

## 2상 격자 볼츠만 방법을 이용한 상승하는 기포 유동 2차원 수치 모사

유승엽\*†, 박천태\*, 한승열\*\*, 고성호\*\*\*

### Two-dimensional Numerical Simulation of the Rising Bubble Flows Using the Two Phase Lattice Boltzmann Method.

Seungyeob Ryu\*\*†, Cheontae Park\*, Seungyeul Han\*\*, Sungho Ko\*\*\*

*Key Words* : Lattice Boltzmann method(격자 볼츠만), Two phase flow(2상 유동), Rising bubble(상승 기포), Cahn-Hilliard equation(간-힐러드 방정식), Free energy(자유에너지)

#### ABSTRACT

Free energy based lattice Boltzmann method (LBM) has been used to simulate the rising bubble flows with large density ratio. LBM with compact discretization is able to reduce the spurious current of the static bubble test and be satisfied with the Laplace law. The terminal rise velocity and shape of the bubbles are dependent on Eotvos number, Morton number and Reynolds number. For single bubble flows, simulations are executed for various Eotvos number, Morton number and Reynolds number, and the results are agreed well with the experiments. For multiple bubbles, the bubble flow characteristics are related by the vortex pattern of the leading bubble. The coalescence of the bubbles are simulated successfully and the subsequent results are presented. The present method is validated for static, dynamic bubble test cases and compared to the numerical, experimental results.

#### 1. 서론

2상 유체유동은 학문적, 산업적으로 많은 응용이 있다. 특히 원자력 발전과 같은 분야에서 비등, 응축과 같은 현상이 노심, 증기발생기, 응축열교환기 같은 분야에 매우 중요하다. 하지만 이에 대한 연구는 주로 실험적 연구가 수행되어 왔으며, 수치해석적인 연구는 상당히 적음을 알 수 있다<sup>(1)</sup>. 이는 2상 유동의 해석적 어려움에 기인한다. 각 상의 경계면 및 기하학적 변형등을 예측해야 하고, 비등인 경우 여기에 각 상의 경계면에서 열전달 및 물질 전달을 고려해야 한다.

2상 유동 경계면을 예측하기 위한 많은 방법이 예전부터 제시되었다<sup>(2-4)</sup>. 이를 크게 나누면 경계면 추적방법(Interface tracking method)과 경계면 포착방법(Interface capturing method)으로 나눌 수 있다. 경계면 추적의 대표적인 방법으

로 MAC(Marker and cell)<sup>(2)</sup>, Front tracking 방법<sup>(1)</sup> 등이 있다. 이는 대체로 가상의 입자를 가정해 이의 유동 흔적을 Lagrangian 격자를 이용해서 추적함으로써 경계면을 예측한다. 반면에 경계면 포착방법의 대표적인 방법인 VOF<sup>(3)</sup>, Level set 방법<sup>(4)</sup>은 Eulerian 격자에 order 변수를 도입하고, 이 order 변수의 대류, 확산으로 경계면을 예측하게 된다. 경계면 추적방법은 비교적 경계면 보존입장에서 정확하나 경계면 예측에서는 복잡하고, 어렵다. 반면에 VOF나 Level set 방법은 경계면을 비교적 정확하게 예측할 수 있으나 경계면 보존 관련에서는 불리 할 수 있다. 이를 보정하기 위해서 geometry reconstruction, reinitialization 같은 추가적인 방법을 필요로 한다. 또한 이 두 가지 방법은 기하학적인 변형이나 합침이 있을 경우 경계면을 정확하게 예측하기 어렵고, 특히 3차원으로 확장하기에 매우 어려운 작업이 될 수 있다. 이 두 가지 단점을 극복하기 위해서 2상 유동 격자 볼츠만 방법이 최근에 제시되었다<sup>(5,6,9)</sup>. 격자 볼츠만 방법은 VOF, Level set 방법에서 사용한 order 변수를 Eulerian

\* 한국원자력연구원

\*\* 충남대학교 대학원

\*\*\* 충남대학교 기계설계공학과

† 교신저자, E-mail : syryu@kaeri.re.kr

격자를 사용하여 경계면을 예측하나 경계면 보존에서 이 두 방법보다 정확하고 특히 기하학적 변형이나 합침이 있는 경우 더 정확하게 예측 할 수 있다. 또한 3차원으로 확장이 쉽다는 장점이 있다.

격자 볼츠만 방법은 80년, 90년대 제시되었지만 최근에 많은 장점이 부각돼 연구가 활발히 진행되고 있다. 기존의 CFD는 Navier-Stokes 방정식을 기반으로 하였지만 격자 볼츠만 방법은 kinetic 볼츠만 방정식을 기반으로 한다. 분자의 운동을 모사하는 볼츠만 방정식을 비압축성 조건하에 2차 근사하면 Navier-Stokes 방정식이 됨을 여러 연구자들에 의해 제시되었다(7,8). 볼츠만 방정식은 속도, 압력 등의 변수가 아닌 임의의 위치에서 가상 입자의 개수를 분포 함수라는 변수로 정의한다. 이 분포 함수를 적분함으로써 밀도, 속도 등과 같은 거시적인 변수를 구할 수 있다. 이 같은 특성 때문에 미소, 거시의 중간인 mesoscopic 방법이라고 불린다. 이를 이용해 다공물질, 난류, 2상 유동에 대한 해석을 성공적으로 수행하였다(8). 이중 2상 유동 관련 연구는 격자 볼츠만 방법의 미소적인 특성에 의해 전망이 더 밝다 할 수 있다. 격자 볼츠만 방법에서 2상 유동 연구는 color gradient, potential method(9), free energy method 등이 있다. 본 연구에서는 이 중에서 자유 에너지 방법(free energy method)에 기반을 둔 2상 유동모델을 이용하였다(5). 자유에너지 방법은 열역학적 변수인 화학 포텐셜(chemical potential)을 도입한 Cahn-Hilliard 방정식(8,10)을 이용하여 경계면을 예측한다. 각 상의 경계면에서 표면장력도 이 변수의 구배를 이용하여 쉽게 구할 수 있다.

개발된 코드를 검증하기 위해서 경계면 예측관련 benchmark 문제를 풀었고, 기포 액적에 대한 Laplace 법칙과 본 연구의 결과와 비교하였다. 이에 대한 응용으로 상승하는 단일, 다수 기포에 대한 해석을 수행하였으며, 이를 기존의 수치, 실험적인 연구결과와 비교하였다.

## 2. 수학 모델과 수치해석

### 2.1 지배방정식

격자 볼츠만 방법을 소개하기에 앞서 우리가 풀고자 하는 지배방정식은 다음과 같다.

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \nabla \cdot (n\vec{u}) = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial (n\vec{u})}{\partial t} + \nabla \cdot (n\vec{u}\vec{u}) = -\nabla P + \mu \nabla^2 \vec{u} + \vec{F}_b \quad (2)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \nabla \cdot (\phi \vec{u}) = \theta_M \nabla^2 \mu_\phi \quad (3)$$

여기서  $\mu_\phi$ 는 화학 포텐셜,  $\theta_M$ 은 mobility,  $\mathbf{P}$  압력 텐서,  $\vec{F}_b$ 는 체적 힘, 그리고  $n, \phi$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$n = \frac{\rho_A + \rho_B}{2}, \quad \phi = \frac{\rho_A - \rho_B}{2}$$

여기서  $\rho_A$ 와  $\rho_B$ 는 유체 A와 B의 밀도이다. 그리고  $n$ 은 평균 밀도,  $\phi$ 를 order 변수라고 한다.

### 2.2 경계면 포착 방정식

경계면 포착 방정식은 위의 식 (3)인 Cahn-Hilliard 방정식으로 모델링된다. 이 방정식은 많은 연구자들에 의해 도입되었으며, 경계면을 예측하는데 성공적인 결과를 얻었다(5,8,10). 이를 격자 볼츠만 방정식으로 변환하면 다음과 같다(5).

$$g_i(\vec{x} + \vec{e}_i \delta t, t + \delta t) = g_i(\vec{x}, t) + \Omega_i + (1-q)[g_i(\vec{x} + \vec{e}_i \delta t, t) - g_i(\vec{x}, t)] \quad (4)$$

$$\Omega_i = \frac{g_i^{(eq)}(\vec{x}, t) - g_i(\vec{x}, t)}{\tau_\phi} \quad (5)$$

여기서  $g_i$ 는 분포 함수,  $\tau_\phi$ 는 single relaxation time,  $\vec{e}_i$ 는  $i$  방향의 격자 속도,  $q (= \frac{1}{1+\tau_\phi})$ 는 상수항을 의미한다.

order 변수는 다음과 같이 구한다.

$$\phi = \sum_i g_i \quad (6)$$

본 연구에서 식 (4),(5),(6)을 풀기 위해서 D2Q5(D2는 2차원, Q5는 격자점 5개를 의미) 모델을 사용하였다. 각각의 격자속도는 다음과 같다.

$$\vec{e}_0 = c(0,0)^T, \vec{e}_{1,3} = c(\pm 1,0)^T, \vec{e}_{2,4} = c(0,\pm 1)^T \quad (7)$$

여기서  $c (= \delta x / \delta t = \delta y / \delta t)$ 는 격자속도의 크기로 LBM에서는 대체로 1, 즉  $\delta x = \delta y = \delta t = 1$ 로 정의한다.  $\delta x, \delta y$ 는 격자 간격을 의미한다. 평형분포함수는 다음과 같이 표현된다.

$$g_0^{(eq)} = \phi - 2\Gamma\mu_\phi + (\phi \vec{e}_i \cdot \vec{u})/2q$$

$$g_{1,2,3,4}^{(eq)} = 0.5\Gamma\mu_\phi + (\phi \vec{e}_i \cdot \vec{u})/2q \quad (8)$$

여기서  $\Gamma$ 는 mobility를 제어하기 위해 쓰인다.

### 2.3 연속, 운동량 방정식

식 (2)에서  $\nabla P$ 는 2상 유동에서 중요한 표면장력과 관계된 항이다(5,6,10). 이를 다시 포텐셜 항으로 표시하면

$$\vec{F}_{st} = -\nabla P = -\nabla p_i - \varnothing \nabla \mu_\varnothing \quad (9)$$

여기서  $p_i = n c_s^2$  ( $c_s$ 는 음속)는 이상기체 상태방정식을 의미한다. 화학 포텐셜은 자유에너지 밀도함수에서 구할 수 있다. 두 유체가 갇혀진 체적 내에서 자유에너지 함수는 다음과 같이 표현된다.

$$F = \int \mathcal{J} dV = \int dV [\psi(\varnothing) + \frac{\kappa}{2} (\nabla \varnothing)^2 + n c_s^2 \ln n]$$

여기서  $V$ 는 제어체적,  $\kappa$ 는 표면장력과 경계면 두께와 관련된 계수,  $\psi$ 는 체적자유에너지 밀도이다.  $\psi$ 는 다음과 같이 double-well 형태로 나타낼 수 있다.

$$\psi(\varnothing) = A(\varnothing^2 - \varnothing^{*2})^2$$

여기서  $A$ 는 두 상간의 상호에너지를 제어하는 매개변수이며, 두 상  $-\varnothing^*$ ,  $\varnothing^*$ 에서 최소 에너지를 갖게 되며 평형된 상태를 유지한다. 화학 포텐셜은 다음과 같이 정의된다.

$$\mu_\varnothing = \frac{\partial \mathcal{J}}{\partial \varnothing} - \nabla \cdot \frac{\partial \mathcal{J}}{\partial \nabla \varnothing} \quad (10)$$

$$= A(4\varnothing^3 - 4\varnothing^{*2}\varnothing) - \kappa \nabla^2 \varnothing$$

압력텐서, 압력은 다음과 같이 유도된다.

$$P_{\alpha\beta} = \varnothing \mu_\varnothing - \mathcal{J} = p \delta_{\alpha\beta} + \kappa \nabla_\alpha \varnothing \nabla_\beta \varnothing$$

$$p = A(3\varnothing^4 - 2\varnothing^{*2}\varnothing^2 - \varnothing^{*4}) \quad (11)$$

$$- \kappa \varnothing \nabla^2 \varnothing - \frac{\kappa (\nabla \varnothing)^2}{2} + n c_s^2$$

경계면과 수직인 방향에서 경계면 단면 분포는 아래와 같은 식으로 표현될 수 있다<sup>(5)</sup>.

$$\varnothing = \varnothing^* \tanh(2\zeta/W)$$

여기서  $\zeta$ 는 경계면에서 수직인 좌표이고,  $W$ 는 경계면의 두께이다. 표면장력계수를  $\kappa, W, A, \varnothing^*$ 로 나타내면 다음과 같다.

$$\sigma = \frac{4\sqrt{2\kappa A}}{3} \varnothing^{*3}, W = \frac{\sqrt{2\kappa/A}}{\varnothing^*}, \varnothing^* = \frac{\rho_H - \rho_L}{2}$$

식(2), 식(3)을 격자 볼츠만 방정식으로 변환하면 다음과 같이 기술할 수 있다<sup>(5)</sup>.

$$f_i(\vec{x} + \vec{e}_i \delta t, t + \delta t) = f_i(\vec{x}, t) + \Omega_i \quad (12)$$

$$\Omega_i = \frac{f_i^{(eq)}(\vec{x}, t) - f_i(\vec{x}, t)}{\tau_n} + A_i (-\varnothing \nabla \mu_\varnothing + \vec{F}_b) \delta t$$

여기서  $A_i$ 는 여러 형태가 있으며 복잡하지만 가장 정확한 Guo et al.<sup>(11)</sup>이 권고한 모델을 선정하였다.  $\vec{F}_b = 2\varnothing^* \vec{g}$ 는 중력항을 의미하고 점성계수는  $\nu = c_s^2(\tau_n - 0.5)\delta t$ 이다. 평형분포 함수는 다음과 같은 보존식을 만족해야 한다.

$$n = \sum_i f_i^{(eq)} \quad (13)$$

$$\vec{u} = (\sum_i f_i^{(eq)} \vec{e}_i + \frac{1}{2}(-\varnothing \nabla \mu_\varnothing + \vec{F}_b))/n \quad (14)$$

$$\sum_i f_i^{(eq)} e_{i\alpha} e_{i\beta} = n c_s^2 \delta_{\alpha\beta} + n u_\alpha u_\beta \quad (15)$$

식 (13), (14), (15)를 만족하는 D2Q9 모델은 다음과 같다.

$$f_i^{(eq)} = w_i n (1 + 3e_{i\alpha} u_\alpha - \frac{3}{2} u^2 + \frac{9}{2} u_\alpha u_\beta e_{i\alpha} e_{i\beta})$$

$$w_0 = 4/9, w_{i=1, \dots, 4} = 1/9, w_{i=5, \dots, 8} = 1/36$$

### 3. 수치해석모델 검증

#### 3.1 전단 유동 (Shear flow)

경계면 예측방법의 검증문제로 강제 운동, 회전운동, 전단 유동 등의 문제가 많이 제시되었다. 이 중에서 가장 복잡하고 더 확실히 장단점을 파악할 수 있는 전단유동에 의한 문제를 선정하였다<sup>(12)</sup>. 먼저 두 주기 동안 반시계 방향으로 돌리고 다시 두 주기 동안 시계 방향으로 돌려 경계면이 초기의 형태로 되돌아오는 성능을 보는 것이다. Fig. 1에서 보듯이 기존의 VOF 방법은 경계면의 이탈, 번짐 등이 발생하고 다시 초기의 형태로 완전히 되돌아오지 못하는 것을 볼 수 있다. 하지만 LBM 방법은 경계면의 이탈이 발생하지 않고

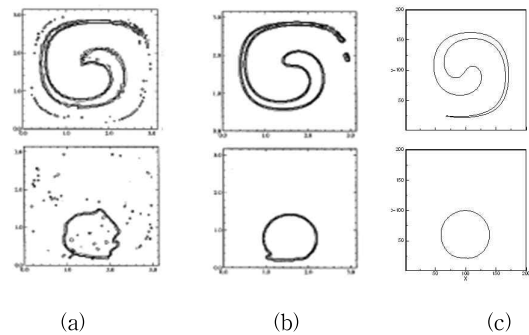


Fig. 1 Results of the various methods.(Top : forward 2 revolutions, bottom : backward 2 revolutions) (a) Hirt-Nichols<sup>(12)</sup>, (b) Youngs<sup>(12)</sup>, (c) Present.

다시 원래의 형태로 완전히 되돌아오는 것을 볼 수 있다. 테스트 결과 LBM 방법이 VOF 방법보다 경계면 예측에서 우월함을 알 수 있다.

3.2 정지된 유체 내 움직이지 않는 액적 유동

정지된 유체 내 움직이지 않는 액적 유동( $g=0$ )은 실제로 일어나지는 않지만 이상적인 문제로 수치모델을 검증하기 위해 많이 제시되는 경우이다. 기존의 많은 2상 유동 모델인 VOF 나 Level set 같은 방법 등에서 액적 주위에 가짜 유동(Spurious current)이 발생한다는 것이 많이 알려져 있다(6,13). 이는 주로 표면장력 항에 나타나는 구배를 차분하는 방법에 의한 오차로 인한 현상으로 VOF에서 많이 사용되는 CSF (Continuous Surface Force) 모델은 특히 심한 가짜 유동이 발생한다. 하지만 LBM 모델은 표면장력 항을 포텐셜 항으로 표현하고 구배항을 고차 isotropic 차분하기 때문에 오차가 기존의 차분법보다 작다(9). Fig. 2에서 보듯이 가짜 유동이 액적 주위에서 거의 발생하지 않는다는 것을 볼 수 있고, 기존의 중앙 차분방법을 적용한 결과와 비교해도 더 좋은 성능을 내는 것을 볼 수 있다.

곡률로 인해 액적 내부의 압력이 외부의 압력보다 더 크다는 아래와 같은 Laplace 법칙이 예전부터 알려져 왔다.

$$\Delta p = \frac{\sigma}{R} : 2\text{차원}$$

이 법칙을 만족하는지를 검증하기 위해서 액적의 반지름을 변화시켜가면서 액적의 내부 외부 압력차를 계산하였다. Fig. 3에서 보듯이 액적의 크기가 작아질수록 오차가 발생하나(~최대 1%) 기울기가 선형적인 관계를 갖고 있고 위의 Laplace 법칙을 잘 만족하고 있음을 알 수 있다.

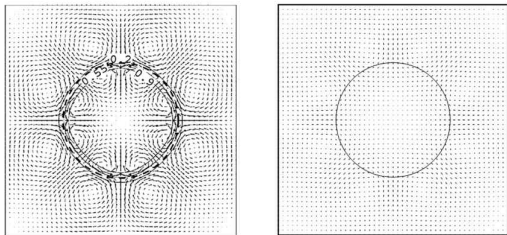
4. 결과 및 토의

앞으로의 수치해석에서 실제 공기-물의 경우와 유사하게 밀도비 1000, 점성비 1000을 사용한다. LBM 모델에 사용되는  $\Gamma$ 는 Cahn-Hilliard 방정식의 확산계수의 역할을 하므로 되도록 작게 잡는 것이 경계면을 정확하게 예측하기 좋으나 너무 작게 잡으면 수치 불안정이 발생할 수 있다. 또한 경계면 두께  $W$ 는 경계면에서 밀도차가 커지면 차분 오차가 증가하기 때문에 크게 잡는 것이 좋으며 어느 크기 이상은 결과에 변함이 없다(5). 따라서  $\Gamma$ 는 400, 경계면 두께  $W$ 는 5를 사용하였다.

4.1 상승하는 단일 기포 유동

이 절에서는 상승하는 단일 기포유동을 해석하였다. 경계면은 모두 벽으로 가정했으며, 벽면의 영향이 최소화 되도록 계산영역 크기(주로 수평방향)에 대한 민감도 해석을 수행하였다. Fig. 4는 같은 시간 계산결과를 표시했으며, 수평방향으로  $8d$  정도 이상으로는 계산결과에 거의 변화가 없음을 볼 수 있다. 또한 격자수의 변화에 따른 민감도 해석을 수행하였다. 기포에 대한 격자수를 20, 40, 60으로 변화시켰으며 40 정도의 격자면 충분하다고 보인다. 앞으로의 계산결과는 특별한 언급이 없으면 계산영역은  $8d \times 12d$ , 기포에 대한 격자수는 40의 결과를 가지고 수행하였다.

정지된 유체 내 상승하는 기포의 최종 형태, 종말 속도 등이 실험적, 수치적으로 구해져 왔다(14,15). 기포의 형태는



(a) Standard FD<sup>6</sup> ( $\times 10^4$  times) (b) Present ( $\times 10^7$  times)  
 Fig. 2 Velocity field (density ratio 10,  $\beta=12.5$ ,  $\sigma=0.002187$ ,  $50 \times 50$  grids)

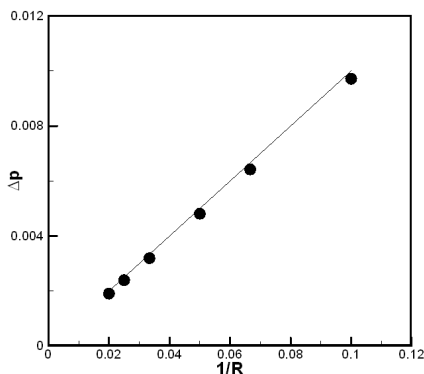


Fig. 3 Agreement of the present results with Laplace law ( $\sigma=0.1$ , solid line : analytical, symbol: numerical).

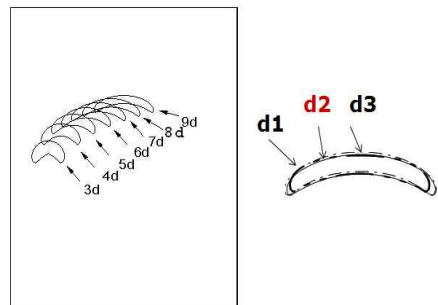


Fig. 4 Effect of the domain sizes(left) and bubble grid sizes (right);  $d=20$ ,  $d_2=40$ ,  $d_3=60$ . (Test case C).

Eotvos, Morton, Reynolds 수와 같은 무차원 변수에 의해 많이 달라진다.

$$Eo = \frac{g(\rho_H - \rho_L)d^2}{\sigma}, M = \frac{g(\rho_H - \rho_L)\mu_H^4}{\rho_H^2\sigma^3}, Re = \frac{\rho_H V_T d}{\mu_H}$$

여기서  $g$ 는 중력 가속도,  $d$ 는 기포의 지름,  $\sigma$ 는 표면장력 계수,  $\mu$ 는 점성계수 그리고  $V_T$ 는 종말 속도이다. 종말 속도는 기포가 상승할 때 부력과 항력이 평형을 이룬 상태의 속도를 의미한다. Eotvos 수는 중력항과 표면장력의 비를 의미하며 또한 기포의 크기와 관계된 무차원 변수이다. Morton 수는 점성과 표면장력의 성질과 관계된 변수이며 기포의 동적인 거동을 표현한다. 여기서 Reynolds 수는 기포의 종말속도와 관계된 변수이다.

Bhaga 와 weber<sup>(14)</sup>는 Fig. 5와 같은 유동 영역 지도를 제시하였다. 일반적으로 표면장력이 크고 ( $Eo$ 가 작고) 종말 속도가 작으면 ( $Re$ 수가 작으면) 형태의 변형이 작고 정적인

형태를 유지하고, 이와 반대의 경우는 변형이 크고 동적인 거동을 보인다. 대표적인 몇 가지 경우에 대해서 무차원 변수를 변화시켜가면서 해석을 수행하였다. 기포의 최종 형태는 Fig. 5, 종말 속도( $= \sum \phi U / \sum \phi, \phi < 0$ )는 Table 1에 비교하여 보았다. 결과에서 보듯이 실험결과와 거의 정량적, 정성적으로 일치함을 알 수 있다. 본 연구에서는 Fig. 6과 같이 기포 뒤에 후류가 발생하고 기포 내부에도 순환유동이 발생하는 것을 모사할 수 있다. 또한 밀도차가 큰 ( $\sim 1000$ ) 유동도 성공적으로 모사할 수 있었다.

#### 4.2 상승하는 다수 기포 유동

이 절에서는 상승하는 다수 기포 유동을 해석하였다. 다수 기포 유동에서 먼저 상승하는 첫 번째 기포의 후류와 형태에 따라 후속 기포의 합침 특성이 달라진다. 기포의 합침은 기포의 충돌, 기포 사이의 액막 배출, 액막의 파괴 3단계로 나누어 이루어진다. 이 같은 현상을 해석하는 것은 기존의 수치해석 방법으로 하기에는 매우 어려우나 이 연구에서는 성공적으로 해석을 수행할 수 있었다. Fig. 7은 기포가 일렬로 있는 경우이며 Fig. 8의 실험결과와 비교해 볼 때 초기 조건으로 인한 약간의 차이가 있지만 위의 3단계 현상을 잘 모사

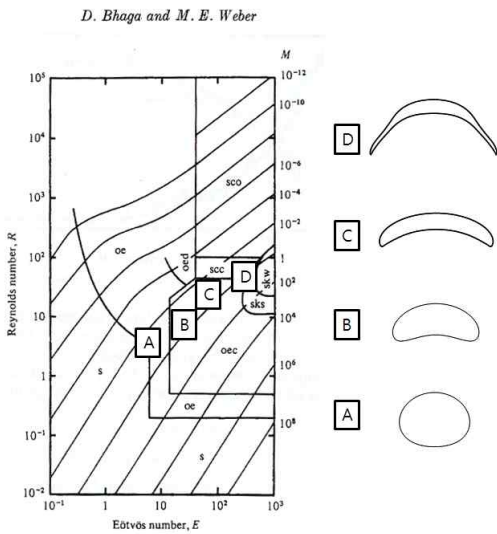


Fig. 5 The flow regime map of experiments<sup>(14)</sup>: S, Spherical; OE, oblate ellipsoid; OED, oblate ellipsoidal (disk-like and wobbling); OEC, oblate ellipsoidal cap; SCC, spherical cap with closed, steady wake; SCO, spherical cap with open, unsteady wake; SKS, skirted with smooth, steady skirt; SKW, skirted with wavy, unsteady skirt.; numerical results ABCD.

Table 1 Comparison of numerical results with experiments.

| Test case | $Eo (M)$    | $Re_{exp(14)}$ | $Re_{cal}$ | error(%) |
|-----------|-------------|----------------|------------|----------|
| A         | 5 (0.012)   | 5.43           | 6.2        | 14.2     |
| B         | 16 (0.038)  | 13.4           | 12.2       | 8.9      |
| C         | 40 (0.096)  | 20.0           | 16.0       | 20.0     |
| D         | 240 (0.574) | 52.1           | 41         | 21.3     |

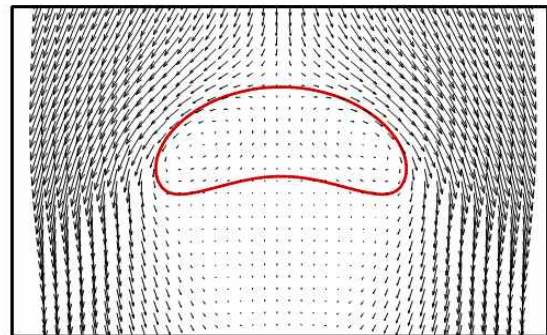


Fig. 6 Relative velocity field and interface contour(Test case B).

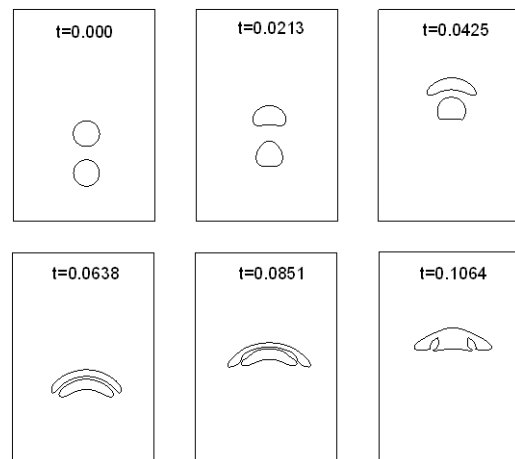


Fig. 7 Coalescence of the two bubbles at different times ( $Eo=16, M=2.0 \times 10^{-4}$ ).

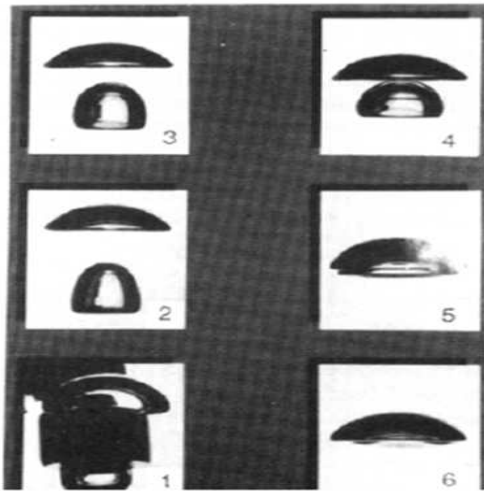


Fig. 8 Coalescence of the two bubbles at different times taken from Brereton and Korotney<sup>(16)</sup> ( $Eo=16$ ,  $M=2.0 \times 10^{-4}$ ).

할 수 있음을 알 수 있다.

## 5. 결 론

격자 볼츠만 방법을 이용하여 2상 유동, 특히 상승하는 기포 유동을 성공적으로 모사하였다. 코드를 검증하기 위해서 전단 유동, 정지된 액적유동을 해석하였으며, 경계면 확산, 가짜 유동을 기존의 VOF 방법보다 더 줄일 수 있었다. 또한 Laplace 법칙을 만족한다는 것을 알 수 있었다.

상승하는 단일 기포의 경우 Eotvos 수, Morton 수 Reynolds 수에 따라 기포의 종말 속도, 최종 형태가 달라진다. 이에 대한 영향을 알아보기 위해서 위의 무차원수를 변화시켜가면서 해석을 수행하였으며, 해석결과 실험결과와 정량적, 정성적으로 유사한 결과를 얻었다. 상승하는 다수 기포의 경우, 첫 번째 기포 후류 유동이 뒤 이은 기포의 유동 또는 합침 현상에 영향을 미치며 기포의 충돌, 기포 사이의 액막 배출, 액막의 파괴 3단계로 나누어 이루어짐을 알 수 있었다. 본 논문에서 기존의 수치 방법에서는 해석하기 어려운 밀도차가 큰 경우와 표면장력 처리를 쉽게 수행 할 수 있었고, 실험결과와 잘 일치하는 것을 볼 수 있었다. 앞으로 벽면에서의 접촉각, 벽면가열에 의한 비등 현상, 3차원 확장에 대한 연구가 수행될 것이다.

## 후 기

본 연구는 교육과학기술부의 지원하에 수행되었습니다.

## 참고문헌

- (1) D. Juric and G. Tryggvason, 1997, "Computations of Boiling Flows," *Int. J. Multiphase Flow*, Vol. 24, pp. 387~410.
- (2) F. H. Harlow and J. E. Welch, 1965, "Numerical calculation of time-dependent viscous incompressible flow," *Phys. Fluids*, Vol. 8, pp. 2182~2189.
- (3) C. W. Hirt and B. D. Nichols, 1981, "Volume of fluid (VOF) method for the dynamics of free boundaries," *J. Comput. Phys.*, Vol. 39, pp. 210~225.
- (4) J. A. Sethian, 1996, *Level Set Methods*, Cambridge University Press.
- (5) H. W. Zheng, C. Shu and Y. T. Chew, 2006, "A Lattice Boltzmann for Multiphase Flows with Large Density Ratio," *J. Comput. Phys.*, Vol. 218, pp. 353~371.
- (6) T. Lee and P. F. Fischer, 2006, "Eliminating parasitic currents in the lattice Boltzmann equation method for nonideal gases," *Phys. Rev. E*, Vol. 74, 046709.
- (7) S. Succi, 2001, *The Lattice Boltzmann Equation for Fluid Dynamics and Beyond*, Oxford University Press, Oxford.
- (8) S. Chen and G. D. Doolen, 1998, "Lattice Boltzmann method for fluid flows," *Ann. Rev. Fluid Mech.*, Vol. 30, pp. 329~364.
- (9) X. Shan, 2006, "Analysis and reduction of the spurious current in a class of multiphase lattice Boltzmann models," *Phys. Rev. E*, Vol. 73, 047701.
- (10) D. Jacqmin, 1999, "Calculation of two-phase Navier-Stokes flows using phase-field modeling," *J. Comput. Phys.*, Vol. 155, pp. 96~127.
- (11) Z. Guo, C. Zhen and B. Shi, 2002, "Discrete lattice effects on the forcing term in the lattice Boltzmann method," *Phys. Rev. E*, Vol. 65, 046308.
- (12) M. Rudman, 1997, "Volume-Tracking methods for Interfacial Flow Calculations," *Int. J. Numer. Methods Fluids*, Vol. 24, pp. 671~691.
- (13) Y. Renardy and M. Renardy, 2002, "PROST: A Parabolic Reconstruction of Surface Tension for the Volume-of-Fluid Method," *J. Comput. Phys.*, Vol. 183, pp. 400~421.
- (14) D. Bhaga and M. E. Weber, 1981, "Bubbles in viscous liquids : shapes, wakes and velocities," *J. Fluid Mech.*, Vol. 105, pp. 61~85.
- (15) J. Hua and J. Lou, 2007, "Numerical simulation of bubble rising in viscous liquid," *J. Comput. Phys.*, Vol. 222, pp. 769~795.
- (16) G. Brereton and D. Korotney, 1991, "Coaxial and oblique coalescence of two rising bubbles," *AMD*, Vol. 119, ASME, New York.