

## 삼각 메쉬 파티클 시스템을 이용한 직물 시뮬레이션

노재희<sup>0</sup>                      정 문 열

서강대학교 영상대학원 미디어공학

(angelnjh, moon)@sogang.ac.kr

### Cloth simulation using a particle system on triangular mesh

Noh, Jaehee<sup>0</sup>                      Moonryul Jung

Department of Media Technology

School of Media, Sogang University

#### 요 약

직물을 모델링 할 때 사각 메쉬 기반의 파티클 시스템이 이미 제시된 바 있다. 그러나 일반적으로 삼각 메쉬를 사용하여 직물을 표현하므로 삼각 메쉬 기반의 직물 모델링이 필요하다. 삼각 메쉬를 이용한 직물 모델링은 보통 물질이 연속적이라고 가정하는 유한 요소법적인 방식을 사용한다. 본 논문은 파티클 시스템의 장점인 모델의 간단함, 구현의 용이성 등을 삼각 메쉬상에서도 살리기 위해 삼각 메쉬 기반의 파티클 시스템을 제안한다. 직물의 움직임은 메쉬 꼭지점들이 삼각 메쉬의 에지들을 통해 서로 상호작용하도록 모델링한다. 꼭지점들의 상호작용은 두 개의 구조, 즉 에지 연결 구조와 대각선 연결 구조를 이용하여 정의하고, 상호작용을 할 때 생성되는 변형 에너지는 탄성이론을 적용하여 모델링하였다. 사각 메쉬에 적용되었던 파티클 시스템의 장점을 삼각 메쉬에 구현한 것이 본 논문의 공헌이다

#### Abstract

The particle system based on quad mesh has been posed to model cloth. But we need to develop cloth models on triangular meshes because they are widely used. Cloth modeling on triangular mesh is often done in the style of finite element method, which assumes that material is continuous. To preserve the advantages of particle system, e.g. model simplicity and the ease of implementation, even on triangular mesh, this paper proposes a particle system on triangular mesh. The motion of cloth is modeled so that vertices interact with each other via the edges on the triangular mesh. The interactions of vertices are assumed to exist between every adjacent vertex and between every other vertex. The deformation energy due to interaction is constructed based on the theory of elasticity. The contribution of the paper is to implement the advantages of particle system on triangular mesh.

키워드: 직물 모델링, 파티클 시스템, 삼각메쉬

**Keywords:** cloth modeling, particle system, triangular mesh

## 1. 서론

온라인 게임이나 인터넷 쇼핑 등 3 차원 가상 의상에 대한 수요는 점점 높아지고 있다. 따라서 자연스러운 가상의상의 시뮬레이션에 대한 요구는 점점 많아 지고 있다. 가상 시뮬레이션은 천의 모델링 방법과 시뮬레이션의 수치적인 방법이 변화하면서 많은 연구가 진행되었다[6].

D. Terzopoulos 와 동료들은 물리적 모델을 처음 적용했으며, 사각 메쉬를 사용하여 천을 표현하였다 [4]. 또한 D. Terzopoulos 는 운동 방정식의 해를 구하는 데 처음으로 암시적 적분 방법(an implicit integration method)사용하였다. D. Baraff and Andrew Wilkin 는 천을 하나의 연속체로 가정하고 삼각 메쉬로 천을 모델링 하였고, 각 삼각형의 평면 안에서의 변형 에너지(deformation energy)를 연속체 역학 (continuum mechanics) 에 기초하여 유도했다[2]. 그리고 그는 D. Terzopoulos 가 사용했던 암시적 적분 방법의 효율성을 높여서 큰 시간 간격(time step) 을 사용하면서도 시뮬레이션을 안정적으로 할수 있는 방법을 제시했다.

D.E. Breen 과 그의 동료들은[1] 천이 연속체라는 개념에서 벗어나서, 천이 씨실과 날실로 짜여 진다는 사실을 그대로 적용하여 씨실과 날실이 만나는 점을 파티클로 정의하는 파티클 모델을 제안하였다[1]. 또한 그는 씨실과 날실이 교차되는 모양과 비슷한 사각 메쉬로 천을 모델링 하였다. 또한 Breen 은 Kawabata 직물 측정기 (fabric test device) 를 사용하여 실제 천의 탄성도 등을 측정하여 시뮬레이션에 사용하여 시뮬레이션의 사실성을 높이려 했다.

K. Choi and H. Ko[3]는 Breen[1,7]의 파티클 시스템을 사용하여 기존의 연구보다 훨씬 더 간단하고 안정 된 시스템을 제안하였다. 또한 Choi[3]의 직물 시뮬레이션은 현실감을 현저하게 증가시켰다. 하지만 Breen 이 제안한 것처럼 사각 메쉬를 사용하여 천을 모델링 하기 때문에, 사각 메쉬의 위상적인(topological) 제약으로 다양한 형태의 가상 의상을 모델링하는데 어려움이 있다. 특히, 거의 모든 메쉬 모델링이 삼각 메쉬를 사용하기 때문에 현실적인 효율성에 문제가 있다. 이것을 극복하고자 Choi[5]는 삼각 메쉬를 이용하는 직물 모델링 기법을 제안했다. 그러나 Choi 가 [3]에서 제안했던 파티클 시스템을 이용하지 않고, Baraff[2]가 제안한 것과 같은 개념을 사용하여 천을 연속체라 생각하고 직물 시뮬레이션 시스템을 제안하였다. 그는 [5]에서 천을 평면인 삼각형의 집합으로 보고 삼각형의 변형에너지를 이용하여 시뮬레이션을 구현했다.

본 논문에서는 다양한 가상 의상을 생성할 수 있도록 삼각 메쉬 기반의 파티클 시스템을 제안한다. 임의의 파티클의

움직임은 그것과 연결된 파티클과의 상호작용을 통해 일어나므로, [3]에서와 같이 파티클 연결구조에 따라서 두 가지 상호작용을 사용한다.

본 논문의 2 장에서는 논문에서 사용하는 천의 물리학적 모델에 대해 설명한다. 3 장에서는 에너지 함수의 정의, 4 장에서는 운동방정식의 해를 구하는 수치적인 방법, 5 장에서는 실험 결과와 6 장에서는 결론에 대해 설명한다.

## 2. 천의 모델

천이 씨실과 날실로 구성되어 있다는 사실은 기존의 많은 연구들에서 천을 모델링하는 데 중요한 근거로 사용했고 [1,3,7] 이러한 근거가 개념의 기본이 된 것이 파티클 시스템이다[1]. 파티클을 이용한 시뮬레이션 시스템은 기존의 시스템보다 안정되고 간단하여 여러 연구들에서 사용되었다[3,7]. 천의 씨실과 날실로 이루어진 모습을 확대해보면 그림 1의 (a)>의 모습이다.

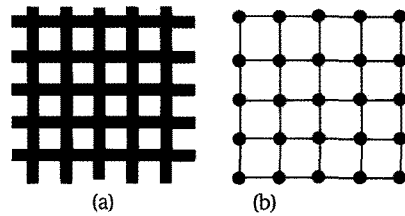


그림 1: (a) 천의 씨실(검정색)과 날실(붉은색)  
(b) 파티클(검정색 원)과 사각 메쉬

그림 1 의 (a) 의 확대한 천의 구조는 사각 메쉬와 형상이 많이 비슷해서 파티클 개념을 이용한 연구들은 사각 메쉬(그림 1 의 (b))를 사용하여 천을 모델링했다. 그러나 앞서서도 언급했듯이 옷을 만드는 패턴은 그 모양이 매우 자유롭기 때문에, 위상적인 제한이 있는 사각 메쉬로 모델링하는 것은 부적합하다. 따라서 사각 메쉬를 천의 모델로 사용하는 파티클 시스템으로 직물 시뮬레이션을 하는 것은 현실성이 떨어진다. 그래서 천을 삼각 메쉬로 모델링한 시스템을 사용해야 하나 기존의 삼각 메쉬를 이용한 연구들은[2,5] 파티클 시스템을 사용하지 않고 유한 요소법을 이용하였다.

Baraff[2]는 천을 연속된 삼각형의 집합으로 생각하고 변형 에너지는 각 삼각형에서 연속체 역학 공식으로부터 유도했다. 또한 Choi[5]가 제안한 것은 Baraff 의 시스템보다는 수치적으로 안정되었으나, 여전히 천을 연속된 삼각형의 집합이라는 개념을 전제로 했다. 그러나 천은 연속체가

아니므로, 연속체를 가정하여 유한 요소법을 사용하는 직물모델링 대신 삼각메쉬 기반의 파티클 시스템을 고려할 필요가 있다.

본 파티클 시스템에서는 우선 천을 파티클의 집합 그림 2의 (a) 이라고 가정한다. Breen의 연구[1]에서 제안한 파티클 시스템은 씨실과 날실이 교차하는 교차점을 파티클이라 정의하고 파티클에서 모든 에너지 함수를 정의할 수 있다는 것을 보였다. 한편, 즉 파티클이 그림 2의 (b)와 같이 삼각메쉬 연결 구조로 연결되어 있어도 파티클 시스템의 성질을 그대로 사용할 수 있다.

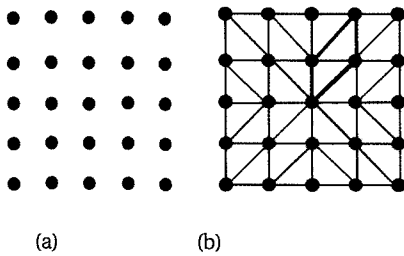


그림 2: (a) 파티클 시스템. (b) 삼각메쉬 구조로 연결된 파티클: 초록색 파티클과 파란색 파티클들은 에지를 통해 연결되어 있는 이웃들이며, 초록색 파티클과 붉은색 파티클들은 삼각형 변을 기준으로 서로 마주 보는 대각선 방향 이웃이다. 붉은색 사다리꼴은 대각선 방향 이웃의 예를 보여주고 있다.

따라서 본 시스템은 파티클 들을 삼각형 모양으로 연결하여 천을 삼각 메쉬로 모델링 하며 천의 질량은 파티클에 집중되어 있다 (그림 2의 (b)). 이웃하는 파티클 간의 연결은 스프링 모델을 사용한다. 이웃하는 파티클들의 상호 작용은 전단력 (shear force), 압축력 (compressive force), 신장력 (stretching force)과 감쇠력 (damping force) 등이 있다.

파티클의 상호작용은 이웃하는 파티클의 연결구조에 따라 결정되는 데 이웃하는 파티클들의 연결 관계는 그림 2의 (b)와 같다. 그림 2의 (b)를 보면 초록색 파티클의 이웃인 파티클은 파란색과 붉은색 파티클이다. 초록색 파티클과 이웃 파티클과의 연결 구조를 보면 파란색 파티클은 에지에 의해 직접 연결 되어있고 붉은색 파티클은 그림 2의 (b)에 설명한 것처럼 대각선 상에 있다. 대각선 방향에 있는 이웃은 에지 상에 있는 이웃보다 한 단계 더 먼 이웃이라고 볼 수 있다. 따라서 임의의 파티클과 그의 이웃을 연결 구조에 따라 에지 연결과 대각선 연결로 나누고 각각의 연결에 대해서는 다음절에서 자세히 설명한다.

Choi는 사각 메쉬로 천을 모델링한 시스템[3]에서 파티클들의 상호작용 구조를 합리적으로 제안하였다. 그러나

그는 삼각메쉬로 모델링한 시스템[5]에서 삼각 메쉬는 한 꼭지점에서 나가는 에지들의 수가 일정하지 않은 비정형성 문제가 있다고 언급하면서 삼각메쉬 기반의 파티클 시스템을 제안하지 않았다. 다음 절에서 본 논문에서 제안하는 파티클의 연결구조와 삼각 메쉬의 비정형성 문제의 해법을 제시한다.

## 2.1 에지 연결

Baraff는 [2]에서 천을 평면으로 생각하고 전단 변형 에너지와 신장 변형 에너지를 2차원에서 3차원으로의 매개 매핑 함수를 이용해서 모델링했다. 또 Choi[5]는 Baraff와는 달리 압축변형을 직접 모델링하지 않고 굽힘변형을 통해서 하지만, Baraff[2]에서 제안한 매개 매핑 함수를 사용하여 에너지를 모델링하였다. 본 논문에서는 파티클이 이루는 삼각형이라는 평면이 아니라 삼각형으로 연결되어 있는 파티클 시스템이라고 보고, Chio가 사각 메쉬에서 사용했던 방법[3]을 삼각 메쉬에 적용한다.

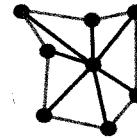


그림 3: 초록색 파티클과 에지연결 구조를 가진 파티클 (파란색)

에지 연결은 해당 파티클에서의 에지(그림 3에서 굵은 선)를 통한 파티클의 연결구조를 의미한다. 또한 에지 연결 구조를 통하여 천의 전단변형과 신장변형 에너지를 모델링하며, 이 연결은 탄성변형을 한다고 가정한다.

## 2.2 대각선 연결

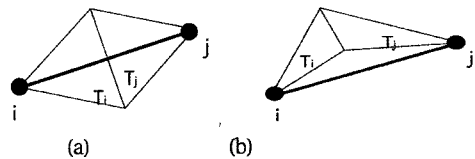


그림 4: 대각선 연결은 한 에지를 공유하는 두 삼각형 ( $T_i$ 와  $T_j$ )에서 공유하는 에지의 맞은 편에 있는 즉, 그 에지를 중심으로 대각선 방향에 있는 꼭지점  $i$ 와 꼭지점  $j$ 사이의 연결이다. (a)는 두 삼각형이 굽힘 변형을 하지 않은 상태의 대각선 연결을,

(b)는 두 삼각형이 굽힘 변형을 하여 대각선 (굵은 선)이 삼각형 면에서 벗어나 있는 대각선 연결을 나타낸다.

대각선 연결 구조 (그림 4) 는 압축변형과 굽힘 변형을 표현하는데 사용한다. 굽힘 변형 전에는 그림 4 의 (a)과 같은 구조였다가 변형이 일어나면 (b)와 같은 구조가 된다.

Baraff [2] 는 굽힘 변형 전에는 평면을 이루었던 인접한 삼각형이 변형 후에 이루는 각을 이용하여 굽힘 에너지를 정의했다. Choi [5] 가 정의한 굽힘 에너지와 본 논문이 정의한 에너지 모델이 비슷해 보이지만, 삼각 메쉬의 비정형성 문제를 연속체 모델로 가지 않고 파티클 시스템 안에서 해결했다. 이것은 다음 절에서 설명한다.

### 2.3 삼각메쉬 파티클 시스템상에서의 에너지 정의

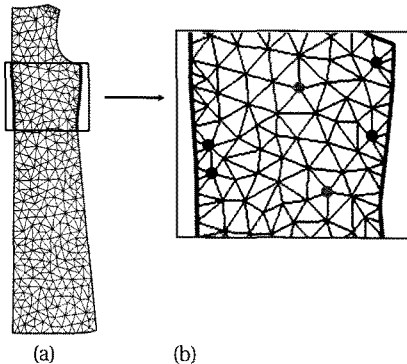


그림 5: (a) 삼각화한 가상 의상의 패턴. (b) (a)의 붉은 색 사각형을 확대한 것으로 초록색 곡선 부분은 뒤 중심선과 옆선으로 일부분이 곡선이다. 따라서 이 곡선을 표현하기 위해서 패턴의 다른 부분에 비해서 더 많은 삼각형이 필요하다. 따라서 붉은색 파티클 과 패턴의 중심부분에 있는 하늘색 파티클에서 나가는 에지의 수가 7개, 8개, 5개로 서로 다르다.

그림 5 에서 보듯이 사각 메쉬와 달리 삼각 메쉬는 각 파티클에서 나가는 에지의 수가 일정하지 않은 비정형성 문제가 있다(그림 5 에서 붉은 색 파티클과 하늘 색 파티클). 따라서 각 파티클에서의 에너지를 정의할 때, 해당 파티클과 그 파티클에서 나가는 에지 상의 에너지를 그냥 더하는 것은 문제가 있다. 이렇게 하면 에지들의 수가 많은 파티클이 에지들의 수가 적은 파티클에 비해 더 큰 힘을 받게 된다. 파티클 주변에는 실제로는 수많은 파티클이 있으며, 삼각메쉬 상에서 정의된 이웃 파티클들은 수많은 이웃 파티클들을

샘플링한 것에 불과하다. 샘플링 된 이웃 파티클의 수가 많다고 해당 파티클이 더 큰 힘을 받지는 않는다. 이 문제를 해결하는 한 방법은 Choi[5]에서 처럼, 해당 파티클 주변의 면적을 이용하는 것이다. 파티클 주변의 면적은 샘플링 된 이웃 파티클의 수에 관계없기 때문이다. 파티클 시스템의 틀 안에서 해결하는 방법은 서로 다른 개수의 이웃 파티클을 가지는 파티클이 받는 힘을 계산할 때 각 연결구조에 적절한 가중치를 부여하는 것이다. 즉, 관련 에지 상에서의 힘을 합할 때, 파티클  $i$  에서의 가중치  $w_i$ 와 이웃으로부터 받은 힘  $f_i$ 을 다음과 같이 구하면 해결할 수 있다.

$$w_i = \frac{\max_{\text{neig}}}{|N_i|} \quad (1)$$

$$f_i = \sum_{j=1}^{N_i} w_i f_{ij} \quad (2)$$

위 식(1), (2)에서  $f_{ij}$ 는 파티클  $i$ 가  $j$ 에서 받는 힘이다.  $N_i$ 은 파티클  $i$ 와 에지 연결과 대각선연결을 하고 있는 이웃 파티클들의 집합이고,  $|N_i|$ 는 집합  $N_i$ 의 멤버 수이다.  $\max_{\text{neig}}$ 는 천을 구성하는 삼각 메쉬에서 파티클이 가진 이웃 파티클의 개수 중 최대값이다. 이는 천을 이루는 파티클의 개수가  $n$ 일 때 다음 식과 같다.

$$\max_{\text{neig}} = \max_{1 \leq i \leq n} |N_i|$$

가중치  $w_i$ 는 임의의 파티클이 받는 힘을 구할 때, 이웃 파티클의 수에 관계없이 적절한 값을 가지도록 하기 위한 것이다. 이웃 파티클이 가장 많은 파티클에서 한 이웃이 차지하는 가중치와 그 보다 작은 수의 이웃을 가진 파티클에서 한 이웃이 차지하는 가중치를 다르게 계산한다. 이때 두 파티클의 이웃 가중치를 합한 것이  $\max_{\text{neig}}$ 가 되도록 계산한다. 이렇게 하면 연결된 이웃 파티클의 수가 많다고 해당 파티클에 큰 힘이 가해지는 것을 막을 수 있다. 이 방법은 [5]에서 파티클 주변 면적을 이용하는 방법보다 간단하며, 삼각메쉬의 비정형성에서 야기되는 문제를 해결한다. 한편, 그림 6 에서 보듯이 한 파티클이 두 개의 대각선 연결에 참여하는 경우가 있는데, 이 경우 이웃 파티클의 수  $N_i$ 을 계산할 때 한번만 카운트한다.

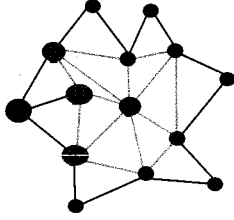


그림 6: 초록색 파티클(0번)의 대각선 연결 구조에 참여하는 파티클들은 빨간색으로 표시되어 있다. 파티클 4번과 0번 사이에 두 개의 마주보는 변이 있어 4번 파티클이 대각선 연결구조에 중복적으로 참여한다.

### 3. 에너지 함수의 정의

물리 모델을 사용할 경우 본 논문에서 정의하는 각 파티클  $i$ 에서의 운동 방정식은 다음과 같다.

$$m_i \ddot{x}_i = \sum_{j \in N_i} w_i (f_{ij}^s + f_{ij}^b + f_{ij}^d) + m_i g \quad (3)$$

식 (3)에서  $x_i$  는 임의의 파티클  $i$ 의 위치를 나타내는 벡터를 의미하며,  $N_i$ 는 파티클  $i$ 의 에지연결 이웃과 대각선연결 이웃 파티클 들의 집합이다.  $w_i$ 는  $f_{ij}$ 의 가중치이며, 식 (1)에서 정의되었다.  $m_i$ 는 파티클  $i$ 의 질량이고,  $g$ 는 중력 가속도이다.  $f_{ij}^s$ 와  $f_{ij}^b$ 는 파티클  $i$ 가 이웃 파티클  $j$ 로부터 받는 신장 (stretch)에 의한 힘, 굽힘 (bending)에 의한 힘을 의미한다.  $f_{ij}^d$ 는 감쇠력(damping force)이며, 파티클의 속도에 저항하는 힘이다.

식 (3)에서 천을 이루는 파티클의 개수가  $n$ 개라 하면 파티클의 집합인 천은 식(4)와 같이 벡터  $x$ 로 표현할 수 있다.

$$x = (x_1, x_2, \dots, x_{n-1}, x_n) \quad (4)$$

여기서 각  $x_i$ 는  $x_i = (x, y, z)$ 이다.

본 논문에서 각 파티클에 적용하는 에너지 함수의 모델은 스프링 모델이다. 스프링은 평형 상태에서 변형된 변위의 양에 따라 에너지가 변한다. 천의 평형상태에 있을 때의 임의의 파티클  $i$ 의 이웃 파티클과의 거리를  $L_{ij}$ 라 하고 두 파티클 간의 거리는  $x_{ij} = x_j - x_i$ 이라 정의한다 [3].

3.1절과 3.2절에서 에지 연결 구조와 대각선 연결 구조가 가지는 에너지 함수를 정의한다. 그리고 3.3절에서 감쇠에너지(damping energy)에 대한 물리적 모델을 정의한다.

### 3.1 에지 연결 구조의 에너지 함수

그림 3에서의 에지 연결 구조의 에너지 함수는 간단한 스프링 모델을 사용한다. 파티클  $i$ 와 에지 연결 이웃 파티클  $j$ 사이에서의 스프링의 복원에너지  $E_{ij}^s$ 는 식 (5)과 같다.

$$E_{ij}^s = \begin{cases} \frac{1}{2} k_s (|x_{ij}| - L_{ij})^2 & : |x_{ij}| \geq L_{ij} \\ 0 & : |x_{ij}| \leq L_{ij} \end{cases} \quad (5)$$

식(5)에서  $k_s$ 는 비례상수로 스프링 상수이다.  $x_{ij} = x_i - x_j$ . 파티클  $i$ 와  $j$ 사이의 거리  $|x_{ij}|$ 가 초기값  $L_{ij}$ 보다 적어지면 에너지는 0을 갖도록 한다<sup>1</sup> [3]. 파티클  $i$ 가 이웃 파티클  $j$ 로부터 받는 힘  $f_{ij}^s$ 은 다음과 같이 주어진다(식 (6)).

$$f_{ij}^s = -\frac{\partial E_{ij}^s}{\partial x_i} = \begin{cases} k_s (|x_{ij}| - L_{ij}) \frac{x_{ij}}{|x_{ij}|} & : |x_{ij}| \geq L_{ij} \\ 0 & : |x_{ij}| \leq L_{ij} \end{cases} \quad (6)$$

$f_{ij}^s$ 는 위치 3차원 공간에서 힘 3차원 공간으로 가는 함수이며, 이의 자코비안 행렬은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\frac{\partial f_{ij}^s}{\partial x_j} = k_s \frac{x_{ij} x_{ij}^T}{x_{ij}^T x_{ij}} + k_s \left(1 - \frac{L_{ij}}{|x_{ij}|}\right) \left(I - \frac{x_{ij} x_{ij}^T}{x_{ij}^T x_{ij}}\right) \quad (7)$$

$\frac{\partial f_{ij}^s}{\partial x_j}$ 는 각  $i$ 에 대해  $3 \times 3$  행렬이 되는데, 스프링 모델의 강성 행렬 (stiffness matrix)이다. 강성행렬의 성질은 논문 [3]의 것을 사용하여 식 (8)과 같이 조건을 준다.

$$\frac{\partial f_{ij}^s}{\partial x_j} = \begin{cases} k_s \frac{x_{ij} x_{ij}^T}{x_{ij}^T x_{ij}} + k_s \left(1 - \frac{L_{ij}}{|x_{ij}|}\right) \left(I - \frac{x_{ij} x_{ij}^T}{x_{ij}^T x_{ij}}\right) & : |x_{ij}| \geq L_{ij} \\ 0 & : |x_{ij}| \leq L_{ij} \end{cases} \quad (8)$$

<sup>1</sup> 본 시스템에서는 암묵적 적분기법을 사용하며, 이 과정에서 생성되는 선형시스템을 풀기 위해 CG (공역 그레디언트 기법, Conjugate Gradient Method)를 사용한다. CG는 선형시스템의 시스템 행렬이 positive definite 이어야 하는데, 변형 에너지를 위와 같이 조작하면 시스템 행렬을 positive definite 이 되게 하는데 도움을 준다. 뒤에서 언급되는 다른 조작도 다 같은 목적을 가지고 있다.

식(8)은 [3]에서 제안한 방식으로서, 에지 연결구조에서 두 파티클간의 거리가 평형상태보다 줄어 들 때 원상회복하려는 힘을 고려하지 않는다는 것을 의미한다. 즉 이 변형을 압축 변형으로 보지 않는다는 것을 의미한다. 이것은 자코비안 행렬을 항상 양정치(positive definite) 행렬로 만들기 위한 것이다<sup>2</sup>. 파티클간의 압축 변형은 대각선 연결구조에서 모델링한다.

### 3.2 대각선 연결구조의 에너지함수

대각선 연결 구조 그림 7은 압축력 (compressive force)에 의한 변형을 모델링하는데 사용한다. 대각선으로 연결된 두 파티클사이의 압축변형은 스프링 자체가 압축되는 것으로 보지 않고, 스프링이 굽어서 두 파티클의 거리가 줄어드는 것으로 본다. 대각선으로 연결된 두 파티클 사이의 두 파티클 사이의 스프링이 축소되는 것은 굽힘변형 뿐 아니라, 단순 축소변형에 의해서도 일어나는 일이다. 그러나, 본 논문에서는 Choi [5]의 모델에 따라, 대각선 연결 파티클간의 축소는 모두 굽힘변형에 의한 것이라고 가정한다<sup>3</sup>.

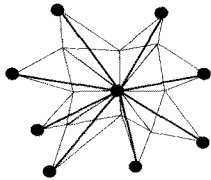


그림 7: 초록색 파티클과 대각선 연결구조를 이루고 있는 붉은색 파티클들

그림 7에서 초록색 파티클과 붉은 색 파티클 사이에 압축이 발생해서 두 삼각형이 공유하는 에지를 중심으로 굽힘 변형이 일어난다고 가정한다. 굽힘 상태는 곡률로 표현되는데, 그 굽힘이 호(arc)의 형태를 가진다고 가정하면 호상의 모든 점에서의 곡률은 동일하며, 굽힘 변형 에너지는 다음과 같이 계산된다[3].

<sup>2</sup> 이 조작성은 임의적 수치적분시 푸는 선형시스템의 시스템 행렬을 positive definite 되게 하는데 도움을 준다.

<sup>3</sup> 물론 이 가정은 항상 성립하는 것은 아니다. 대각선 연결 파티클 사이의 스프링이 굽힘변형이 아니라, 실제로 축소변형을 한 경우에도 이를 굽힘변형을 한 것으로 간주하는 것은 정확한 모델링은 아니다.

$$E_{ij}^b = (1/2) k_b L_{ij} \kappa_{ij}^2 \quad (9)$$

식 (9)에서  $k_b$ 는 굽힘 비례상수이며,  $\kappa_{ij}$ 는 굽은 호의 곡률 (curvature)이다. 또한  $L_{ij}$ 는 파티클  $i$ 와 이웃 파티클  $j$ 간의 초기 거리이다. 여기서 에너지  $E_{ij}^b$ 를 곡률이 아닌 파티클 간 거리의 방정식으로 나타낼 수 있다. 호의 곡률을 파티클 간의 거리로 나타내면 식 (10)과 같다[3]. 식 (10)을 이용하여  $f_{ij}^b$ 를 정리하면 식 (11)와 같다.

$$\kappa(x_{ij}) = (2/L_{ij}) \operatorname{sinc}^{-1}\left(\frac{|x_{ij}|}{L_{ij}}\right) = \kappa_{ij} \quad (10)$$

$$\left(\operatorname{sinc}(x) = \frac{\sin(x)}{x}, 0 \leq \frac{\kappa_{ij} L_{ij}}{2} \leq \pi, 0 \leq \kappa_{ij} \leq \frac{2\pi}{L_{ij}}\right)$$

$$\begin{aligned} f_{ij}^b &= -\frac{\partial E_{ij}^b}{\partial x_i} \\ &= k_b \kappa_{ij}^2 [\cos(\kappa_{ij} L_{ij}/2) - \operatorname{sinc}(\kappa_{ij} L_{ij}/2)]^{-1} \frac{x_{ij}}{|x_{ij}|} \\ &= f_b \left(\frac{|x_{ij}|}{L_{ij}}\right) \frac{x_{ij}}{|x_{ij}|} \end{aligned} \quad (11)$$

$f_{ij}^b$ 은 위치에 의해 결정되는 힘이다. 식 (11)은 [3]에서 제안한 바와 같이  $f_b$  대신 새로운  $f_b^*$ 를 사용한다.

$$f_b^* = \begin{cases} c_b(|x_{ij}| - L) & : f_b < c_b(|x_{ij}| - L) \\ f_b & : \text{o. w.} \end{cases} \quad (12)$$

여기서  $c_b$ 는  $k_s$ 와 비슷한 값을 가지는 상수로 사용자가 정한다.  $f_b^*$ 의 자코비안 행렬을 구하면 다음과 같다.

$$\frac{\partial f_{ij}^b}{\partial x_j} = \frac{df_b^*}{d|x_{ij}|} \frac{x_{ij} x_{ij}^T}{|x_{ij}|^2} + \frac{f_b^*}{|x_{ij}|} \left(1 - \frac{x_{ij} x_{ij}^T}{|x_{ij}|^2}\right) \quad (13)$$

위의 식 (13)은 논문 [3]에서 제안한 것과 같이 시스템 행렬을 양정치 행렬로 만들기 위해 두 번째 항은 사용하지 않는다 [3].

### 3.3 감쇠력

물리학에서 감쇠력은 물체의 속도에 비례해서 생성되는 힘이다. 실제 모든 역학계에서 감쇠력이 작용하여 무한히 진동하는 것을 막는다. 수치해법의 안정성을 위해 인위적인 감쇠력을 추가하기도 하지만, 여기서 말하는 것은 천 자체의 자연스러운 감쇠력이다.

파티클  $i$ 와  $j$ 에서의 감쇠력  $f_{ij}^d$ 은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$f_{ij}^d = -k_d(v_i - v_j) \quad (14)$$

$f_{ij}^d$ 의 자코비안 행렬은 아래와 같다.

$$\frac{\partial f_{ij}^d}{\partial x_j} = k_d I \quad (15)$$

식(14)에서  $v_i$ 와  $v_j$ 는 각각 파티클  $i$ 와  $j$ 에서의 속도들의 의미하며  $k_d$ 는 감쇠 상수를 의미한다.

#### 4. 수치적 방법

천의 움직임을 간단한 운동 방정식으로 나타내면 다음과 같다.

$$M\ddot{x} = f(x, v) \quad (16)$$

여기서  $M$ 은 대각선 행렬(diagonal matrix)로 각 0이 아닌 대각선 성분은 파티클의 질량을 나타낸다. 또한  $x$ 는 식(4)의 위치 벡터  $x$ 를 의미하며,  $v$ 는 각 파티클의 속도를 의미한다. 식 (15)의 의미는 각 파티클의 가속도가 파티클의 위치와 속도에 의해 결정된다는 것이다.

본 논문에서는 식 (16)의 해를 구하기 위해서 암묵적 오일러 방법(implicit Euler method)를 사용한다. 식 (16)을 1차 미분 형태로 표현하면 다음과 같다.

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} x \\ \dot{x} \end{pmatrix} = \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} x \\ v \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v \\ M^{-1} f(x, v) \end{pmatrix} \quad (17)$$

식(17)에 암묵적 오일러 방법을 적용하면  $\Delta x$ 에 대한 비선형 방정식이 유도된다. 이를 선형화하여 생성되는 선형시스템을 주어진 제약조건을 만족시키면서 풀기 위하여 Baraff[2]가 제안한 modified conjugate gradient method를 사용했다. 제약조건은 천과 바디의 충돌 접촉에 의해서 생성된다. 본 논문은 삼각메쉬 상에서의 파티클 직물 모델링이 주제이므로 충돌처리는 간단하게 처리하였다. 옷메쉬와 바디 메쉬 간의 침투 마진을 부여하고, 침투마진이 침투되었을 때 충돌로 간주한다. 이때 천의 꼭지점  $x_i$ 이 바디 접촉점의 속도  $v_i$ 를 가지도록 제약조건 ( $\Delta x_i = v_i$ )을 생성한 후, 시뮬레이션을 계속한다. 이 제약조건을 locking 조건이라고 한다. 그러나, 옷 꼭지점이 침투마진 보다 더 많이 이동하여 바디를 침투할 수도 있다. 이 경우는 침투거리벡터  $\Delta x_{i,c}$ 를 구하여 옷 꼭지점이 locking 조건 ( $\Delta x_i = v_i$ ) 외에 침투 회복벡터  $-\Delta x_{i,c}$ 를 만족시키도록 제약조건  $\Delta x_i = v_i - \Delta x_{i,c}$ 을 설정한 후, 시뮬레이션을 계속한다.

이후 침투회복이 된 이후에 locking 제약조건 ( $\Delta x_i = v_i$ )을 유지해야 될지 해제해야 될지를 결정해야 되는데, 시스템에서는 Baraff[2]가 제안한 방법을 이용한다. 해당 제약조건을 유지하는데 필요한 제약 힘을 계산하여 이 힘이 접촉면 법선벡터 방향과 동일하면 옷 꼭지점이 접촉면을 침투하려고 한다는 것을 의미하므로 제약조건을 유지한다. 제약힘이 법선벡터 방향과 반대이면, 옷 꼭지점이 접촉면으로부터 벗어나려고 하는 것을 제약조건을 유지하기 위해 이를 방해하는 제약힘이 생성되었다는 것을 의미한다. 이 경우는 옷 꼭지점의 운동경향을 방해할 이유가 없으므로 제약조건을 해제한다. 제약힘을 간단하게 계산하는 법은 Baraff [2]를 참조하라.

최초 접촉 시에 locking 제약조건을 이용하는 것은 다른 구체적인 정보가 없는 한 불가피한 일로 판단된다. 그러나, 다음 단계에서는 이 제약조건을 만족시키기 위해 필요한 제어힘을 이용하여 접면 상에서의 운동을 적당히 제어해 주어야 한다. 우선 locking 제약조건으로부터 제어힘의 접면성분을 계산하고 이것이 정지마찰력 (제어힘의 법선성분과 정지마찰계수의 곱) 보다 작으면, locking 을 유지한다. 그렇지 않으면 제어힘의 접면성분은 실제로는 유지하기 불가능한 힘으로 간주하여 정지마찰력과 차이에 해당하는 힘을 이용하여 접면상에서 슬라이딩하게 한다. 이때 슬라이딩을 저지하는 감쇠력(dissipative force)를 제어힘의 법선성분에 비례하게 생성한다.

#### 5. 실험결과

본 논문에서의 시뮬레이션 시스템은 C++ 과 마야 API[9]를 사용하여 마야플러그인으로 개발하였다.

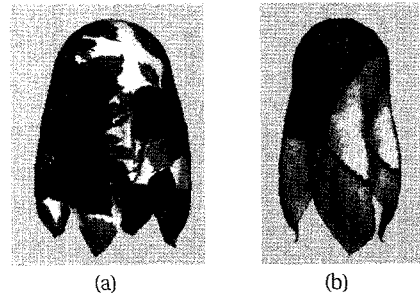


그림 8. 시뮬레이션 결과

그림 8 은 천을 공 위에 떨어뜨렸을 때의 모습을 본 논문이 제안한 방법을 사용하여 시뮬레이션을 한 최종 결과이며, (a)와 (b)는 식 (5)에서 사용하는 상수  $k_0$ 의 값을 조절함에 따른 다른 결과이며, (a)에서는 200을 (b)에서는 100을 지정했다( $k_0$ 의 유효한 값의 범위는  $50 \leq k_0 \leq 350$  이다). 그림 8 에서 (a)는 1320 프레임에서의 결과이고 (b)는 1500 프레임에서의 결과이다. 그림 9 는 그림 8 의 (b)에 이르는 도중 중요한 프레임에서의 이미지들이다.

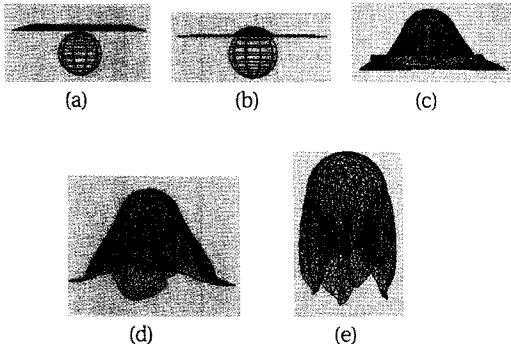


그림 9: (a)1프레임, (b)480프레임, (c)961프레임, (d)1201프레임, (e)1440프레임

본문에서도 설명했듯이 시뮬레이션에 사용한 천은 삼각 메쉬를 사용하였고 파티클 시스템으로 모델링하였다. 천의 삼각화 (triangulation)는 Delaunay Triangulation 방법을 이용하여 구현하였다.[10,11]

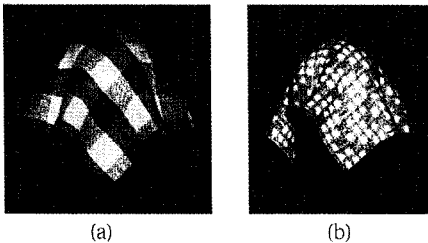


그림 10. 사각메쉬상의 파티클 모델 시뮬레이션 결과

그림 10 은 [3]에서 제안한 방법대로 프로그래밍한 것의 결과이다. 천은 사각 메쉬를 사용하여 모델링 했고 [3]에서 제안한 대로 1차 이웃과 2차 이웃 구조의 상호작용을 이용했다. 이것은 opengl과 C++ 언어를 사용하여 개발하였다. 그림 8 와

마찬가지로 그림 10 에서 천을 구성하는 메쉬의 버텍스도 천 개를 넘지 않았다. 물리적 개발 환경도 그림 7과 같은 환경에서 개발하였다. 그림 10 의 (a), (b) 역시 그림 8 의 (a), (b) 처럼 스프링 복원에너지 함수에서 사용한 비례상수인 스프링 상수의 값을 변화시켰고 (a)는 200, (b)는 100를 사용하여 얻은 결과이다. 그림 11 은 그림 10 의 (a)에 이르는 과정 중 그림 9와 동일한 프레임에서의 이미지들이다. 그림 10 의 (a)는 1560 프레임에서의 이미지이다.

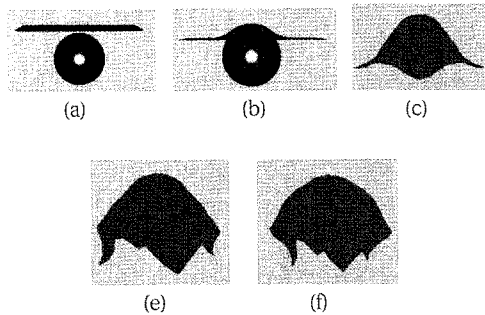


그림 11: (a)1프레임, (b)480프레임, (c)961프레임, (d)1201프레임, (e)1440프레임

표 1 은 그림 8 과 그림 10 의 퍼포먼스를 제시했다. 본 시스템의 개발 환경은 인텔 코어2 듀오 이며, 표에서 제시한 계산시간은 시뮬레이션에서 운동방정식의 해를 구하는 모듈이 실행되는 시간 이외에도 충돌 검사하는 모듈 등이 실행되는 시간을 포함한 것이다. 삼각 메쉬인 그림 8 과 사각 메쉬로 모델링한 그림 10 의 계산 시간을 파티클의 개수가 동일하다고 가정해보면, 그림 8 의 계산시간이 약 20% 더 소요되었다. 그러나 이는 삼각 메쉬가 사각 메쉬보다 복잡한 구조라서 이웃하는 파티클을 탐색하는 데 시간이 더 걸린 것으로 많은 차이는 아니다.

표 1:

	파티클의 개수	계산시간	시간간격
그림8	958개	1.014 초/프레임	0.01
그림10	625개	0.516 초/프레임	0.01



## 6. 결론

Choi 는 파티클 시스템을 사용하여 효율적이고 사실적인 시뮬레이션 시스템을 보여주었다. 그 후 삼각 메쉬를 수용하여 사각 메쉬의 제한성을 극복하려 하였다. 그러나, 삼각메쉬를 이용할 때는 파티클 시스템의 틀을 완전히 이용하지 않았다. 본 논문은 삼각메쉬 상에서 파티클 시스템을 이용하여 천을 모델링 하였다. 그 결과가 사각 메쉬 상에서 파티클 시스템을 사용하여 모델링한 경우와 특별하게 다른 점을 발견하지 못했다. 이것은 삼각 메쉬로 표현된 직물을 모델링할 때, 전통적인 유한요소 방법의 스타일을 사용할 필요 없이 파티클 시스템을 사용할 수 있다는 것을 보여준다. 향후에 바다와 천 간의 충돌 시스템과 천 자체의 충돌을 복셀기반 충돌 기법 (voxel-based collision detection) [8] 을 이용해서 구현하여 시스템을 보강할 예정이다.

## 참고 문헌

- [1] D.E. Breen, D.H. House, and M.J. Wozny. "Predicting the drape of woven cloth using interacting particles," *In Proceedings of SIGGRAPH 94, ACM Press/ ACM SIGGRAPH, Computer Graphics Proceedings, Annual Conference Series, ACM*, 365-372,1994.2
- [2] D. Baraff and Andrew Wikin. "Large steps in cloth simulation", *In Proceedings of SIGGRAPH 98, Computer Graphics Proceedings, Annual Conference Series*, pp 43-54, 1998.
- [3] K. Choi and H. Ko, "Stable but responsive cloth," *In Proceedings of SIGGRAPH 02, Computer Graphics Proceedings, Annual Conference Series*, pp 604-611, 2002.
- [4] D. Terzopoulos, J. Platt, A. Barr and K. Fleisher, "Elastically Deformable models," *In Proceedings of the 14<sup>th</sup> annual conference on Computer graphics and interactive techniques*, pp. 205-214, 1987.
- [5] K. Choi and H. Ko, "Extending the immediate buckling model to triangular meshes for simulating complex clothes," *In Eurographics 2003 Short Presentations*, pp. 187-191, 2003.
- [6] H.N. Ng and R.L.Grimsdale, "Computer graphics techniques for modeling cloth", *IEEE Computer Graphics and Applications*, 16:28-41, 1996.
- [7] D.H. House and D. E. Breen, "Cloth Modeling and Animation", *A. K. Peters, Ltd*, 2000
- [8] D. Zang and M. Yuen, "Collision detection for clothed human animation", *In Pacific Graphics and Application*, pp 328-337, 2000
- [9] MayaHelp API 6.0 Guide, Alias
- [10] Jim Ruppert, "A delaunay refinement algorithm for quality 2-dimensional mesh generation", *First Workshop on Applied Comp. Geometry Procl*, pp:124-133, 1996.
- [11] J.R. Shewchuk, "Triangles: Engineering a 2D quality mesh generator and Delaunay triangulator", *Journal of Algorithms* 18(3), pp:548-585, May, 1995.

## < 저 자 소개 >



### 노재희

- 1988년 서울대학교 계산통계학과 학사
- 1990년 서울대학교 계산통계학과 계산학 석사
- 1990년-1995년 웅진미디어 CBE 개발부
- 1995년-1999년 비트컴퓨터
- 2000년 - 현재 서강대학교 영상대학원 미디어공학 전공 박사과정



### 정문열

- 1980년 서울대학교 계산통계학 학사
- 1982년 한국과학기술원 전산학 석사
- 1982년~1986년 국방과학연구소 연구원
- 1992년 University of Pennsylvania 전산학 박사
- 1992년~1994년 일본 구주 공업대학 조교수
- 1994년~1999년 숭실대학교 컴퓨터학부 부교수
- 2000년- 현재 서강대학교 영상대학원 교수