

초기대수 학습 자료 개발¹⁾

- 초등학교 6학년을 중심으로 -

김지영²⁾ · 김해규³⁾

4-가 단계부터 6-나 단계까지의 초등수학 교과서에 제시된 문자 사용 유형을 분석한 결과, 교과서에 제시된 문자 사용 실태가 Küchemann의 문자 사용 6가지 유형 중 유형 1(문자를 수치화합)과 유형 3(문자를 어떤 대상으로 사용함)에 심하게 편중되어 있는 것으로 분석되었는데, 이결과는 강소희, 방정숙(2008, p. 142-143)의 결과와 일치한다. 본 연구에서는 6학년을 담당한 교사들에게는 다양한 유형의 문자 사용 지도를 용이하게 하기 위한 목적으로, 학생들에게는 다양한 유형의 문자 사용 경험을 제공하기 위해서 6-가 단계, 6-나 단계 수학교과서를 중심으로 초기 대수적 관점의 학습 자료를 개발하였다.

[주제어] 수학 교과서 분석, 수학 익힘책 분석, 문자 사용 유형, 초기대수

I. 서론

제7차 교육과정에서 문자와 식의 본격적인 학습은 중학교 1학년에 시작되었지만, 김성준(2003)은 초등에서는 산술만을 가르치고 중등에서 처음으로 대수를 가르치기 때문에 준비기간 없는 갑작스런 형식화로 인해 대수 학습에서 어려움이 발생하고 있으며, 학생들이 대수의 유용성을 인식하지 못한 상태에서 곧바로 문자를 접하고 대수에 대한 이해가 결여된 채 기계적으로 대수기호를 조작하는 것에 초점을 맞추기 때문에 학생들이 대수를 어려워하며 이후 수학학습에 걸림돌이 될 수도 있다고 주장하였다.

더구나, 2007 개정 교육과정에서는 실생활의 문제 해결력을 강화하고, 타 교과와의 연계성을 강화하기 위하여 중학교 1학년에서 배우던 방정식을 초등학교 6학년에 도입함으로써, 6학년 학생들이 대수 학습이나 이후 수학학습에 큰 장애물로 대두될 수도 있을 것이므로 이러한 예견되는 상황을 미리 준비하는 것도 의미 있는 일일 것이다. 김성준(2003)은 초기대수(early algebra)가 이러한 상황을 극복하기 위한 하나의 방법이며, 초기대수는 초등대수(elementary school algebra)와 구분되며, 중등과정에서 학습하는 문자와 기호를 그대로 도입하는 것이 아니라, 중등대수와 관련된 요소를 그 수준에 맞추어 기호화보다 추론 측면에서 강조하는 것이라고 설명하고 있다. 초기 대수와 관련된 선행연구들로는 정진희(2004), 김은혜(2008) 및 강소희, 방정숙(2008)의 연구들을 들 수 있는데, 정진희는 문자 '□'에 관해 4학년 아동들이 범하는 오류를 분석, 김은혜는 초등학교 6학년 학생들의 산술

1) 이 논문은 김지영의 교육학 석사학위예정 논문의 일부분을 재구성한 것임
 2) [제1저자] 제주 동남초등학교
 3) [교신저자] 제주대학교 교육대학 초등수학교육전공

적 사고에서 대수적 사고로의 이행과정에서 나타나는 현상을 분석하였으며, 강소희, 방정숙은 문자 사용 유형에 관한 문헌 검토를 통해 초등학교 6학년 학생들의 문자에 대한 이해도를 조사하였는데, 초등학교 학생들은 상위 수준의 문자 사용 유형일수록 정답률이 낮았으며, 이는 학생들에게 문자와 식(또는 개정 교육과정에서의 규칙성과 문제해결) 영역의 교수·학습이 문자의 여러 가지 유형을 이해하고 사용할 수 있는 방향으로 나아가갈 필요가 있음을 주장하였다. 한편, 권미숙, 김남균(2009)은 교과서의 비례문제들이 학생들의 비례추론 능력과 어떠한 관련이 있는지를 알아보기 위해 교과서의 문제해결 실태를 연구한 결과, 비례 추론 하위 영역 중 가장 정답률이 낮은 영역은 양과 변화에 대한 영역인 두 수 관계를 통해 동치인 비를 생성하고 이를 비교하는 능력은 많이 부족하다고 하였으며, 후속연구로 비례추론 능력을 길러 주기 위한 다양한 경험을 조직적으로 구성하여 교육과정을 구성하여 그 효과를 살펴볼 것을 제안하고 있다.

따라서, 본 연구에서는 Küchemann(1981) 및 김남희(1992, 1997)의 선행 연구를 토대로 하여 초등학교 4-가 단계부터 6-나 단계까지의 수학교과서와 수학 익힘책을 대상으로 하여, 문자 사용 유형을 분석한 후, 6-가 단계와 6-나 단계에서 활용 가능한 초기 대수적 사고를 개발시킬 수 있는 교수·학습 자료를 개발하고자 한다.

II. 이론적 배경

1. 초기 대수 관련 선행 연구

초기 대수와 관련된 선행연구들은 김성준(2003), 김동인(2010), 김은혜(2008), 정진희(2004) 및 강소희, 방정숙(2008)의 연구가 있다. 김성준에 따르면, 우리나라 초등수학 교과서를 분석하여 초기대수와 관련된성을 살펴보면, 우리의 초등수학에서는 다양한 패턴을 다루고 그리고 양의 산술을 제시함으로써 초기대수의 지도 가능성을 포함하고 있으며, 김동인은 우리나라 초등수학과 '초기대수'와의 관련성을 다음과 같이 네 가지로 요약하고 있다:

1. 초등수학 교과서에 제시된 여러 가지 문제 해결 전략은 그 이름은 같지만 학년이 올라감에 따라 서로 다른 형태와 수준으로 제시되고 있다. 이것은 산술에서부터 추론을 통해 대수적 능력을 이끌어내고 이것을 대수와 연결시키려는 것과 같은 맥락으로 보인다. ...
2. 초등학교 교과서에 제시된 다양한 문제 해결 전략에서 우리는 산술과 대수 사이에 존재하는 간격을 생각해 볼 수 있다. ... 산술과 대수간의 간격을 줄이기 위한 노력으로 예상과 확인 전략으로 문제를 해결한 다음, 문제를 일련의 (양적인) 추론으로 해결하고, 이러한 추론에 근거해서 연립방정식을 제시한다면 산술과 대수를 보다 분명하게 하면서 그 연결을 시도할 수 있을 것이다. ...
3. 초등학교 산술은 수의 산술에 집중되어 있으며, 이것은 주로 과정을 강조하면서 진행된다. 이것은 문자를 대상으로 다루어야 하는 대수 학습과는 많은 차이를 보인다. 따라서 산술 학습에서 새로운 대안으로 양의 산술이 제시될 수 있으며, 이를 통해 대상을 인식하고 그 대상에서부터 조작을 시작함으로써, 산술과 대수간의 연결을 구성하고 형식적인 대수 학습에 의미를 부여할 수 있을 것이다. ...

‘초기대수’의 지도는 양의 산술을 통해 과정과 대상을 함께 생각함으로써, 대수와
의 연결을 위해 효과적으로 사용될 수 있을 것이다. …

4. … 산술에서의 방법과 대수에서의 방법을 비교함으로써 대수의 장점을 확인하고,
대수 학습에 동기를 부여할 수 있게 된다. … 다양한 표현을 비교하고 그리고 일
반화의 필요성을 이끌어내면서 우리는 ‘초기대수’와 같은 맥락을 발견할 수 있으
며, 그리고 산술과 대수가 초등수준에서부터 사고 측면에서 함께 지도될 수 있는
가능성을 엿볼 수 있을 것이다(p.7-8).

김은혜(2008)는 초등학교 6학년 학생들의 산술적 사고에서 대수적 사고로의 이행과정에서 나타나는 현상을 분석하였는데, 문제마다 학생들의 전략사용과 식과 기호 사용수준이 다르게 나타났으며 이에 따라 교과서에서 또는 교수학습에서 다양한 문제 상황을 제시하는 것이 필요하며, 대수문제로 변형시켰을 때 대수적인 전략을 사용하는 비율과 일반식을 사용하는 비율이 산술문제를 해결할 때보다 높아졌다고 주장하였다. 정진희(2004)는 1-가 단계에서부터 4-가 단계까지의 초등수학교과서, 익힘책 및 교사용 지도서를 분석하여 문자 ‘□’가 빈칸으로만 사용된 경우와 문자로 사용된 경우로 분석하여 초등학교 4학년 학생들의 문자 ‘□’에 관해 형성할 수 있는 오 개념 요인 5가지를 추출하고 이에 따른 유형을 설정하여 아동들이 범하는 오류를 분석하였으며, 강소희, 방정숙(2008)은 문자 사용 유형에 관한 문헌 검토를 통해 선행 연구된 문헌에서 사용된 6문항과 자체 제작한 12문항, 총 18 문항으로 된 문자 이해 검사지를 이용하여 초등학교 6학년 학생들의 문자에 대한 이해도를 조사하였는데, 초등학교 학생들은 상위 수준의 문자 사용 유형일수록 정답율이 낮게 나와, 이는 학생들에게 문자와 식(또는 개정 교육과정에서의 규칙성과 문제해결) 영역의 교수·학습이 문자의 여러 가지 유형을 이해하고 사용할 수 있는 방향으로 나아갈 필요가 있음을 주장하였다.

그러나 정진희(2004)는 초등수학교과서, 익힘책, 교사용 지도서는 분석하였으나 문자 사용 유형별로 분석하지는 않았으며, 반면 강소희, 방정숙(2008, p. 143)은 변수와 문자에 대한 선행연구(예, Küchemann, 1981; 김남희, 1997)와 초등학교 및 중학교 수학교과서 분석을 토대로 초등학교 6학년 학생 수준에 맞도록 연구자가 개발하였다는 언급은 있으나, 구체적인 분석 내용이 제시되고 있지 않을 뿐만 아니라, 연구의 결론부분에서 언급한 내용과 같이, 초등학교 교사들이나 학생들이 수업 시간에 여러 가지 문자 사용 유형을 이해하고 사용할 수 있는 방향으로 나아갈 필요가 있음을 제안하고 있다.

2. 문자 사용 유형

네이버 백과사전에 의하면 “문자”란 「말이나 소리를 눈으로 볼 수 있도록 적기 위한 일정한 체제의 부호. 넓은 의미로는 시각적 기호를 통하여 인간 상호간의 의사소통을 하기 위한 관습적·규약적 체계를 말한다. 인간의 1차적인 의사소통 방식을 언어(입말)라고 하면 문자는 2차적인 의사소통 방식이다.」라고 진술하고 있다(<http://100.naver.com/100.nhn?docid=65767>). 한편, 반혜진(2005)은 문자는 수와 유사한 성질을 가지면서 일상 언어와도 유사한 성질을 가지고 있기는 하지만 여전히 그 자체만이 유일하게 가지는 독특한 성질이 있다고 기술하고 있을 뿐만 아니라, 본 연구의 목적은 Küchemann(1981) 및 김남희(1992, 1997)의 선행 연구를 토대로 하여 초등학교 4-가 단계부터 6-나 단계까지의 수학교과서와 수학 익힘책을 대상으로 하여, 문자 사용 유형을 분석한 후, 6-가 단계와 6-나 단계에서 활

용 가능한 초기 대수적 사고를 개발시킬 수 있는 교수·학습 자료를 개발하는 것이므로, 본 연구에서의 “문자”의 의미는 김남희(1997)에 의하여 제시된 ‘Küchemann의 문자 사용의 6가지 유형’의 내용을 모두 포함하는 것으로 정의한다. Küchemann(1981)은 대수에서의 문자 사용에 대한 학생들의 이해 수준을 평가하려는 시도를 하였는데, 문자의 다양한 사용법을 위계적으로 분류하여 문자 이해의 4가지 수준⁴⁾을 설정하였다. 그가 밝히고 있는 문자 사용의 6가지 유형은 그 위계적 성질에 따라 <표 1>과 같이 정리된다(김남희, 1997, 재인용).

<표 1> Küchemann의 문자 사용의 6가지 유형(김남희, 1997)

구분	문자 사용의 특징
유형 1	문자를 수치화함
유형 2	문자를 사용하지 않음
유형 3	문자를 어떤 대상으로 사용함
유형 4	문자를 특정한 미지수로 여김
유형 5	문자를 일반화된 수로 여김
유형 6	문자를 변수로 여김

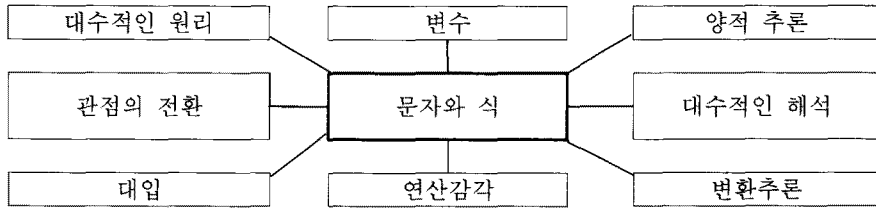
문자 사용 유형에 대한 자세한 설명은 김남희(1997)를 참고하기 바란다.

3. 문자와 식과 관련된 대수적 사고 요소

김성준(2004)은 문자와 식과 관련된 대수적 사고 요소로 대수적인 원리, 변수, 양적 추론, 대수적인 해석, 변환추론, 연산 감각, 대입 및 관점의 전환을 들고 있다. 대수적인 원리는 기존의 수 체계에서 인정된 성질이 유지되도록 수와 연산, 관계를 확장하는 것이며, 변수는 일반화된 수, 다가명사, 변하는 양 등 다양한 의미를 지니게 되며, 양적 추론은 수에 대해서 뿐 아니라 문자 기호에 대해서도 동일하게 작용될 수 있으며, 주어진 상황에서 양의 변화를 파악하여 문자와 식으로 나타내는 데에도 중요한 역할을 하는 것으로 양적 추론은 학교 대수의 학습에서 요구되는 대수적 사고 요소 가운데 하나가 되며, 대수적인 해석은 문제 상황에서 적합한 문자를 선택하여 주어진 상황을 식으로 표현하는 것, 변환 추론은 식의 변형을 통해 동치인 식을 이끌어내는 과정에서 요구되는 사고이며, 연산 감각은 식의 조작에서 사칙 연산과 교환, 결합, 분배법칙 등의 연산법칙과 함께 사용되는 사고 요소이며, 대입은 대수와 산술 사이의 가역적인 관계를 보여주며, 일반화와 특수화 사이의 관계를 확인하는데 중요한 역할을 한다. 관점의 전환은 문제에 제시된 조건으로부터 경우에 따라 부분 또는 전체로 문제를 파악하는 것을 포함한다.

4) Küchemann은 문자 사용의 6가지 유형을 토대로 학생들이 문자를 이해하는 수준을 4가지 수준으로 나누어 설명하고 있다.

- 문자 이해 수준 1: 문자를 유형 1, 2, 3으로 이해하는데, 대수 구문의 이해와 문자식 계산에 있어서 불완전한 능력을 보이는 경우
- 문자 이해 수준 2: 문자를 사용하는 유형에 있어서 수준 1과 같으면서 대수적 기호를 올바르게 사용하고 대수 구문을 바르게 이해하고 있는 경우
- 문자 이해 수준 3: 문자를 미지수로 이해하여 사용할 수 있는 경우
- 문자 이해 수준 4: 문자를 일반화 된 수나 변수로 해석할 수 있는 수준



[그림 1] '문자와 식'과 관련된 대수적 사고 요소(김성준, 2004에서 재인용)

III. 연구문제, 방법 및 절차

1. 연구 문제

- 1) 초등학교 4-가 단계부터 6-나 단계 수학교과서와 수학 익힘책에 사용된 문자 유형을 코딩한 후, 문자 유형을 분석한다.
- 2) 6-가 단계와 6-나 단계 수학교과서에서 활용 가능한 초기대수 학습 자료를 개발한다.

2. 연구 방법 및 절차

- 1) 연구 대상 : 제7차 교육과정 6-가 단계, 6-나 단계 수학교과서
- 2) 연구 기간 : 2009년 3월 ~ 2010년 3월
- 3) 연구 절차

(1) 교육과정 분석

제7차 교육과정의 문자와 식, 규칙성과 함수 영역과 2007 개정 교육과정의 규칙성과 문제해결 영역의 지도 목표, 의의, 내용 체계를 살펴본다.

(2) 초등학교 수학교과서 내용 분석

Küchemann(1981) 및 김남희(1992, 1997)의 선행 연구를 토대로 초등학교 4-가 단계부터 6-나 단계의 수학교과서와 수학 익힘책에 사용된 문자 유형을 6가지로 분류하여 보고, 고른 유형 분포를 보이고 있는지 분석한다.

(3) 초기대수 학습 자료 개발

교과서에서 부족한 문자 사용 유형이 무엇인지 분석한 자료를 토대로 하여 초등학교 6-가 단계, 6-나 단계 수학교과서를 중심으로 초기 대수적 사고를 증진시킬 수 있는 자료를 개발한다.

3. 연구의 제한점

본 연구에서는 문자 사용과 관련된 대수 영역으로 그 내용을 제한하였고, 교과서내의 표에 제시된 빈칸은 문자로 취급하지 않았다. 또한, Küchemann(1981)의 문자 사용 유형 2는 문자를 사용한 조작을 하지 않고 두 식을 비교하여 문제를 해결하는 경우인데, 본 연구의 대상인 4-가 단계에서부터 6-나 단계의 교과서를 분석한 결과 이러한 유형에 해당하는 문항은 찾아 볼 수 없었으나 이와 유사한 경우, 즉 문자를 사용한 조작을 하지 않고 풀이할 수 있는 문항을 발견할 수 있었다. 이러한 경우도 유형 2로 분류하였다.

IV. 연구의 실제

1. 교과서에 사용된 문자 유형 분석

가. 수학 교과서의 문자 사용 유형 분석

초등 교사 3인, 초등 교육 전문가 1인이 초등학교 4가 단계부터 6나 단계까지의 수학 교과서와 수학 익힘책에 사용된 문자를 Küchemann(1981)이 제시한 문자 사용의 6가지 유형으로 분류해 보았다. 어떤 문제에 적용되는 문자에 대한 해석이 항상 명확하게 구분되어 나타나는 것은 아니겠지만 애매한 경우는 Küchemann이 제시한 기준에 따라 초등 교사 3인, 초등 교육 전문가 1인이 논의를 통해 결정하였다.

문자 사용 유형 1은 문자를 수치화하는 경우를 말한다. [그림 2]는 6-가 단계 1. 분수와 소수에 제시된 문항으로 □ 안에 특정한 수치가 들어가므로 문자 사용 유형 1에 해당된다고 볼 수 있다.

◆ 분수를 소수로 써 보시오.

$$\frac{1}{10} = \square, \quad \frac{2}{10} = \square$$

[그림 2] 문자 사용 유형 1이 사용된 문항

문자 사용 유형 2는 문자를 사용한 조작을 하지 않고 두 식을 대조하며 문제를 푸는 경우를 말한다. 교과서를 분석한 결과 이러한 유형에 해당하는 문항은 찾아 볼 수 없었으나 이와 유사한 경우, 즉 문자를 사용한 조작을 하지 않고 풀이할 수 있는 문항을 발견할 수 있었다. 이러한 경우도 유형 2로 분류하였다. [그림 3]은 5-가 단계 1. 배수와 약수에 제시된 문항으로 □, ◇의 조작 없이도 4와 6의 최소공배수를 구함으로써 (어떤 수)를 구할 수 있는 경우이다. 따라서 이러한 경우들은 유형 2로 분류하였다.

◆ 어떤 수를 4로 나누어도 3이 남고, 6으로 나누어도 3이 남습니다. 어떤 수 중에서 가장 작은 수를 알아보시오.

$$(\text{어떤 수}) \div 4 = \square \cdots 3$$

$$(\text{어떤 수}) \div 6 = \diamond \cdots 3$$

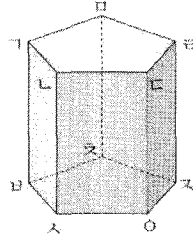
[그림 3] 문자 사용 유형 2가 사용된 문항

문자 사용 유형 3은 문자를 어떤 대상으로 사용하는 경우이다. 따라서 문자를 어떤 대상에 대한 약호로써 또는 어떤 대상을 대신하는 것으로서 문자를 인식하는 경우를 말한

5) 5-가 단계 1. 배수와 약수에 제시된 문항으로 □, ◇의 조작 없이도 4와 6의 최소공배수를 구함으로써 (어떤 수)를 구할 수 있는 경우

다. [그림 4]은 6-가 단계 2. 각기둥과 각뿔에 제시된 문항으로 옆면의 이름을 묻고 있다. 이는 다카이름으로서 문자의 사용이라 볼 수 있으므로 문자 사용 유형 3에 해당된다.

◆ 각기둥에서 옆면을 말하여 보시오.



[그림 4] 문자 사용 유형 3이 사용된 문항

문자 사용 유형 4는 문자를 특정하지만 알고 있지는 않은 수로 사용하는 경우를 말한다. [그림 5]는 6-가 단계 7. 비례식에 제시된 문항으로서 첫 번째 물음 ‘외항의 곱을 곱셈식으로 나타내어 보시오’는 $3 \times \square$ 이고 이것은 특정하지만 현재는 알고 있지 않은 미지수라고 볼 수 있으므로 문자 사용 유형 4에 해당된다.

◆ 비례식 $3 : 4 = 9 : \square$ 에서 \square 를 구하여 보시오.

- 외항의 곱을 곱셈식으로 나타내어 보시오.(유형 4)
- 내항의 곱을 곱셈식으로 나타내어 보시오.
- 외항의 곱과 내항의 곱을 등식으로 나타낼 수 있습니까?
- 외항의 곱과 내항의 곱을 등식으로 나타내고 \square 를 구하여 보시오.

[그림 5] 문자 사용 유형 4가 사용된 문항

문자 사용 유형 5는 문자를 일반화된 수로 여기는 경우를 말한다. [그림 6]은 5-가 단계 1. 배수와 약수에 제시된 문항으로서 ‘짝수 + 1’, ‘홀수 + 1’에서 ‘짝수’, ‘홀수’는 어떤 대상이라기보다는 짝수, 홀수 전체집합을 뜻하는 것이기에 일반화된 수로 여기고 있음을 알 수 있다. 따라서 [그림 6]은 문자 사용 유형 5가 사용된 문항이라고 볼 수 있다.

◆ \square 안의 수가 짝수일 때에는 ‘짝’, 홀수 일 때에는 ‘홀’이라고 \square 안에 써 넣으시오.

$$(\text{짝수})+1=\square \quad (\text{홀수})+1=\square$$

[그림 6] 문자 사용 유형 5가 사용된 문항

문자 사용 유형 6은 문자를 변수로 여기는 경우를 말한다. [그림 7]은 6-나 단계 7. 연비에 제시된 문항으로서 $\square = \triangle + 3$ 이라는 관계식을 유도하고 있다. 여기에서 \triangle , \square 는 변수의 개념으로 사용되었다고 볼 수 있기 때문에 문자 사용 유형 6이 사용된 문항이라고 볼 수 있다.

◆ 동생의 나이는 13살이고, 누나의 나이는 16살입니다. 동생의 나이와 누나의 나이의 관계를 알아보시오.

- 누나는 동생보다 몇 살이 더 많습니까?
- 동생이 14살이 되면 누나는 몇 살입니까?
- 동생이 15살이 되면 누나는 몇 살입니까?
- 동생이 16살이 되면 누나는 몇 살입니까?
- 표를 만들어 동생과 누나 나이의 관계를 알아보시오.

동생의 나이(Δ)	13	14	15	16
누나의 나이(\square)	16			

- 동생과 누나의 나이의 관계를 Δ , \square 를 사용하여 식으로 나타내시오.

(유형 6)

- 왜 그렇게 생각합니까?

[그림 7] 문자 사용 유형 6이 사용된 문항

초등학교 4학년부터 6학년까지의 수학교과서와 수학 익힘책에 사용된 문자 유형을 분석해 보면 <표 2>와 같다.

<표 2> 4-가에서 6-나 단계 교과서까지의 문자 사용 유형 분석 자료

학년	교과서	유형						비고
		1	2	3	4	5	6	
4	4-가 단계 수학	208		18				
	4-가 단계 수학익힘책	682	0	11	0	12	0	
	4-나 단계 수학	40	24	53	0	0	12	
	4-나 단계 수학익힘책	282	0	66	0	0	22	
5	5-가 단계 수학	172	4	38	0	1	0	
	5-가 단계 수학익힘책	664	0	22	0	4	0	
	5-나 단계 수학	201	0	208	0	0	0	
	5-나 단계 수학익힘책	455	0	245	0	4	0	
6	6-가 단계 수학	218	0	37	2	8	0	
	6-가 단계 수학익힘책	629	0	162	0	0	0	
	6-나 단계 수학	404	0	8	0	0	3	
	6-나 단계 수학익힘책	601	0	21	0	0	10	
합 계		4,556	28	889	2	29	47	

고학년에 올라갈수록 문자이해수준이 높은 유형 4, 유형 5, 유형 6을 이용한 활동이 많이 제시되어야 함에도 불구하고 제7차 교육과정에서는 그러하지 못한 실정이다. 단순히 문자가 무엇인가를 대신하는 자리지기로서의 사용은 학생들이 문자를 제대로 이해하지 못하게 한다. 김남희(1997)가 지적했듯이, 변수 개념의 풍부한 의미가 살아나지 못한 채 단지 그 표면적인 기호 학습에 의존하다보면 학습의 맥락은 문맥으로부터 벗어난 빈약한 상태로 이루어지게 되고 결국 변수에 대한 알고리즘이 기계적인 학습만이 남게 될 것이다. 따라서 초등학교 교과서에서 문자에 대해 다양하게 다룰 필요가 있으며 이와 함께 고학년에서는 문자 이해 수준에 따라 순차적으로 문자의 다양한 의미를 도입해야 한다.

나. 자료 개발에 주는 시사점

문자 사용의 필요성을 알고, 문자가 나타내는 대상이나 주어진 맥락에서 문자를 의미있게 다루어 문자의 본질과 그 의미를 충분히 경험할 수 있도록 다양한 상황을 제시한다. 그리고 6-가 단계, 6-나 단계 교과서를 응용하여 자료를 개발할 때에는 유형 1과 같이 단순한 자리지기로서의 문자 사용보다는 유형 2(문자를 사용하지 않음), 유형 3(문자를 어떤 대상으로 사용함), 유형 4(문자를 특정한 미지수로 여김), 유형 5(문자를 일반화된 수로 여김), 유형 6(문자를 변수로 여김)과 같이 다양한 유형의 문자 사용이 가능한 문제를 개발하여 학생들이 다양한 문자 유형을 접하는 기회를 마련해주어야 할 필요성이 있을 것으로 진단된다.

2. 자료 개발의 실제

가. 자료 개발 대상

본 연구의 자료 개발 대상은 제7차 교육과정 6-가 단계, 6-나 단계의 수학교과서에 사용된 모든 제재이다. 4-가 단계에서 6-나 단계까지의 교과서 문항 분석 결과 중 부족한 문자 유형의 사용 증진을 위한 학습 자료를 개발하고자 하였다.

나. 자료 개발 방향

김남희(1997)의 연구를 참고하여 자료 개발 시, 실세계의 변하는 대상에 대한 풍부한 경험을 제공하고, 변하는 대상을 수학적으로 처리 가능하도록 문자화해 나가는 단계를 의식화시키며, 특수에서 일반, 일반에서 특수로의 상호 전환의 과정을 위한 자료를 개발하되, 다양한 문자 유형을 사용할 수 있는 문항을 개발하여 학습자에게 의미있는 경험을 제공하고자 한다. 자료를 제시할 때에는 [그림 8]과 같이 프로그램에 대한 제 목표를 사용하여 자료를 활용할 수 있는 학년, 학기, 관련 단원, 교과서 해당 차시의 문자 사용 유형, 자료에 제시된 문자 사용 유형, 대수적 사고 요소를 안내함으로써 자료의 활용도를 높이고자 한다.

자료번호	관련단원	교과서의 문자 사용 유형	개발된 자료의 문자 사용 유형	관련된 대수적 사고 요소
6-1-1-1	1. 분수와 소수	유형 1	유형 4	대수적인 원리

[그림 8] 프로그램 제목표

참고로 [그림 8] 프로그램 제목표에 나와 있는 내용을 살펴보면 '6-1-1-1'은 6학년 1학기 1단원 첫 번째 자료라는 의미이고, 관련단원은 1. 분수와 소수이며, 교과서에는 문자 유형 1이 사용되었으나 본 연구에서 개발된 자료에서는 문자 사용 유형 4에 해당되는 활동이 제시됨을 알 수 있다. 그리고 관련된 대수적 사고 요소는 활동을 통해 산술의 일반화를 추구하고 있기 때문에 '대수적인 원리'임을 알 수 있다.

다. 연구된 자료의 예

자료번호	관련단원	교과서의 문자 사용 유형	개발된 자료의 문자 사용 유형	관련된 대수적 사고 요소
6-1-1-3	1. 분수와 소수	유형 1	유형 1, 유형 4	대수적인 원리, 대입

◆ 공부할 문제

소수를 분수로 나타내어 봅시다.

※활동1

소수 한 자리 수를 분수로 나타내는 방법을 알아봅시다.

- 소수를 분모가 10인 분수로 써 보시오. (유형 1)

$$0.2 = \frac{\square}{10},$$

$$0.3 = \frac{\square}{10},$$

$$0.4 = \frac{\square}{10}$$

- 위에서 활동한 것을 바탕으로 하여 빈 칸에 알맞게 써 보시오. (유형 4)

$$0. \star = (\quad)$$

- 위에서 세운 식을 바탕으로 \star 대신에 다양한 수를 넣어보고 항상 옳은 식인지 검토하여 보시오. (유형 1, 4)

※활동2

대분수를 소수로 나타내어 보시오.

- 소수를 분수로 써 보시오.(유형 1)

$$2.4 = \square \frac{\square}{10},$$

$$2.9 = \square \frac{\square}{10}$$

- 위에서 활동한 것을 바탕으로 하여 빈 칸에 알맞게 써 보시오. (유형 4)

$$\square. \star = (\quad)$$

- 위에서 세운 식을 바탕으로 \square , \star 대신에 다양한 수를 넣어보고 항상 옳은 식인지 검토하여 보시오. (유형 1, 4)

< 교사용 안내 자료 >

1. 개요

기존의 교과서는 소수 한 자리 수를 분수로, 소수 두 자리 수를 분수로 나타내어 보고, 마지막으로 자연수가 있는 소수를 분수로 나타내어 보는 문자 사용 유형 1인 문항이 제시되어 있다. 하지만 개발한 자료에서는 소수 한 자리 수를 분모가 10인 분수로 나타내는 방법, 자연수 부분이 있는 소수를 분수로 나타내는 방법을 일반화시키는데 목적이 있다. '소수를 분모가 10인 분수로 써 보시오.'와 같은 문항을 제시하여 문자 사용 유형 1을 경험하도록 하였고, 이를 바탕으로 0. ☆ = ()을 해결하도록 하여 문자를 특정한 미지수로 다루는 경험을 하도록 자료를 개발하였다.

먼저 수를 제시한 다음 수를 대신하여 문자를 도입하는 방식을 취했기 때문에 대수적 사고 요소 중 대수적인 원리와 관련이 있으며, '위에서 세운 식을 바탕으로 □, ☆ 대신에 다양한 수를 넣어보고 항상 옳은 식인지 검토하여 보시오.'라는 문항을 제시하여 변수에 수를 대입하여 특수화를 경험하도록 하였다.

소수를 분수로 나타내어 보시오

소수 한 자리 수를 분모가 10인 분수로 나타내어 보시오.

소수를 분모가 10인 분수로 나타내시오.

0.2 = □/□, 0.3 = □/□, 0.7 = □/□, 0.8 = □/□, 0.9 = □/□

분수를 기약분수로 나타내시오.

0.2 = □/□, 0.3 = □/□, 0.7 = □/□, 0.8 = □/□, 0.9 = □/□

소수를 기약분수로 나타내시오.

0.2 = □/□, 0.3 = □/□, 0.7 = □/□, 0.8 = □/□, 0.9 = □/□

소수 두 자리 수를 분수로 나타내어 보시오.

소수를 분모가 100인 분수로 나타내어 보시오.

0.08 = □/□, 0.45 = □/□

분수를 기약분수로 나타내시오.

0.08 = □/□, 0.45 = □/□

소수를 기약분수로 나타내시오.

0.08 = □/□, 0.45 = □/□

소수를 분수로 나타내어 보시오.

24 = □/□, 20 = □/□

소수를 분수로 나타내어 보시오.

2.3 = □/□, 2.9 = □/□

분수를 기약분수로 나타내어 보시오.

2.3 = □/□, 2.9 = □/□

소수를 기약분수로 나타내어 보시오.

2.3 = □/□, 2.9 = □/□

소수를 분수로 나타내어 보시오.

소수를 분수로 나타내어 보시오. (문제 설명)

일정한 것을 생각하여, 소수를 분수로 나타내는 방법을 생각해 보시오.

소수를 기약분수로 나타내어 보시오.

0.2 = □/□, 1.09 = □/□

0.15 = □/□, 0.38 = □/□

< 현행 교과서 >



♥ 공부할 문제 소수를 분수로 나타내어 봅시다.

※활동1 소수 한 자리의 수를 분수로 나타내는 방법을 알아봅시다.

- 소수를 분모가 10인 분수로 써 보시오.(유형 1)

D. 2 = $\frac{\triangle}{10}$, D. 3 = $\frac{\bigcirc}{10}$, D. 4 = $\frac{\square}{10}$

- 위에서 활동한 것을 바탕으로 하여 빈 칸에 알맞게 써 보시오.(유형 4)

D. ☆ = ()

- 위에서 세운 식을 바탕으로 ☆ 대신에 다양한 수를 넣어보고 항상 옳은 식인지 검토하여 보시오.(유형 1, 4)

※활동2 대분수를 소수로 나타내어 보시오.

- 소수를 분수로 써 보시오.(유형 1)

2. 4 = $\triangle \frac{\square}{10}$, 2. 9 = $\bigcirc \frac{\diamond}{10}$

- 위에서 활동한 것을 바탕으로 하여 빈 칸에 알맞게 써 보시오.(유형 4)

□ ☆ = ()

- 위에서 세운 식을 바탕으로 □ ☆ 대신에 다양한 수를 넣어보고 항상 옳은 식인지 검토하여 보시오.(유형 1, 4)

< 자료 6-1-1-3 >

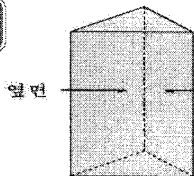
2. 유의점

- 소수를 분수로 나타낼 때의 규칙은 진분수에 한하여 성립함을 알게 한다.
- 문자를 나란히 쓰는 경우는 두 문자를 곱한다는 의미이기 때문에 0. ☆ △는 소수 두 자리 수가 아님을 학생들에게 안내한다.

자료번호	관련단원	교과서의 문자 사용 유형	개발된 자료의 문자 사용 유형	관련된 대수적 사고 요소
6-1-2-4	2. 각기등과 각뿔	유형 3	유형 1, 유형2, 유형 3, 유형 6	대수적인 원리, 변수, 대입

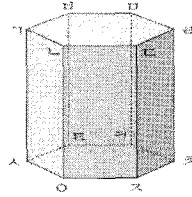
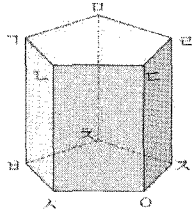
♥ 공부할 문제 각기등에 대하여 알아봅시다.

§약속§



왼쪽 그림과 같이 밑면에 수직인 면을 옆면이라고 합니다.

※활동1 각기둥에서 옆면을 각각 말하여 보시오. (유형 3)



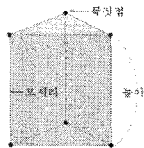
※활동2 표에 알맞은 수를 써 넣으시오.

	삼각기둥	사각기둥	오각기둥	육각기둥
옆면의 수				

※활동3 위의 표를 보고 답해 보시오.

- 십각기둥의 옆면은 모두 몇 개입니까?
- 이십각기둥의 옆면은 몇 개입니까?
- □각기둥의 옆면은 몇 개입니까? (유형 6)

§약속§



각기둥에서 면과 면이 만나는 선을 모서리라 하고, 모서리와 모서리가 만나는 점을 꼭짓점이라고 하며, 두 밑면 사이의 거리를 높이라고 합니다.

※활동4 각기둥에서 모서리의 수와 꼭짓점의 수를 각각 조사하여 보시오.

	삼각기둥	사각기둥	오각기둥	육각기둥
모서리의 수				
꼭짓점의 수				

- 이십 각기둥의 모서리, 꼭짓점은 각각 몇 개입니까?
- ○각기둥의 모서리, 꼭짓점은 몇 개입니까?
- 꼭짓점의 개수를 V, 모서리의 개수를 E, 면의 개수를 F라 할 때, $V-E+F$ 는 얼마입니까? (유형 1)

- 오각기둥에서도 위의 식이 성립합니까?
- 꼭짓점의 개수를 V , 모서리의 개수를 E , 면의 개수를 F 라 할 때, 어떤 도형의 $V + F = 14$ 로 표현됩니다. 이 때, 모서리의 개수는 얼마입니까? (유형 1, 2)


< 교사용 안내 자료 >

1. 개요


기존의 교과서는 밑면, 옆면, 모서리, 꼭짓점을 약속하고 도형을 보며 해당하는 것을 말해 보는 문자 사용 유형 3에 한정되게 구성되어 있다. 이를 응용한 자료에서는 각기둥의 이름과 옆면의 수, 모서리의 수, 꼭짓점의 수와의 관계에 있어 규칙성을 찾아보도록 하였다. '십각기둥의 옆면은 모두 몇 개입니까?', 이십각기둥의 옆면은 몇 개입니까?, □각기둥의 옆면은 몇 개입니까?'와 같은 문항을 제시하여 산술의 일반화, 대수적인 원리를 경험하도록 하였다. '□각기둥의 옆면은 몇 개입니까?'와 같은 문항은 □에 따라 옆면의 수가 달라지므로 문자를 변수로 보는 경우에 해당된다. 따라서 문자 사용 유형 6에 해당된다. 'V-E+F는 얼마입니까?'라는 문항을 제시하여 대입의 방법을 통해 유형 1을 경험해 보도록 하였고, V-E+F=2라는 식으로부터 'V + F = 14 일 때, 모서리의 개수는 얼마입니까?'라는 문항을 제시함으로써 유형 1, 유형 2를 경험하도록 하였다.

각기둥에 대하여 알아봅시다.

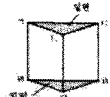
공통한 것들 다시 생각하기
직육면체에서 공통한 것을 생각해 보세요.



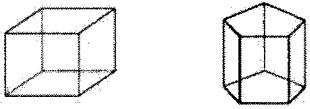
각기둥에서 서로 만나지 않는 면을 알아보세요.
 * 서로 만나지 않는 두 면을 짝지어 보세요.
 * 서로 만나지 않는 두 면을 포함해도 될까요? 보세요.




오른쪽 그림과 같이 밑면에 수직인 면을 생각해 보세요.



각기둥에서 밑면에 직을 생각해 보세요.

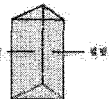


각기둥에서 밑면의 수직인 면을 알아보세요.

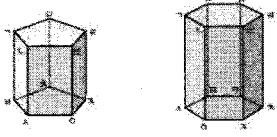


밑면을 과감적으로 잘라 보세요.
밑면의 수직인 면을 모두 생각해 보세요.

오른쪽 그림과 같이 밑면에 수직인 면을 생각해 보세요.



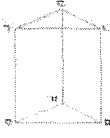
각기둥에서 옆면을 직각 생각해 보세요.



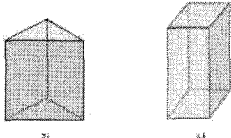
< 현행 교과서 >

※ 각기둥에서 면과 면, 선과 선이 만나는 곳을 알아보세요.

- 면과 면이 만나는 선을 **모서리**라고 표시하여 보세요.
- 선과 선이 만나는 곳을 **꼭짓점**으로 표시하여 보세요.
- 두 일면 사이의 거리는 어디를 지면 된다고 생각하십니까?
- 왜 그렇게 생각하십니까?

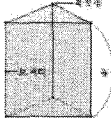


※ 각기둥의 이름을 알아보세요.




- 일면의 모양은 각각 어떤 도형일까요?
- 도형과 너의 이름은 무엇이라고 생각하십니까?
- 왜 그렇게 생각하십니까?

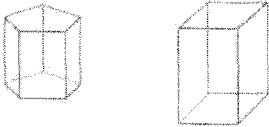
※ 각기둥에서 면과 면이 만나는 선을 모서리라고 하고, 모서리와 모서리가 만나는 점을 꼭짓점이라고 하며, 두 일면 사이의 거리를 높이라고 합니다.



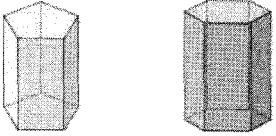
※ 각기둥은 일면의 모양에 따라 삼각기둥, 사각기둥, 오각기둥, ... 이라고 합니다.



※ 각기둥에서 높이를 잴 수 있는 모서리의 수를 알려주세요.

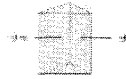


※ 각기둥의 이름을 알아주세요.




< 현행 교과서 >

※ 공부할 문제 각기둥에 대하여 알아봅시다.

※ 단속 1  왼쪽 그림과 같이 일면에 수직인 면을 잘라서라고 합니다.

※ 활동 1 각기둥에서 일면을 각각 잘라내어 보세요. (유형 3)

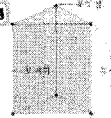


※ 활동 2 표에 알맞은 수를 채워서요.

	삼각기둥	사각기둥	오각기둥	육각기둥
일면의 수				

※ 활동 3 위의 표를 보고 답해 보세요.

- 삼각기둥의 일면은 모두 몇 개입니까?
- 이십각기둥의 일면은 몇 개입니까?
- □각기둥의 일면은 몇 개입니까? (유형 5)

※ 단속 2  각기둥에서 면과 면이 만나는 선을 모서리라고 하고, 모서리와 모서리가 만나는 점을 꼭짓점이라고 하며, 두 일면 사이의 거리를 높이라고 합니다.

※ 활동 4 각기둥에서 모서리의 수와 꼭짓점의 수를 각각 조사하여 보세요.

	삼각기둥	사각기둥	오각기둥	육각기둥
모서리의 수				
꼭짓점의 수				

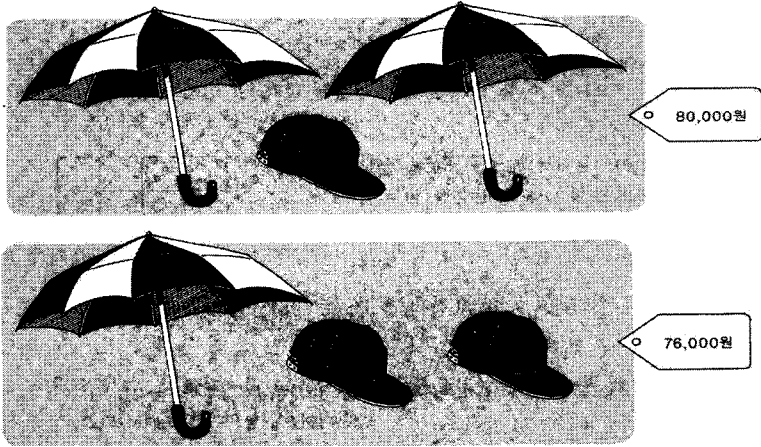
- 이십각기둥의 모서리, 꼭짓점은 각각 몇 개입니까?
- □각기둥의 모서리, 꼭짓점은 몇 개입니까?
- 꼭짓점의 개수를 V, 모서리의 개수를 E, 면의 개수를 F라 할 때, $V - E + F$ 는 얼마입니까? (유형 1)
- 오각기둥에서도 위의 식이 성립하니까?
- 꼭짓점의 개수를 V, 모서리의 개수를 E, 면의 개수를 F라 할 때, 어떤 도의 $V + F = 14$ 으로 표현됩니다. 이 때, 모서리의 개수는 얼마입니까? (유형 1)

< 자료 6-1-2-4 >

2. 유의점
- $V - E + F = 2$ 라는 식으로부터 'V + F = 14 일 때, 모서리의 개수는 얼마입니까?'라는 문항을 대입의 방법으로 풀 때, 학생들이 어려워 할 수 있으므로 다양한 예를 제시하여 안내한다.

자료번호	관련단원	교과서의 문자 사용 유형	개발된 자료의 문자 사용 유형	관련된 대수적 사고 요소
6-2-8-16	8. 문제 푸는 방법 찾기	.	유형 1, 유형 2, 유형 3, 유형 4	대입, 대수적인 해석

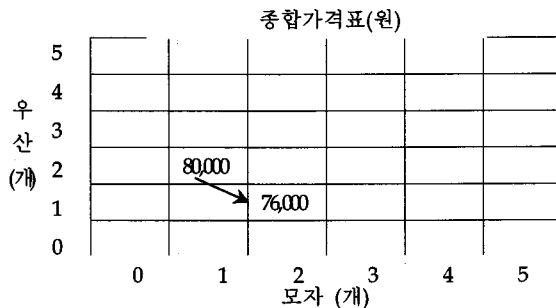
공부할 문제 문제 해결 방법을 비교하여 봅시다.



※활동1 예상과 확인의 방법으로 문제를 해결하여 봅시다.

- 모자와 우산 중에서 어느 것이 얼마나 더 비싼가요?
- 우산 한 개와 모자 한 개는 각각 얼마인가요?

※활동2 표를 이용하여 문제를 풀어 봅시다.



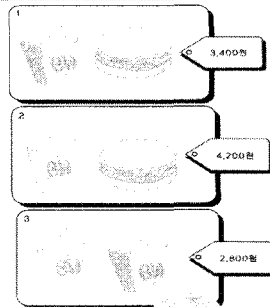
- 위의 표를 완성하여 보시오.
- 화살표를 따라 내려오면서 가격은 얼마씩 내려갑니까?

- 화살표를 따라 옮기기 전의 가격을 □라고 할 때 옮긴 후의 가격은 어떻게 표현할 수 있습니까? (유형 4)
- 모자 한 개와 우산 한 개는 각각 얼마입니까? 활동 1의 답과 같습니까?

※활동3 문제를 해결 방법을 비교하여 봅시다.

- 활동 1과 활동 2의 해결 방법 중에서 어떤 방법이 이 문제를 해결하기에 더 좋다고 생각합니까?
- 왜 그렇게 생각합니까?
- 또 다른 방법이 있는지 찾아서 그 방법으로 해결하여 보시오.

주문	감자튀김	콜라	햄버거	합계(원)
1	1	0	1	3,400
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				



※활동4 문제를 해결하여 봅시다.

- 그림 1, 그림 2, 그림 3을 보고, 감자튀김, 콜라, 햄버거의 가격을 예상과 확인의 방법으로 구해 보시오.
- 그림을 보고 주문 2와 주문 3을 수첩에 적어 보시오.
- 감자튀김, 콜라, 햄버거 1개의 가격을 각각 □, △, ○라고 할 때, 주문 1, 주문 2, 주문 3에 알맞은 식을 세워 보시오. (유형 3)
- 주문표에서 $(\square + \triangle + \circ) \times 2 = 10,400$ 원임을 알 수 있습니다. 그렇다면, $\square + \triangle + \circ$ 는 얼마입니까?
- 감자튀김, 콜라, 햄버거의 가격은 각각 얼마입니까? (유형 1, 유형 2)
- 예상과 확인의 방법과 주문 수첩(표)을 이용하는 방법 중 어떤 방법이 이 문제를 해결하기에 더 좋다고 생각합니까?
- 왜 그렇게 생각합니까?


- 또 다른 방법이 있는지 찾아서 그 방법으로 해결하여 보시오.

< 교사용 안내 자료 >

1. 개요

기존의 교과서에서는 6학년 나 단계 8. 문제 푸는 방법 찾기 단원을 통틀어서 문자 유형 1이 2개, 문자 유형 3이 3개 밖에 사용되지 않았다. 6학년 가 단계에서도 지적했듯이 '문제 푸는 방법 찾기' 단원은 실생활 관련 소재를 다양한 방법으로 다루기에 가장 적절한 단원임에도 불구하고 이러한 현실은 대수 학습에 있어 안타까운 일이라 할 수 있다. 따라서 MiC 교육과정의 소재를 도입하여 모자와 우산의 가격을 예상과 확인, 표를 만들어 해결하기의 방법으로 풀어보도록 하였고, 감자튀김, 콜라, 햄버거 1개의 가격을 예상과 확인, 주문표를 만들어 해결하기의 방법으로 풀어보도록 하였다. '화살표를 따라 옮기기 전의 가격을 □라고 할 때 옮긴 후의 가격은 어떻게 표현할 수 있습니까?'와 같은 문항을 제시하여 문자를 특정한 미지수로 여기는 문자 사용 유형 4를 경험하도록 하였고, '감자튀김, 콜라, 햄버거 1개의 가격을 각각 □, △, ○라고 할 때, 주문 1, 주문 2, 주문 3에 알맞은 식을 세워 보시오.'라는 문항을 제시하여 문자를 어떤 대상으로 여기는 문자 사용 유형 3을 경험해 보도록 하였다. 또한 '감자튀김, 콜라, 햄버거의 가격은 각각 얼마입니까?'라는 문항을 제시하여 문자에 값을 구한 수치를 대입하고 특정한 문자는 사용하지 않으면서 유형 1과 유형 2의 문자를 사용할 수 있도록 하였다. 따라서 대수적 사고요소 중 대입과 관련이 있으며, 주어진 상황을 식으로 표현하도록 함으로써 대수적인 해석과 관련되어 있음을 알 수 있다.

문제 해결 방법을 비교하여 보시오. (1)



현행에서 알아보기

남자가 3000 원 값을 배추, 무, 고추를 샀습니다. 배추는 남 전체의 $\frac{1}{3}$ 를, 무는 그 나머지의 $\frac{1}{2}$ 에 샀습니다. 고추는 배추와 무를 합친 남은 나머지의 $\frac{1}{2}$ 에 샀습니다.

아무것도 샀지 않은 남의 값은 얼마인지 알아보시오.

활동 1 그림을 그려서, 아무것도 샀지 않은 남의 값을 알아보시오.

● 원주 남의 모습을 그려서 생각해 보시오.

--	--	--	--

● 적당한 색을 분해서 배추를 샀은 남을 표시하여 보시오.

● 같은 방법으로 무와 고추를 샀은 남을 각각 표시하여 보시오.

● 아무것도 샀지 않은 남은 전체의 몇 분의 몇입니까?

● 아무것도 샀지 않은 남은 몇 원입니까?

● 식을 만들어, 앞의 문제를 해결하여 보시오.

- 남 전체를 1이라고 생각하시오.
- 배추를 샀은 남의 값은 전체의 얼마입니까?
- 무를 샀은 남의 값은 전체의 얼마인지 식을 만들어 알아보시오.
- 고추를 샀은 남의 값은 전체의 얼마인지 식을 만들어 알아보시오.
- 배추, 무, 고추를 샀은 남의 값을 모두 더하면 남 전체 값의 얼마입니까?
- 아무것도 샀지 않은 남은 전체의 얼마라고 할 수 있습니까?
- 아무것도 샀지 않은 남은 몇 원입니까?

● 활동 1과 활동 2의 해결 방법을 비교하여 보시오.

● 활동 중에서 어느 방법이든 더 간단한 것이 더 좋다고 생각합니까?

● 왜 그렇게 생각합니까?

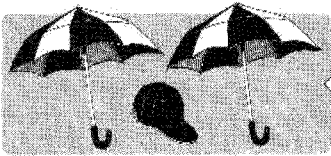
활동 2

● 여러 가지 방법으로 다음 문제를 해결하여 보시오.

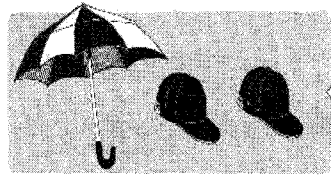
3.5원짜리 콜라의 디스크와 용량이 1.1리터짜리 우유입니다. 이제까지 집에 용량의 $\frac{1}{2}$ 을 사용하고, 오늘은 남은 용량의 $\frac{1}{4}$ 을 사용하였습니다. 남은 용량은 몇 리터가 됩니까?

< 현행 교과서 >

탐색문제 문제 해결 방법을 비교하여 봅시다.



96,000원



78,000원

활동지 예상과 꼭인의 방법으로 문제를 해결하여 봅시다.

동할가격드(원)

5					
4					
3					
2					
1					
0					

오자 (개)

- 위의 표를 완성하여 보시오.
- 화살표를 따라 내려오면서 가격은 얼마씩 내려갑니까?
- 화살표를 따라 올라가면 가격의 □라고 할 때 옮긴 후의 가격은 어떻게 표현할 수 있습니까(자유형)?
- 오자 한 개와 우산 한 개는 각각 얼마입니까? 활동 1의 답과 같습니까?

활동지3 문제 해결 방법을 비교하여 봅시다.

- 활동 1과 활동 2의 해결 방법 중에서 어떤 방법이 이 문제를 해결하기에 더 좋다고 생각합니까?
- 왜 그렇게 생각합니까?
- 또 다른 방법이 있는지 찾아서 그 방법으로 해결하여 보시오.

< 자료 6-2-8-16 >

2. 유의점

- 예상과 확인, 표 만들기 전략뿐만 아니라 문제 풀이 시 학생들의 창의적인 해결 방법을 수용하여 수학적 사고력을 증진시키도록 한다.

V. 결론 및 제언

1. 결론

본 연구에서는 6학년을 담당하는 교사들에게는 현재보다 더 쉽게 문자 사용을 지도할 수 자료를 개발하기 위하여, 초등학교 6학년 학생들에게 다양한 문자 사용 유형을 경험하게 할 목적으로 문자 사용 유형 관점에서 4가 단계부터 6나 단계 수학교과서와 수학 익힘책을 코딩한 후, 교과서나 익힘책에서 다루지 않은 문자 사용 유형을 도출하여, 초등학교 6가 단계, 6나 단계 수학교과서를 중심으로 초기 대수와 관련된 학습 자료를 개발하되, 아래와 같은 제한 점을 두고 개발하였다.

- 제한 1: 본 연구에서는 문자 사용과 관련된 대수 영역으로 그 내용을 제한하였고,
- 제한 2: 교과서내의 표에 제시된 빈칸은 문자로 취급하지 않았다.
- 제한 3: Küchemann(1981)의 문자 사용 유형 2는 문자를 사용한 조작을 하지 않고 두

식을 비교하여 문제를 해결하는 경우인데, 본 연구의 대상인 4-가 단계에서부터 6-나 단계의 교과서를 분석한 결과 이러한 유형에 해당하는 문항은 찾아 볼 수 없었으나 이와 유사한 경우, 즉 문자를 사용한 조작을 하지 않고 풀이할 수 있는 문항을 발견할 수 있었는데, 이러한 경우도 유형 2로 분류하였다.

개발된 자료의 형식은 아래와 같이 자료 번호, 관련 단원, 교과서 내의 문자 사용 유형과 개발된 자료의 문자 사용 유형(즉, 교과서 내의 해당 활동에서 다루지 않은 문자 사용 유형), 관련된 대수적 사고 및 교사용 안내 자료도 함께 개발하여 제시함으로써, 교사들이나 6학년 학생들이 용이하게 사용할 수 있도록 개발하였다.

자료번호	관련단원	교과서의 문자 사용 유형	개발된 자료의 문자 사용 유형	관련된 대수적 사고 요소
6-2-8-16	8. 문제 푸는 방법 찾기	.	유형 1, 유형 2, 유형 3, 유형 4	대입, 대수적인 해석

2. 제언

추후 연구에서 본 연구에서 개발한 학습 자료들을 초등학교 현장에 투입하여 검증하는 연구가 수행되어야 할 것이다. 또한, 김성준(2003)은 초기 대수적인 관점에 따르면 저학년에서부터 다양한 대수적 사고 관련 경험을 시킬 필요가 있다고 한다. 따라서, 본 연구와 김동인(2010)에 의해서 개발된 자료를 바탕으로 타 영역과 타 학년에게 활용할 수 있는 초기대수 관련 교수·학습 자료를 개발하는 연구가 수행되어지기를 희망한다.

참 고 문 헌

- 강소희, 방정숙 (2008). 초등학교 6학년 학생들의 문자 이해에 대한 실태 조사. 대한수학교육학회지 <학교수학>, 10(2), 139-154.
- 교육과학기술부 (2007). 초등학교 교육과정 해설(IV) -수학, 과학, 실과-. 서울: 교육과학기술부.
- 교육과학기술부 (2009). 수학 4가, 수학 익힘책 4가, 수학 4나, 수학 익힘책 4나, 수학 5가, 수학 익힘책 5가, 수학 5나, 수학 익힘책 5나, 수학 6가, 수학 익힘책 6가, 수학 6나, 수학 익힘책 6나. 서울: 교육과학기술부.
- 교육부 (1998). 초등학교 교육과정 해설(IV) -수학, 과학, 실과-. 서울: 교육부.
- 권미숙, 김남균 (2009). 초등학교 6학년 학생들의 교과서 비례문제 해결과 비례 추론에 관한 연구, 한국초등수학교육학회지, 13(2), 211-229.
- 김남희 (1992). 변수개념과 대수식의 이해에 관한 연구. 서울대학교 석사학위논문.
- 김남희 (1997). 변수 개념의 교수학적 분석 및 학습-지도 방향 탐색. 서울대학교 박사학위논문.
- 김동인 (2010). 비와 비율지도를 위한 초기 대수 학습자료 개발. 제주대학교 교육대학 석사학위논문.
- 김성준 (2003). '초기대수'를 중심으로 한 초등대수 고찰. 대한수학교육학회지: 수학교육학연구, 13(3), 309-327.
- 김성준 (2004). 대수의 사고 요소 분석 및 학습-지도 방안의 탐색. 서울대학교 박사학위논문.
- 김은혜 (2008). 초등학교 6학년 학생들의 산술적 사고에서 대수적 사고로의 이행과정에서 나타나는 현상분석. 한국교원대학교 석사학위논문.
- 반혜진 (2005). 문자 및 변수지도 시 발생하는 오개념 분석. 단국대학교 석사학위논문.
- 정진희 (2004). 초등학교 수학에서 사용되는 문자 '□'에 대한 오개념 및 오류 분석. 경인교육대학교 교육대학원 석사학위논문.
- Küchemann, D. E. (1981). Algebra. In K. M. Hart, M. L. Brown, & D. E. Küchemann(Eds.), *childrend's understanding of mathematics*: 11-16 (pp.102-119). London: John Murray.
- <http://100.naver.com/100.nhn?docid=65767>(네이버 백과사전, 문자, 2010.8.11 추출).

<Abstract>

Development of Early Algebra Learning Materials
- Focused on the 6th Grade Elementary Mathematics -

Kim, Ji Young⁶⁾; & Kim, Hae Gyu⁷⁾

Studying the definition and building a foundation about variables during elementary school is a crucial factor before students study the variable in depth in middle school. So, forming a basis for understanding variable in this period should be treated with importance, because it is the first step in forming a clear understanding of the concept of variables. According to analysis of the types of letters used in current textbooks, we can see that too much emphasis was placed on type 1(letter evaluated), type 3(letter used as an Object). By not utilizing the various types of letter usage we reduce the situation to one which is removed from the context and an automatous style of learning. Therefore, the purpose of this study was the development about early algebra learning materials which use diverse types of letters. We have analyzed the types of letters used from the 4-ga to 6-na mathematics textbooks and the 4-ga to the 6-na workbooks. To make learning materials for well-balanced letter use, we developed learning materials focused on early algebra with the 6-ga and the 6-na textbooks.

Keywords: analysis of textbooks, analysis of workbooks, the types of letters use, early algebra

논문접수: 2010. 07. 06

논문심사: 2010. 07. 21

게재확정: 2010. 08. 03

6) jybb486@hanmail.net

7) kimhag@jejunu.ac.kr