스거더가 받는 휨모멘트와 바닥판에 발생하는 압축응력의 관계는 콘크리트가 항복하지 않는 선형영역에서는 다음과 같은 휨공식으로 규정될 수 있다.

$$M = \sigma S_x \tag{12}$$

여기서 S_x 는 탄성단면계수(elastic section modulus)이다. 그러나 콘크리트가 응력-변형률 관계가 비선형 구간으로 들어서면서 휨모멘트와 압축응력의 관계도 비선형성을 가지게 된다. 완전소성상태가 되었을 때 콘크리트는 항복 상태에 있고, 그 항복상태를 기준으로 소성중립축의 위치 및 완성소성모멘트 크기 등을 계산해 낼 수는 있지만 최초 항복발생상태에서 완전소성상태까지는 응력과 모멘트의 관계는 식 (12)에서 보인 바와 같이 선형적이라고 볼 수 없다. 탄성중립축의 위치가 변하기 시작하는 지점에서 완전소성상태에 이르는 과정까지의 휨모멘트-압축응력의 비선형적 관계를 설정하기 위해 본 연구에서는 비선형 전산 해석의 결과를 활용하였다. 앞서 보인 두 개의 단면 A, B에 대한 순수 휨 극한 거동 해석을 통해 휨모멘트와 압축응력의 관계를 그림 14에 추세선 분석을 통해 제안된 식 (13)과 함께 나타내었다.

$$\frac{M}{M_u} = -0.747 \left(\frac{\sigma}{f_c'} \right)^3 + 0.607 \left(\frac{\sigma}{f_c'} \right)^2 + 1.139 \left(\frac{\sigma}{f_c'} \right) \tag{13}$$

식 (13)은 휨모멘트와 콘크리트 바닥판에 작용하는 압축응력과의 관계를 각각의 극한강도인 M_u 및 f_c' 의 크기를 기준으로 무차원화된 각 값의 상관관계를 3차의 다항식 형태로 규정되었으며 수치해석의 결과가 높은 수준에서 반영되었음을 그림

14에서 확인할 수 있다. 또한 식 (13)의 주어진 영역에서 역함수는 다음과 같다.

$$\frac{\sigma}{f_c'} = 0.888 \left(\frac{M}{M_u} \right)^3 - 0.962 \left(\frac{M}{M_u} \right)^2 + 1.031 \left(\frac{M}{M_u} \right) \tag{14}$$

비틀림모멘트와 콘크리트 바닥판에 작용하는 전단응력과의 관계는 식 (8)과 (9)로부터 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$\frac{T}{T_u} = \frac{\tau}{\tau_u} \tag{15}$$

식 (15)에서 볼 수 있듯이 박스거더에 작용하는 비틀림모멘트와 바닥판에 발생하는 전단응력은 선형의 관계에 있다는 것을 알 수 있다. 식 (14)와 (15)를 식 (11)에 대입하면 합성 박스거더에서 휨과 비틀림의 상관관계를 이론적으로 얻을 수 있다. 앞서 보였던 ABAQUS를 활용한 수치해석적 방법론(numerical methodology)에 의한 박스거더 단면 A, B의 휨-비틀림 극한강도 상호작용과 더불어 본 절에서 서술된 구조해석 이론에 근거한 해석적 방법론(analytical methodology)에 의해 얻어진 결과를 그림 15에 함께 도시하였다. 수치해석적 방법에 의한 값이 해석적 방법에 의한 값에 비해 다소 낮은 강성증가를 보이는데 그 이유로는 전단연결재를 모사한 강봉(rigid bar)와 콘크리트바닥판을 모사한 판요소의 점점 주변에 발생한 응력집중현상에 의해 해석상 파괴강도가 상대적으로 낮게 평가된 것으로 유추될 수 있다. 두 가지 다른 방법에 따른 결과가 다소의 차이를 보이고 있으나 비틀림 강도가 휨 현상에 의해 향상되고, 높은 수준의 휨과 비틀림을 동시에 받으면 각각의 강도는 다소 감소하는 전체적인 경향은 일치하고 있음을 확인할 수 있다.

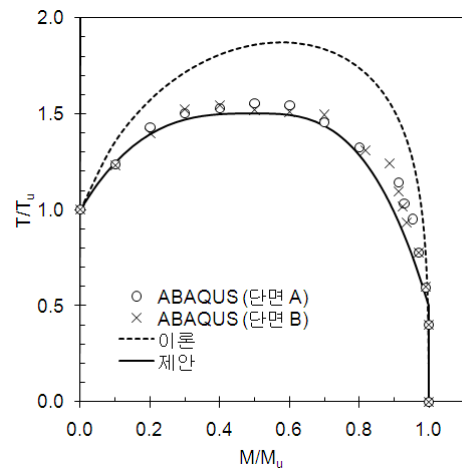


그림 15. 휨-비틀림 극한강도 상호작용곡선

5. 극한강도 상호작용 제안식

구조 부재가 두 가지 이상의 주요거동을 유발하는 외부하중을 받게 되면 각각의 거동에 대한 상호작용을 고려하여 설계를 수행하는 것이 원칙이다. 휨과 비틀림을 동시에 받는 부재의 경우에도 각각의 거동이 구조 부재 전체의 강도에 영향을 받기 때문에 강도상호작용이 고려된 설계가 진행되어야 한다. 콘크리트 바닥판과 강판으로 구성된 합성 박스거더에 정방향 휨(positive flexure)과 비틀림(torsion)이 동시에 발생하면 휨강도는 비틀림 효과가 커질 경우 다소 감소한다. 그러나 비틀림강도는 휨이 없을 때보다 휨이 어느 정도 작용하면 오히려 그 강도가 증가한다. 합성거더의 경우 자중에 의해 정모멘트 구간에서는 항상 콘크리트 바닥판이 종방향 압축상태에 있으므로 이 구간의 비틀림강도는 공칭강도(nominal strength)보다 항상 높게 평가될 수 있다. 그러나 휨강도대비 90% 이상 높은 수준의 휨을 동시에 받을 경우 비틀림강도는 공칭강도는 오히려 감소한다. 이러한 강도 상호작용 효과는 본 연구에서 수치해석적 방법 및 해석적 방법 등 두 가지 방법론에 의해 얻은 결과에 근거하여 다음과 같이 제안된다.

$$0.0 \leq \frac{M}{M_u} \leq 0.5 \text{ 경우 } \frac{T}{T_u} = -4 \left(\frac{M}{M_u} - 0.5 \right)^3 + 1.5 \quad (16a)$$

$$0.5 < \frac{M}{M_u} \leq 1.0 \text{ 경우 } \frac{T}{T_u} = -8 \left(\frac{M}{M_u} - 0.5 \right)^3 + 1.5 \quad (16b)$$

식 (16a) 및 (16b)에서 보인 휨-비틀림에 대한 강도 상호작용 제안식은 수치해석 및 이론에 의한 해석 결과와 비교하여 그림 15에서 보였다. 간편한 형태로 제시된 본 제안식은 합성 박스거더 실무 설계시 고려될 수 있을 것으로 기대된다.

6. 결 론

본 연구에서는 정모멘트구간에 위치하는 강/콘크리트 합성 박스거더가 휨과 비틀림의 조합하중을 받을 때 각각의 극한강도의 상호작용에 대한 고찰을 수행하였다. 합성 박스거더의 극한강도를 얻기 위하여 ABAQUS에서 구현되는 콘크리트 및 강재에 대한 재료 비선형 모델링 기법, Total Lagrangian Formulation에 근거한 기하 비선형 해석 기법, Modified Riks Method에 근거한 균열후 거동 분석 기법 등을 활용하여 비선형 유한요소해석을 수행하였다. 또한 구조해석 이론전개에 근거한 해석적 방법론으로도 합성 박스거더의 휨과 비틀림에 대한 극한 강도를 예측하였다. 수치해석적 및 해석적 방법에 의한 해석 결과에 의하면 각 방법에 의해 예측되는 강도

의 크기에는 다소 차이가 있었지만 일정 수준의 휨작용은 합성 박스거더의 비틀림강도를 향상시키면서도 휨강도의 90% 수준 이상의 큰 휨작용은 비틀림강도를 다시 감소시키는 경향에 대해서는 일치되는 결과를 보였다. 유한요소해석 및 구조해석 이론 전개의 결과 값에 근거하여 강합성 박스거더의 설계 실무에 적용을 목적으로 간편한 형태의 설계식이 제안되었다. 특히 자중만으로도 휨과 비틀림을 동시에 받는 곡선형 강합성 박스거더의 실무설계시 상호작용효과에 의한 공칭강도 감소현상은 설계시 명백히 고려되어 안전성이 검토되어야 한다. 다만 강도증가 효과에 대해서는 보수적인 설계 개념으로 고려되지 않을 수 있으나 그렇다면 경우에 따라 설계 효율성의 상당한 저하가 초래될 수 있을 것이다. 증가된 합성 박스거더의 비틀림강도를 실제 설계에 어떻게 구체적으로 반영할 것인가는 이후 설계 방법론(design methodology) 및 설계 기준 개념(design philosophy)의 논의 진행에 따라 결정될 수 있을 것이다.

참 고 문 헌

김경식, 박종현, 이윤수(2006) 강/콘크리트 합성 제형 박스 거더의 극한강도 상호작용 효과, 2006년도 대한토목학회 학술발표대회 발표논문집, 대한토목학회, pp.698-701.

류형근, 윤석구, 배두병, 장승필(2005) 조밀단면을 갖는 부분 합성보의 극한강도 평가, 대한토목학회 논문집, 대한토목학회, 제25권 제5A호, pp.889-897.

AASHTO (2004) *AASHTO LRFD bridge design specifications*, American Association of State Highway and Transportation Official, Washington, DC.

ABAQUS Inc. (2005) *ABAQUS Analysis user's manual*, Pawtucket, RI.

Baskar, K. and Shanmugan, N.E. (2003) Steel - concrete composite plate girders subject to combined shear and bending, *Journal of Constructional Steel Research*, Vol. 59, No. 4, pp.531-557.

Cosenza, E. (1990) Finite element analysis of reinforced concrete elements in a cracked state, *Computers & Structures*, Vol. 36, No. 1, pp.71-79.

Crisfield, M.A. (1981) A fast incremental/iteration solution procedure that handles snap-through buckling, *Computers and Structures*, Vol. 13, No. 1-3, pp.55- 62.

Foster, S.J., Budiono, B. and Gilbert, R.I. (1996) Rotating crack finite element model for reinforced concrete structures, *Computers & Structures*, Vol. 58, No. 1, pp.43-50.

Frantzeskakis, C. and Theillout, J.N. (1989) Nonlinear

- finite element analysis of reinforced concrete structures with a particular strategy following the cracking process, *Computers & Structures*, Vol. 31, No. 3, pp.395-412.
- Gilbert, R.I. and Warner, R.F. (1978) Tension stiffening in reinforced concrete slabs, *Journal of the Structural Division*, ASCE, Vol. 104, No. ST12, pp.1885-1900.
- Hadidi, R. and Saadeghvaziri, M.A. (2005) Transverse cracking of concrete bridge decks: state-of-the-art, *Journal of Bridge Engineering*, ASCE, Vol. 10, No. 5, pp.503-510.
- Hand, F.D., Pecknold, D.A. and Schnobrich, W.C. (1973) Nonlinear analysis of reinforced concrete plates and shells, *Journal of the Structural Division*, ASCE, Vol. 99, No. ST7, pp.1491-1505.
- Jofriet, J.C. and McNeice, G.M. (1971) Finite-element analysis of reinforced concrete slabs, *Journal of Structural Division*, ASCE, Vol. 97, No. ST3, pp. 785-806.
- Kim, K. and Yoo, C.H. (2006) Ultimate strength interaction of bending and torsion of steel/concrete composite box girders in positive bending, *Advances in Structural Engineering*, Vol. 9, No. 5, pp.707-718.
- Kim, K. and Yoo, C.H. (2008) Ultimate strengths of steel rectangular box beams subjected to combined action of bending and torsion, *Engineering Structures*, Vol. 30, No. 6, pp.1677-1687.
- Kotsovos, M.D. and Spiliopoulos, K.V. (1998) Modelling of crack closure for finite-element analysis of structural concrete, *Computers & Structures*, Vol. 69, No. 3, pp.383-398.
- Lin, C.S. and Scordelis, A.C. (1975) Nonlinear analysis of reinforced concrete shells of general form, *Journal of the Structural Division*, ASCE, Vol. 101, No. ST3, pp.523-238.
- MacGregor, J.G. (1997), *Reinforced concrete: Mechanics and design. 3rd edition*, Prentice Hall, Upper Saddle River, NJ.
- Pi, Y. and Bradford, M.A. (2001) Strength design of steel I-section beams curved in plan, *Journal of Structural Engineering*, ASCE, Vol. 127, No. ST6, pp. 639-646.
- Riks, E. (1979) An incremental approach to the solution of snapping and buckling problems, *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 15, No. 7-B, pp.529- 551.
- Spacone, E. and El-Tawil, S. (2004) Nonlinear analysis of steel-concrete composite structures: state of the art, *Journal of Structural Engineering*, ASCE, Vol. 130, No. 2, pp.159-168.
- Thevendran, V., Chen, S., Shanmugam, N.E. and Liew, J.Y.(1999) Nonlinear analysis of steel-concrete composite beams curved in plan, *Finite Elements in Analysis and Design*, Vol. 32, No. 3, pp.125-139.
- Unger, J.F., Eckardt, S. and Könke, C. (2007) Modelling of cohesive crack growth in concrete structures with the extended finite element method, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 196, No. 41-44, pp.4087-4100.
- Wang, T. and Hsu, T.C. (2001) Nonlinear finite element analysis of concrete structures using new constitutive models, *Computers & Structures*, Vol. 79, No. 32, pp. 2781-2791.
- Yamamoto, T. and Vecchio F.J. (2001) Analysis of reinforced concrete shells for transverse shear and torsion, *ACI Structural Journal*, Vol. 98, No. 2, pp. 191-200.
- Yang, Z.J. and Chen, J. (2005) Finite element modelling of multiple cohesive discrete crack propagation in reinforced concrete beams, *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 72, No. 14, pp.2280-2297.
- Zhang, Y.X., Bradford, M.A. and Gilbert, R.I. (2007) A layered shear-flexural plate/shell element using Timoshenko beam functions for nonlinear analysis of reinforced concrete plates, *Finite Elements in Analysis and Design*, Vol. 43, No. 11-12, pp.888-900.
- (접수일자 : 2010. 7. 16/ 심사일 2010. 7. 27/
게재확정일 2010. 10. 5)