

J 적분을 이용한 뼈와 유사한 재료의 파괴 해석

Fracture Analysis of Bone-Like Materials Using J integral

이창우¹, Song Lin¹, 범현규^{1,✉}

Chang Woo Lee¹, Song Lin¹ and Hyeon Gyu Beom^{1,✉}

¹ 인하대학교 기계공학과 (Department of Mechanical Engineering, Inha Univ.)

✉ Corresponding author: hgbeom@inha.ac.kr, Tel: 032-860-7310

Manuscript received: 2010.1.5 / Revised: 2010.5.7 / Accepted: 2010.6.11

The analysis of a crack in a bone-like material is performed numerically. The bone-like material is hierarchically structured and each hierarchy is structured by mineral platelets and protein matrix through staggered arrangement. Mechanical behavior of the composite can be analyzed using tension shear chain model. The Dugdale model is adopted to evaluate the fracture energy of Bone-like material. The fracture energy dissipation is assumed to concentrate within a strip near the crack tip along the prospective crack path. Fracture criterion of the bone-like material is estimated by using J integral. Effects of hierarchical level, ratio of elastic modulus of mineral to protein, aspect ratio of mineral platelet and volume fraction on J integral are investigated. It is found that the J integral decreases as elastic modulus ratio and hierarchy level increase. It is also shown that the J integral increases as the volume fraction and aspect ratio decrease.

Key Words: Biomimetic Material (생체모방재료), Hierarchical Structure (계층구조), Crack (균열), J Integral (J 적분), Finite Element Analysis (유한요소해석)

기호설명

σ = effective tensile stress

ε = effective strain

E = effective elastic modulus

σ_m = tensile stress in mineral

τ_p = shear stress in protein

ε_p = shear strain in protein

E_m = modulus of mineral

μ_p = shear modulus of protein

Δ_m = elongation of mineral

ρ = aspect ratio of mineral

Φ = volume fraction of mineral

n = hierarchical level

E_n = elastic modulus at level n

Φ_n = volume fraction of mineral at level n

ρ_n = aspect ratio of mineral at level n

μ_n = shear modulus of protein at level n

w = strain energy density

T_i = traction vector

u_i = displacement vector

a = longitudinal distance between mineral platelets

b = lateral distance between mineral layers

L = length of mineral platelet

d = width of mineral platelet

1. 서론

최근 생명체의 우수한 특성을 모방하여 순수 과학만으론 해결하기 힘든 문제들에 대해 새로운

접근방법을 제시해 주는 생체모방기술이 다양한 분야에서 각광받고 있다. 국내에서는 인간의 눈과 같은 인체 구조를 모방하여 의료기술에 활용하는 등의 연구가 진행되고 있다.¹ 동물의 뼈나 치아, 조개껍질과 같은 생체재료들은 환경에 적응하기 위하여 오랜 시간을 거쳐 진화하면서 스스로 최적화 되어온 재료들로서 파괴에 매우 뛰어난 특성을 가지고 있다. 이는 생체재료 내부의 미네랄(mineral)과 단백질(protein) 간의 이상적인 구조에서 기인된다. 뼈와 같은 생체재료들은 다중계층구조(multiple hierarchical structure)를 형성하고 있는데 이 구조는 Fig. 1 과 같이 미네랄과 단백질의 층상구조가 계층(n)이 증가함에 따라 미네랄 판 내에서 반복적으로 형성되고 있는 것을 말한다.^{2,4} 뼈와 같은 생체재료에서 일어나는 파괴 과정을 살펴보면 비교적 단단한 미네랄 판이 연한 단백질 매질 안에서 엇갈린 형태로 적층된 구조가 다시 여러 겹의 계층구조를 이루며 서로간의 상호작용을 통해 균열(crack)의 전파를 막고 있다.¹ 이와 같은 생체재료의 구조적 특성은 반도체 패키지나 미소전자소자 등과 같이 다층구조(multi layer structure)를 가진 복합재료에 응용되어 재료의 파괴 특성을 향상시키는데 응용될 수 있다.

Gao² 등에 의해서 최근 뼈와 유사한 구조를 가진 생체모방재료의 강성과 파괴특성에 대한 연구가 진행되었다.³ Gao^{2,4}는 뼈와 조개껍질과 같은 생체재료가 계층구조와 엇갈림 구조와 같은 구조적 특성을 통해 효과적으로 파괴에너지(fracture energy)를 흡수하고 재료의 강성을 유지한다는 사실을 밝혀내었고 생체모방재료의 기계적 특성을 알아보기 위해서 TSC(tension shear chain) 모델을 제안하였다.² 그 밖에도 최근 뼈와 유사한 구조를 가진 생체모방재료에 대해 많은 역학 모델이나 이론들이 연구되어지고 있다.^{2,5} 하지만 계층구조나 엇갈림 구조와 같은 생체모방재료의 구조적 특성이 파괴에 미치는 영향에 대한 연구는 아직 많이 부족한 실정이다.

본 논문에서는 균열을 갖는 뼈와 유사한 생체모방재료에 대한 파괴해석을 진행하고 J 적분을 통해 생체모방재료의 파괴특성을 알아보았다. 그리고 재료 간 탄성계수(elastic modulus) 비, 미네랄의 부피비율(volume fraction), 계층구조(hierarchical structure), 미네랄의 종횡비(aspect ratio)와 같은 생체모방재료의 구조적 특성들이 파괴에 미치는 영향에 대해 J 적분을 계산하여 비교해 보았다.

2. 이론적 배경

2.1 TSC 모델

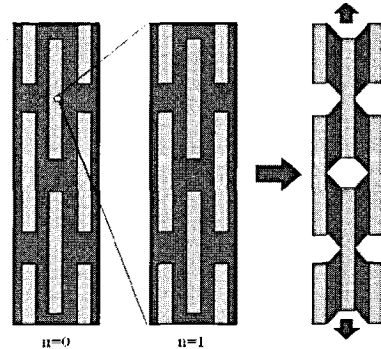


Fig. 1 Hierarchical biomimetic structure and tension-shear chain model

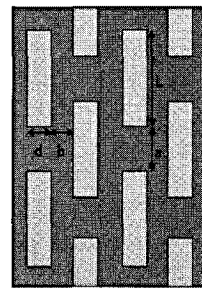


Fig. 2 The staggered arrangement of mineral platelets

뼈와 유사한 생체모방재료는 Fig. 1 과 같이 단백질 매질 사이에 미네랄 판이 엇갈리게 적층된 구조를 가지고 있다. Gao²는 뼈와 유사한 생체모방재료에서 미네랄의 길이방향으로 인장력이 작용할 때 미네랄과 단백질 영역에서 각각 인장력과 전단력만이 작용하여 단백질이 전단변형을 통해 인장력을 미네랄에 전달하는 역할을 한다는 TSC 모델을 제안하였다. 여기서 미네랄 첨단에서의 응력은 무시할 수 있다고 가정한다. 미네랄 첨단에서 응력이 없고 미네랄에 작용하는 인장력과 단백질에서의 전단력이 평형을 이룬다고 가정하면 미네랄에 작용하는 인장응력과 단백질의 전단응력의 관계는 아래와 같이 미네랄 판의 종횡비(aspect ratio)에 의해 결정된다.³

$$\sigma_m = \rho \tau_p \tag{1}$$

여기서 σ_m 는 미네랄에 작용하는 최대인장응력, τ_p 는 단백질의 전단응력, $\rho = L/d$ 는 미네랄 판의 중형비이다. 이 식을 생체모방재료에서의 유효인장응력(effective tensile stress)과 유효변형률(effective strain)을 구하는데 적용하면 아래와 같이 미네랄의 부피비율과 연신율(elongation) 그리고 미네랄 판의 중형비의 함수로 나타낼 수 있다.³

$$\sigma = \frac{1}{2} \Phi \sigma_m = \frac{1}{2} \rho \Phi \tau_p \quad (2)$$

$$\varepsilon = \frac{\Delta_m + 2\varepsilon_p d(1-\Phi)/\Phi}{L}$$

여기서 Δ_m , Φ 과 ε_p 는 각각 미네랄의 길이방향 연신율(elongation), 미네랄의 부피비율과 단백질의 전단변형률(shear strain)이다. 미네랄과 단백질을 선형탄성재료로 가정하면 미네랄의 연신율과 단백질의 변형률은 아래와 같이 나타낼 수 있다.³

$$\Delta_m = \frac{\sigma_m L}{2E_m}, \quad \varepsilon_p = \frac{\tau_p}{\mu_p} \quad (3)$$

식(3)을 식(2)에 대입하고 식(2)를 이용해 재료의 유효탄성계수(effective modulus)를 유도하면 아래와 같은 식을 얻을 수 있다.³

$$\frac{1}{E} = \frac{4(1-\Phi)}{\mu_p \Phi^2 \rho^2} + \frac{1}{\Phi E_m} \quad (4)$$

식(4)를 살펴보면 생체모방재료의 유효탄성계수는 미네랄과 단백질의 강성, 미네랄의 중형비 그리고 미네랄의 부피비율에 따라 결정된다는 것을 알 수 있다.

2.2 계층 구조 효과

뼈나 조개껍질과 같은 생체복합재료는 Fig. 1 에서 보는 것과 같은 계층구조로 이루어져 있다. 계층구조는 균열의 전파를 효과적으로 차단하여 재료의 파괴인성(fracture toughness)을 향상시키는 역할을 한다.² 상위 계층의 구조에서 하나의 미네랄 판은 다시 단백질과 미네랄의 복합구조로 이루어져 있는데 이런 계층구조에서 재료의 물성을 적용시키기 위해서는 간단한 수학적 계산이 필요하다.

하나의 계층에서 미네랄의 부피비율이 ϕ 인 구조라면 n 번의 계층을 가지는 재료의 총 미네랄의 부피비율을 Φ 라 할 때 아래의 식과 같은 관계를 가진다.

$$\Phi = \phi^n \quad (5)$$

이러한 관계는 뼈와 유사한 생체모방재료에서 전체 미네랄의 부피비율로 단위구조의 형태를 예상하는데 있어 중요한 개념이다. 계층구조를 가지는 TSC 모델의 유효탄성계수 식은 아래와 같이 바꿀 수 있다.

$$\frac{1}{E_{n+1}} = \frac{4(1-\Phi_n)}{\mu_p \Phi_n^2 \rho_n^2} + \frac{1}{\Phi_n E_n} \quad (6)$$

여기서 E_{n+1} 는 $n+1$ 번째 계층에서 재료의 유효탄성계수이고 E_n , Φ_n , ρ_n , μ_p 는 각각 n 번째 계층에서의 탄성계수, 부피비율, 중형비, 단백질의 전단변형률이다.

2.3 J 적분

미네랄과 단백질이 엇갈리게 적용되어 있는 뼈와 유사한 생체모방재료에서 파괴에너지를 계산하는 것은 무척 어려운 일이다. 본 논문에서는 J 적분을 사용하여 생체모방재료의 파괴강도 기준을 제안하였다. Dugdale 모델을 도입하여 균열선단의 얇고 긴 소성영역을 가정하였고 균열은 그 선단방향으로 일정하게 전파한다고 생각하였다.⁷ 이 때 J 적분의 적분경로를 Fig. 3 에서 보는 것과 같이 균열의 예상 전파 방향을 따라 띠(strip) 형태로 변형할 수 있고 띠가 충분히 길다고 가정하면 오른쪽 끝에서의 J 적분 값은 무시할 수 있다.⁸ 변형된 적분경로에 대한 J 적분은

$$J = \int \left(w dy - T_i \frac{\partial u_i}{\partial x} ds \right) \quad (7)$$

와 같이 계산할 수 있다. 여기서 w , T_i , u_i 는 각각 변형에너지밀도(strain energy density), 트랙션벡터성분(components of the traction vector), 변위벡터성분(displacement vector components)이다.

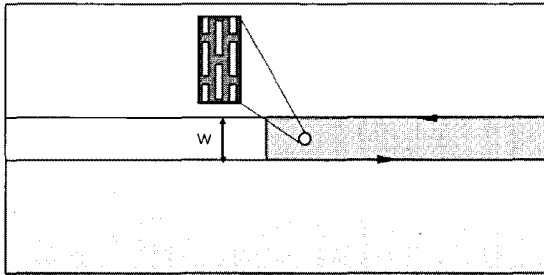


Fig. 3 J integral contour

3. 수치해석

균열을 갖는 뼈와 유사한 생체모방재료에서의 파괴특성을 알아보기 위해서 유한요소법을 통해 J 적분 값을 계산해 보았다. 뼈와 유사한 생체모방재료는 Fig. 2 에서 보는 것과 같이 단백질과 미네랄의 층상구조로 이루어져 있다. 여기서 미네랄의 부피비율은 Fig. 2 에서 정의된 생체모방재료의 형상인자들로 아래와 같이 나타낼 수 있다.

$$\Phi = \frac{Ld}{(L+a)(b+d)} \quad (8)$$

식(8)을 이용해서 미네랄의 부피비율에 따른 형상인자들을 Table 1 과 같이 나타내었다. 여기서 a, b, L, d 는 각각 길이방향으로의 미네랄 판사이 거리(longitudinal distance between mineral platelets), 미네랄 층간 거리(lateral distance between mineral layers), 미네랄 판의 길이(length of mineral platelet), 미네랄 판의 폭(width of mineral platelet)이다.

뼈와 유사한 생체모방재료는 계층구조를 가지기 때문에 각각의 계층에서 미네랄 영역의 재료특성이 달라진다. 식(6)을 사용해 단백질과 미네랄의 탄성계수비, 미네랄의 부피비율, 종횡비가 달라질 때 계층구조에 따른 미네랄 영역의 유효탄성계수는 각각 Table 2~Table 4 에서 보는 것과 같이 계산하였다.

고정 변위 조건 하에서 균열을 갖는 뼈와 유사한 생체모방재료의 J 적분 값을 계산하였다. 상용 프로그램인 ANSYS 11.0 을 사용하여 Fig. 4 와 같은 모델을 만들었다. 요소타입은 2 차원구조요소인 PLANE82 를 사용하고 경계조건은 다음과 같이 주었다.⁹

$$\begin{aligned} u\left(x, \frac{H}{2}\right) &= \text{constant}, \\ u(x, 0), \quad x > 0 \end{aligned} \quad (9)$$

Table 1 Geometrical parameters for various mineral volume fractions

Geometrical Parameters(nm)	$\Phi=0.1$	$\Phi=0.3$	$\Phi=0.5$	$\Phi=0.7$	$\Phi=0.9$
a	200	200	200	100	50
b	560	134	48	26	52
L	800	800	800	900	950
d	80	80	80	90	95

Table 2 Mineral elastic moduli for various modulus ratios and hierarchical levels

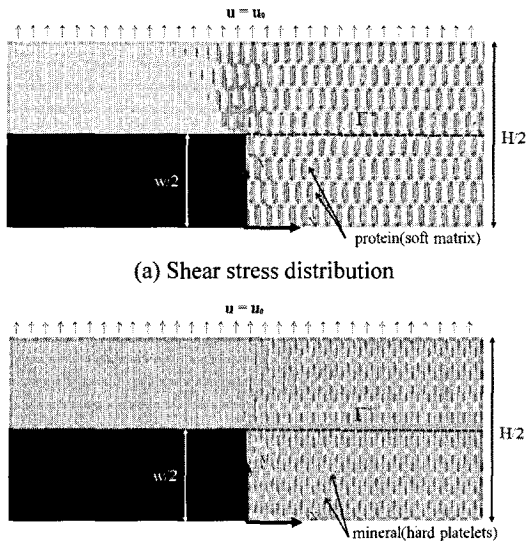
E_m/E_p	$E_n(\text{GPa})$				
	n = 0	n = 1	n = 2	n = 3	n = 4
1	100.0	45.29	21.63	10.58	5.230
10	100.0	24.51	9.766	4.432	2.118
100	100.0	4.386	1.506	0.651	0.304
1000	100.0	0.476	0.159	0.068	0.031
10000	100.0	0.048	0.016	0.007	0.003
100000	100.0	0.005	0.002	0.0007	0.0003

Table 3 Mineral elastic moduli for various mineral volume fractions and hierarchical levels

Φ	$E_n(\text{GPa})$				
	n = 0	n = 1	n = 2	n = 3	n = 4
0.1	100.0	0.002	0.0002	0.00002	0.000002
0.3	100.0	0.025	0.007	0.002	0.000667
0.5	100.0	0.096	0.048	0.024	0.012
0.7	100.0	0.313	0.219	0.153	0.108
0.9	100.0	1.531	1.378	1.240	1.116

Table 4 Mineral elastic moduli for various mineral aspect ratio and hierarchical levels

ρ	$E_n(\text{GPa})$				
	n = 0	n = 1	n = 2	n = 3	n = 4
10	100.0	0.096	0.032	0.014	0.006
20	100.0	0.382	0.128	0.055	0.026
30	100.0	0.851	0.285	0.123	0.057
40	100.0	1.494	0.503	0.216	0.101
50	100.0	2.296	0.777	0.334	0.156



(a) Shear stress distribution
(b) Tensile stress distribution
Fig. 4 Stress distribution near the crack tip

고정 변위의 크기는 뼈의 최대변형률(maximum strain)인 0.03 을 모든 모델에 동일하게 주었다.⁹ 미네랄 판과 단백질의 재료 특성은 Meyers⁹ 의 논문을 참고하여 $E_m = 100MPa$, $\mu_p = 20MPa$, $\rho = 10$ 을 사용하였다.⁹

Fig. 4 는 고정 변위 조건 하에서 생체모방재료의 균열 선단 근처의 응력분포를 보여주는데 미네랄에서는 주로 인장응력이 작용하고 단백질에서는 전단응력이 작용함을 확인할 수 있다. 이는 생체모방재료에서 인장력이 미네랄에서만 작용하고 단백질이 전단변형을 통해 이 힘을 각각의 미네랄에 전달하는 역할을 한다고 가정한 TSC 모델의 이론을 뒷받침할 수 있다.

J 적분은 Fig. 3 에서의 적분경로를 따라 식(7)을 사용해 계산하였다. 대칭모델을 사용하였기 때문에 J 적분 값은 계산한 값의 두 배가 된다. J 적분 값은 J_0 로 무차원화 하였다. 여기서 J_0 는 n=2 일 때 미네랄의 부피비율, 재료 간 탄성계수비, 미네랄 판의 종횡비가 각각 0.5, 1000, 10 일 때의 J 적분 값이다. 사람의 뼈나 조개껍질과 같은 생체재료는 주로 두 단계 정도의 계층을 가지는데 이를 기준으로 사용하였다.⁹ 미네랄의 부피비율, 재료 간 탄성계수비, 미네랄 판의 종횡비가 변함에 따라 계층수에 따른 J 적분 값을 계산해 보았다. 그 결과 Fig. 5~Fig. 7 에서와 같이 탄성계수비와 계층수가 증가함에 따라 J 적분 값이 감소하였고 부피비율과

종횡비가 증가 할 때는 J 적분 값이 증가하는 양상을 보였다.

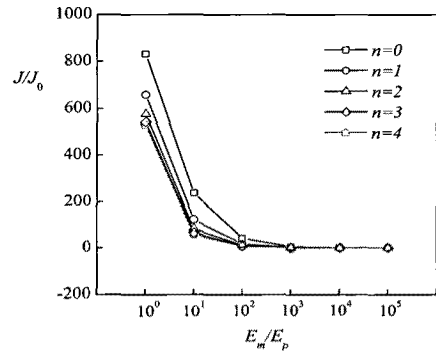


Fig. 5 Normalized J integral as a function of modulus ratio and for various hierarchical levels

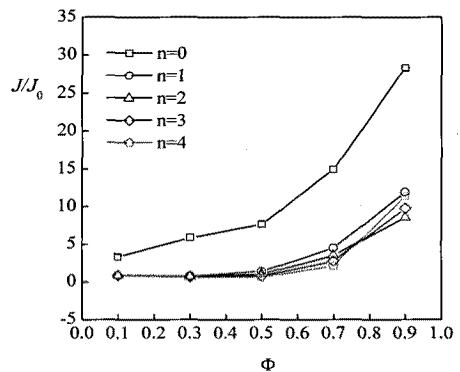


Fig. 6 Normalized J integral as a function of mineral volume fraction and for various hierarchical levels

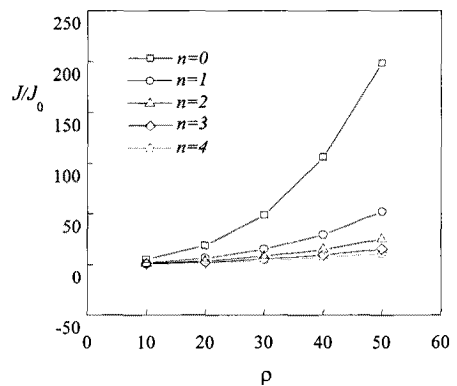


Fig. 7 Normalized J integral as a function of mineral aspect ratio and for various hierarchical levels

4. 결론

균열을 갖는 뼈와 유사한 생체모방재료에서 그 구조적 특성이 재료의 파괴에 미치는 영향에 대해 알아보았다. J 적분을 도입하여 생체모방재료의 파괴특성을 알아보았다. 뼈와 유사한 생체모방재료는 계층구조와 엇갈림 구조와 같은 구조적 특성을 가지는데 재료 간 탄성계수비, 미네랄의 부피비율과 중형비는 생체모방재료의 구조를 결정하는 중요한 요소이다. 본 논문에서는 이 요소들이 J 적분 값에 미치는 영향에 대해 알아보았다. 그 결과 탄성계수의 비와 계층수가 증가함에 따라 J 적분 값이 감소하였고 부피비율과 중형비가 증가할 때는 J 적분 값이 증가하는 양상을 확인할 수 있었다. 이러한 결과는 새로운 복합재료를 개발하는데 응용될 수 있을 것으로 생각된다.

후 기

이 논문은 2009 년 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 연구입(2009-0067592).

참고문헌

1. Um, D. S., Kim, S. H., Chung, M. A. and Kim, C. I., "A Bio-mimetic Technology for the Light Sense," *Journal of the Korean Society for Precision Engineering*, Vol. 26, No. 11, pp. 12-19, 2009.
2. Gao, H., "Application of Fracture Mechanics Concepts to Hierarchical Biomechanics of Bone and Bone-Like Materials," *International Journal of Fracture*, Vol. 138, No. 1-4, pp. 101-137, 2006.
3. Gao, H. and Ji, B., "Mechanical Properties of Nanostructure of Biological Materials," *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 52, No. 9, pp. 1963-1990, 2004.
4. Gao, H., Ji, B., Buehler, M. J. and Yao, H., "Flaw Tolerant Bulk and Surface Nanostructures of Biological Systems," *Tech Science Press*, Vol. 1, No. 1, pp. 37-52, 2004.
5. Shuchen, Z. and Yueguang, W., "Effective elastic modulus of bone-like hierarchical materials," *Acta Mechanica Solida Sinica*, Vol. 20, No. 3, pp. 198-205, 2007.
6. Klein, P. and Gao, H., "Crack Nucleation and Growth as Strain Localization in a Virtual-bond Continuum," *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 61, No. 1, pp. 21-48, 1998.
7. Dugdale, D. S., "Yielding of Steel Sheets Containing Slits," *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 8, No. 2, pp. 100-104, 1960.
8. Rice, J. R., "A path Independent Integral and The Approximate Analysis of Strain Concentration by Notches and Cracks," *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 35, No. 2, pp. 379-386, 1968.
9. Meyers, M. A., Chen, P. Y., Lin, A. Y. M. and Seki, Y., "Biological Materials: Structure and Mechanical Properties," *Progress in Materials Science*, Vol. 53, No. 1, pp. 1-206, 2008