

## 학령 전 아이들의 사칙연산 문장제 해결 능력과 방법 분석<sup>1)</sup>

이대현<sup>2)</sup>

학령 전 아이들은 형식적인 교육을 받지 않고서도 일상적인 경험이나 비형식적인 방법으로 수를 익히고, 계산을 한다. 따라서 학령 전 아이들의 수학적 능력에 대한 이해는 유치원 교육과 초등학교 저학년의 수학 학습 지도에 시사점을 줄 수 있다는 면에서 중요하다. 본 연구에서는 학령 전인 만 5세의 아이들이 사칙연산 문장제의 의미론적 측면의 문제 유형에 어느 정도의 해결 능력과 방법을 보이는가를 조사하였다. 연구 결과, 만 5세의 학령 전 아이들은 5보다 크고 10보다 작은 수로 구성된 사칙연산 문장제에 대하여 구체물을 이용한 비형식적 연산의 수행과 정신적 암산을 수행하는 방법을 통하여 문제를 해결할 수 있는 능력을 가지고 있음을 알 수 있었다. 이것은 학령 전 아이들의 수학적 경험을 위한 교육과정이나 프로그램을 체계적으로 구성하여 제시할 필요성을 제기한다.

주요용어 : 사칙연산, 문장제, 비형식적 지식, 학령 전, 문제해결 방법

### I. 서론

우리나라 국가 수준의 수학과 교육과정은 초등학교 1학년부터 수학 내용을 제시하고 있으며, 이에 따라 '수와 연산'을 비롯한 수학 내용의 형식적 지도가 초등학교에서 시작되고 있다. 수는 일상생활에서의 필요성과 수학에서의 중요성 때문에 아이들이 가장 먼저 배우기 시작하는 개념이고, 수를 배우게 됨에 따라 그에 대한 연산을 하게 된다(김수환 외 7, 2009). 수와 연산 영역은 초등학교 수학의 많은 부분을 차지하며, 학교 내에서나 학교 밖에서 아이들은 필산, 어림산, 암산과 같은 다양한 방법으로 계산을 하게 된다.

그런데 아이들은 학교에 들어오기 전부터 가정과 사회에서 비형식적이고 직관적인 방법으로 수를 익히게 된다. 또한 아이들이 연산 문제 상황에 처하게 되면 개개인의 경험이나 사전 지식과 같은 비형식적 지식을 이용하여 계산을 하기도 한다(Baroody & Coslick, 1989; Mack, 2001). 즉, 학령 전 아이들은 일상적이고 비형식적인 방법으로 수를 경험하고 계산을 하게 된다. 이것은 아이들이 형식적 교육을 통하여 수를 배우지 않는다할지라도, 직·간접적으로 수를 경험하고 계산을 수행하고 있음을 의미한다. 아이들이 가지고 있는 수학의 비

1) 이 논문은 2010년도 광주교육대학교 학술연구비 지원에 의한 것임.

2) 광주교육대학교 (leedh@gnue.ac.kr)

형식적 지식은 일상에서의 경험과 관심으로부터 발달하며, 이후의 형식적인 학교 교육의 밑바탕을 이룬다.

이런 면에서 최근의 연구들은 학령 전 아이들이 많은 수학적 능력을 소유하고 있음을 밝히고 있으며, 수와 연산 영역에서 비형식적 수학 능력에 대한 이론적 기초를 제공하고 있다(Kammi, 2005). 또한 아이들은 수세기나 조작물 등을 이용하여 비형식적으로 계산 과제를 해결할 수 있음을 밝히고 있다(나귀옥, 2002; 신은수, 1995). 선조들이 실제적인 문제를 해결하기 위하여 산술을 발명했듯이, 아이들이  $3+8$ 과 같은 식으로 표현되는 문장제에 대하여 정확하게 답을 할 수 있는 이유는 아이들도 일상생활 속에서 산술을 재발명했을 것이기 때문이다(Kammi, 2005).

아이들이 형식적인 교육을 받기 전이라도 수와 연산에 관한 기본적인 지식을 구성할 수 있다는 사실은 초등학교에 입학해서야 배우게 되는 형식적 학교 수학에 비추어 그 이전 단계 아이들의 수학 교육에 대한 관심과 초등학교 수학과 교육과정과의 연계성 문제 등을 고려할 필요성을 제기한다. NCTM(2000)은 Pre K-2의 아이들이 획득할 수학적 능력에 대하여 내용 기준 5가지와 과정 기준 5가지를 제시하고 있다. 이 중에서 수와 연산을 모든 학년의 기본으로 설정하고 있는데, 수와 연산에 관련된 개념과 기능은 Pre K-2의 시기에 다루어야 할 주요 기본 내용으로 제시되고 있다.

Pre K-2의 시기에 아이들의 수에 대한 이해는 의미 있게 발달해 가는데, 세기(counting)는 초기의 수 개념 학습의 기본이 된다. 따라서 이 시기에 교사는 아이들이 계속하여 세기를 발달시키고 사용하고 연습해 볼 수 있는 다양한 기회를 제공해야 한다. 또한 이 시기의 아이들은 머리로 수를 다루는 능력이 발달하게 되기 때문에, 교사는 다양한 구체물을 제공하여 아이들 자신의 사고를 드러내도록 할 필요가 있다. 그렇지만, 어린 시기부터 수와 연산 영역을 지도해야 한다는 제안이 단순한 암기와 계산 기능의 숙달에 중점을 두자는 것을 의미하지는 않는다. 이 시기의 주입식 교육은 수학 학습에 대한 부정적인 태도와 인식을 심어줄 우려가 있기 때문이다.

학령 전 아이들은 수와 연산의 기초 개념을 어느 정도 획득했거나 획득해 가는 발달 과정에 있다(나귀옥, 2002; 유연일, 1993). 이들은 비형식적이고 일상생활과 관련이 깊은 수학 과제를 해결할 수 있는 것이다. 수와 연산 영역에서 아이들의 수학적 능력에 대한 이해는 아이들의 수학적 성취의 조장과 발달을 위한 자료를 제공할 수 있다는 면에서 중요하다. 또한 학령 전 아이들이 무엇을 할 수 있는 능력을 가지고 있는가를 밝힘으로써 아이들의 수학 학습 지도와 교육과정 구성에 시사점을 얻을 수 있다.

이에 본 연구는 형식적 학교 교육을 받지 않은 학령 전 아이들이 만 5세의 아이들이 5보다 크고 10보다 작은 수로 구성된 사칙연산 문장제의 의미론적 측면의 문제 유형에 어느 정도의 해결 능력을 보이며, 문장제를 해결하는 방법은 어떠한가를 알아보고자 한다. 이를 통해 유치원 교육과 초등학교 저학년의 연산 지도에 시사점을 얻고자 한다.

## II. 이론적 배경

20세기에 들어서면서 동물을 대상으로 한 실험실 연구에서 시작된 심리학 연구는 1950년 대부터 교실에 적용되어 인간의 사고와 학습에 대하여 알고자 노력하였다. 초기의 심리학 연구들은 아이들이 환경으로부터 내면화에 의해 지식을 획득한다고 주장하였다. 그러나

Piaget의 연구를 비롯하여 많은 연구들은 아이들이 자기 자신만의 수 개념을 형성할 수 있으며, 자신의 머릿속에 존재하는 수로부터 수량사이의 관계를 구성할 수 있다는 사실을 검증함으로써 아이들의 수학적 능력에 관심을 가지게 되었다(Kammi, 2005).

학령 전 아이들의 수학적 능력에 대한 관심은 주로 실생활의 경험으로부터 얻어지는 비형식적인 수학적 개념과 원리를 파악하는데 초점을 두고 있다. 일반적으로 '비형식적 지식'이란 형식적인 학교교육을 받기 이전에 일상생활 속에서 자연스럽게 전수 받거나, 아이들 스스로가 창안한 지식을 의미한다. 예를 들어 아이들은 형식적인 교육을 받지 않을지라도 일상생활 속에서 여러 가지로 이용되어지는 수를 경험하면서 수를 사용하고 이해하는 능력을 발달시켜 나가게 된다(이지현, 1999). 이런 면에서 아이들이 어린 나이에 익히는 수세기는 성인의 관점과 같은 수세기의 원리를 이해하는 것이 아니라, 본질적으로 모방적인 사회적 연습의 일환으로 수세기를 하는 것이다(정현숙, 1998).

학령 전 아이들은 Piaget의 인지발달 과정의 전 조작기에 해당되므로 추상적이고 논리적인 사고가 불가능하여 이 시기의 아이들에게 수학을 가르치는 것이 어렵다고 생각되어 왔다. 그렇지만 최근의 연구들은 어린 아이들도 수학적 능력을 가지고 있음을 밝히고, 이들이 할 수 있는 능력을 발굴하는데 초점을 맞추고 있다(Baroody, 1987; Kammi, 2005). 특히 아이들이 초등학교에 입학하기 전에 기본적인 수와 관련된 지식을 구성할 수 있으며, 수와 연산에 대한 풍부한 비형식적 지식을 가지고 있다는 사실은 학령 전 아이들의 수와 연산에 관련된 수학교육에 관심을 두어야 함을 시사한다.

NCTM(2000)에서는 어린 아이들의 초기의 수학적 추론은 수 상황이고, 수학적으로 표현하는 것도 수에 관한 것이라고 제시하고 있다. 그리고 어린 아이들을 위한 수학교육의 핵심이 수와 연산을 이해하는 것, 수 감각을 개발하는 것, 산술을 능숙하게 하는 것으로 제시하고 있다. 특히 Pre K 2의 아이들이 획득할 수와 연산 영역의 내용으로 수, 수의 표현 방식, 수 사이의 관련성, 수체계를 이해하고, 연산의 의미와 연산들이 서로 어떻게 관련되는지 알고, 유창하게 계산하고 합리적으로 어림할 수 있어야 한다고 권고하고 있다.

우리나라 유치원교육과정(교육인적자원부 고시 제2007-153호)의 경우에도 '탐구활동' 영역 중 '수학적 기초 능력 기르기'를 제시하고 있다. 이 영역에서는 유아가 주변을 탐색하고 놀이하하면서 부딪치는 문제를 논리·수학적으로 해결하는 경험을 통하여 기초적인 수, 공간 및 도형과 측정에 대한 통찰력을 기르며, 규칙성을 이해하고 자료 정리 및 결과 나타내기의 능력을 기르는데 중점을 두도록 하고 있다(교육과학기술부, 2008).

특히 수 감각 기르기에서는 생활 속에서 사용되는 수의 의미를 알고, 수량의 많고 적음을 비교하며, 주변의 물체를 10까지 세고 숫자와 연결해 보도록 하고 있다. 또한 생활 속에서 익숙한 큰 수를 세는 경험을 하도록 하고, 구체물을 가지고 더하고 빼는 경험을 해 보도록 하고 있다(교육과학기술부, 2008). 이런 내용으로 보면, 수와 연산 영역과 관련하여 우리나라의 유치원 교육과정에서는 수의 의미 알기, 수세기, 구체물을 이용한 더하고 빼기 등을 지도함으로써 일상의 초보적인 수준에서 수를 응용하는 지도가 이루어지고 있음을 알 수 있다.

한편, 어린 아이들은 '계속 세기', '거꾸로 세기'와 같은 수세기 전략을 이용하여 간단한 덧셈과 뺄셈 문제를 해결할 수 있다. Greenberg는 아이들이 수들 사이의 관계를 이해하면 더하기를 할 수 있다고 하였는데, 어떤 수에 하나를 더하는 것은 다음에 오는 더 큰 수와 같다는 것을 이해한다는 것이다(나귀옥, 2002에서 재인용). 빼기도 마찬가지로 더하기의 역이므로 수의 보존이나 가역성을 획득하기 이전에 이해할 수 있다고 볼 수 있다. 어린 아이들에게 더하기와 빼기 활동은 실제의 사물을 이용하여 비언어적으로 수행하고, 4나 그 이하의

수를 정신적으로 표상함으로써 작업을 한다는 면에서 구체적이다. 이후에 아이들은 수세기 기술을 습득하고 이를 적용해 감에 따라 더 추상적인 방법으로 비형식적인 산수를 하게 된다(나귀옥, 2002). 이러한 결과로 볼 때, 수학교육은 학령 전 아이들의 더하기와 빼기와 관련된 개념의 학습을 제시할 방안을 마련할 필요가 있다.

마찬가지로 곱셈과 나눗셈 문제도 학령 전 아이들에게 제시해야 할 주제이다. 아이들은 같은 양의 물건이 여러 묶음으로 존재하는 상황을 다루면서 곱셈이 같은 양을 계속 더하는 것과 관련됨을 알아야 한다. 또한 아이들은 동일하게 분배하는 것과 같은 상황을 통해 나눗셈을 탐구할 수 있다(NCTM, 2000). 한 연구 결과에 따르면, 유치원 아이들은 동수누가를 이용하여 곱셈과 나눗셈을 구성할 수 있기 때문에 곱셈 문장제나 나눗셈 문장제를 덧셈을 사용하여 해결할 수 있다고 제시하고 있다(Kammi, 2005).

아이들이 비형식적으로 사칙연산 문제를 해결하는 방법에는 여러 가지가 있다. 덧셈의 경우에 초기에는 '구체물을 전부 세기'(counting all), 중간 단계에서는 '손가락이나 다른 대체물로 세기', 마지막에는 '정신적 수세기 전략'이 나타난다. 정신적 표상에 의한 정신적 수세기 전략은 '피가수를 표상하고 피가수 다음 수부터 계속세기'(counting on from first number)에서 '피가수와 가수를 비교하고 큰 수를 표상하고, 큰 수 다음 수부터 계속세기'(counting on from the large number)로 발달한 후, '정신적 암산 전략'을 사용한다(신은수, 1995; Baroody, 1987).

뺄셈의 경우에도 초기의 단계는 '구체물을 이용하여 감수를 덜어내고, 나머지를 세는 덜어내기 전략'(seperating from)을 사용하며, 다음 단계에서는 '감수로부터 구체물을 피감수까지 더해가는 전략'(adding on)을 사용한다. 정신적 수세기 전략이 나타나면서 아이들은 구체물 없이도 '수세기 전략만으로 감수에서부터 피감수까지 세어 올라가는 전략'(counting up)을 사용하고, 다음 단계에서는 '피감수에서부터 감수까지 거꾸로 세어 내려가는 전략'(counting down)을 이용한다(신은수, 1995; Baroody, 1987). 그런데 피감수에서 감수만큼 세어 내려가기보다 감수에서 피감수까지 세어 오르기 절차가 쉽기 때문에 이러한 경험을 다양하게 제공할 필요가 있다.

아이들이 덧셈 문장제를 해결하게 되면 곱셈 문장제를 덧셈으로 해결하는데, 구체물을 이용하여 곱셈 문장제를 해결할 수 있다. 또한 포함제와 같은 나눗셈 문장제에도 구체물을 모두 세 다음에 한 묶음에 날개가 몇 개씩 되도록 배열하여 묶음의 수를 세거나, 시행착오로 조정을 하여 나눗셈 문장제를 해결할 수 있다(Kammi, 2005).

한편, 사칙연산 문장제를 의미론적 측면에서 분류할 수 있다. 덧셈의 경우에는 첨가 유형과 합병 유형, 뺄셈에는 구잔 유형, 구차 유형, 등화 유형이 있다. 또한 곱셈에는 묶음 유형, 배열 유형, 비율 유형, 비교 유형, 조합 유형, 넓이 유형이 있으며, 나눗셈에는 등분제 유형과 포함제 유형이 있다(Baroody & Coslick, 1989). 이러한 분류는 문제에 기술된 행위나 관계의 유형에 따라 분류한 것으로, 유형에 따라 학생들이 문제를 해결하는 방법에서 질적인 차이가 나타날 수 있다(Carpenter et al, 1999). 예를 들어, 나눗셈의 등분제의 유형에서는 분배해 보거나 시행착오 과정으로 분배하는 전략을 구사할 수 있으며, 포함제 유형에서는 각 부분에 할당을 하거나 동수누감을 이용하여 반복적으로 빼기 활동을 구사할 수 있다(김수환 외 7, 2009). 사칙연산 문장제에 아이들이 반응하는 전략을 파악하는 것은 아이들이 이 영역에 어떠한 수학적 능력이 있으며, 그들이 구사하는 전략을 바탕으로 형식적 교육 내용과 연결시켜 줄 근거를 찾는 데 의미가 있다.

### III. 연구 방법

#### 1. 연구 설계

본 연구는 학교 교육을 받지 않은 학령 전 아이들의 사칙연산 문장제에 대한 해결 능력과 방법을 알아보기 위한 것이다. 이를 위해 사칙연산 문장제로 구성된 질문지를 이용한 면담 법과 문제를 해결하는 과정을 관찰하는 관찰법을 병행하였다. 연구자는 사칙연산 문장제를 구두로 제시하였고, 연구 대상과의 일대일 면담 과정을 통해 아이들이 문제를 해결하도록 하였다. 또한 연구자는 아이들이 문제를 해결하는 전 과정을 관찰하고 관찰 결과를 기록하였으며, 문제해결 과정을 비디오로 녹화하여 결과 분석 자료로 활용하였다.

#### 2. 연구 대상

본 연구를 위하여 광주 소재 병설 유치원을 대상으로 군집표집 하였다. 군집표집된 유치원에 취원하고 있는 만 5세의 아이들 중에서 사칙연산 교육을 받지 않은 21명을 뽑아 연구 대상으로 설정하였다. 표집된 각 아이들의 평균 연령은 조사 시기(2010년 3월)를 기준으로 5.6세였다.

#### 3. 검사 도구와 연구 절차

연구에 이용된 검사 도구는 사칙연산 문장제에 대한 해결 능력과 방법을 알아보기 위한 것으로, 연구자가 검사 도구를 작성하여 자문위원의 자문을 받아 검사 도구에 대한 내용타당도(content validity)를 확보하였다. 검사 도구는 덧셈에서 첨가와 합병 유형, 뺄셈에서 구간과 구차, 등화 유형, 곱셈에서 등수누가와 배 유형, 나눗셈에서 포함제와 등분제 유형의 9가지에 결과를 모르는 경우의 문제였다.

본 검사 전에 검사 문항 내용에 대한 형식적 교육을 받지 않은 3명의 아이들을 대상으로 5이하의 수로 구성된 문항과 5보다 크고 10보다 작은 수(나눗셈의 경우에는 피제수가 12인 수를 포함)로 구성된 18문항을 이용하여 예비 검사를 실시하였다. 예비검사 결과, 5이하의 수로 구성된 문항에는 나눗셈의 포함제 문항을 제외하고, 예비검사 대상들이 모든 문항에 정답을 하였다. 따라서 본 검사에서는 5보다 크고 10보다 작은 수(나눗셈의 경우에는 피제수가 12인 수를 포함)로 구성된 문항만을 검사도구로 이용하였다(부록 참고). 이때 본 검사 문항에 대한 신뢰도는 Cronbach  $\alpha=0.619$ 였다.

본 검사는 예비 검사를 거쳐 확정된 검사지를 이용하여 아이들이 편안하고 자연스러운 상황에서 실시되었다. 문제 제시는 아이들이 검사 문항에 대한 학교 교육을 받지 않았기 때문에 편안한 분위기를 조성하고 일상적인 상황에서 사칙연산과 관련된 활동을 경험하는 과정으로 연구자가 구두로 문장제를 제시하였다. 그리고 아이들에게는 종이와 연필, 산가지, 수모형, 십진블록, 바둑돌을 제시하였고, 답을 찾는데 도움이 된다면 어느 것도 사용할 수 있다고 하여, 아이 스스로 필요한 도구를 선택하여 이용할 수 있도록 하였다. 연구자는 아이들이 문장제를 들고 자신의 방법으로 편안하게 해결하도록 하였다.

#### 4. 자료 수집 및 분석

만 5세의 아이들이 일상적인 상황과 관련된 사칙연산 문장제에 어떻게 반응하는가를 알아 보기 위하여 질문지를 이용한 면담 과정을 비디오로 녹화하여 진사하였고, 관찰 결과를 결과 분석에 활용하였다.

결과 분석은 만 5세의 아이들이 보인 사칙연산 문장제 해결 정도를 정답은 1점, 오답은 0점으로 하여 평균과 표준편차를 산출하였다. 또한 정답을 제시한 아이들이 이용한 문제해결 방법을 유형별로 나누어, 사칙연산 문장제를 해결하는 방법을 분석하였다.

### IV. 연구 결과 및 논의

#### 1. 사칙연산별 문장제 해결능력 분석

1) 덧셈: 덧셈에 대한 문장제로 첨가 상황과 합병 상황의 문제를 제시하였다. 먼저, 덧셈 문장제에 대한 해결 정도를 분석한 결과는 <표 IV-1>과 같다. 첨가 상황과 합병 상황에서 21명의 아이들이 모두 해결하였다.

<표 IV-1> 덧셈 문장제에 대한 해결 능력

문장제	유형	정답자수	평균	표준편차
덧셈	첨가	21	1.00	0.000
	합병	21	1.00	0.000

덧셈 문장제의 경우에 정답률이 모두 100%로 나타났으며, 13명의 아이들은 구체물을 이용하지 않고 암산으로 문제를 해결하였다. 조사 결과, 만 5세의 아이들은 5보다 크고 10보다 작은 수의 덧셈 문제에 비형식적 지식을 이용하여 해결할 수 있는 능력을 가지고 있음을 알 수 있었다.

2) 뺄셈: 뺄셈에 대한 문장제로 구간 상황과 구차 상황, 등화 상황의 문제를 제시하였다. 먼저, 뺄셈 문장제에 대한 해결 정도를 분석한 결과는 <표 IV-2>와 같다. 구간 상황에서는 15명, 구차 상황에서는 14명, 등화 상황에서는 15명의 아이들이 해결하여, 평균은 구간 상황에서 0.71, 구차 상황에서 0.67, 등화 상황에서 0.71을 나타내었다.

<표 IV-2> 뺄셈 문장제에 대한 해결 능력

문장제	유형	정답자수	평균	표준편차
뺄셈	구간	15	0.71	0.463
	구차	14	0.67	0.483
	등화	15	0.71	0.463

## 학령 전 아이들의 사칙연산 문장제 해결 능력과 방법 분석

뺄셈 문장제의 경우에 정답률이 평균 70% 정도로 나타나, 덧셈 문장제에 비하여 정답률이 낮았다. 한편, 뺄셈 문장제의 경우에 12명은 3가지 유형에 모두 정답을 하였으며, 4명은 모두 오답을 하여 뺄셈 문장제 해결 능력에서 개인간 차이를 나타내었다.

3) 곱셈: 곱셈에 대한 문장제로 동수누가 상황과 배(비율) 상황의 문제를 제시하였다. 먼저, 곱셈 문장제에 대한 해결 정도를 분석한 결과는 <표 IV-3>과 같다. 동수누가 상황에서는 7명, 배(비율) 상황에서는 8명의 아이들이 해결하여, 평균은 동수누가 상황에서는 0.33, 배(비율) 상황에서는 0.38을 나타내었다.

<표 IV-3> 곱셈 문장제에 대한 해결 능력

문장제	유형	정답자수	평균	표준편차
곱셈	동수누가	7	0.33	0.483
	배	8	0.38	0.498

곱셈 문장제의 경우에 정답률이 평균 36% 정도로 나타났다. 한편, 곱셈 문장제에 5명은 모두 정답을 하였고, 11명은 모두 오답을 하였다.

3) 나눗셈: 나눗셈에 대한 문장제로 등분제 상황과 포함제 상황의 문제를 제시하였다. 먼저, 나눗셈 문장제에 대한 해결 정도를 분석한 결과는 <표 IV-4>와 같다. 등분제 상황에서는 7명, 포함제 상황에서는 6명의 아이들이 해결하여, 평균은 등분제 상황에서는 0.33, 포함제 상황에서는 0.29점을 나타내었다.

<표 IV-4> 나눗셈 문장제에 대한 해결 능력

문장제	유형	정답자수	평균	표준편차
나눗셈	등분제	7	0.33	0.483
	포함제	6	0.29	0.463

나눗셈 문장제의 경우에 정답률이 평균 31% 정도로 나타났다. 나눗셈 문장제에 5명은 모두 정답을 하였고, 13명은 모두 오답을 하였다.

전체적으로 정답자의 분포를 살펴보면, 덧셈과 뺄셈 문장제에 정답을 한 아이들은 곱셈과 나눗셈에서도 정답을 하는 경우가 많았으며, 뺄셈에서 오류를 보인 아이들은 곱셈과 나눗셈에서도 정답을 못하였다. 또한 취학 전 아이들의 사칙연산 문장제에 대한 해결 능력 정도는 아이들 개개인에 따라 큰 차이를 나타내어 개인차가 큰 수학의 지도에서 조기에 체계적인 교육의 필요성이 대두되었다.

## 2. 사칙연산별 문장제 해결방법 분석

1) 덧셈: 덧셈 문장제에 대한 해결 방법을 알아보기 위하여 가수를 피가수보다 큰 수로

구성된 문장제를 제시하였다. 이것은 피가수를 표상하고 피가수 다음 수부터 가수를 계속세기를 하는 전략과 피가수와 가수를 비교하고 큰 수를 고려하고 나서 큰 수 다음 수부터 계속세기를 하는 능력의 차이가 나타나는가를 보기 위함이었다.

첨가 상황의 덧셈 문장제를 해결할 때 13명의 아이들은 암산 방법을 이용하여 정신적으로 계산을 하여 답을 산출하였으며, 결과를 확인하기 위하여 손가락을 이용하기도 하였다. 4명의 아이들은 손가락을 사용하여 결과를 산출했는데, 4명 모두 손가락 3개와 4개를 펴고 1부터 7까지 세어 답을 하였다. 4명의 아이들은 수모형이나 바둑돌을 사용하여 3과 4를 차례로 표현하고 이를 모두 세어 7을 답하거나, 3개와 4개를 재구성하여 5와 2로 만든 후에 모두 세어 7이라고 답하였다. 따라서 구체물을 이용하여 답을 한 경우에 하나의 수를 표상하고 계속세기를 하는 전략은 나타나지 않았고, 모두 세는 전략을 이용했음을 알 수 있다.

합병 상황의 문장제를 해결할 때 15명의 아이들은 암산 방법을 이용하여 정신적으로 계산을 하여 답을 산출하였다. 4명의 아이들은 손가락을 사용하여 결과를 산출했는데, 2명의 아이들은 손가락 4개와 5개를 펴고 1부터 9까지 세어 답을 하였고, 2명의 아이들은 손가락으로 4개와 5개를 만들고 한 개가 접혀있으니 9라고 답을 하였다. 또한 2명의 아이들은 바둑돌을 4개와 5개를 놓고, 이를 모두 세어 9를 답하였다. 구체물을 이용하여 합병 상황의 문장제를 해결할 때에도 하나의 수를 표상하고 계속세기를 하는 전략은 나타나지 않았고, 모두 세는 전략을 이용했거나 10에서 1개 부족한 결과로부터 9를 답하였음을 알 수 있다. 다음은 손가락 4개와 5개를 펴고 1부터 9까지 세어 답을 한 아이와의 대화의 일부이다.

연구자: 혜경이 친구는 4개의 흰 바둑돌과 5개의 검은 바둑돌을 가지고 있다고 합니다.

그러면 혜경이 친구가 가지고 있는 바둑돌은 모두 몇 개가 될까요?

학생 A: (손가락을 움직이며) 9.

연구자: 어떻게 9를 구했지요?

학생 A: (손가락을 왼손에 4개, 오른손에 5개를 펴고) 1, 2, 3, ..., 8, 9. 그러니까 9.

연구자: 그러면 구한 답을 적어 보세요.

위의 대화에서 아이는 4+5의 합병 상황의 문장제에 대하여 손가락을 이용하여 답을 하였다. 그리고 연구자가 어떻게 답을 구했는지 묻자, 아이는 손가락을 이용하여 문제를 해결할 때 이용한 방법을 정확하게 제시하고 자신의 답을 쓸 수 있었다.

2) 뺄셈: 뺄셈 문장제를 해결할 때 아이들이 이용한 문제해결 방법은 다음과 같다. 먼저, 구산 상황의 문장제의 경우에 9명의 아이들은 암산 방법을 이용하여 정신적으로 계산을 하여 답을 산출하였다. 3명의 아이들은 손가락을 이용하였는데, 8개의 손가락을 보이고 3개를 접은 후에 남은 5개 손가락을 세어 5개라고 답을 하는 '감수를 덜어내고, 나머지를 세는 덜어내기 전략'을 이용하였다. 마찬가지로 방법으로 3명의 아이들은 수 모형이나 바둑돌을 이용하여 8개를 놓고 3개를 제거한 후에 5개를 세어서 답을 하였다. 오답을 한 아이들 6명 모두는 수 모형을 8개 놓고 다시 3개를 놓아 11이라고 답을 하여, 아이들에게 친숙한 덧셈 문제로 해결하였음을 알 수 있었다.

구차 상황의 문장제의 경우에 8명의 아이들은 암산 방법을 이용하여 정신적으로 계산을 하여 답을 산출하였다. 5명의 아이들은 손가락을 이용하였고, 1명의 아이는 바둑돌을 이용하였는데, 7과 2를 비교하기 보다는 손가락이나 바둑돌로 7을 만들고, 이 중에서 2를 덜어 내



고 나머지를 세어 5를 답하였다. 오답을 한 아이들은 문장제가 덧셈을 의미하는 것으로 해석하여 9로 답을 한 경우가 3명이 있었고, 나머지는 뺄셈을 의미하는가를 이해 못하는 경우였다. 다음은 손가락 7개를 펴고 2개를 제거한 후, 1에서 5까지 세어 답을 한 아이와의 대화의 일부이다.

연구자: 혜경이 친구는 7개의 사탕을 가지고 있고, 경민이 친구는 2개의 사탕을 가지고 있습니다. 누가 더 많은 사탕을 가지고 있나요?

학생 B: 혜경이 친구요.

연구자: 그래요. 그러면 혜경이 친구는 경민이 친구보다 몇 개를 더 가지고 있나요?

학생 B: (손가락을 왼손에 5개, 오른손에 2개를 펴고) 1, 2, 3, 4, 5. 5개.

연구자: 왜 그렇지요?

학생 B: 경민이가 2개 가지고 있으니까, 없으면 5개.

위의 대화에서 아이는 비교의 상황으로 해결하기 보다는 7-2의 상황으로 인식하여 손가락으로 7을 제시한 후에 2를 제거하여 5를 답하였다.

등화 상황의 문장제의 경우에 6명의 아이들은 암산 방법을 이용하여 정신적으로 계산을 하여 답을 산출하였다. 그리고 9명의 아이들은 손가락을 이용하여 7개를 나타내고 4를 덜어 내어 나머지를 세어 3이라고 답을 하였다. 오답을 한 아이들은 문장제가 덧셈을 의미하는 것으로 해석하여 11로 답을 한 경우가 2명이 있었고, 나머지는 뺄셈을 의미하는가를 이해 못하는 경우였다.

3) 곱셈: 곱셈 문장제를 해결할 때 아이들이 이용한 문제해결 방법은 다음과 같다. 먼저 동수 누가 상황의 문장제의 경우에 4명의 아이들은 암산 방법을 이용하여 정신적으로 계산을 하여 답을 산출하였다. 또한 3명의 아이들은 손가락을 이용하여 결과를 산출했는데, 손가락을 2개씩 4번 펴고, 이것을 모두 세어 8이라고 답을 하였다. 오답을 한 아이들은 문장제가 덧셈을 의미하는 것으로 해석하여 6으로 답을 한 경우가 9명이 있었고, 나머지 5명은 문제를 이해하지 못하여 답을 못하는 것으로 나타났다. 다음은 수 모형을 이용하려고 시도했지만, 정답을 구하지 못한 아이와의 대화의 일부이다.

연구자: 혜경이 친구는 과자 4상자를 가지고 있다고 합니다. 한 상자에 과자가 2개씩 들어있다면 혜경이 친구는 모두 몇 개의 과자를 가지고 있을까요?

학생 C: (손가락으로 만지작 거리다가) 음.

연구자: 앞에 있는 도구를 써도 좋아요.

학생 C: (수 모형을 2개와 또 다른 2개를 만지작 거리다가) 2개.

연구자: 어떻게 구했지요?

학생 C: (문제지의 수를 가리키며) 여기를 보고요.

위의 대화에서 아이는 수모형을 이용하여 문제해결을 시도했지만, 곱셈 상황을 인식하지 못하고 문제에 주어진 숫자인 4와 2에 주목하여 4-2로 답을 하였다.

베 상황의 문장제의 경우에 2명의 아이들은 암산 방법을 이용하여 정신적으로 계산을 하여 답을 산출하였다. 그리고 5명은 아이들은 손가락을 이용하였고, 1명의 아이는 바둑돌을 이용하여 바둑돌을 2개씩 4번 놓고, 이것을 모두 세어 8이라고 답을 하였다. 오답을 한 아이

들 중에는 문장제가 덧셈을 의미하는 것으로 해석하여 6으로 답을 한 경우가 8명이 있었고, 나머지 5명은 곱셈을 의미하는가를 이해 못하는 경우였다. 한편, 동수누가와 배 상황의 곱셈 문장제의 경우에 정답을 한 아이들은 구체물을 이용하여 반복하여 더하는 과정을 통해 결과를 산출할 수 있음을 알 수 있었다.

4) 나눗셈: 나눗셈 문장제를 해결할 때 아이들이 이용한 문제해결 방법은 다음과 같다. 먼저 등분제 상황의 문장제의 경우에 2명은 암산 방법을 이용하여 정신적으로 계산을 하여 답을 산출하였다. 그리고 5명은 바둑돌이나 수 막대와 같은 구체물을 이용하여 답을 하였다. 바둑돌이나 수 막대와 같은 구체물을 이용하여 답을 한 정답자의 문제해결 과정은 바둑돌이나 수 막대를 12개를 선택하고 난 후에 차례대로 사람 수에 맞게 분배하거나, 먼저 3개를 분배하고 남은 것을 하나씩 분배하여 4를 얻는 경우도 있었다. 이 경우에 등분제 나눗셈 문장제를 해결한 아이들은 Kammi(2005)가 제시하듯이, 구체물을 모두 썬 다음에 한 묶음에 날개가 몇 개씩 되도록 배열하여 묶음의 수를 세거나, 시행착오로 조정을 하여 나눗셈 문장제를 해결한 수 있음을 알 수 있었다.

오답을 한 아이들은 바둑돌을 12개를 놓고 3개를 더 놓아 15라고 답을 하거나, 12개를 놓고 더 이상 진행하지 못하여 답을 하지 못하는 경우와 문제를 이해하지 못하여 문제해결을 시도하지 못한 것으로 나타났다.

포함제 상황의 문장제의 경우에 1명은 암산 방법을 이용하여 정신적으로 계산을 하여 답을 산출하였다. 그리고 손가락을 이용하여 2개씩 제거하는 방법을 이용하여 5를 구한 경우가 1명이 있었고, 나머지 4명은 수 모형과 바둑돌을 이용하여 10개를 놓고, 2개씩 묶음으로 가른 후에 묶음의 수를 세어 5를 구하였다. 오답을 한 아이들은 8이라고 답하거나 12라고 답을 하여 문제를 덧셈이나 뺄셈으로 잘 못 이해한 경우가 10명이 있었고, 나머지 5명은 문제를 이해하지 못하여 문제해결을 시도하지 못한 것으로 나타났다.

### 3. 논의

사칙연산 문장제에 대한 만 5세 아이들의 해결 능력과 방법을 조사한 본 연구를 통하여 다음과 같은 점을 고려할 필요성이 대두되었다. 첫째, 취학을 앞 둔 만 5세 아이들의 경우에 5보다 크고 10보다 작은 수로 구성된 사칙연산 문장제에 대하여 덧셈은 100%, 뺄셈은 70% 정도, 곱셈은 36%정도, 나눗셈은 31%정도의 문제해결 능력을 보였다. 이러한 결과를 통해 취학 전 아이들이라 할지라도 과제가 아이들에게 친숙한 상황이라면 일상적 경험과 비형식적 지식을 활용하여 연산에 관한 문제를 해결할 수 있는 능력을 소유하고 있음을 알 수 있다. 따라서 취학 전 아이들을 형식적 지식으로 형성된 수학적 능력을 파악하여 이를 바탕으로 취학 전 아이들을 수학적 경험을 위한 교육과정이나 프로그램을 체계적으로 구성하여 제시할 필요가 있다. 또한 형식적 수학 지도를 초등학교에서 시작하고 있는 우리나라의 교육 현실과 아이들의 수에 대한 기본적 이해와 연산 능력을 고려할 때, 유치원 수학 교육과정의 마련과 더불어 초등 수학 교육과정과의 연계를 고려할 필요가 있다.

둘째, 개개인의 아이들의 문제해결 결과를 분석해 보면, 취학 전 아이들의 사칙연산 문장제에 대한 해결 능력 정도는 아이들 개개인에 따라 큰 차이를 나타내었다. 이것은 형식적인 수학교육을 행하지 않은 취학 전 수학교육에 하나의 시사점을 준다. 즉 학생들이 일상적인 경험을 통해 형성한 비형식적 지식이 이 후의 형식적 교육에 영향을 끼치는 중요성에 비추

어 취학 전 아이들의 교육에도 개인별 맞춤형 교육의 필요가 요구되었다. 또한 이것은 취학 전 유치원 교육과정에서 초보적인 수준의 형식적인 수와 연산 교육을 행해야 하며, 비형식적인 지식을 장려할 수 있는 공통의 프로그램 개발을 바탕으로 조기에 완전 학습을 통한 수학 결손의 치치에 관심을 가져야 함을 의미한다.

셋째, 만 5세 아이들의 사칙연산 문장제에 대한 해결 방법은 구체물을 이용하지 않는 정신적 암산을 수행하는 방법과 구체물을 사용하고 이를 연산에 맞도록 처리하고 답을 하는 방법을 주로 이용하여, 정답을 한 학생들의 문제 해결 방법에서 질적인 차이가 들어났다. 어린 아이들의 연산에 대한 해결 방법이 점진적으로 진화하여 간다는 선행 연구 결과(신은수, 1995; Baroody, 1987)를 통하여 볼 때, 취학 전 아이들인 만 5세 아이들의 문제해결 방법의 점진적 변화 정도에 대한 연구와 이를 바탕으로 점진적 발달을 꾀할 수 있는 프로그램의 개발이 필요함을 알 수 있었다.

넷째, 만 5세 아이들의 사칙연산 문장제에 대한 해결 방법에서는 구체물을 이용한 비형식적 연산의 수행과 정신적 암산을 수행하는 방법이 주로 나타났다. 이것은 한국 아이들의 경우엔 피가수 다음부터 계속세기 전략이나 큰 가수부터 계속 세기 전략이 비교적 적게 나타난다는 연구 결과(김정철, 1993; 신은수, 1995)와 유사하다. 즉 한국 아이들은 중간의 수를 표상하여 수세기를 계속하는 과정을 거치지 않고, 구체물을 이용한 비형식적 연산에서 정신적 암산을 이용하는 방법으로 발전한다는 것을 알 수 있다.

다섯째, 본 연구에서는 만 5세 아이들의 연산에 관한 문제해결 능력과 방법에 대해 알아보았다. 그렇지만, 우리나라 유치원 교육과정에서도 기초적인 수, 공간 및 도형과 측정, 규칙성, 자료 정리 및 결과 나타내기의 능력을 요구하고 있듯이(교육과학기술부, 2008), 다양한 영역에 대한 이해 정도와 그에 따른 적절한 프로그램의 개발이 요구된다. 특히 아이들의 수학 활동이 주로 수영역에 맞추어져 있어, 유치원 과정에서 수학의 여러 영역에 대한 자료의 개발과 보급이 요구된다.

## V. 결론

어린 아이들은 일상적인 생활을 통하여 수를 경험하며, 비형식적인 방법으로 계산을 한다. 이것은 아이들이 학교 교육을 통하여 수를 배우기 전에라도, 직·간접 적으로 수를 경험하고 연산을 수행하고 있음을 의미한다. 아이들이 가지고 있는 수학의 비형식적 지식은 일상에서의 경험과 관심으로부터 발달하며, 이후의 학교 교육의 밑바탕을 이룬다.

이런 면에서 최근의 연구들은 학령 전 아이들이 어떤 수학적 능력을 소유하고 있는지, 아이들이 수세기나 조작물 등을 이용하여 비형식적으로 연산 과제를 해결할 수 있는지 등을 수행해 오고 있다(나귀옥, 2002; 신은수, 1995; Kammi, 2005). 취학 전 아이들이 비형식적이고 일상생활과 관련이 깊은 수학 과제를 해결할 수 있다는 사실은 유치원 교육과정에서 수학 지도와 관련된 연구에 관심을 가져야 함을 의미하며, 국민공통교육과정이 시작되는 초등학교 1학년 수학 지도에 변화가 필요함을 의미한다.

이에 본 연구는 형식적 학교 교육을 받지 않은 학령 전 아이들인 만 5세의 아이들이 5보다 크고 10보다 작은 수로 구성된 사칙연산 문장제의 의미론적 측면의 문장제 유형에 어느 정도의 해결 능력을 보이며, 문장제를 해결하는 방법은 어떠한가를 알아보았다. 연구를 위해 광주 소재 병설 유치원에 취원하고 있는 만 5세의 아이들 중에서 형식적 사칙연산 교육을

받지 않은 21명을 뽑아 연구 대상으로 선정하였다. 연구에 이용된 검사 도구는 5보다 크고 10보다 작은 수(나눗셈의 경우에는 피제수가 12인 수를 포함)로 구성된 문항만을 이용하였다. 연구에서는 사칙연산 문장제를 구두로 제시하였고, 연구 대상과의 일대일 면담 과정을 통해 아이들이 문제를 해결하도록 하였다. 또한 연구자는 아이들이 문제를 해결하는 전 과정을 관찰하여 기록하였으며, 문제해결 과정을 비디오로 녹화하여 결과 분석 자료로 활용하였다. 또한 아이들에게는 종이와 연필, 산가지, 수 모형, 십진블록, 바둑돌을 제시하였고, 답을 찾는데 도움이 된다면 어느 것도 사용할 수 있다고 하여, 아이 스스로 필요한 도구를 선택하여 이용할 수 있도록 하였다.

연구 결과, 만 5세 아이들의 경우에 5보다 크고 10보다 작은 수로 구성된 사칙연산 문장제에 대하여 덧셈은 100%, 뺄셈은 70%정도, 곱셈은 36%정도, 나눗셈은 31%정도의 문제해결 능력을 보였다. 또한 아이들이 이용한 문제해결 방법으로는 연산에 따라 차이는 있지만, 구체물을 이용한 비형식적 연산의 수행과 정신적 암산을 수행하는 방법이 주로 나타났다. 또한 아이들은 중간 수를 표상하여 수세기를 계속하는 과정을 거치지 않고, 구체물을 이용한 비형식적 연산에서 정신적 암산을 이용하는 방법으로 발전한다는 것을 알 수 있었다.

연구 결과로부터 취학 전 아이들은 비형식적 지식을 이용하여 간단한 사칙연산 문장제를 해결할 수 있는 능력을 소유하고 있음을 알 수 있었다. 따라서 취학 전 아이들의 비형식적 지식으로 형성된 수학적 능력을 파악하고, 이를 바탕으로 취학 전 아이들의 수학적 경험을 위한 교육과정이나 프로그램을 체계적으로 구성하여 제시할 필요가 있다. 또한 수와 연산 영역뿐만이 아니라, 공간 및 도형과 측정, 규칙성, 자료 정리 및 결과 나타내기에 대한 아이들의 비형식적 지식을 파악하고, 그에 따른 적절한 프로그램의 개발이 요구된다.

## 참고문헌

- 교육과학기술부 (2008). 유치원 교육과정 해설(Ⅰ) -총론-. 교육과학기술부.
- 김경칠 (1993). 유아 수학 문제해결 능력 신장에 관한 연구. 중앙대학교박사학위논문.
- 김수환 · 박성택 · 신준식 · 이대현 · 이의원 · 이종영 · 임문규 · 정은실 (2009). 초등학교 수학과 교재연구. 경기: 동명사.
- 나귀옥 (2002). 취학 전 유아의 수 및 연산의 기초 개념에 관한 연구. 미래유아교육학회지, 9(1), 83-113.
- 신은수 (1995). 3, 4, 5세 유아의 비형식적 더하기와 빼기의 수학능력 및 인지적 전략의 발달에 관한 연구. 유아교육연구, 15(1), 101-121.
- 유연일 (1993). 4·5세 유아의 더하기, 빼기 문제해결 능력에 관한 연구. 덕성여자대학교 석사학위 청구논문.
- 이지현 (1999). 유아 수 교육 내용 및 방법에 관한 문화 심리학적 고찰. 유아교육연구, 19(1), 111-131.
- 정현숙 (1998). 유아의 수세기 활동에 관한 연구. 영유아교육연구, 2, 1-22.
- Baroody, A. J. (1987). *Children's Mathematical Thinking*. New York: Teachers College, Columbia University.
- Baroody, A. J., & Coslick, R. T. (1989). *Fostering Children's Mathematics Power: An Investigative Approach to K-8 Mathematics Instruction*. Mahwah, NJ: Lawrence

Erlbaum Associates, Publishers.

- Carpenter, T. P., Fennema, M., Franke, M. L., Levi, L., & Empson, S. B. (1999). *Children's mathematics: Cognitively guided instruction*. Portsmouth, NH: Heinemann and NCTM press.
- Kammi, C. (2005). *Young Children Reinvent Arithmetic; Implications of Piaget's Theory(2nd)*. Piaget의 발생적 인식론을 적용한 수학수업-1학년-.(원저는 2000).
- Mack, N. K. (2001). Building on informal knowledge through instruction in a complex content domain: Partitioning, units, and understanding multiplication of fractions. *Journal for Research in Mathematics*, 32(3).
- NCTM (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, VA: NCTM.

이대현

# An Analysis on the Competence and the Methods of Problem Solving of Children at the Before of School Age in Four Operations Word Problems

Lee, Daehyun<sup>3)</sup>

## Abstract

The purpose of this paper is to examine the competence and the methods of problem solving in four operations word problems based on the informal knowledges by five-year-old children. The numbers which are contained in problems consist of the numbers bigger than 5 and smaller than 10. The subjects were 21 five-year-old children who didn't learn four operations. The interview with observation was used in this research. Researcher gave the various materials to children and permitted to use them for problem solving. And researcher read the word problems to children and children solved the problems.

The results are as follows: five-year-old children have the competence of problem solving in four operations word problems. They used mental computation or counting all materials strategy in addition problem. The methods of problem solving were similar to that of addition in subtraction, multiplication and division, but the rate of success was different. Children performed poorly in division word problems.

According to this research, we know that kindergarten educators should be interested in children's informal knowledges of four operations including shapes, patterns, statistics and probability. For this, it is needed to developed the curriculum and programs for informal mathematical experiences.

Key Words : Four operations, Informal knowledge, Before of School Age, Methods of problem solving

---

3) Gwangju National University of Education (leedh@gnue.ac.kr)

**<부록> 사칙연산 문장제 해결 능력 검사도구**

1. 경민이는 3개의 사탕을 가지고 있습니다. 그런데 엄마가 4개의 사탕을 더 주었습니다. 경민이가 가지고 있는 사탕은 모두 몇 개입니까?
2. 혜경이는 4개의 흰 바둑돌과 5개의 검은 바둑돌을 가지고 있습니다. 혜경이가 가지고 있는 바둑돌은 모두 몇 개입니까?
3. 경민이는 8개의 사과를 가지고 있습니다. 그런데 친구에게 3개를 주었습니다. 이제 경민이가 가지고 있는 사과는 모두 몇 개입니까?
4. 혜경이는 7개의 사탕을 가지고 있고, 경민이는 2개의 사탕을 가지고 있습니다. 혜경이는 경민이보다 몇 개의 사탕을 더 가지고 있습니까?
5. 민정이는 4개의 초를 가지고 있습니다. 생일 케이크에 7개의 초가 필요합니다. 민정이는 몇 개의 초가 더 필요합니까?
6. 혜경이는 과자 4상자를 가지고 있습니다. 한 상자에는 과자가 2개씩 들어있습니다. 혜경이는 전부 몇 개의 과자를 가지고 있습니까?
7. 오리 한 마리는 2개의 다리를 가지고 있습니다. 오리 4마리가 있으면 다리는 모두 몇 개입니까?
8. 경민이는 사탕 12개를 3명의 친구에게 나누어주었습니다. 한 명의 친구가 받은 사탕은 몇 개입니까?
9. 민정이는 사탕 10개를 2개씩 포장하여 선물꾸러미를 만들었습니다. 민정이가 만든 선물꾸러미는 모두 몇 개입니까?