

# 초등학교 4학년 수학 영재학생들이 만든 다양한 계산식에 관한 분석 연구

임문규<sup>1)</sup>

이 연구는 초등학교 4학년 수학 영재학생들에게, <다양한 계산식 만들기> 문제, 즉,  $4444 =$ 에서  $+$ ,  $-$ ,  $\times$ ,  $\div$ ,  $( )$ 를 사용하여 0부터 10까지의 수가 되는 계산식을 만들도록 요구하고, 이에 대해 학생이 만든 식을 분석하였다.

2007년도에 초등학교 5학년 수학 영재학생을 대상으로 조사한 결과, 다양하고 많은 창조적인 계산식을 만들 수 있음을 발견하고, 이번에는 4학년 수학 영재학생을 대상으로 조사·분석하였다.

4학년 수학 영재학생도 다양한 계산식을 많이 만들 수 있음을 확인하였다. 학생들이 많이 만든 식의 개수는 0, 1, 8, 4가 되는 식의 순이었고, 응답이 저조한 것은 10, 6, 5, 9가 되는 식의 순으로 나타났다. 학생들의 오답은 계산 순서나 괄호의 유무에 기인한 것이 많았다.

이러한 실천적인 연구를 통하여, 초등학교 수학 영재학생들의 학습·지도와 평가 방법 및 교재 개발 등의 기초 자료를 집적할 수 있으며, 이는 초등 수학 영재 및 학교의 일반 수학 교육에의 적용과 발전에 도움이 될 수 있다고 생각한다.

[주제어] 초등 수학 영재교육, 계산식 만들기, 학생의 산출물, 다양하고 확산적 사고, 창조성

## I. 서 론

초등학교 수학 영재 학습·지도에 있어서는 선행학습보다는 심화학습에 중점을 두는 것이 바람직하다고 생각된다. 이러한 심화학습의 제재 및 방법으로, 수학 문제 만들기나 식 만들기 같은 학습·지도가 유효하다고 생각한다.

수학 문제 만들기 학습은 문제해결 학습 이상으로 다양하고 확산적이며 발전적인 사고 활동을 활발하게 지속시키므로, 이러한 사고활동을 통해 인간의 창조성이 육성될 수 있다고 생각한다.

실제로 학생들이 만든 문제나 식을 분석해 보면, 다양하며 확산적 사고활동의 산출물임을 확인할 수 있으므로, 창조성 육성과 직결된다고 볼 수 있다. 또한, 학생들은 수학 문제나 식을 만드는데 몰두하여 대단한 집중력을 나타내므로, 수학학습 태도 면에서도 큰 흥미와 관심을 보이고 있음을 짐작할 수 있다.

초등학생의 수학 영재 교육을 위하여 실제로 적용할 수 있는 다양한 제재 및 방법의 연구와 개발의 체계적인 축적이 필요하다.

1) 공주교육대학교 수학교육과

이 연구는 지난번의 5학년 수학 영재학생의 식 만들기에 관한 분석 연구(임문규, 2007)에 이어, 같은 제재와 방법으로 이번에는 4학년 영재학생들에게 적용하여 조사·분석한 것이다.

II장에서, 초등학교 4학년 수학 영재학생의 <4 4 4 4 = 에서, +, -, ×, ÷, ( )를 사용하여, 계산식의 답이 0~10까지 되는 다양한 식 만들기>에서, 조사 배경과 절차에 관하여 서술한다.

III장에서는 4학년 수학 영재학생들이 0~10까지 답이 되게 만든 식, 즉 그들의 다양하고 확산적인 사고활동의 산출물을 전체적으로 분석한다. 다음에 0~10까지의 11가지 만든 식의 각각에 대하여, [정답식]과 [오답식]의 관점에서 구체적으로 분석하였다.

끝으로 IV장에서는 이 연구의 결과 및 시사점에 관하여 논하였다.

## II. 다양한 계산식 만들기에 관한 연구 배경과 절차

### 1. 다양한 계산식 만들기의 의의 및 연구 배경

#### 가. 다양한 계산식 만들기의 의의

초등학생은 수업에서 대부분 집중력이 부족한 편인데, 초등 영재학생도 강의와 설명만으로는 학습의 관심과 집중력이 떨어지기 쉽다. 단순한 기성의 수학 문제를 제공하면, 수학 영재학생들은 해결 속도가 빠르므로, 금방 문제를 해결하고 나서 분위기가 산만해진다.

이러한 문제점을 해결하기 위해서는 가능한 한 강의와 설명의 시간을 줄이고, 학생 스스로 생각하게 하는 과제를 제공하면, 그 과제의 해결에 몰입하게 되어 큰 집중력을 보인다. 초등학교 수학 영재학생의 영재성을 지속적으로 육성하고, 수업에서 집중력을 향상시키기 위해서는 그러한 과제 개발이 무엇보다 중요하다.

초등 수학영재 교육의 목표는 여러 가지로 정할 수 있겠지만, 특히 영재학생의 다양하고 확산적인 사고 활동을 통한 창조성의 육성이 중요하다고 생각된다.

본 연구자는, 영재학생의 창조성 육성에 중점을 두고, 그 육성 방안으로 영재 학생의 다양하고 확산적인 사고활동을 촉진할 수 있는 과제개발 및 적용에 중점을 두고 있다.

영재학생뿐만이 아니라 일반 학생의 수학교육에 있어서도, 수학 개념의 이해와 확립에서부터 문제해결과 문제 만들기까지, 수학교육은 창조성의 육성에 있어 가장 훌륭한 제재이며 방법을 내포하고 있다고 생각된다. 왜냐하면, 수학 개념의 이해와 확립에서도 그 방법은 너무나 다양하고, 문제해결이나 문제 만들기에서는 더더욱 다양한 방법이 있으며, 수렴적이고 또한 확산적 사고를 촉진할 수 있기 때문이다.

#### 나. 다양한 계산식 만들기의 연구 배경

본인의 연구 경험에 의하면, 초등학교 4학년 학생에게 수학 문제 만들기 학습은 가능하며, 다양하며 확산적 사고 활동을 통해 창조성 육성에 도움을 줄 수 있다는 것을 확인한 바 있다(林文圭, 1989A, 1989B, 1992; 임문규, 1997, 2001A, 2001B, 2001C, 2006A, 2006B, 2007; 상세한 것은 참고문헌 참조).

이 연구는 초등학교 4학년 영재 학생에게 수학 문제 만들기 학습의 하나인 <계산식 만

들기>를 적용하여 그들의 산출물을 조사·분석한 것이다.

본 연구자는 2001년에 초등학교 5학년 영재 학생에게  $+$ ,  $-$ ,  $\times$ ,  $\div$ ,  $( )$ 를 사용하여,  $4 \ 4 \ 4 \ 4 = 0, 1, 2, \dots, 10$ 이 되도록 계산식을 다양하게 많이 만들어 보게 한 기초 연구를 하였다. 그것을 바탕으로 2003년에 5학년 수학 영재 학생에게 본격적인 조사를 하여, 그들이 만든 다양한 계산식의 산출물을 분석하여 발표하였다(임문규, 2007). 그 연구에서 초등학교 5학년 수학 영재학생은 다양하고 많은 계산식을 생산하였고, 몰입하여 재미있게 계산식을 만들고 있음을 확인하였다.

이 연구는 (임문규, 2007)의 그 후속 연구로, 이번에는 같은 내용과 방법을 4학년 수학 영재 학생에게 똑같이 적용하여, 어느 정도로 다양한 산출물을 생산하는지를 확인하기 위하여 조사·분석하였다.

## 2. 조사의 실제 및 절차

### 가. 조사의 실제

이 조사는 본교에서 실시하는 초등학교 4학년 수학 영재 학생을 대상으로, 2009년 8월 집중 교육 때 조사하였다.

조사지의 내용은 [그림 1]과 같이,  $4 \ 4 \ 4 \ 4 =$  에서,  $+$ ,  $-$ ,  $\times$ ,  $\div$ ,  $( )$ 를 사용하여, 계산식의 값이 0~10까지 되는 다양한 식 만들기>를 부과하여, 4학년 수학 영재 학생들이 만든 계산식의 산출물과 활동을 분석한다.

2009 학년도 ○○ 초등 4년 수학 영재 반 (2009.8.17)				
( )	초등학교	학년	(남, 여)	이름
<b>&lt;문제1&gt;</b> $+$ , $-$ , $\times$ , $\div$ , $( )$ 를 사용하여 $4 \ 4 \ 4 \ 4 = 0$ 이 되는 계산식을 다양하게 만들어 봅시다.				

[그림 1] 다양한 계산식 만들기의 조사지 예 (A4용지를 축소한 것임)

이 과제의 목적은 4학년 영재 학생은 계산식의 값이 0~10까지 되는 11가지 각각의 문항에 대하여, 정확하게 그리고 얼마나 많은 식을 다양하게 만들 수 있는가를 알아보기 위한 것이다.

[그림 1]의 조사지의 예와 같이, 11개의 문항 각각을 A4용지 전체로 하여, 학생들이 많은 식을 만들 수 있도록 여백을 많이 주었고, 식 만드는 시간도 제한하지 않았다.

### 나. 조사 대상 및 일시, 방법

- (1) 조사 대상 : 대전 충남 초등 수학 영재 학생 14명
- (2) 일 시 : 2009년 8월17일
- (3) 조사 방법 : 150분간 계속 (시간제한 두지 않음)

3. 분석 계획

4 4 4 4=0, 1, 2, . . . , 10까지 11가지에 대하여, 학생들이 만든 식에 대한 분석에 대해서도 여러 가지 관점과 방법이 있겠지만, 여기서는 학생들의 식의 표현을 존중하여, 전체적으로 만든 식의 총 개수, 정답식과 오답식의 개수 및 각각의 의미 유형의 개수를 중심으로 분석한다.

두 번째는 4 4 4 4=0, 1, 2, . . . , 10까지 11가지 각각에 대하여, 좀더 구체적으로 각 학생의 정답식과 오답식을 빈도수로 자세히 분석하고, 또한 각각을 식의 의미별로 분류하여 분석하기로 한다.

Ⅲ. 4학년 수학 영재학생이 만든 다양한 계산식의 분석

이하에서는 4학년 수학 영재 학생들이 만든 식을, 먼저 11개 문항 전체에 대하여, 만든 식의 총 개수, 정답식과 오답식의 개수 및 각각의 유형의 개수를 분석하여 제시한다. 또한 11개 문항에 대한 전체 학생이 만든 정답식과 오답식의 개수를 표로 제시한다.

그 다음에 11개 문항 각각에 대하여, 즉 [정답식]과 [오답식]의 각각에 대한 빈도수별로 분석하고, 또한 계산의 의미별로 분석하기로 한다.

1. 전체적인 분석

가. 11개 문항 전체에 대한 만든 식의 총 개수 및 정답, 오답식과 유형

11개 문항에 대해 학생들이 만든 식은 모두 436개였다. 이를 각 문항별로 [정답식], [오답식]의 기준에 따라 정리한 결과는 <표 1>과 같다.

<표 1> 만든 식의 정답, 오답 및 평균과 총 개수 및 순위 <N=14>

문항/제출자 수		정답식		오답식		총 개수/순위
		개수 / 평균	유형수	개수 / 평균	유형수	
4 4 4 4 = 0	14	118 / 8.42	37	14 / 1.00	14	132 / 1
4 4 4 4 = 1	14	87 / 6.21	22	5 / 0.36	4	92 / 2
4 4 4 4 = 2	14	26 / 1.88	7	2 / 0.14	2	28 / 5
4 4 4 4 = 3	14	24 / 1.71	2	4 / 0.29	3	28 / 5
4 4 4 4 = 4	13	23 / 1.64	7	7 / 0.50	6	30 / 4
4 4 4 4 = 5	13	15 / 1.07	3	1 / 0.07	1	16 / 9
4 4 4 4 = 6	10	12 / 0.86	2	2 / 0.14	2	14 / 10
4 4 4 4 = 7	11	17 / 1.21	8	1 / 0.07	1	18 / 7
4 4 4 4 = 8	11	56 / 4.00	19	1 / 0.07	1	57 / 3
4 4 4 4 = 9	9	17 / 1.21	6	0 / 0.00	0	17 / 8
4 4 4 4 = 10	4	4 / 0.29	1	0 / 0.00	0	4 / 11
총 개수		399 / 2.58	114	37 / 0.25	34	436

11개 문항 중에서 학생의 응답이 가장 많은 문항은 [4 4 4 4=0]이었다. 14명의 학생이

총 132개의 식을 만들었으며, 그 중 정답은 118개(89.39%:정답율), 오답은 14개(10.61%:오답율)였다.

두 번째로 응답이 많은 문항은  $[4\ 4\ 4\ 4=1]$ 이었다. 14명의 학생이 총 92개의 식을 만들었으며, 그 중 정답은 87개(94.57%), 오답은 5개(5.43%)였다. 세 번째로 응답이 많은 문항은  $[4\ 4\ 4\ 4=8]$ 로, 총 57개의 식이 만들어졌으며, 그 중 정답은 56개(98.25%), 오답은 1개(1.75%)였다.

이와 반대로, 학생의 응답이 적은 문항들을 살펴보면, 가장 적은 응답은  $[4\ 4\ 4\ 4=10]$ 이었다. 학생이 만들어낸 식의 총 개수는 4개였고 모두 정답이었다. 두 번째로 학생 응답이 적은 문항은  $[4\ 4\ 4\ 4=6]$ 으로, 총 개수는 14개였으며, 그 중 정답은 12개(85.71%), 오답은 2개(14.29%)였다. 세 번째로 학생 응답이 적은 문항은  $[4\ 4\ 4\ 4=5]$ 로, 총 개수는 16개였으며, 그 중 정답은 15개(93.75%), 오답은 1개(6.25%)였다.

한편, 학생이 만든 식의 유형을 살펴보면, 그 가지 수가 많은 순서도  $[4\ 4\ 4\ 4=0]$ 이 37종류로 가장 많고, 그 다음으로  $[4\ 4\ 4\ 4=1]$ 의 22종류,  $[4\ 4\ 4\ 4=8]$ 에서 19 종류의 순으로 만들고 있음을 알 수 있다.

이것으로부터 하나의 계산식을 만드는 데도 얼마나 많은 다양한 구성과 표현을 할 수 있는가를 알 수 있었으며, 수학이 내재하는 다양성과 영재학생들의 확산적 사고 활동을 확인할 수 있다.

나. 학생 개인별 정답식과 오답식의 개수

다음 <표 2>와 <표 3>은 학생 개인별  $[4\ 4\ 4\ 4=0]$ 에서  $[4\ 4\ 4\ 4=10]$ 까지의 각항에 대하여 만든 정답식과 오답식의 개수이다.

<표 2> 학생 개인별 정답 식의 개수

문항	제출자수 \ 학생수	서	준	슬	현	태	한	원	선	주	영	호	석	진	성	합계	순위
4444=0	14	9	2	8	9	17	6	10	6	7	6	10	10	8	10	118	1
4444=1	14	6	3	4	5	8	4	9	4	6	7	7	5	9	10	87	2
4444=2	14	2	2	1	2	1	2	2	3	1	2	2	2	2	2	26	4
4444=3	14	2	1	2	2	1	2	2	2	2	2	2	0	2	2	24	5
4444=4	13	2	2	1	2	2	0	2	2	1	0	2	0	2	5	23	6
4444=5	13	1	0	1	2	1	0	1	1	2	2	2	0	1	1	15	9
4444=6	10	0	0	0	1	2	0	1	1	1	1	1	1	1	2	12	10
4444=7	11	0	0	0	1	1	1	0	2	2	1	3	1	3	2	17	7
4444=8	11	0	0	0	5	6	2	8	4	2	6	5	7	4	7	56	3
4444=9	9	0	0	0	2	3	0	0	1	2	1	2	1	2	3	17	7
4444=10	4	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	4	11
	개수. 합	22	10	17	32	42	18	35	26	26	28	37	27	35	44	399	
	순위	10	13	12	5	2	11	4	8	8	6	3	7	4	1		

<표 2>에서 보는 바와 같이 대상자 수가 14명에서,  $4\ 4\ 4\ 4=4$ 부터 줄어들고 있는데, 백지를 내거나 제출하지 않았다. 이것으로도 영재 학생들의 의지나 능력의 차이를 알 수 있다. 포기하거나 지루함을 느끼게 한 점에 대해서는 조사 진행 방법의 개선 여지가 있다고

생각된다.

이렇게 분석하여 보면, 학생들의 평가에 그대로 적용할 수 있다.  $4\ 4\ 4\ 4=0\sim 10$ 까지의 11개 항에 대한 각 학생의 정답식의 총 개수가 많은 순으로 창조성의 관점에서 유연성이 나 유창성의 점수를 부여할 수 있을 것이다.

또한 미제출 학생에 대해서는 태도면에서 집중력이나 끈기, 흥미와 관심의 정도의 평가 요소로 적용할 수 있을 것이다.

<표 3>의 학생들이 만든 오답식의 개수를 보면, 전체적으로는 4학년 영재 학생은 오답식을 그렇게 많이 만들고 있지 않음을 알 수 있다. 역시 만든 식의 개수가 가장 많은  $[4\ 4\ 4\ 4=0]$ 에서 가장 많은 15개의 오답식이 나왔고, 다음으로는  $[4\ 4\ 4\ 4=4]$ 에서 오답식이 많이 나왔음을 알 수 있다.

학생 개별적으로는 [슬]과 [호]학생의 순으로 오답 식을 많이 만들었음을 알 수 있다.

<표 3> 학생별 오답식의 개수

문항/학생수	서	준	슬	현	태	한	원	선	주	영	호	석	진	성	개수 합	순위
$4\ 4\ 4\ 4 = 0$	2	3	1	1	1	0	0	1	0	1	2	1	1	0	14	1
$4\ 4\ 4\ 4 = 1$	0	0	2	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	5	3
$4\ 4\ 4\ 4 = 2$	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	2	5
$4\ 4\ 4\ 4 = 3$	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	2	0	0	4	4
$4\ 4\ 4\ 4 = 4$	0	0	2	0	0	0	1	0	0	0	2	1	0	1	7	2
$4\ 4\ 4\ 4 = 5$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	6
$4\ 4\ 4\ 4 = 6$	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	2	5
$4\ 4\ 4\ 4 = 7$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	6
$4\ 4\ 4\ 4 = 8$	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	6
$4\ 4\ 4\ 4 = 9$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	7
$4\ 4\ 4\ 4 = 10$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	7
개수 합	2	4	7	1	3	0	1	1	2	3	6	5	1	1	37	
순위	7	4	1	7	5	14	10	10	7	5	2	3	10	12		

## 2. 각 문항별 분석

여기서는 11개 문항 각각에 대하여, 즉 [정답식]과 [오답식]의 각각에 대한 빈도수별로 자세히 분석하고, 또한 계산식의 의미별로도 분석한다.

### 가. $[4\ 4\ 4\ 4=0]$ 에 대한 학생의 응답 분석

$[4\ 4\ 4\ 4=0]$ 에 대하여, 초등학교 4학년 수학 영재 14명의 학생이 만든 식의 총 종류의 수는 51종류에 총 개수는 132개였다. 그 중 정답 식은 36종류에 총 117개, 오답 식은 15종류에 총 15개를 만들었다.

#### 1) [정답식]의 분석

##### 가) [정답식]의 빈도수에 의한 분석

$[4\ 4\ 4\ 4=0]$ 에 대해, 학생들이 만든 정답식을 표현의 다양성을 최대한 존중하여 계산의 의미는 같으나 기호의 사용 순서, 괄호의 사용 유무가 다른 것도 모두 별 개의 것으로 하

여 분류하였다. 이렇게 분류하여 정답식의 빈도수가 많은 순으로 분석한 것이 <표 4>이다.)

<표 4> [정답식]의 빈도수에 따른 분석 <N=14>

번호	[정답식]/학생수	서	준	슬	현	태	한	원	선	주	영	호	석	진	성	개수 합
1	$4 \times 4 \div 4 - 4$	1	1	1		1	1	1	1	1	1	1	1	1		12
2	$4 + 4 - 4 - 4$	1		1	1	1		1	1	1	1	1		1	1	11
3	$4 - 4 + 4 - 4$	1		1		1				1	1	1	1	1		8
4	$(4+4)-(4+4)$	1				1		1	1			1	1		1	7
5	$44-44$	1			1	1	1	1					1	1		7
6	$4 \div 4 \times 4 - 4$	1		1	1	1		1		1		1				7
7	$(4-4)-(4-4)$					1	1	1		1		1			1	6
8	$(4-4) \times (4-4)$	1				1	1	1							1	5
9	$4 \times 4 - 4 \times 4$	1			1						1			1	1	5
10	$(4-4) \times 4 \times 4$	1		1	1					1		1				5
11	$4 \div 4 - 4 \div 4$				1				1				1	1	1	5
12	$(4 \times 4) - (4 \times 4)$						1	1				1	1			4
13	$(4-4) + (4-4)$					1	1					1			1	4
14	$4 \times (4-4) \times 4$			1						1						2
15	$4 \times 4 \times (4-4)$			1											1	2
16	$4 + 4 - (4 + 4)$										1			1		2
17	$4 - 4 \times 4 \div 4$		1										1			2
18	$(4+4) \times (4-4)$					1									1	2
19	$(4 \div 4) - (4 \div 4)$							1				1				2
20	$(4-4) \times 4 \div 4$								1					1		2
21	$4 \div 4 \times (4-4)$								1						1	2
22	$4 - (4 \times 4 \div 4)$					1										1
23	$4 - (4 \times 4) \div 4$												1			1
24	$4 - 4 \div 4 \times 4$				1											1
25	$(4-4) + 4 - 4$										1					1
26	$4 \times (4-4) \div 4$					1										1
27	$4 + (4-4) - 4$												1			1
28	$4 - (4-4) - 4$							1								1
29	$4 - (4 + 4 - 4)$				1											1
30	$(4 \times 4) \div 4 - 4$												1			1
31	$(4-4) \times (4+4)$					1										1
32	$(4-4) \times 44$					1										1
33	$44 \times (4-4)$					1										1
34	$(4-4) \div 4 \div 4$				1											1
35	$4 \div (4 \div 4) - 4$					1										1
36	$(4-4) \div 44$					1										1
37	$4 - 4 - 4 + 4$			1												1
	총 개수	9	2	8	9	17	6	10	6	7	6	10	10	8	10	118

<표 4>를 보면, 가장 빈도수가 많은 식은 ' $4 \times 4 \div 4 - 4 = 0$ '으로, 모두 12명의 학생이 같은 식을 만들었다. 다음으로 빈도가 많은 식은 ' $4 + 4 - 4 - 4 = 0$ '을 11명이, ' $4 - 4 + 4 - 4 = 0$ '이

2) 개념은 같지만 계산의 순서가 다른 것도 모두 다른 종류로 생각하고 분석한 것이다.

8명 순으로 많이 만들었다.

학생[준]이 단 2개를 만들어 가장 적고, 학생[태]가 17개로 가장 많은 정답식을 만들었음을 알 수 있다. 정답식의 평균 개수는 8.42개로 나타난다.

<표 4>에서 빈도수가 단 1개인 것들은 특이한데, 그 중에서, 번호22, 23, 24등의  $4-(4 \times 4 \div 4)$ 형태나 번호32, 33의  $(4-4) \times 44$ 형태, 번호35, 36의  $4 \div (4 \div 4) - 4$ ,  $(4-4) \div 44$  등은 독창적인 것으로 볼 수 있다. 번호37의  $4-4-4+4$ 은 정수의 계산으로 정답식이 되는데, 자연 발생적인지 선행학습의 결과인지 확인이 안 되었다.

나) [정답식]의 계산의미 중심의 분석

<표 4>의 정답식의 빈도수 중심의 분석을 계산 의미의 관점에서 분류하면, <표 5>와 같이 된다.

<표 5> [정답식]의 계산의미에 따른 분석

식 의미	정답식	<표 3>의 번호	<표 3>의 빈도	동 의미 빈도
4-4	$4 \times 4 \div 4 - 4$	1	12	29
	$4 \div 4 \times 4 - 4$	6	7	
	$(4 \times 4) \div 4 - 4$	30	1	
	$4 \div (4 \div 4) - 4$	35	1	
	$4 - 4 \times 4 \div 4$	17	2	
	$4 - (4 \times 4) \div 4$	23	1	
	$4 - (4 \times 4 \div 4)$	22	1	
	$4 - 4 \div 4 \times 4$	24	1	
	$4 + (4 - 4) - 4$	27	1	
	$4 - (4 - 4) - 4$	28	1	
8-8	$4 + 4 - 4 - 4$	2	11	20
	$(4 + 4) - (4 + 4)$	4	7	
	$4 + 4 - (4 + 4)$	16	2	
0×□ 또는 □×0	$(4-4) \times 4 \times 4$	10	5	18
	$4 \times (4-4) \times 4$	14	2	
	$(4-4) \times 4 \div 4$	20	2	
	$(4-4) \times (4+4)$	31	1	
	$(4-4) \times 44$	32	1	
	$4 \times 4 \times (4-4)$	15	2	
	$4 \div 4 \times (4-4)$	21	2	
	$(4+4) \times (4-4)$	18	2	
0+0	$4 - 4 + 4 - 4$	3	8	14
	$(4-4) + (4-4)$	13	4	
	$(4-4) + 4 - 4$	25	1	
	$4 - 4 - 4 + 4$	37	1	
16-16	$4 \times 4 - 4 \times 4$	9	5	9
	$(4 \times 4) - (4 \times 4)$	12	4	
1-1	$4 \div 4 - 4 \div 4$	11	5	7
	$(4 \div 4) - (4 \div 4)$	19	2	
44-44	44-44	5	7	7



0-0	(4-4)-(4-4)	7	6	6
0×0	(4-4)×(4-4)	8	5	5
0÷□	(4-4)÷4÷4	34	1	3
	(4-4)÷44	36	1	
	4×(4-4)÷4	26	1	
10종류	37종		118	118

[4 4 4 4=0]에 대해 수학 영재4학년 학생들이 만든 정당식을 의미별로 분류하면, 「4-4」, 「8-8」, 「0×□ 또는 □×0」, 「0+0」, 「16-16」, 「1-1」, 「44-44」, 「0-0」, 「0×0」, 「0÷□」의 10가지 형태로 분류된다. 계산식의 분석 방법도 다양하지만, 예를 들어 계산 기호나 괄호의 사용의 관점도 있지만, 여기서는 계산의 의미에 중심을 두고 분석한 것이다.

<표 5>에서 보는 바와 같이, 「4-4」의 형태가 29개(24.6%)로 가장 많고 그다음이 「8-8」로 20개(약17%)였다. 가장 적게 나온 것은 「0÷□」의 3개(2.5%)이었다.

2) [오답식]의 분석

[4 4 4 4=0]에 대해 학생들이 만든 오답식을 정리하면 <표 6>과 같으며, 오답으로 모두 14개의 식이 만들어졌다.

<표 6> [오답식]에 관한 분석 <N=14>

번호	[오답식] / 학생수	서	준	술	현	태	한	원	선	주	영	호	석	진	성	개수
①	(4-4)×4+4	1														1
②	(4÷4)÷(4-4)	1														1
③	4+4-4÷4		1													1
④	4+4÷4-4		1													1
⑤	4÷4+4-4		1													1
⑥	4×4÷(4-4)			1												1
⑦	4×(4-4×4)				1											1
⑧	44÷(4-4)					1										1
⑨	4÷4÷(4-4)								1							1
⑩	(4+4)÷4-4										1					1
⑪	(4÷4-4)×4										1					1
⑫	4-(4+4)-4											1				1
⑬	4÷4+(4-4)													1		1
⑭	4÷(4-4)×4									1						1
	14종/합계	2	3	1	1	1	0	0	1	0	1	2	1	1	0	14

[한], [원], [주], [성] 학생 4명을 제외하고, 나머지는 1개 이상의 오답식을 만들었다.

<표6>에서 번호 ②, ⑥, ⑧, ⑨, ⑭와 같이, 「□ ÷ 0」의 0으로 나누는 오답식이 5개로 가장 많은데, 이는 4학년 영재 학생도 0으로 나눌 수 없다는 개념이 확실하게 확립되어 있지 않음을 의미하는 것으로 판단된다.

①, ②, ③의 식은 괄호 ( ) 속을 먼저 계산하게 되면 분모가 0이 되는(불능이나 부정의 형태) 것을 알지 못했거나 계산의 순서를 혼돈한 것으로 판단된다.

곱셈과 나눗셈은 순서대로 계산한다는 계산의 순서를 확실하게 인지하지 못하였거나 괄

호의 사용을 빠트린 오류로 생각된다.

나. [4 4 4 4 = 1]에 대한 학생들의 응답 분석

[4 4 4 4 = 1]에서 학생들이 만든 식의 총 개수는 92개였는데, 그 중에서 [정답식]은 87개였고 [오답식]이 5개였다.

1) [정답식]의 분석

가) [정답식]의 빈도수에 의한 분석

4학년 영재 학생들이 [4 4 4 4 = 1]에 대해 만든 정답 식을 빈도수가 많은 순으로 분석한 것이 <표 7>이다.

<표 7> [정답식]의 빈도수에 따른 분석 <N=14>

번호	[정답식] / 학생수	서	준	슬	현	태	한	원	선	주	영	호	석	진	성	개수 합
1	4÷4+4-4	1		1	1	1		1		1	1	1	1		1	10
2	4×4÷4÷4			1	1	1		1	1	1	1	1		1	1	10
3	4-4+4÷4		1	1		1		1	1	1			1		1	8
4	44÷44	1			1	1	1		1		1			1		7
5	(4-4+4)÷4	1			1			1			1			1	1	6
6	(4+4-4)÷4	1			1			1				1		1	1	6
7	(4+4)÷(4+4)							1	1		1		1	1	1	6
8	(4÷4)×(4÷4)					1	1			1	1		1		1	6
9	(4÷4)÷(4÷4)					1	1	1						1	1	5
10	(4×4)÷(4×4)							1			1		1	1	1	5
11	4÷4×4÷4			1		1						1		1		4
12	4÷4+(4-4)	1								1						2
13	(4-4)+(4÷4)					1	1									2
14	(4÷4)+(4-4)											1		1		2
15	4÷4-(4-4)									1						1
16	(4-4)+4÷4		1													1
17	4+4÷4-4		1													1
18	4+(4÷4)-4											1				1
19	(4+4÷4)-4														1	1
20	(4×4÷4)÷4	1														1
21	4÷4÷4×4							1								1
22	(4÷4)-(4-4)											1				1
	22종/개수 합	6	3	4	5	8	4	9	4	6	7	7	5	9	10	87

<표 7>에서 보는 바와 같이, 14명의 4학년 수학 영재학생들이 만든 식 중에서 [정답식]의 종류는 총 22종이고, 총 개수는 87개(평균 6.21개)를 만들고 있으므로, 학생들의 다양하고 확산적인 사고 활동을 확인할 수 있다.

학생[성]이 가장 많은 10개, 그 다음으로 학생[원]과[진]이 9개를 만들었고, [준]이 가장 적은 3개를 만들고 있음을 알 수 있다.

## 나) [정답식]의 계산의미 중심의 분석

<표 7>은 [4 4 4 4=1]에 대해 학생들이 만든식을 빈도수가 많은 순으로 분석하였으나, 이것을 계산의 의미의 관점에서 분류해 보면, <표 8>과 같다.

&lt;표 8&gt; [정답식]의 계산의미에 따른 분석

식 의미	[정답식]	<표3>의 번호	<표3>의 빈도	동 의미 빈도
4÷4	4×4÷4÷4	2	10	23
	(4-4+4)÷4	5	6	
	(4+4-4)÷4	6	6	
	(4×4÷4)÷4	20	1	
1+0	4÷4+4-4	1	10	14
	4÷4+(4-4)	12	2	
	(4÷4)+(4-4)	14	2	
0+1	4-4+4÷4	3	8	11
	(4-4)+(4÷4)	13	2	
	(4-4)+4÷4	16	1	
1×1	(4÷4)×(4÷4)	8	6	10
	4÷4×4÷4	11	4	
44÷44	44÷44	4	7	7
8÷8	(4+4)÷(4+4)	7	6	6
1÷1	(4÷4)÷(4÷4)	9	5	5
16÷16	(4×4)÷(4×4)	10	5	5
5-4	4+4÷4-4	17	1	3
	4+(4÷4)-4	18	1	
	(4+4÷4)-4	19	1	
1-0	4÷4-(4-4)	15	1	2
	(4÷4)-(4-4)	22	1	
1/4×4	4÷4÷4×4	21	1	1
11종류	22종		87	87

[4 4 4 4=1]에 대해 영재4학년들이 만든 정답 식을 의미별로 분류하면, 위의 <표 8>과 같이, 「4÷4」, 「1+0」, 「0+1」, 「1×1」, 「44÷44」, 「8÷8」, 「1÷1」, 「16÷16」, 「5-4」, 「1-0」, 「1/4×4」의 11가지 형태로 분류된다. 「4÷4」의 형태가 23개(26.44%)로 가장 많고, 「1+0」과 「0+1」이 각각14개, 11개로 많은데 이들을 합하면 25개(28.74%)로 더 많아진다.

이 중에서 「1/4×4」 형태의 계산식 '4÷4÷4×4'은 유일하고 꽤 복잡한 것으로, 독창성이 뛰어난 것으로 볼 수 있다. 「1-0」의 형태가 2가지, 「5-4」가 3가지로 드문 것을 알 수 있다.

## 2) [오답식]의 분석

[4 4 4 4=1]이 되는 식을 만든 것 중에 오답식을 정리하면 <표 9>와 같다.

<표 9> [오답식]에 관한 분석 <N=14>

번호	[정답식]/ 학생수	서	준	슬	현	태	한	원	선	주	영	호	석	진	성	개수
①	4÷4÷4÷4			1												1
②	4+4-4÷4			1		1										2
③	4÷{4-(4÷4)}									1						1
④	4+(4-4)÷4										1					1
	4종류/합계	0	0	2	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	5

번호②의 4+4-4÷4는 (4+4-4)÷4로 괄호를 사용하면 정답이 되고, ④의 4+(4-4)÷4도 괄호를 하나 더 사용하여 즉, {4+(4-4)}÷4로 하면 정답이 되는데 생각이 미치지 못한 것 같다.

다. [4 4 4 4=2]에 대한 학생들의 응답 분석

초등학교 4학년 수학 영재 학생들이 만든 [4 4 4 4=2]가 되는 식의 전체를 분석한 결과, 만든 식의 총 개수는 28개였고, 정답식은 26개, 오답식은 2개를 만들었다. 전체적으로 보아, [4 4 4 4=2]에 대해 학생이 만든 정답식과 오답식의 종류는 각각 7가지, 2가지이다. 만든 식의 총 수 28개는 앞의 [4 4 4 4=0]이나 [4 4 4 4=1] 보다 현저하게 적게 나타났다.

1) [정답식]의 분석

가) [정답식]의 빈도수에 의한 분석

<표 10>에서 보듯이, 14명의 4학년 영재 학생들이 만든 정답식의 총 종류 수는 7가지, [정답식]의 총 수는 26개였다.

<표 10> [정답식]의 빈도수에 따른 분석 <N=14>

번호	[정답식] / 학생수	서	준	슬	현	태	한	원	선	주	영	호	석	진	성	개수
①	4+4+4÷4	1		1				1	1	1		1	1		1	8
②	4×4÷(4+4)	1							1		1		1		1	5
③	(4×4)÷(4+4)		1				1	1						1		4
④	4-(4+4)÷4		1						1		1					3
⑤	(4÷4)+(4÷4)					1					1			1		3
⑥	4÷{(4+4)÷4}				1		1									2
⑦	4-{(4+4)÷4}				1											1
	7종/합계	2	2	1	2	1	2	2	3	1	2	2	2	2	2	26

[4 4 4 4=2]가 되는 4학년 영재 학생이 만든 정답식을 보면, 4+4+4÷4가 8개로 가장 많다. 여기에 식의 의미는 같고 괄호를 사용한 식 (4÷4)+(4÷4)의 개수 3개를 합하면, 11개로 가장 일반적으로 많이 만든 것을 알 수 있다.

그 다음으로 많은 것은 4×4÷(4+4)의 5개와 (4×4)÷(4+4)의 4개인데, 이들 식도 괄호 사용에만 차이가 있고 식의 의미는 같으므로 두 식의 개수를 합하면, 9개로 두 번째로 많이 만든 것이 된다.

4-(4+4)÷4와 4-{(4+4)÷4}에서 후자는 사실 필요 없는 중괄호를 사용하였는데, 같은 계산식으로 볼 수 있다. 4÷{(4+4)÷4} 식은 지시에 없는 중괄호를 사용하였는데, 4학년 학생들이 만든 식 중에서 유일한 식으로 독창적이고 세련된 식으로 볼 수 있다.

나) [정답식]의 계산의미 중심의 분석

<표 10> 의 [정답식]의 빈도수에 따른 분석을 계산 의미를 중심으로 분석한 것이 <표 11>이다.

<표 11> [정답식]의 계산의미에 따른 분석

식 의미	<표 10>번호	[정답식]	개수	소계
1+1	①	$4 \div 4 + 4 \div 4$	8	11
	⑤	$(4 \div 4) + (4 \div 4)$	3	
16÷8	②	$4 \times 4 \div (4+4)$	5	9
	③	$(4 \times 4) \div (4+4)$	4	
4-2	④	$4 - (4+4) \div 4$	3	4
	⑦	$4 - \{(4+4) \div 4\}$	1	
4÷2	⑥	$4 \div \{(4+4) \div 4\}$	2	2
4유형		7종/합계	26	26

<표 11>에서 보는 바와 같이,  $[4 \ 4 \ 4 \ 4 = 2]$ 가 되는 정답식은, 「1+1」, 「16÷8」, 「4-2」, 「4÷2」의 4가지 유형으로, 각각 11가지, 9가지, 4가지, 2가지 순이다.

2) [오답식]의 분석

$[4 \ 4 \ 4 \ 4 = 2]$ 에 대하여 4학년 영재 학생이 만든 오답식은 단 2개뿐이었는데, 학생 [슬]이  $4 + (4+4 \div 4)$ 를, 학생 [호]가  $4 \div (4+4) \div 4$ 를 각각 만들고 있다.

라.  $[4 \ 4 \ 4 \ 4 = 3]$ 에 대한 학생들의 응답 분석

$[4 \ 4 \ 4 \ 4 = 3]$ 에 대하여 4학년 수학 영재 학생들이 만든 식을 보면, 총 2종류의 식이 나왔고, 만든 식의 총 개수는 28개였다. [정답식]의 총 개수는 24개, [오답식]은 총 4개가 나왔다.

1) [정답식]의 분석

<표 12>는 학생들이  $[4 \ 4 \ 4 \ 4 = 3]$ 에 대해 만든 [정답식]을 분석한 것이다.

<표 12> [정답식]의 빈도수에 따른 분석 <N=14>

번호	[정답식] / 학생수	서	준	슬	현	태	한	원	선	주	영	호	석	진	성	개수
①	$(4+4+4) \div 4$	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1		1	1	13
②	$(4 \times 4 - 4) \div 4$	1		1	1		1	1	1	1	1	1		1	1	11
	2종	2	1	2	2	1	2	2	2	2	2	2	0	2	2	24

사실  $[4 \ 4 \ 4 \ 4 = 3]$ 이 되는 정답식은 의미적으로,  $12 \div 4$ 의 한 가지 방법뿐인데, <표 12>에 서와 같이  $(4+4+4) \div 4$ 와  $(4 \times 4 - 4) \div 4$ 의 2가지 형태뿐임을 알 수 있다.

2) [오답식]의 분석

오답식은 총 4개(3종류)가 나왔는데,  $4 \times 4 - 4 \div 4$ 를 2명의 학생 [슬], [석]이 만들었다. 이것

은  $(4 \times 4) \div 4$ 로 괄호를 사용하면 정답이 되는데, 괄호 활용의 의미나 인식이 부족한 것으로 생각된다. 그 외에 [준]학생이  $4 - (4 \div 4) \div 4$ 를 1개, 역시 [석]학생이  $4 + 4 + 4 \div 4$ 의 식을 만들었다. 학생 [석]은 정답식은 하나도 만들지 못하고, 오답식만 2개 만들었는데, 학원에 다니지 않는다고 하였다.

마. [4 4 4 4 = 4]에 대한 학생들의 응답 분석

4학년 수학 영재반 학생들의 [4 4 4 4 = 4]가 되는 식을 만든 것을 보면, 총 15종류의 식이 나왔고, 만든 식의 총 개수는 32개가 나왔다. [정답식]은 총 4종류, 23개의 식을 만들었으며, [오답식]은 총 6종류, 7개의 식이 나왔다. 학생[한]은 백지를 제출하였고, 학생[영]은 아예 제출하지 않았다. 학생[석]은 정답 식은 만들지 못하고 오답 식을 1개 만들었다.

1) [정답식]의 분석

가) 정답식의 빈도수에 의한 분석

<표 13> [정답식]의 빈도수에 따른 분석 <N=13>

번호	[정답식]/학생수	서	준	슬	현	태	한	원	선	주	영	호	석	진	성	개수
①	$(4-4) \times 4 + 4$	1	1		1	1		1	1	1		1		1	1	10
②	$4 \times (4-4) + 4$	1		1	1	1		1							1	6
③	$(4-4) \div 4 + 4$								1			1		1	1	3
④	$4 + (4-4) \div 4$		1													1
⑤	$4 - (4-4) \div 4$															1
⑥	$4 + (4-4) \times 4$														1	1
⑦	$4 + 4 \times (4-4)$														1	1
	7종	2	2	1	2	2	0	2	2	1	0	2	0	2	5	23

<표 13>을 보면, ①의  $(4-4) \times 4 + 4$  정답식을 가장 많이 만들고 있음을 알 수 있다.

나) [정답식]의 계산 의미에 따른 분석

[4 4 4 4 = 4]의 정답식을 의미 별로 분석한 것이 <표 14>이다. <표 14>를 보면, 결과적으로 「0+4」, 「4+0」, 「4-0」의 3가지로 대별할 수 있고 빈도의 순도 19개, 3개, 1개 순으로 만들고 있음을 알 수 있다.

<표 14> [정답식]의 계산의미에 따른 분석

식 의미	<표13>번호	[정답식]	개수	소계
0+4	①	$(4-4) \times 4 + 4$	10	19
	②	$4 \times (4-4) + 4$	6	
	③	$(4-4) \div 4 + 4$	3	
4+0	④	$4 + (4-4) \div 4$	1	3
	⑥	$4 + (4-4) \times 4$	1	
	⑦	$4 + 4 \times (4-4)$	1	
4-0	⑤	$4 - (4-4) \div 4$	1	1
3종		7종		23

계산식의 형태의 관점에서 본다면, 예를 들어 (4-4)와 4의 곱의 위치만 바꾼 식①, ②, ⑥, ⑦은 같은 형태의 식으로도 볼 수 있을 것이다. 또한, ③, ④의 식도 순서만 바꾼 같은 형태의 식이 된다. 이렇게 보면, ⑤의 식이 가장 독창적인 식으로 볼 수 있다.

2) [오답식]의 분석

<표 15>에서와 같이, 오답 식이 6종류 총 7개로 많이 나온 편인데, 자세히 보면, 괄호 사용의 미숙이나 괄호의 의미 인식이 부족한 것으로 생각된다.

<표 15> [오답식]의 빈도수에 따른 분석

번호	[오답식]/학생수	서	준	슬	현	태	한	원	선	주	영	호	석	진	성	개수
①	4+(4-4÷4)			2												2
②	4+(4-4×4)								1							1
③	4-4-4+4											1				1
④	4-(4-4×4)											1				1
⑤	4-4×4+4												1			1
⑥	4-4÷(4-4)														1	1
	6종	0	0	2	0	0	0	1	0	0	0	2	1	0	1	7

학생[슬]은 ①의 식 4+(4-4÷ 4)을 2번 써 놓았는데, 이 식도 괄호의 위치를 바꾸어 4+(4-4)÷ 4로 고치면 정답식이 되는 것이다. 이것과 비슷한 것이 식②와 ④, ⑤에서도 볼 수 있는데, 식② 4+(4-4×4)도 4+(4-4)×4로, 식④ 4-(4-4×4)도 4-(4-4)×4로 고치면 되고, 식⑤ 4-4×4+4도 (4-4)×4+4의 형태로 고치면 정답식이 되는 것이다.

바. [4 4 4 4=5]에 대한 학생들의 응답 분석

4학년 수학 영재 학생들이 [4 4 4 4=5]가 되는 식을 만든 것을 보면, [정답식]은 총 3종류, 15개의 식을 만들었으며, [오답식]은 단 1개의 식이 나왔다. 학생[준]은 제출하지 않았고, 학생[한]은 백지를 내었으며, 학생[석]은 정답 식은 없고 오답식을 1개 만들었다.

1) [정답식]의 분석

학생들이 [4 4 4 4=5]에 대해 만든 [정답식]을 분석하면 <표 16>과 같다.

<표 16> [정답식]의 빈도수에 따른 분석 <N=13>

번호	[정답식]/학생수	서	준	슬	현	태	한	원	선	주	영	호	석	진	성	개수
①	(4×4+4)÷4	1		1	1	1		1	1	1	1	1		1	1	11
②	(4+4×4)÷4				1						1	1				3
③	{4+(4×4)}÷4									1						1
	3종/합계	1	0	1	2	1	0	1	1	2	2	2	0	1	1	15

<표 16>을 보면, 계산의 의미적으로는 「20÷4」의 단 한 가지로 볼 수 있다.

「 $20 \div 4$ 」를 만드는 방법에서, 순서가 다르거나 괄호의 차이만 다른 것을 알 수 있다. 초등학교 4학년 영재학생은  $(4+4 \times 4) \div 4$ 의 식보다는  $(4 \times 4 + 4) \div 4$ 를 더 쉽게 많이 만들고 있음을 알 수 있다.

2) [오답식]에 관한 분석

[ $4 \ 4 \ 4 \ 4 = 5$ ]에 대한 오답 식은 학생[석]이 유일하게  $4 \times 4 + 4 \div 4$ 의 1개를 만들었다. 이것도 괄호 사용의 미숙으로  $(4 \times 4 + 4) \div 4$ 로 고치면 정답이 되는 것이다.

학생[석]은 '학원에 다니지 않는 학생이 있느냐?'는 질문에 유일하게 손을 든 학생이다.

사. [ $4 \ 4 \ 4 \ 4 = 6$ ]에 대한 학생들의 응답 분석

4학년 수학 영재 학생의 [ $4 \ 4 \ 4 \ 4 = 6$ ]이 되는 식을 만든 것을 보면, 총 4종류의 식에서, 총 개수는 14개를 만들었다. 이것은 [ $4 \ 4 \ 4 \ 4 = 0 \sim 10$ ]까지의 11가지 문항 중에서 두 번째로 가장 적은 14개의 식을 만든 것이 특징이다.

학생[서], [준], [슬], [한] 등 4명이 제출하지 않았고, 나머지 10명만이 1개 또는 2개의 식을 만들었다. 미제출자가 늘어 난 것은 집중력이 떨어졌거나 지루함을 느끼지 않았나 생각된다.

1) [정답식]의 분석

학생들이 [ $4 \ 4 \ 4 \ 4 = 6$ ]에 대해 만든 [정답]식을 분석하면 <표 17>과 같다. [정답식]은 총 2종류, 12개의 식을 만들었으며, [오답] 식은 총 2종류, 2개의 식이 나왔다.

<표 17> [정답식]의 빈도수에 따른 분석 <N=10>

번호	[정답식]/학생수	서	준	슬	현	태	한	원	선	주	영	호	석	진	성	개수
①	$(4+4) \div 4 + 4$				1	1		1		1	1	1	1	1	1	9
②	$4 + (4+4) \div 4$					1			1						1	3
	2종/ 합계	0	0	0	1	2	0	1	1	1	1	1	1	1	2	12

<표 17>을 보면,  $(4+4) \div 4 + 4$ ,  $4 + (4+4) \div 4$ 의 2가지 식뿐인데, 이것도 계산의 순서를 바꾼 것에 불과하다. 이 2가지 식을 모두 만든 학생은 이 사실을 알았을 것으로 생각된다. [ $4 \ 4 \ 4 \ 4 = 6$ ]이 되는 식을 만들려면 「 $2+4$ 」나 「 $4+2$ 」의 2가지 형태뿐이다.

사실 모든 식이 같은 형태라고 볼 수 있으며, 다만 차이점이라고 하면, 계산의 순서와 괄호( )와 중괄호{ }의 사용만 다를 뿐이다.

2) [오답식]에 관한 분석

[ $4 \ 4 \ 4 \ 4 = 6$ ]에 대한 오답 식은 모두 2개가 나왔는데, 학생[주]가  $4 \times 4 - (4+4)$ 를, 학생 [영]이  $4 + (4+4 \div 4)$ 를 만든 것뿐이다.

아. [ $4 \ 4 \ 4 \ 4 = 7$ ]에 대한 학생들의 응답 분석

4학년 수학 영재 학생들의 [ $4 \ 4 \ 4 \ 4 = 7$ ]이 되는 식을 만든 것을 보면, 총 8종류의 식이



나왔고, 만든 식의 총 개수는 18개였다. [정답식]은 총 8종류, 17개의 식을 만들었으며, [오답식]은 단 1개 나왔다. 학생 [서], [준], [슬]이 제출하지 않았고 학생[원]은 백지를 내었다.

1) [정답식]의 분석

가) [정답식]의 빈도수에 의한 분석

학생들이  $[4\ 4\ 4\ 4=7]$ 에 대해 만든 [정답식]을 분석하면 <표 18>과 같다.

<표 18> [정답식]의 빈도수에 따른 분석 <N=10>

번호	[정답식] / 학생수	서	준	슬	현	태	한	원	선	주	영	호	석	진	성	개수
①	$44\div 4\cdot 4$					1			1		1	1		1		5
②	$4\cdot 4\div 4+4$				1				1	1			1		1	5
③	$(4+4)\cdot 4\div 4$									1					1	2
④	$(4+4)\cdot (4\div 4)$											1				1
⑤	$4\cdot (4\div 4)+4$											1				1
⑥	$(4\cdot 4\div 4)+4$													1		1
⑦	$4+4\cdot 4\div 4$													1		1
⑧	$(44\div 4)\cdot 4$						1									1
	8종류	0	0	0	1	1	1	0	2	2	1	3	1	3	2	17

나) [정답식]의 계산의미 중심의 분석

<표 18>의 정답식을 의미별로 분류하면, <표 19>와 같이 나눌 수 있다.

<표 19> [정답식]의 계산의미에 따른 분석

식 의미	<표18>번호	[정답식]	개수	소계
3+4	②	$4\cdot 4\div 4+4$	5	7
	⑤	$4\cdot (4\div 4)+4$	1	
	⑥	$(4\cdot 4\div 4)+4$	1	
11-4	①	$44\div 4\cdot 4$	5	6
	⑧	$(44\div 4)\cdot 4$	1	
8-1	③	$(4+4)\cdot 4\div 4$	2	4
	④	$(4+4)\cdot (4\div 4)$	1	
	⑦	$4+4\cdot 4\div 4$	1	
3종류		8종 / 합계	17	17

<표 19>와 같이,  $[4\ 4\ 4\ 4=7]$ 에 대한 정답식은 「3+4」, 「11-4」, 「8-1」의 3가지 유형으로 분류된다. 이 중에서 「11-4」의 형태, 즉,  $44\div 4\cdot 4$ 의 식은 생각하기 힘든 형태로 생각되는데, 의외로 많이 만들고 있는 것이 특징으로 생각된다.

2) [오답식]에 관한 분석

오답식을 만든 것은 단 1개 나왔는데, 학생[영]이  $-(4\div 4+4+4)$ 을 만든 것뿐이다.

자. [4 4 4 4=8]에 대한 학생들의 응답 분석

4학년 수학 영재 학생들의 [4 4 4 4=8]이 되는 식을 만든 것을 보면, [4 4 4 4=0], [4 4 4 4=1]에 이어 3번째로 많은 종류 및 많은 개수의 식을 만들었다. 만든 식의 총 개수는 57개였고, [정답식]은 총 19종류, 56개의 식을 만들었으며, [오답식]은 단 1개 나왔다.

1) [정답식]의 분석

가) [정답식]의 빈도수에 의한 분석

4학년 영재 학생들이 [4 4 4 4=8]에 대해 만든 [정답식]을 분석하면 <표 20>과 같다.

<표 20> [정답식]의 빈도수에 따른 분석 <N=11>

번호	[정답식] / 학생수	서	준	슬	현	태	한	원	선	주	영	호	석	진	성	개수
①	4×4-4-4				1	1		1	1		1	1	1	1	1	9
②	(4+4)×4÷4				1		1	1		1	1	1	1		1	8
③	4+4+4-4				1			1	1				1	1		5
④	4-4+4+4				1	1	1				1				1	5
⑤	4+4-4+4							1				1	1	1	1	5
⑥	4×4-(4+4)							1		1	1		1	1		5
⑦	4×4÷4+4										1	1	1		1	4
⑧	4÷4×4+4				1	1					1					3
⑨	(4+4)÷4×4							1	1							2
⑩	(4+4)-(4-4)					1										1
⑪	(4+4)+(4-4)					1										1
⑫	(4-4)+(4+4)							1								1
⑬	4+(4-4+4)														1	1
⑭	4+(4+4-4)														1	1
⑮	4+4÷(4÷4)								1							1
⑯	4+4÷4×4											1				1
⑰	4×(4÷4)+4					1										1
⑱	4+(4-4)+4							1								1
⑲	(4÷4)×4+4											1				1
	19종	0	0	0	5	6	2	8	4	2	6	5	7	4	7	56

학생[서], [준], [슬] 등 3명이 제출하지 않았고, 나머지 11명만 식을 만들어 제출하였다. 11명이 만든 정답 식의 평균 개수는 5.09개가 된다. 학생[원]이 8개로 가장 많이 만들었다.

정답식 중에는 4×4-4-4와 (4+4)×4÷4가 9개, 8개로 가장 많이 만들어지고 있음을 알 수 있다.

## 나) [정답식]의 계산의미 중심의 분석

<표 20>의 정답 식을 계산의미에 따라 분류하면 다음 <표 21>이 된다.

<표 21> 계산식의 의미에 의한 분류

식 의미	<표20>번호	[정답식]	개수	소계
4+4	⑤	$4+4-4+4$	5	19
	⑦	$4 \times 4 \div 4 + 4$	4	
	⑧	$4 \div 4 \times 4 + 4$	3	
	⑬	$4 + (4 - 4) + 4$	1	
	⑭	$4 + (4 + 4 - 4)$	1	
	⑮	$4 + 4 \div (4 \div 4)$	1	
	⑯	$4 + 4 \div 4 \times 4$	1	
	⑰	$4 \times (4 \div 4) + 4$	1	
	⑱	$4 + (4 - 4) + 4$	1	
	⑲	$(4 \div 4) \times 4 + 4$	1	
16-8	①	$4 \times 4 - 4 - 4$	9	14
	⑥	$4 \times 4 - (4 + 4)$	5	
32÷4	②	$(4 + 4) \times 4 \div 4$	8	8
0+8 또는 8+0	④	$4 - 4 + 4 + 4$	5	7
	⑫	$(4 - 4) + (4 + 4)$	1	
	⑪	$(4 + 4) + (4 - 4)$	1	
12-4	③	$4 + 4 + 4 - 4$	5	5
2×4	⑨	$(4 + 4) \div 4 \times 4$	2	2
8-0	⑩	$(4 + 4) - (4 - 4)$	1	1
7종류		19종/합계	56	56

<표 21>을 보면,  $4 \ 4 \ 4 \ 4 = 8$ 에 대한 정답식은 「4+4」, 「16-8」, 「32÷4」, 「0+8 또는 8+0」, 「12-4」, 「2×4」, 「8-0」의 7가지 유형으로 분류된다. 이 중에서, 「4+4」형태가 19개(33.93%)로 가장 많고 그 다음으로 「16-8」이 14개(25%)로 많이 만들었다. 특히 「8-0」의 형태, 즉,  $(4+4)-(4-4)$ 의 식은 단 1개 만들어진 것이 특징이다.

## 2) [오답식]에 관한 분석

오답식을 만든 것은 단 1개 나왔는데, 학생[태]가  $(44-4) \div 4$ 의 식을 만든 것뿐이다.

## 차. [4 4 4 4 = 9]에 대한 학생들의 응답 분석

4학년 수학 영재 학생들의 [4 4 4 4 = 9]가 되는 식을 만든 것을 보면, 총 6종류의 식이 나왔고, 만든 식의 총 개수는 17개였다. [정답식]은 총 6종류, 17개의 식을 만들었으며, [오답식]은 없었다.

학생[서], [준], [슬], [한], [원] 등 5명이 제출하지 않았고, 나머지 9명만이 1개 또는 2개의 식을 만들었다.

1) [정답식]의 분석

가) [정답식]의 빈도수에 의한 분석

영재 학생들이 [4 4 4 4=9]에 대해 만든 [정답식]을 분석하면 <표 22>와 같다.

<표 22> [정답식]의 빈도수에 따른 분석 <N=9>

번호	[정답식]/학생수	서	준	슬	현	태	한	원	선	주	영	호	석	진	성	개수
①	4÷4+4+4				1	1			1		1		1		1	6
②	4+4÷4+4				1	1				1				1	1	5
③	4+4+4÷4					1								1	1	3
④	(4+4)+4÷4									1						1
⑤	4+4+(4÷4)											1				1
⑥	4+(4÷4)+4											1				1
	6종/합계	0	0	0	2	3	0	0	1	2	1	2	1	2	3	17

<표 22>를 보면, 4÷4+4+4의 식을 6명이 만들어 가장 많고, 그 다음으로 4+4÷4+4를 5명이 만들고 있다.

나) [정답식]의 계산의미 중심의 분석

<표 22>를 계산 의미를 중심으로 분석하면 <표 23>과 같이 된다.

<표 23> 계산 의미에 의한 분류

의미 식	<표22>번호	[정답식]	개수	소계
1+8	①	4÷4+4+4	6	6
4+1+4	②	4+4÷4+4	5	6
	⑥	4+(4÷4)+4	1	
8+1	③	4+4+4÷4	3	5
	④	(4+4)+4÷4	1	
	⑤	4+4+(4÷4)	1	
3종		6종/ 합계	17	17

<표 23>을 보면, 4 4 4 4=9에 대한 정답식은 「1+8」, 「4+1+4」, 「8+1」의 3가지 유형으로 분류되고, 개수도 6개, 6개, 5개로 거의 비슷하게 만들고 있다.

계산기호의 사용을 보면, 4÷4+4+4에서 보는 바와 같이 6가지 식 모두가 ÷가 1회, +가 2회 사용한 식이 된다.

카. [4 4 4 4=10]에 대한 학생들의 응답 분석

초등학교 4학년 수학 영재 학생들이, [4 4 4 4=10]이 되는 정답식을 만들어 제출한 학생은 [현], [한], [호], [진]의 4명뿐이었고, 오답식은 없었다. 나머지 10명의 학생은 제출하지 않았다. 사실 정답식은 (44-4)÷4의 한 가지 뿐이다.

#### IV. 결론 및 제언

본 연구자는 수학 영재교육에서 주안점을 창조성의 육성에 두고, 초등학교 수학 영재학생에게 다양하고 확산적인 사고활동을 촉진시키기 위한 자료 개발 및 도입에 노력하고 있다. 이것은 수학교육에서 본인의 연구 및 관심영역과 일치하며, 다양하고 확산적이며 발전적인 사고활동을 통해 창조성을 육성할 수 있다고 생각하기 때문이다.

이 연구에서는 초등학교 4학년 영재학생에게 평범한 계산식을 주고, 「다양한 식 만들기」를 하게 하여, 다양하고 확산적인 사고활동의 산출물을 분석하였다. 이 연구를 통하여 알 수 있었던 점 및 시사점을 정리하면 아래와 같다.

첫째, 초등학교 4학년 수학 영재학생도 확산적인 사고활동으로 다양하게 많은 양의 계산식을 만들 수 있음을 확인하였다.

둘째, 평범한 수학 내용일지라도 좀 더 수정하면 영재 학생에게 창조성을 길러 줄 수 있는 적절한 교재로 재구성할 수 있다.

셋째, 수학의 식 만들기나 문제 만들기 학습·지도는 수학 영재교육에 적절한 교육 방법이라고 확신한다. 왜냐하면, 이들은 영재 학생의 다양한 사고 활동을 촉진하여 바람직한 창조성 육성을 기대할 수 있기 때문이다.

넷째, 초등 수학 영재교육을 위해서는 다양하고 확산적이며 발전적인 사고활동을 촉진하는 교재 개발과 연구의 集積을 위한 지속적인 노력이 요구된다.

이 연구에서는 영재학생들의 다양한 산출물을 외형 및 내면적으로 분석하였다. 이러한 다양한 분석을 통하여, 초등 수학 영재학생의 특징과 속성을 더욱 세밀하게 파악하는 연구의 집적이 필요하다고 생각된다.

이것을 바탕으로 수학 영재학생의 평가 및 교재 개발과 학습·지도 방법 등의 발전에 기여할 수 있을 것이다.

## 참 고 문 헌

- 林文圭 (1989A). 數學教育における問題解決學習の研究-問題設定の教授=學習について-. 廣島大學大学院 教育學 研究科 修士論文.
- 林文圭 (1989B). 數學教育における問題解決學習に関する研究-創造性育成の觀點として-. 西日本數學教育學會 『數學教育學研究紀要』 15號, pp.131-136.
- 林文圭 (1992). 數學教育における問題設定と問題解決の關聯に関する研究. 廣島大學 大學院 教育學 研究科 博士論文.
- 임문규 (1997). 수학교육에서 열린 교수·학습의 실천적 방법 연구, 한국초등수학교육학회지, 창간호, 17-32.
- 임문규 (2001A). 제7차 교육과정에 따른 초등학교 1,2학년 수학교재의 문제만들기 내용분석 및 학생들의 실태조사. 대한수학교육학회지, <학교수학>, 3(2), 295~324.
- 임문규 (2001B). 제7차 교육과정에 따른 초등학교 3학년 수학교재의 문제만들기 내용 분석 및 학생들의 문제만들기에 관한 실태조사. 공주교육대학교 과학교육연구, 23.
- 임문규외 2인 (2001C). 초등 수학과 교수·학습 모형 및 자료 개발- 초등 수학교육에서 문제 만들기 교수·학습의 체계화 및 자료 개발 -. 1999년도 교육부 지원 교과교육 공동 연구 결과 보고서. 한국교원대학교 부설 교과교육공동연구소, 연구보고 RR99-II-2.
- 임문규 (2006A). 다양하며 확산적 사고활동을 통한 창조성 육성에 관한 연구—초등학교 수학교육을 중심으로—. 한국초등수학교육학회지, 10(1), 1-19.
- 임문규 (2006B). 초등학교 5학년 수학 영재 학생의 확산적 산출물의 분석 및 평가에 관한 연구. 한국초등수학교육학회지, 10(2), 171-194.
- 임문규 (2007). 초등 5학년 수학 영재 학생들이 만든 다양한 계산식에 관한 연구. 초등학교 교육연구, 7(2), 91-115. 공주교육대학교 초등교육연구소.

<Abstract>

## A Study on Analysing of Various Number Formulas Posed by the Mathematically Talent 4th Grade Children in Elementary School

Lim, Mun-Kyu<sup>3)</sup>

It is necessary to accumulate the studies on the practical learning and teaching for the Mathematical talent education in elementary school.

In this study, I set the 4th grade children mathematically gifted in elementary school to pose the various number calculating formulars,  $4\ 4\ 4\ 4 = 0, 1, 2, \dots, 10$ , by using to  $+, -, \times, \div, ( )$ . And I analysed their products.

In 2007, I gave the same task to 5th graders and got a significant result. To expand the target of my study, I used the same investigating method for children of different graders.

As a result, I conclude that math brains in 4th grade also can create various many number calculating formulas.

I find that children pose to various many calaulating formulars becoming 0, 1, 8, 4 in order whereas they pose to a little calaulating formulars becoming 10, 6, 5, 9 orderly. Most errors are due to the order of calculation or confusion about parenthesis.

This study contributes to test methods and text development for math brains in elementary school.

Keywords: mathematical talent education in elementary school, posing of calculating formula, productions of children, various and divergent thinking, creativity

논문접수: 2010. 06. 22

논문심사: 2010. 07. 08

게재확정: 2010. 08. 04