韓國數學敎育學會誌 시리즈 A <數學敎育>
2010. 08. 제 49권, 제 3호, 375-387.

J. Korean Soc. Math. Ed. Ser. A: The Mathematical Education
August. 2010, Vol. 49, No. 3, 375-387.

직사각형 덮기 과제를 해결하면서 나타난 초등학생의 어림 측정 전략

이 종 욱 (개림초등학교)

Ⅰ. 서 론

직사각형의 넓이를 구하는 공식은 학생들이 쉽게 암기하는 공식 중 하나이다. 이 공식을 익힌 학생들은 '가로×세로'를 계산하여 직사각형의 넓이를 어렵지 않게 구할 수 있다. 그러나 문제는 학생들이 이 공식을 너무 당연하게 받아들인다는 점이다(허학도, 2006). 측정 학습 중에서 특히 넓이는 지도 방법에 따라 학습자가 수학적으로 사고할 수 있는 장면을 충분히 제공할 수 있으나(정동권, 2001) 형식화하여 가르칠 수 있기 때문에 단순히 공식을 외우고 기계적인 적용을 통하여 문제를 풀이하는 방식으로 교육이 이루어지는 경우가 많다(김주봉, 2000). 기계적인 계산만 하는 넓이 학습에 대한 문제를 해결하기 위해서는 측정의 본질적인 목표인 양과 측정의 기초가 되는 경험을 많이 가지게 하고 양의 측정 활동을 통하여 양과 측정에 관심을 가지게 하는 등 양감 형성에 도움이 되는 활동을 많이 제공하여야 한다(이용률, 성현경, 1997).

Reynolds와 Wheatley(1996)는 넓이 개념을 이해하기 위해서는 우선 공식을 배우지 않은 아동에게 구체물을 사용하여 넓이에 대한 탐색을 하게 하는 것이 보다 유용하다고 하였다. 구체물을 임의단위로 사용하여 주어진 직사각형을 덮기 위한 정렬을 그려보는 과정은 넓이에 대한 직관적인 이해를 돕고 문제를 해결하는 전략을 사용하도록 이끌어 줄 수 있다. 이는 직사각형 위에 단위 정사각형을[1] 정렬한 후 몇 개의 정사각형이 들어가는가를 반복하여 더하는 초기 행동에서 시작하여 단위 정사각형 정렬이 가지는 구조를 곱셈의 관계로 파악하는 것이 넓이 공식을 이해하는 데 기초가 되기 때문이다.

한편, 직사각형 넓이 공식과 관련하여 Sierpinska (1990)는 이해를 인식론적 장애의 극복으로 간주하고 직사각형 넓이 공식의 인식론적 장애와 이해의 조건을 분석하였다(허학도, 2006에서 재인용).

다각형의 넓이는 일정한 공리조건을 만족시키며 다각형의 집합에서 음이 아닌 실수의 집합으로 가는 함수로 생각할 수도 있고 측정의 영역에서는 외연량으로 단위크기의 비율로 생각할 수도 있다. 따라서 넓이 개념은 필연적으로 수 체계에 대한 정립을 기초로 하지 않을 수 없으며 이러한 수 체계와 관련된 인식론적 장애가 바로 넓이에 대한 주요한 인식론적 장애가 되었다.

그리스 시대의 수는 양의 정수에만 쓰였다. 분수는 두 정수 사이의 비 또는 관계라고 보았다. 무한과 극한의 개념을 내포하고 있는 무리수의 개념을 정립할 수 없었던 그들은 비율론에서 무리수의 존재에 의해 통약불가능성이 제기되는 문제를 교묘히 피하기 위해 산술에서 기하학으로의 우회로를 택하게 되었다. 따라서 그리스 시대의 넓이 개념은 산술 개념을 피하기 위해, 보다 정확히는 같은 단위로 잴 수 없음에 관한 문제를 피하기 위해 양을 직관적인 그 자체로 이해했다.

주어진 표면을 덮을 수 있는 단위 정사각형의 수로서 넓이를 이해할 때에 또 다른 인식론적 장애가 발생한다. 이는 주어진 도형을 단위 정사각형으로 빠짐없이 덮었을 때, 정사각형을 센다는 것에 주목한다. 넓이 공식을 이해하는데 있어 단위넓이를 이해하는 것은 필수적이지만 단위 정사각형이 학생들에게 고착화 되면서 단위를 세분하는 것을 거부하기도 한다. 단위넓이를 세분한다고 하더

* 접수일(2010년 6월 3일), 수정일(1차 : 2010년 8월 7일, 2차 : 2010년 8월 20일), 게재확정일(2010년 8월 20일)
* ZDM분류 : C32
* MSC2000분류 : 97C30
* 주제어 : 넓이 측정, 어림 측정, 직사각형 덮기

1) 직사각형을 덮는 임의단위의 정사각형을 단위 정사각형 또는 단위라고 한다.

라도 이러한 장애 이면에는 직사각형의 변에 대한 공통 측도를 항상 찾을 수 있다는 신념이 있다. 임의의 두 변에 대한 공통 단위 길이가 존재하리라(통약가능성)는 생각은 무리수가 발견되면서 통약불가능성으로 변하게 되었다. 직사각형을 단위 정사각형으로 덮는 활동은 가로의 길이와 세로의 길이가 통약가능한 경우에만 덮을 수 있는 것으로, 그렇지 못할 때에는 성립하지 않게 된다. 따라서 모든 직사각형의 넓이를 이렇게 구할 수 있다는 인식론적 장애를 유발하게 된다.

일반적으로 직사각형의 넓이를 구하는 활동은 모눈종이에서 정사각형을 단위넓이로 하여 직사각형에 놓는 활동으로 시작한다. 그러나 이런 활동은 단순히 단위넓이를 겹쳐지지 않게 놓아 몇 번 놓을 수 있는가를 알아보는 것으로 덧셈적 사고에 기초한다. 넓이 측정을 위해서는 가로와 세로에 놓이는 단위의 수를 고려하여 곱셈 공식을 유도할 수 있어야 한다. 이산적이고 직관적인 접근에서 연속적이고 형식적인 접근으로의 방향 전환을 요구한다. 그러나 Outhred와 Mitchelmore(2000)는 이런 방향 전환에서 아동들은 종종 덧셈과 곱셈의 관계를 완전하게 이해하지 못하거나(Mulligan & Mitchelmore, 1997), 직사각형의 정렬 구조를 아동들이 직관적으로 분명하게 이해하지 못하는 문제점이 있다(Battista, Clement, Arnoff, Battista, & Borrow, 1998; Mitchelmore, 1983)고 지적하였다.

Sierpinska(1990)가 지적한 직사각형 넓이 공식의 이해와 관련한 인식론적 장애와 Outhred와 Mitchelmore (2000)가 지적한 두 가지 문제점은 직사각형 넓이 공식 이해에서 정렬 구조에 대한 중요성을 부각시키며 정렬 구조가 덧셈적 사고에서 곱셈적 사고로 나아갈 수 있는 전환점임을 암시한다. 정렬 구조는 구체물을 사용하든 아니든 아동들이 직사각형의 넓이를 측정하기 위해 학습하는 한 과정으로 아동의 어림 측정 활동에 바탕을 두어야 할 것이다.

직사각형의 넓이를 구하기 위해 이루어지는 초기의 활동은 주로 어림 측정으로 이루어진다. Lindquist (1987)는 어림 측정을 측정 도구를 직접 사용하지 않고 측정값에 가장 가까운 근사치에 도달하는 것, 혹은 주어진 측정값에 관해 표상을 선택하는 것, 측정하지 않고 두 양을 비교하는 정신적 과정으로 보았다. 직사각형의 넓이를 구하면서 같은 단위로 정확하게 잴 수 없다는 인식론적 장애와 관련하여 수학적 오류를 일으킬 수 있다는 우려가 있다. 하지만 실생활에서 넓이 측정은 측정도구의 정확성이 완전하게 보장되지 않기 때문에 통약불가능성의 문제와는 또 다른 측면에서 어림 측정이 될 수밖에 없다. 따라서 어림 측정은 직사각형의 넓이를 구하면서 오차를 허용하기 때문에 넓이를 양의 비교성, 연속성, 가법성의 측면에서 경험하는 초기 활동으로 충분한 의의를 가진다.

측정에 있어서 어림의 중요성을 인식하며 우리나라에서도 넓이 측정과 관련하여 다수의 연구가 이루어졌다. 아동들의 어림 측정 능력이나 학업 성취도의 실태를 파악한 연구(송미정, 2004; 윤현숙, 2000), 측정 감각의 여러 요소를 향상시키기 위한 학습 프로그램을 개발한 연구(정필원, 2005; 장미라, 2003; 배춘석, 2002), 아동들이 사용하는 넓이 측정 전략을 분석한 연구(유연자, 방정숙, 2008; 박승주, 2007) 등이 있다. 이들 연구는 초등학생을 대상으로 길이, 들이, 무게, 넓이를 측정하는 전략에 중점을 두거나, 직사각형, 평행사변형, 사다리꼴, 마름모 등 여러 평면도형의 넓이를 구하는 전략을 분석하였다. 평면도형의 넓이를 측정하는 것은 주어진 단위 도형을 가지고 측정하고자 하는 도형의 내부를 겹치지 않고 빈틈없이 늘어놓아 몇 번 들어가는지 세는 일이다(구광조와 라병소, 1997). 이런 의미에서 볼 때 무엇보다도 기본 단위로 직사각형을 채우기 위해 아동들이 사용하는 어림 측정 전략을 분석하는 연구가 먼저 이루어질 필요가 있다. 이에 본 연구에서는 평면도형의 넓이를 학습하지 않은 초등학교 1학년부터 4학년까지 학생을 대상으로, 주어진 직사각형에 들어가는 단위 정사각형의 수를 구하는 과정에서 나타나는 어림 측정 전략을 분석하여 직사각형 넓이 지도에 관한 시사점을 얻고자 하였다.

Ⅱ. 연구 방법

본 연구에서는 Outhred와 Mitchelmore(2000)가 직사각형의 넓이 측정과 관련한 연구에서 사용한 연구 방법을 주로 참고하였다.

1. 연구 대상

본 연구는 가정의 사회 경제적 배경이 중류층에 속하는 대도시에 있는 A초등학교에서 임의로 선정한 1학년 아동 17명, 2학년 아동 20명, 3학년 아동 22명, 4학년 아동 20명을 연구대상으로 하였다. 초등학교 5학년에서 평면도형의 둘레와 넓이 단원이 시작되기 때문에 직사각형의 넓이에 대해 학습하지 않은 1학년부터 4학년 아동을 선정하였다.

2. 연구 도구

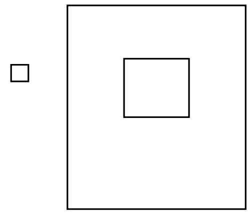
가. 과제1

아동들에게 2cm×2cm의 두꺼운 마분지로 된 단위 정사각형 1개, 8cm×8cm 정사각형이 그려진 학습지(<그림 Ⅱ-1>참조) 그리고 자를 제공하였다. 자는 필요할 경우 자유롭게 사용할 수 있도록 하였다. 움직일 수 있는 단위를 사용하여 직사각형을 덮을 때 아동들이 해결하는 전략을 조사하였다. 단위를 직접 움직일 수 있기 때문에 아동들이 단위를 움직이면서 어떠한 전략을 사용하는지를 알아볼 수 있다. 과제1에서 사용한 질문은 다음과 같다.

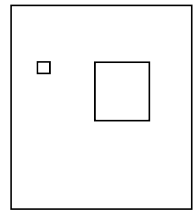
> "작은 네모로 큰 네모를 덮으려면 모두 몇 개가 필요합니까?"
> "어떻게 알 수 있었나요?"

나. 과제2

아동들에게 1cm×1cm의 단위 정사각형과 5cm×6cm의 직사각형이 함께 그려져 있는 학습지(<그림 Ⅱ-2>참조)와 자를 제공하였다. 단위를 직접적으로 움직일 수 없을 때 아동들이 해결하는 전략을 조사하였다. 단위를 움직일 수 없기 때문에 과제1보다 더욱 다양한 어림과 측정의 전략을 사용할 수 있으며 자와 같은 측정 도구의 사용이 해결 전략에 도움이 되는 과제이다. 사용한 질문은 과제1과 같다. 과제1과 과제2의 그림은 다음과 같다.



<그림 Ⅱ-1> 과제1



<그림 Ⅱ-2> 과제2

다. 과제 3

과제3에서는 아동들에게 단위 정사각형이나 직사각형을 보여주지 않고 "가로가 8cm이고 세로가 10cm인 직사각형을 한 변이 2cm인 정사각형으로 덮으려고 합니다. 모두 몇 개의 정사각형이 필요합니까?"라는 문제가 적힌 학습지를 제시하였다. 이 문제를 해결하기 위해서 아동들은 정사각형과 직사각형이 무엇인가에 대해서 알고 있어야 하며 길이를 측정할 수 있는 능력이 있어야 한다. 따라서 실제적으로 1, 2학년 아동은 해결하기 어려운 과제이며 3학년 이상의 아동이 접근할 수 있는 과제이다.

3. 자료 수집

실험은 A초등학교의 특별실에서 개별 면접으로 이루어졌다. 아동들에게 각 과제에 대한 학습지, 연필, 자를 제공하였다. 자신이 해결하는 방법을 말이나 그림으로 설명하도록 하였다. 시각적으로 표현하지 않은 아동에게는 말로서 설명하도록 하였으며 시각적으로 표현한 아동도 자신의 방법을 말로 설명하도록 하였다. 모든 대화는 비디오로 녹화하였으며 대화의 내용을 전사한 자료와 학습지를 통하여 자료를 수집하였다.

4. 자료 분석

단위의 크기와 속성 그리고 과제에 따라 사용한 전략의 변화를 분석하기 위해 전략 범주별로 사용 빈도와 백분율을 구하였으며 전략의 수준을 결정하기 위해 각 전략별 정답과 오답의 빈도와 정답률을 구하였다.

Ⅲ. 결과 분석

1. 각 과제별 전략 분석

가. 과제1의 전략

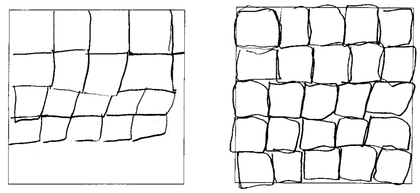
과제1을 해결하면서 사용한 전략은 눈어림, 불완전 덮기, 부적절한 정렬, 단위 옮기기, 단위 옮기기에 의한 정렬, 2차원 측정, 계산으로 분류하였다. 각 전략의 빈도는 다음 표와 같다.

<표 III-1> 과제1에서 나타난 전략 (n=79)

전략	정답	오답	계
눈어림	2	8	10
불완전 덮기	0	2	2
부적절한 정렬	0	3	3
단위 옮기기	10	8	18
단위 옮기기에 의한 정렬	23	1	24
2차원 측정	17	0	17
계산	5	0	5
합계	57	22	79

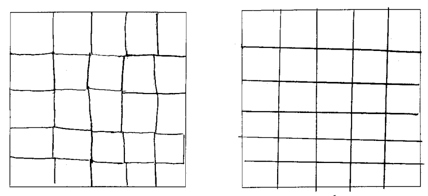
눈어림 전략은 눈으로 어림하여 큰 정사각형 안에 들어가는 단위의 수를 어림하는 전략으로 단지 머릿속으로만 조작하며 어떤 시각적인 형태로 나타내지 않는다. 10명(12.6%)의 아동이 이 전략을 사용하였으며 그 중 2명이 정답을 하고 8명은 오답이었다. 눈으로 어림하면서 단위를 원래 단위보다 크거나 작게 어림하였다. 1학년 지원이[2]는 "3개씩 3개씩해서 9개"라고 답하였으며, 1학년 성경이는 "다섯 개가 두 개 들어가니까 열 개 그리고 여기에도 다섯 개가 두 개 들어가니까 열 개 해서 스물 개"라고 말하였다.

불완전 덮기 전략은 큰 정사각형을 단위로 완전하게 덮지 않은 전략이다. <그림 Ⅲ-1>을 보면 단위의 크기가 일정하지 않으며 단위가 중복되는 부분이 있거나 빈 틈이 있다.



<그림 III-1> 불완전 덮기

부적절한 정렬 전략은 큰 정사각형을 단위로 빈틈없이 덮는다. 그러나 단위의 크기가 다양하며 정렬이 바르지 않다. 이 전략은 마분지로 만든 움직일 수 있는 단위가 주어졌기 때문에 일반적으로 사용한 전략은 아니었으며 이 전략으로 정답을 맞힌 아동은 한 명도 없었다. 2학년 수민이는 단위로 큰 정사각형을 완전히 덮었으나 단위의 크기를 정확하게 어림하지 않아 4×4 정렬이 아닌 5×5 정렬을 그렸다(<그림 Ⅲ-2>의 a). 그리고 2학년 선정이는 자를 사용하였으나 단위의 길이를 측정하기 위한 것이 아니라 단지 단위를 나타내는 선을 긋기 위해 사용하였다(<그림 Ⅲ-2>의 b).



a b

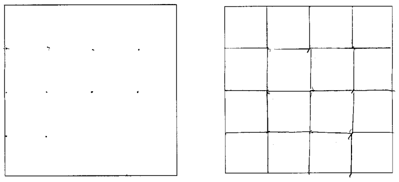
<그림 III-2> 부적절한 정렬

단위 옮기기 전략은 18명(22.7%)의 아동이 사용한 전략으로 과제의 특성상 단위를 옮길 수 있었기 때문에 어느 정도 예견된 결과이기도 하다. 단위를 직접 손으로 옮기면서 큰 정사각형에 들어가는 단위의 수를 구하는 전략으로 단위를 손으로 옮기기만 하고 연필로 표시를 하지 않았다. 이 전략을 사용한 18명의 아동 중 8명은 단위를 중복하여 옮기거나 틈을 두고 옮기면서 틀린 답을 말하였다.

단위 옮기기에 의한 정렬 전략은 단위를 직접 옮기면서 연필로 표시하였다. 24명(30.3%) 아동이 사용한 전략으로 모두가 정답을 할 정도로 정답률이 높았다. 4학년 유민이는 단위를 큰 정사각형에 옮겨 간단하게 점으로 나타내었으며(<그림 Ⅲ-3>의 a), 다정이는 마분지로

2) 본 연구에서 사용한 아동명은 모두 가명임

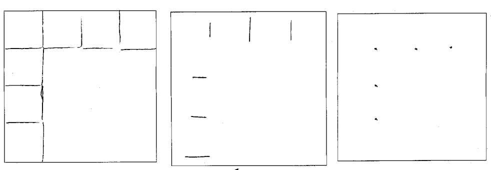
된 단위를 큰 정사각형에 직접 옮겨 하나씩 정확하게 나타내었다(<그림 Ⅲ-3>의 b). 처음부터 단위를 정확하게 끝까지 나타내는 경우도 있고 처음 몇 개는 정확하게 마분지의 가장자리를 표시하면서 나타내다가 그 이후의 단위는 자를 사용하거나 손으로 그리는 경우도 있었다.



a b

<그림 Ⅲ-3> 단위 옮기기에 의한 정렬

2차원 측정 전략은 단위를 옮겨 큰 정사각형의 가로와 세로에 일부분만 표시하여 답을 구하는 전략이다. 이 전략은 큰 정사각형의 가로에 들어가는 단위의 수와 세로에 들어가는 단위의 수를 고려하기 때문에 2차원 측정으로 분류할 수 있다. 17명(22%)의 아동이 이 전략을 사용하였으며 모두 정답이었다. 4학년 태현이는 큰 정사각형의 위쪽과 왼쪽 부분에 단위를 옮겨서 표시한 다음 가로에 단위가 4개 세로에 단위가 4개 들어간다는 것을 확인하고 4곱하기 4로 답을 구하였으며(<그림 Ⅲ-4>의 a), 3학년 동혁이는 큰 정사각형의 위쪽과 왼쪽에 간단한 선으로 표시한 다음 "4개, 4개, 4개, 4개 4, 4, 16"이라고 답하였다(<그림 Ⅲ-4>의 b).



a b c

<그림 Ⅲ-4> 2차원 측정 전략

어떤 아동은 작은 마분지를 사용하여 사각형의 가로와 세로에 점으로 표시하였다(<그림 Ⅲ-4>의 c). 과제2나 과제3에서는 측정을 1차원 측정과 2차원 측정으로 구분하였으나 이 과제에서는 1차원 측정은 나타나지 않았다. 그리고 이 전략은 단위를 옮긴다는 측면에서는 단위 옮기기 전략과 유사하다. 하지만 작은 마분지의 가로와 세로가 자와 같은 측정 도구의 역할을 하여 단위 길이를 사용하여 측정한 것이기 때문에 측정 전략으로 분류하였다.

계산 전략은 자로 단위의 가로 세로 길이를 재어 2cm임을 확인하고, 큰 정사각형의 가로와 세로를 측정하여 8cm에 단위 길이가 4번 들어간다는 것을 알고서 4×4=16으로 계산하는 전략이다. 5명의 아동이 정렬을 그리지 않고 다만 수치적으로 계산하여 답을 구하였다.

나. 과제2의 전략

과제2에서는 단위를 움직일 수 없는 그림으로 제시하였다. 따라서 과제1에서 가장 많이 사용한 전략인 단위를 옮기는 전략은 사용할 수 없었다. 구체물을 사용하는 문제는 문제의 특성상 단위를 옮길 가능성이 높지만 과제2는 그렇게 할 수 없기 때문에 오히려 아동이 사용하는 전략을 더욱 상세하게 조사할 수 있다. 사용한 전략은 눈어림, 불완전 덮기, 부적절한 정렬, 1차원 측정, 2차원 측정, 계산으로 분류하였다. 이를 표로 나타내면 다음 <표 Ⅲ-2>와 같다.

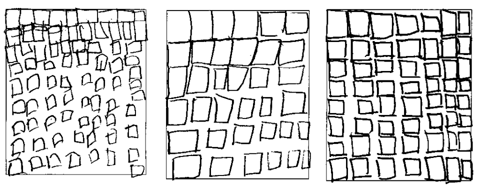
<표 Ⅲ-2> 과제2에서 나타난 전략 (n=76)

전략	정답	오답	계
눈어림	0	8	8
불완전 덮기	0	6	6
부적절한 정렬	0	7	7
1차원 측정	0	4	4
2차원 측정	33	6	39
둘레 구하기	0	4	4
계산	8	0	8
합계	41	35	76

눈어림 전략은 과제1에서 설명한 전략과 마찬가지로 눈으로 어림하였으나 그림으로 나타내지 않은 전략을 말한다. 눈어림으로 해결한 아동 8명(10%)은 모두 오답이었다. 눈어림을 하면서 아동들은 단위를 손으로 짚으면서 세거나 손으로 작은 네모를 그리면서 또는 머릿속으로 생각하고 눈으로만 그려서 어림하였다.

불완전 덮기 전략은 단위를 어림하여 시각적으로 표시하였으나 단위가 부정확하며 단위가 직사각형을 완전히 덮지 않은 경우이다. 6명(7.5%)의 아동이 사용하였으며 모두 오답이었다. 단위를 나타내면서 틈이 있거나 중

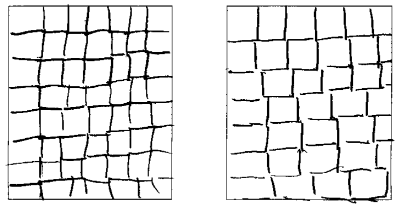
복하여 나타내고 단위의 크기가 일정하지 않은 경우가 많았다. 1학년 태훈이와 아정이의 그림을 보면 단위를 어림하여 나타내었으나 단위의 크기가 일정하지 않고 가로 세로가 일정한 정렬의 형태를 취하지 않았다(<그림 Ⅲ-5>의 a, b). 2학년 민규는 자를 사용하여 단위를 측정하였으나 직사각형에 나타낼 때에는 어림하여 단위를 나타내면서 단위와 단위 사이에 틈이 발생하여 직사각형을 완전히 덮지 못했다. 그러나 민규는 직사각형의 가로와 세로에 있는 단위의 수를 일정하게 나타내었으며 단위의 수를 구할 때도 가로의 수 7과 세로의 수 8을 곱하여 “7, 8, 56”이라고 답하였다(<그림 Ⅲ-5>의 c). 따라서 민규는 비록 불완전 덮기 전략을 사용하였지만 덧셈이 아닌 곱셈을 사용하여 답을 구한 경우로 곱셈적 사고를 가지고 있다.



a b c

<그림 Ⅲ-5> 불완전 덮기

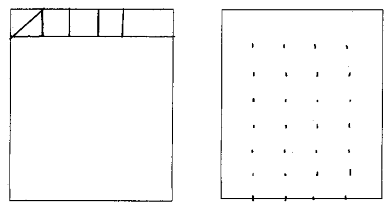
부적절한 정렬 전략은 단위와 단위 사이에 틈이 없이 직사각형을 완전하게 덮었으나 가로 세로의 정렬이 부적절한 형태를 취하거나 단위가 잘못된 경우이다. 7명(9%)의 아동이 이 전략을 사용하였으며 모두 오답이었다. 3학년 동현이는 정렬에서 가로와 세로의 개수가 일정하지만 정렬의 형태가 바르지 않으며 단위의 크기도 작게 나타내었다(<그림 Ⅲ-6>의 a). 2학년 선정이는 각 행에 있는 단위의 수를 같게 나타내지 못했다(<그림 Ⅲ-6>의 b). 자를 사용하여 길이를 측정하지 않아 가로와 세로에 들어가는 단위의 수를 정확하게 나타낼 수 없었다. 단위를 그린 다음 단위의 수를 세면서 1명을 제외한 나머지 6명은 처음부터 모두 세는 방법을 사용하였으며 1명만 가로의 단위 수와 세로의 단위 수를 곱하여 전체 단위의 수를 구하였다. 결국 부적절한 정렬 전략을 취하는 아동들은 곱셈적 사고보다는 덧셈적 사고에 의존함을 알 수 있다.



a b

<그림 Ⅲ-6> 부적절한 정렬

1차원 측정 전략은 단위를 자로 측정하여 직사각형의 가로나 세로 한 쪽에만 자를 사용하여 나타내고 다른 쪽은 어림으로 나타내는 전략이다. 주로 가로에 측정한 단위 길이를 표시하고 세로는 어림으로 점을 찍거나 마음속으로 세었다. 4명(5%)의 아동이 이 전략을 사용하였으며 3명이 오답이었다.



a b

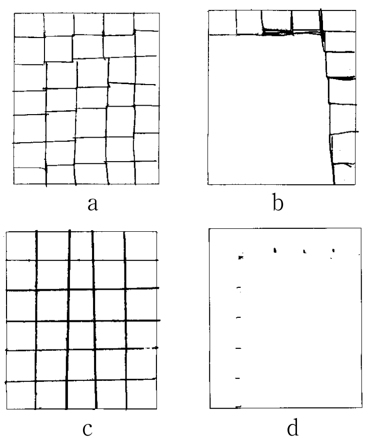
<그림 Ⅲ-7> 1차원 측정

3학년 경준이는 자로 단위의 가로 길이를 재어 1cm임을 알고 직사각형의 가로에 1cm 간격으로 표시하였다. 그러나 직사각형의 세로는 자로 표시를 하지 않고 어림하여 8로 생각하여 결과적으로 틀린 단위 수를 구하였다(<그림 Ⅲ-7>의 a). 2학년 준희는 가로는 자를 사용하여 1cm마다 점으로 표시하였다. 그러나 세로는 단지 어림하여 자를 조금 아래로 놓고 다시 자를 사용하여 가로로 1cm씩 점으로 표시하였다(<그림 Ⅲ-7>의 b). 나머지 2명은 자를 사용하여 직사각형의 가로선에 놓고 마음속으로 “하나, 둘, 셋, 넷, 다섯; 여섯, 일곱, 여덟, 아홉, 열; …스물 여덟”이라고 말하였다. 가로는 자로 측정하였으나 세로는 어림하여 자를 수직으로 내려 세면서 중복하여 센 경우이다. 전략을 사용한 4명 모두 마지막 단위 수까지 세어서 단위의 수를 구하였다.

2차원 측정 전략은 자를 사용하여 단위의 가로와 세로를 측정한 다음 직사각형의 가로와 세로 변에 표시하

여 단위의 수를 구하는 전략이다. 39명(49%)의 아동이 이 전략을 사용하였으며 33명이 정답을 나타내어 정답률이 85%이다. 직사각형에서 두 차원을 고려한 전략으로 높은 정답률을 보였다. 오답을 말한 6명은 단위의 길이를 측정하였으나 측정한 것을 직사각형에 작도하면서 오류를 범한 것으로 나타났다.

작도에 실패한 아동들은 주로 세로의 길이를 표시하면서 오류를 범하였다. 자를 사용할 때 가로로 길이를 측정하는 것이 보통의 경우라서 그런지 직사각형의 세로 변에 나타낼 때에는 정확도가 떨어졌다(<그림 Ⅲ-8>의 a, b). 실제로 정답을 한 아동들의 그림을 보면 보다 정교하게 가로와 세로에 1cm 간격으로 줄을 긋는 것을 알 수 있다(<그림 Ⅲ-8>의 c, d). 그리고 2명을 제외한 대부분의 아동은 곱셈을 사용하여 전체 단위의 수를 구하였다.



<그림 Ⅲ-8> 2차원 측정

둘레 구하기 전략은 직사각형의 둘레를 구하는 전략이다.

계산 전략은 과제1에서와 같이 자로 단위의 가로 세로 길이를 재어 1cm임을 확인하고 직사각형의 가로와 세로를 측정하여 5cm 에 5, 6cm에 6으로 계산하여 답을 구하는 전략이다. 8명(10%)의 아동이 이 전략을 사용하였으며 전원 정답이었다. 정렬을 그리지 않고 다만 수치적으로 계산하여 답을 구하였다.

다. 과제3의 전략

과제3에서는 “가로가 8cm이고 세로가 10cm인 직사각형을 한 변이 2cm인 정사각형으로 덮으려고 합니다. 모두 몇 개의 정사각형이 필요합니까?”라는 문제를 학습지에 제시하였다. 과제1과 과제2와 달리 과제3에서는 많은 아동들이 학습지에 적힌 문제를 보고 문제해결을 포기하였다. 따라서 과제3에서는 학습지를 제시했을 때 과제해결을 시도한 38명의 전략을 분석하였다(2학년 2명, 3학년 17명, 4학년 19명). 3학년 13명과 4학년 17명이 바른 답을 하였으며 2학년은 모두 틀린 답을 말하였다. 해결 전략은 불완전 덮기, 부적절한 정렬, 2차원 측정, 둘레 구하기, 계산으로 분류하였다. 과제3에서 나타난 해결 전략은 다음 표와 같다.

<표 Ⅲ-3> 과제3에서 나타난 전략 (n=38)

전략	정답	오답	계
불완전 덮기	0	1	1
부적절한 정렬	0	4	4
2차원 측정	22	0	22
둘레 구하기	0	3	3
계산	8	0	8
합계	30	8	38

불완전 덮기 전략은 과제2에서 설명한 전략이다. 3학년 수연이는 먼저 직사각형을 학습지에 정확하게 그렸으나 단위를 직사각형에 덮을 때는 불완전 덮기 전략을 사용하였다.

부적절한 정렬 전략은 과제2에서 설명한 전략이다. 4명(11%)의 아동이 이 전략을 사용하였다. 자를 사용하여 가로와 세로가 각각 10cm, 8cm인 직사각형을 바르게 그렸지만 이후에 단위를 그리면서 길이가 바르지 않은 사각형을 그려서 정렬이 바르지 않았다.

2차원 측정 전략은 과제2와 같은 전략이다. 과제3에 응답한 38명의 아동들 중 22명(58%)이 사용하였으면 모두 정답이었다.

둘레 구하기 전략은 과제2와 같은 전략이다. 3명의 아동이 이 전략을 사용하였으며 모두 오답이었다. 3학년 형준이는 “2곱하기 5해서 10이 되고 2곱하기 4해서 8이 되니까 4더하기 4는 8이고 5더하기 5는 10, 그래서 10하고 8은 18”이라고 말하였다.

계산 전략은 자를 사용하지 않고 가로에 포함된 단위의 수를 10 나누기 2를 하여 5를 구하고 마찬가지로 세로의 단위 수 4를 구하여 곱하였다. 8명의 아동이 이 전략을 사용하였으며 모두 정답이었다.

2. 전략의 재분류

서로 다른 과제를 해결하면서 나타난 전략은 과제의 특성상 서로 다르게 또는 같은 형태로 나타났다. 과제의 특성을 고려하면서 지금까지 아동들이 사용한 전략을 전체적으로 살펴보면 다음 <표 Ⅲ-4>와 같이 분류할 수 있다. 이 장에서는 각 전략의 특성을 살펴보고 이들 전략을 시각적 표현에 따라 재분류할 것이다.

<표 Ⅲ-4> 과제별 해결 전략

전략 \ 과제	과제1	과제2	과제3
눈어림	10	8	
단위 옮기기	18		
단위 옮기기에 의한 정렬	24		
불완전 덮기	2	6	1
부적절한 정렬	3	7	4
1차원 측정		4	
2차원 측정	17	39	22
둘레구하기	0	4	3
계산	5	8	8
합계	79	76	38

눈어림. 학습지에 그림으로 표현하지 않고 단지 머릿속으로 문제를 해결하는 전략이다. 그러나 이 전략을 설명하는 아동의 말을 분석해보면 불완전 덮기, 부적절한 정렬, 2차원 측정, 둘레 구하기 중 한 가지로 재분류할 수 있다.

단위 옮기기. 단위를 손으로 옮기기만 하고 연필로 표시를 하지 않은 전략이지만 이 전략도 불완전 덮기, 부적절한 정렬, 단위 옮기기에 의한 정렬 중 한 가지로 재분류할 수 있다.

불완전 덮기. 단위를 직사각형에 덮으면서 중첩되거나 빈틈이 있으며 직사각형을 완전하게 덮지 못한다. 단위의 크기가 각각 달라 각 열이나 행에 포함된 단위의 수가 다른 경우가 있으며 단위는 크기와 모양에 있어 여러 가지로 나타난다. 정렬의 구조를 암시하는 형태도 있으나 여전히 빈틈이 있어 완전하지 않다.

부적절한 정렬. 불완전 덮기에서 나타난 단위의 중첩이나 빈틈은 보이지 않는다. 그러나 단위의 크기가 다양하며 정렬이 바르지 않다. 자를 사용하는 경우가 있지만 가로와 세로의 길이가 정확하지 않아 결과적으로 직사각형을 덮는 단위 전체의 수가 바르지 않다.

단위 옮기기에 의한 정렬. 과제1에서만 나타나는 전략으로 단위를 옮기면서 학습지에 시각적으로 나타내며 가로와 세로의 정렬이 바른 전략이다. 하지만 이 전략은 1차원 측정이나 2차원 측정과는 분명히 다른 전략이다. 왜냐하면 1차원이나 2차원 측정은 측정 단위를 사용하여 직사각형의 한 변이나 두 변을 고려하였다면 이 전략은 변을 고려한 것이 아니라 단지 마분지를 순서대로 차곡차곡 채워나가는 것이기 때문이다. 정렬이 바르지만 각 행이나 열은 각 행이나 열을 반복하는 것이 아니다.

측정을 측정도구의 도움으로 측정값을 구하는 과정으로 본다면 단위를 측정도구로 사용하기 때문에 단위 사각형을 옮기는 것도 측정 전략으로 볼 수 있을 것이다. 하지만 직사각형의 가로와 세로를 고려하지 않기 때문에 측정과 구분한다. 그러나 단위를 옮기더라도 직사각형의 가로와 세로를 고려한다면 측정에 의한 정렬 전략으로 구분하였다.

1차원 측정. 자를 사용하여 직사각형의 한 변에 단위 길이만큼 표시하고 다른 변은 어림하는 전략이다.

2차원 측정. 직사각형의 가로와 세로에 있는 단위의 수를 고려한다. 단위로 주어진 마분지를 단위 길이로 사용하여 직사각형의 가로와 세로에 포함된 단위의 수를 구하는 경우도 있고, 자를 사용하여 직사각형의 두 변에 있는 단위 수 모두를 고려하는 경우도 있다.

둘레구하기. 직사각형의 둘레를 구하는 경우이다. 둘레를 구하는 것은 넓이 개념의 오개념으로 직사각형의 넓이를 구하는 전략으로 보기 어렵다.

계산. 단위의 한 변의 길이와 직사각형의 각 변의 길이 사이의 관계를 이해하면서 어떤 아동은 단위를 움직일 수 있을 때 마분지로 된 단위를 사용해서 각 단위가 몇 번 들어가는가를 세어 최종적으로 가로에 들어가는 단위 수와 세로에 들어가는 단위 수를 곱해서 단위 전체의 수를 구하였다. 그리고 나머지 대부분의 아동은 자로

각 단위의 변을 측정하여 직사각형의 변에 들어가는 단위의 수를 구하여 가로의 수와 세로의 수를 곱하였다. 단위가 1cm일 때는 가로와 세로의 길이가 곧 단위의 수가 되지만 단위가 2cm일 때는 각 변의 길이를 단위 길이로 나누어 단위의 수를 구하였다.

이상의 분석에 의하면 눈어림과 단위 옮기기 전략은 다른 전략으로 다시 분류할 수 있으며 둘레 구하기는 오개념이기 때문에 지금까지의 전략은 시각적 표현에 따라 불완전 덮기, 부적절한 정렬, 단위 옮기기에 의한 정렬, 1차원 측정, 2차원 측정, 계산 전략으로 재분류할 수 있다. 이렇게 재분류한 전략에 따라 과제 전체에 대한 학년별 반응수와 정답률을 살펴보면 다음 <표 Ⅲ-5>와 같다.

<표 Ⅲ-5> 재분류한 전략의 학년별 반응수와 정답률(%)

전략 \ 학년	1	2	3	4	정답률
불완전 덮기	15	4	3		0
부적절한 정렬	7	14	6	1	0
단위옮기기에 의한 정렬	5	8	7	8	100
1차원측정	1	2	1		25
2차원측정	1	12	29	38	91.2
계산		2	9	11	100
합계	29	42	55	58	

위의 표를 보면 과제에 답한 1학년 아동 중 22명(76%)은 불완전 덮기나 부적절한 정렬과 같이 정답률이 아주 낮은 전략을 사용하였으나 2학년은 부적절한 정렬과 2차원 측정, 3학년과 4학년은 2차원 측정과 계산 전략으로 학년이 올라갈수록 정답률이 높은 전략을 사용하는 빈도가 증가함을 알 수 있다. 특히 4학년 아동의 경우 정답률이 낮은 불완전 덮기나 부적절한 정렬 전략은 거의 사용하지 않고 2차원 측정이나 계산 전략을 주로 사용하였다.

사용한 전략의 정답률을 살펴보면 불완전 덮기와 부적절한 정렬의 정답률은 0%로 모두 오답이었으나, 단위 옮기기에 의한 정렬과 2차원 측정 그리고 계산의 정답률은 각각 100%, 91%, 100%로 매우 높았다. 2차원 측정 전략의 정답률은 단위 옮기기에 의한 정렬에 비해 낮았는데 이것은 자를 사용하여 측정하는 것이 마분지로 된 단위를 사용하는 것보다 조작에 어려움이 있어 나타난 결과로 볼 수 있다. 비록 단위 옮기기에 의한 정렬 전략의 정답률이 100%로 높게 나타났지만 이 전략이 2차원 측정 전략보다 고급스러운 전략이라고 보기는 어렵다. 왜냐하면 단위 옮기기에 의한 정렬은 단순히 단위를 옮겨서 정렬의 형태를 갖춘 것이지 단위를 사용하여 직사각형의 가로와 세로의 두 가지 요소를 고려한 것이 아니기 때문이다.

한편 1차원 측정 전략의 정답률은 25%인데 이 전략은 단위 옮기기에 의한 정렬 전략의 정답률 100%보다 훨씬 낮다. 전술한 바와 같은 이유로 정답률이 낮다고 해서 수준이 낮다고 말하기는 어려운 것 같다. 하지만 1차원 측정 전략의 수준이 더 높다고 말하기도 어렵다고 본다. 왜냐하면 과제1에서는 단위 옮기기에 의한 정렬로 해결하는 것이 오히려 자연스럽고 더 정확한 답을 구할 수 있기 때문이다. 따라서 과제 전체에 대해 재분류한 전략에서 발달적인 수준을 결정한다는 것은 큰 의미가 없다.

Ⅳ. 논의

본 연구에서는 평면도형의 넓이를 학습하지 않은 초등학생을 대상으로 주어진 직사각형을 단위로 채울 때 나타나는 어림 측정 전략을 각 과제별로 분석하였다. 분석 결과 눈어림, 불완전 덮기, 부적절한 정렬, 단위 옮기기, 단위 옮기기에 의한 정렬, 1차원 측정, 2차원 측정, 둘레 구하기, 계산의 전략으로 구분하였으며, 이를 시각적으로 표현하는 경우 불완전 덮기, 부적절한 정렬, 단위 옮기기에 의한 정렬, 1차원 측정, 2차원 측정, 계산으로 재분류하였다. 여기서는 이러한 결과를 바탕으로 직사각형의 넓이 지도를 위한 시사점을 구하기 위해 다음의 질문에 대해 논의하고자 한다.

첫째, 눈어림 전략은 직사각형의 넓이를 구하는 어림 측정 전략인가?

아동들에게 과제를 제시하면서 자신이 해결하는 방법을 시각적으로 표현하여야 한다는 제한을 두지 않았을 때, 과제1과 과제2를 해결하면서 약 10%의 아동이 눈어림의 전략을 사용하였다. 이렇듯 눈어림 전략은 직사각형을 덮는 단위의 수를 구하는 어림 측정의 주요한 전략

중 하나이다. Siegel 등(1982)은 어림 측정 전략을 지각에 근거한 전략, 벤치마크 전략, 분해/재구성 전략의 3가지 전략으로 분류하면서 눈어림을 지각에 근거한 전략 중 하나로 제시하였으며, 박승주(2007)는 Siegel 등(1982)이 사용한 용어를 참고하여 눈짐작이라는 용어를 사용하여 눈어림 전략을 어림 측정의 한 유형으로 보았다.

하지만 해결 방법을 시각적으로 표현해야 한다는 제한을 두었다면 눈어림 전략을 사용한 아동들은 나머지 전략 중 한 가지로 표현했을 것이다. 예를 들어 2학년 선아는 자신이 해결한 방법을 설명하라고 했을 때 손으로 학습지에 그려진 직사각형에 실제보다 작은 단위로 틈을 보이면서 세어 더 많은 단위 수를 언급하였는데 이것은 불완전 덮기로 볼 수 있다. 이와 같은 논의는 단위 옮기기 전략에서도 마찬가지로 적용할 수 있다. 단위를 옮겨 단위의 전체 수를 구하면서 시각적으로 표현하지 않았을 때 아동이 설명한 전략은 불완전 덮기, 부적절한 정렬, 단위 옮기기에 의한 정렬 중 한 가지로 다시 분류할 수 있다. 결국 전략을 구분하면서 시각적인 표현에 제한을 두는 것과 그렇지 않은 것 사이에는 다소 간의 차이가 있겠지만, 표현의 제한을 두지 않는 것이 자연스러운 입장이라면 눈어림 전략은 아동이 사용하는 주요한 어림 측정 전략이라고 할 수 있다.

둘째, 해결 전략에서 발달 수준은 존재하는가?

본 연구에서는 직사각형의 넓이 측정 전략을 분석하면서 눈어림과 단위 옮기기 전략을 재분류하여 불완전 덮기, 부적절한 정렬, 단위 옮기기에 의한 정렬, 1차원 측정, 2차원 측정, 계산으로 구분하였으며 이들 전략 사이에 발달적인 순서를 정하지 않았다. 이런 결과는 사각형의 넓이 측정 전략에 대한 Outhred와 Mitchelmore (2000)의 연구 결과와 다소 차이가 있다. Outhred와 Mitchelmore는 불완전 덮기, 부적절한 정렬, 단위 옮기기에 의한 정렬, 측정에 의한 정렬, 계산으로 전략을 구분하면서 이들 전략을 0수준에서 4수준으로 분류하였다. 하지만 본 연구에서는 해결 전략은 과제의 특성에 많은 영향을 받기 때문에 이들 전략을 발달적인 측면에서 수준을 나누는 것에 큰 의미를 두지 않았다. 단위를 움직일 수 있는 과제에서는 단위 옮기기 전략이 학년에 관계없이 가장 선호하는 전략이었으며, 자를 사용할 필요한 있는 과제에서는 측정 전략의 빈도가 높았다는 사실이 이를 뒷받침한다. 서로 다른 과제를 사용하면서 나타나는 전략을 발달의 수준으로 구분하는 것은 다소 무리가 있는 것 같다. 한편 과제2와 같이 움직일 수 없는 단위를 제시하여 직사각형을 덮는 단위의 수를 구하는 과제에서는 불완전 덮기, 부적절한 정렬, 1차원 측정, 2차원 측정, 계산의 순으로 정답률이 점점 높아진다. 전략의 정교성을 살펴보면 불완전 덮기와 부적절한 정렬은 정답률이 0%이지만 1차원 측정은 25%, 2차원 측정은 91%, 계산은 100%로 정확도가 높아진다.

셋째, 넓이를 둘레로 이해하는 아동을 어떻게 지도할 것인가?

넓이 측정에 관한 연구를 진행하면서 나타나는 의문사항 중의 하나는 넓이를 둘레로 이해하는 아동들을 어떻게 지도해야하는지에 관한 것이다. 과제2와 과제3을 해결하면서 각각 4명과 3명의 아동은 넓이 문제를 둘레 구하기로 해결하였다. 과제2의 4명은 모두 3학년이었으며 과제3은 2명의 3학년과 1명의 4학년이었다. 이러한 결과는 박승주(2007)와 김택본(1997)이 지적한 바와 같이 넓이에 대한 개념이 막연하며, 어림하는 능력에서 대다수의 아동들이 측정하게 될 속성에 대한 이해 부족, 단위에 대한 이해 부족, 수적 단서에 대한 지나친 강조, 공식의 지나친 사용, 측정 도구의 사용 등에 대한 어려움 중 하나 또는 그 이상의 어려움을 안고 있기 때문인 것으로 보인다. 직사각형의 둘레는 길이로 선형적인 속성을 가진다. 넓이를 둘레로 구한 아동들은 이런 속성을 이해하지 못했기 때문인데 이런 아동들을 위해 다음과 같은 방법을 제시할 수 있다.

> 휘거나 구부릴 수 있는 빨대를 연결하여 5×6 직사각형을 만든다. 이 직사각형 빨대의 한 연결 부분을 분리하여 긴 선 모양으로 놓는다. 이렇게 해서 생긴 선의 길이는 5+6+5+6=22로 직사각형의 둘레가 된다.

한편, 학생들은 도형의 둘레의 길이와 그 도형의 넓이 사이의 관계에 대하여 오개념을 나타내기도 한다. 도형의 둘레의 길이와 그 도형의 넓이는 서로 무관하다. 도형의 둘레는 도형의 경계의 길이에 대한 측정값인 반면에, 넓이는 그 도형의 크기를 나타낸다. 그러나 도형의 변의 길이는 도형의 둘레의 길이나 넓이에 관계되기 때문에, 학생들은 두 측정값이 서로 관련이 있다고 생각하

는 오류를 범하기도 한다(이대현, 2002). 이대현은 초등학교 5, 6학년 아동을 대상으로 도형의 둘레와 넓이 사이의 관계에 대한 이해를 분석하고서 학생들이 전체적으로 도형의 둘레의 길이와 넓이와의 관계에 대하여 오개념을 가지고 있다고 지적하면서 두 속성간의 관계에 대한 새로운 지도 방안의 하나로 문제해결을 통한 개념 이해 방안을 제시하였다. 문제해결을 통한 교수의 예를 들면 다음과 같다.

> 같은 크기의 작은 정사각형 타일 24개가 있다. 작은 정사각형 타일의 한 변에 한 명이 앉을 수 있을 때, 24개의 정사각형 타일을 이용하여 만든 직사각형 모양의 식탁에 얼마나 많은 사람들이 앉을 수 있는가를 결정하라.

이런 문제 상황은 학생들이 도형의 둘레의 길이와 넓이, 그리고 그들 사이의 관계성에 대하여 탐구할 수 있는 환경을 제공하며, 문제해결을 통해 '도형의 넓이가 일정한 직사각형의 둘레의 길이가 달라질 수 있다'는 것과 같은 수학의 중요한 주제를 발견하게 하는 데 유용할 것이다.

넷째, 직사각형의 넓이 측정 학습을 위해 덮기 활동 지도는 어떻게 이루어져야 하는가?

분명히 덮기 활동은 넓이 측정과 깊은 관계가 있다. 덮기 활동을 하면서 가로 세로가 반듯하게 정렬되는 것을 경험하게 된다. 그러나 덮기 활동의 최종적인 결과로 넓이 개념이 형성되는 것은 아닌 것 같다. 따라서 넓이 개념에 대한 지도가 반드시 덮기 활동 이후에 지도되어야 할 필요가 있는 것은 아니다. 그렇다면 넓이 개념의 지도에서 우리는 두 가지 방법을 생각할 수 있다. 하나는 일반적인 방법으로 1)구체적인 사물의 넓이를 직관적으로 비교하는 활동으로 넓이 개념을 도입하고, 2)임의단위를 직사각형에 덮는 활동을 한 뒤, 3)보편단위인 1 cm^2 크기의 단위 정사각형을 직사각형에 덮는 활동을 한다. 그 다음 4)가로와 세로의 길이를 측정하여 서로 곱하는 곱셈 공식을 유도한다. 다른 하나는 1)임의단위의 정사각형으로 직사각형을 덮는 활동을 하고, 2)구체적인 사물의 넓이를 직관적으로 비교하는 활동으로 넓이 개념을 도입한다. 그 다음 3)보편단위인 1cm^2 크기의 단위 정사각형을 직사각형에 덮는 활동을 하고, 4)가로와 세로의 길이를 측정하여 서로 곱하는 곱셈 공식을 학습한다. 마지막으로 5)임의단위를 사용하여 여러 가지 도형을 덮는 심화활동을 한다. 심화활동에서는 직사각형뿐만 아니라 사다리꼴, 평행사변형, 마름모, 타원형, 그리고 비정형적인 모양을 덮는 활동을 하면서 임의단위로 보편단위인 1cm^2보다 크거나 작은 단위 정사각형이나 삼각형, 직사각형, 사다리꼴, 마름모, 육각형 등을 사용한다. 또한 임의단위를 분해/재구성하는 활동을 통해 넓이의 보존성을 경험하게 한다. 넓이 공식을 중점적으로 학습한 아동은 정형적인 모양의 넓이는 잘 구하면서도 비정형적인 모양의 넓이를 이해하지 못한다. 그러나 덮기 활동의 경험이 풍부한 아동은 이를 이해하는데 더욱 유리할 것이다.

참 고 문 헌

구광조・라병소 (1997). 초등학교에서의 도형이 넓이 지도. 수학 및 통계연구, 21, 41-57.

김주봉 (2000). 도형의 분할과 지도 방안에 관한 연구. 청주교육대학교 과학과 수학교육 논문집, 21, 1-18.

김택본 (1997). 초등학교 아동의 측도 영역에 대한 학업성취도 분석. 한국교원대학교 대학원 석사학위논문.

박승주 (2007). 초등학교 고학년 아동들이 사용하는 어림측정 전략에 관한 분석. 한국교원대학교 교육대학원 석사학위논문.

배춘석 (2002). 구체적 조작 자료를 활용한 복합도형의 넓이 지도 방안. 인천교육대학교 교육대학원 석사학위논문.

송미정 (2004). 수학 학습 측정 영역에 대한 초등학생의 학업성취도 분석. 진주교육대학교 교육대학원 석사학위논문.

유연자・방정숙 (2008). 초등학교 5학년 평면도형의 넓이 구하기 수업에서 나타난 학생들의 해결 방법 분석. 학교수학, 10(3), 443-461.

윤현숙 (2000). 초등학교 아동들의 측정감각에 관한 실태분석. 한국교원대학교 대학원 석사학위논문.

이대현 (2002). 초등학생들의 도형의 둘레와 넓이 사이의 관계에 대한 이해의 분석. 초등수학교육, 6(2), 85-91.

이용률・성현경 (1997). 초등수학교육론. 서울: 경문사.

장미라 (2003). 측정 감각 발달을 위한 학습 자료 개발 연구. 서울교육대학교 교육대학원 석사학위논문.

정동권 (2001). 평면도형의 넓이 지도를 통한 수학적 사고의 신장. 인천교육대학교 과학교육논총, 13(13), 1-36.

정필원 (2005). 초등학교 평면도형이 넓이 지도에서 퀴즈네르 막대의 활용에 관한 연구. 경인교육대학교 교육대학원 석사학위논문.

허학도 (2006). 직사각형 넓이 공식의 이해와 인식론적 장애. 서울대학교 대학원 석사학위논문.

Battista, M. T., Clements, D. H., Arnoff, J., Battista, K., & Borrow, C. V. A. (1998). Students' spatial structuring of 2D arrays of squares. *Journal for Research in Mathematics Education, 29*, 503-532.

Lindquist, M. M. (1987). Estimation and mental computation: Measurement. *Arithmetic Teacher*, 34, 16-17.

Mitchelmore, M. C. (1983). Children's learning of geometry: Report of a co-operative research project. *Caribbean Journal of Education*, 10, 179-228.

Mulligan, J. T., & Mitchelmore, M. C. (1997). Young children's intuitive models of multiplication and division. *Journal for Research in Mathematics Education*, 28, 309-330.

Outhred, L. N., & Mitchelmore, M. C. (2000). Young children's intuitive understanding of rectangular area measurement. *Journal for Research in Mathematics Education*, 31(2), 144-167.

Reynolds, A., & Wheatley, G. H. (1996). Elementary students' construction and coordination of units in an area setting. *Journal for Research in Mathematics Education*, 27, 564-581.

Siegel, A. W., Goldsmith, L. T., & Madson, C. R. (1982). Skill in estimation problems of extent and numeracy. *Journal for Research in Mathematics Education*, 13(3), 211-232.

Sierpinska, A. (1990). Epistemological obstacles & understanding: Two useful categories of thought for research into teaching and learning mathematics. In *Proceedings of the 2nd International Symposium on Research and Development in Mathematics Education*. Bratislava:August.

Children's Strategies for Measurement Estimation of Rectangular Covering Tasks

Lee, Jong Euk
Gaerim Elementary School, Busan, Korea
E-mail : jongeuk@chol.com

The focus of this article is the strategies young children use to solve rectangular covering tasks before they have been taught area measurement. seventy nine children from Grade 1 to 4 were observed while they solved various array-based tasks, and their drawing and explanation were collected and analyzed. Children's solution strategies were classified into incomplete covering, inadequate array, array constructed from moveable unit, measurement of one dimension, measurement of two dimension, and calculation. Implications for the learning of area measurement are addressed.

* ZDM classification : C32
* 2000 Mathematics Subject Classification : 97C30
* Key Words : area measurement, measurement estimation, rectangular covering