

기하 교구의 활용이 공간 지각 능력에 미치는 영향

박만구¹⁾ · 고상숙²⁾ · 정인철³⁾ · 김은영⁴⁾

본 연구의 목적은 기하학습 교구인 조립 교구인 4D Frame 활용 학습이 초등학생들의 공간 지각 능력 신장에 미치는 영향을 분석함으로써 수학 교수·학습 방법의 개선에 도움을 주기 위한 것이다. 서울시내 5학년 2개 반을 임의로 선정하여 한 학급은 기하 교구를 활용한 수업을 실시하는 실험 집단(31명)으로, 한 학급은 일반 수학 수업을 실시하는 비교 집단(32명)으로 선정하여 한 달간 10차시의 수업을 실시하였다. 본 연구에 사용한 실험 설계는 준 실험 설계(Qusai-Experimental-Design) 중 이질 통제 집단 전후 검사 설계(Nonequivalent control group pretest-posttest design)를 적용하였다. 실시한 검사 도구는 공간 감각 검사로 사전·사후 모두 동형 검사지를 사용하였다. 또한 수업 관찰 분석과 학생들의 학습지에 대한 반응을 분석하였다. 연구의 결과 첫째, 기하 교구의 활용 학습은 공간 지각 능력 신장에 있어서 효과적이었다. 둘째, 기하 교구의 활용 학습은 공간 감각에 있어서 지각의 일관성과 공간 관계의 지각력 신장에 있어서 효과적이었다. 그리고 후속 연구로 동일 교구의 보다 광범위한 적용 및 다양한 교구의 개발을 제언하였다.

주요용어 : 기하 교구, 공간 지각 능력

I. 서론

우리가 속해 있는 공간은 우리의 삶의 터전이고 우리의 삶은 공간을 떠나서는 생각할 수 없다. 어린이들은 처음 주변 환경을 감각적으로 인식하며 수보다 물체, 모양, 움직임을 먼저 인식하기 때문에 수 기능보다 공간 지각 능력이 더 빠르게 형성된다. Freudenthal(1973)은 “기하는 공간을 파악하는 것이다. 학생이 생활하며 호흡하며 활동하는 공간, 그 곳에서 보다 더 잘 살고, 호흡하고, 활동하기 위해 학생은 공간을 알고 탐구하고 정복해야 한다(p. 403)”고 하면서 공간의 중요성을 강조하고 있다. 우리나라 수학교육에 많은 영향을 끼치고 있는 미국수학교사협의회(National Council of Teachers of Mathematics [NCTM]) (1989, 2000)는 학교수학을 위한 교육과정과 평가(Curriculum and evaluation standards for school mathematics) 및 학교수학을 위한 원리와 기준 (Principles and Standards for School

1) 서울교육대학교 (mpark29@snue.ac.kr)
2) 단국대학교 (sangch@dankook.ac.kr)
3) 고려대학교 (ijung@korea.ac.kr)
4) 서울신남성초등학교 (egmeen@hanmail.net)

Mathematics) (2000)에서도 공간 감각의 중요성을 제시하고 있으며, 우리나라 7차 교육과정에서는 ‘공간 감각’이라는 항목을 신설하였다.

NCTM(1989, 2000)은 공간 감각의 발달을 위해서 학생들이 일상생활에서 접하는 대상과 다른 구체적 자료를 사용해서 조사, 실험, 탐구를 해 보아야 한다. 그렇기 때문에 교실은 충분한 양의 수업 자료를 보유하고 있어야 한다고 주장한다. 공간 감각 형성과 도형 학습에서 구체물과 교구활동의 중요성에 대한 언급은 우리나라 교육과정에서뿐만 아니라 그 동안 이와 관련한 많은 연구가 이루어져 왔다. 몇몇 학위논문에서 탐구한 교구들은 패턴블록(김은영, 2009; 이명희, 2003; 주영, 2003), 지오보드(강혜경, 2006; 신경순, 2001), 탱그램(김광옥, 2004; 조보영, 2003), 큐브(태혜경, 2001), 거울상(권혁경, 2007), 테셀레이션(박현미, 2006) 등이 있다. 그리고 국외에서도 수학교육에서 컴퓨터 소프트웨어를 포함한 다양한 교구의 활용에 대한 많은 연구들이 있다(예를 들면, Jones, 2002; Kelly, 2006; Sowell, 1989).

본 연구에서는 우리나라에서 개발된 교구로 수학교육에서 새롭게 사용하고 있는 기하 교구인 4D Frame이 공간 지각 능력에 어떤 영향을 미치는지에 대해 살펴보았다.

II. 이론적 배경

1. 공간감각

7차 교육과정에서는 별다른 정의 없이 공간 감각이라는 용어를 사용하고 있으나 지금까지 이루어진 대부분의 연구에서는 공간능력(Spatial Ability)이라는 용어를 사용한다. McGee(1979)는 공간능력을 구성하는 요인을 공간 시각화, 공간 방향화로 보았고, Lohman(1979)은 McGee의 두 가지 요인에 공간 관계를 첨가하여 세 가지 요인으로 공간능력이 구성된다고 보았다. Linn과 Paterson(1985)은 공간능력을 구성하는 요인으로 공간 지각, 심적 회전, 공간 시각화를 설정하였고, Tartre(1990)는 공간적 시각화와 공간적 방향으로 분류하고 공간적 시각화를 회전과 변환으로 공간적 방향을 재조직된 전체(recognized whole)와 체의 부분(part of field)으로 세분화하였다.

NCTM(1989)은 공간 감각은 자기 주위의 상황과 그 물체에 대한 직감(intuitive feeling)이라고 정의하였고, NCTM에서 감각적 차원을 구체적으로 언급한 것과는 달리 Clements(1983)는 공간 감각을 공간 방향화, 공간 시각화, 심상으로 나누어 공간능력에 심상이라는 표현 능력을 고려하여 공간 감각을 정의하였다. Del Grande(1987)는 공간 감각을 공간 지각력과 공간 시각화로 정의하면서 학생들은 모든 감각 정보를 이용하여 주변 환경을 지각한다고 주장하였다. 특히, 학생들은 눈을 통해 사물의 모양과 움직임 같은 시각적인 정보를 인식하기 때문에 공간 감각에서 지각과 시각화의 능력을 중요시하였다. 위에서 살펴본 바와 같이 공간능력과 공간 감각의 의미는 학자에 따라 어떤 측면을 강조하느냐에 따라 정의가 다소 차이가 있지만 큰 차이는 없다.

Del Grande(1987)는 공간 감각의 요소로 다음의 7가지를 제시하였다.

시각-작동적 조정(eye-motor coordination)으로 몸의 움직임과 시각을 상호 조정하는 능력과 도형-배경 지각력(figure-ground perception)은 도형에서 특정한 그림을 확인하는 행위를 말하며, 교차하거나 숨겨진 모양이 있는 복잡한 배경에서 도형을 지각하는 능력을 말한다. 그리고 지각의 일관성(perceptual consistency)은 대상의 표면적인 인상이 다르다 할지라

도 모양이나 크기와 같은 불변인 속성들을 인지할 수 있는 능력을 말한다. 예를 들어, 직육면체를 여러 위치에서 보았을 때 보는 위치에 따라 직육면체 모양으로 보이지 않을 수 있지만 지각의 일관성을 가진 사람은 같은 직육면체로 볼 수 있다(모양 항존성). 또, 멀리서 농구공을 보았을 때 농구공의 크기가 야구공 만하게 보일지라도 지각의 일관성을 가진 사람은 농구공의 실제 크기를 인지할 수 있다(크기 항존성). 공간에서의 위치 지각력(position in space perception)은 공간에 있는 임의의 대상과 자신을 연결시키는 능력을 말한다. 공간에서의 위치 지각력을 검사하는 활동들은 일렬로 주어진 도형에서 뒤집어진 것과 회전된 것을 구분하는 활동을 포함한다(Hoffer, 1977). 공간에서의 위치 지각력에 어려움이 있는 학생은 글을 거꾸로 읽기도 하고 쓰기와 연산에도 어려움을 갖는다(Frosting & Horne, 1972).

공간 관계의 지각력(perception of spatial relationships)은 2개 이상의 대상들을 대상 중 하나와의 관계로, 또는 대상들 상호 간의 관계로 보는 능력을 말한다. 시각적 변별력(visual discrimination)은 대상들 사이에 유사점과 차이점을 구별하는 능력을 말한다. 공간에서의 위치 지각력과 공간 관계의 지각력은 주로 공간에서 대상의 위치에 의존하는 반면에, 시각적 변별력은 위치와 관련이 없다. 여러 대상이나 기하학적 모양들을 분류하는 활동은 학생들이 시각적 변별력을 학습하는데 도움을 준다. 여러 대상이나 기하학적 모양들을 분류하는 활동은 학생들이 시각적 변별력을 학습하는데 도움을 준다. 시각적 기억력(visual memory)은 보이지 않고 대상을 정확하게 회상하는 능력과, 보거나 또는 보이지 않으면서 그 대상의 특징을 다른 대상의 특징과 연결시키는 능력을 말한다. 대부분의 사람들은 짧은 시간에 5-7개 항목 정도인 소량의 시각적 정보를 가진다(Hoffer, 1977).

본 연구에서는 공간 감각을 사람이 외부로부터 자극을 받았을 때 머리 속에서 상(image)을 형성하는 능력과 그 상을 머릿속에서 조작하는 능력(신준식, 2002)으로 Del Grande(1987)가 제시한 7가지를 참고 하였다. 한기완(2002)의 시각-작동적 조정은 초등학교에서 굳이 학습할 필요가 없다는 지적에 따라서, 이를 본 연구의 하위 영역에서 제외하였다. 즉, 시각-작동적 조정을 제외한 도형-배경 지각력, 지각의 일관성, 공간에서의 위치 지각력, 공간 관계의 지각력, 시각적 변별력, 그리고 시각적 기억력을 공간 감각의 하위 영역으로 분류하였다.

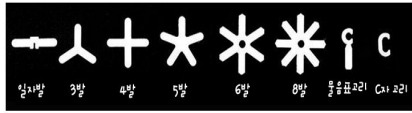
2. 기하 교구의 구성 요소







가. 4D Frame

4D Frame을 최초로 개발한 박호걸(2006)은 “4D Frame의 사전적 의미는 ‘4차원’(4 dimension) + ‘프레임’(틀 또는 뼈대·구조·짜임새, frame을 뜻하는 합성어)이다. 4D는 3차원에서 시간의 개념을 더한 4차원을 뜻한다. 이것은, 하나로서는 별다른 의미를 지니지 못하는 한 개체(점: 0차원)가 또 다른 개체와 만남으로써 선(1차원), 면(2차원) 그리고 입체(3차원)를 통해, 궁극적으로 표현하고자 하는 사람의 생각과 내면의식까지 나타낸다는 것을 뜻한다(p. 20)”라고 설명하였다. 즉, 4D Frame 교구는 다른 교구들과 비교하여 풍부한 상상력을 발휘할 수 있도록 제한이 없고 자유롭게 나타낼 수 있다는 장점이 있다. 4D Frame은 구부리고 자유롭게 짜 맞출 수 있다는 특징이 있기에 표현하고자 하는 것을 무한히 자유롭게 구성해 갈 수 있다.

나. 4D Frame의 구성 요소

4D Frame은 연결봉을 연결대로 이어서 각도를 0°~360°까지 자유롭게 만들 수 있다. 간단한 도구-가위 하나만 가지고 연결봉과 연결대를 원하는 길이와 모양대로 자르고 이어서 무엇이든 만들 수 있다. 이것이 4D Frame의 가장 크고 핵심적인 특징이다. 제한된 틀을 벗어나 자유롭게 표현할 수 있는 특징이 있기에 창의력과 상상력을 제한받지 않게 된다. 그리고 집단 활동을 통해 협동심을 배울 수 있도록 한 것이 특징이다.



3cm	5cm	6cm	7cm	10cm	15cm
					
노랑, 연두, 보라, 파랑, 주황	흰색, 검정, 노랑	파랑, 연두, 노랑	주황, 보라	검정, 주황	주황

[그림 1] 4D Frame 연결대와 연결봉

4D Frame은 연결봉과 연결대로 이루어져 있다. 연결대는 일자 발(180°), 3발(120°), 4발(90°), 5발(72°), 6발(60°), 8발(45°) 연결대와 물음표, C자 고리로 학생들이 도형을 만들 때 각도와 모서리를 생각하며 필요한 연결대를 선택하여 사용할 수 있다. 연결봉은 길이와 색깔이 달라 학생들이 도형의 특징을 쉽게 파악할 수 있게 한다.

Ⅲ. 연구 방법 및 절차

1. 연구 참여자

본 연구에서는 기하 교구를 활용한 수학학습이 공간 지각 능력 신장에 어떤 영향을 미치는지를 알아보기 위하여 서울시 B 초등학교 5학년 2개 반을 대상으로 선정하였다. 실험 집단과 비교 집단의 담임교사는 모두 여교사로서 교사 경력은 실험 집단이 5년, 비교 집단이 9년이었다. 연구에 참여한 학생 수는 실험 집단은 31명, 비교 집단은 32명으로 연구가 진행되는 동안 변동이 없었다.

2. 연구 방법

실험 집단에는 기하 교구인 4D Frame을 활용한 수학학습을 위하여 아침시간, 수업시간, 미술 교과와 연계하여 활용하였다. 수업 관찰을 통해 학생의 활동을 살펴보고 학습지를 분석하여 4D Frame 활용이 학생의 수학 개념의 이해와 공간 감각에 어떤 영향을 미치는지 살

기하 교구의 활용이 공간 지각 능력에 미치는 영향

피보았다. 비교반의 경우 도형의 성질과 특성을 이해시키기 위하여 일반 수업에서 하듯이 성냥개비나 종이를 오려서 붙여 보는 활동들을 하였다.

그리고 공간 지각 능력 신장에의 효과 여부를 알기 위해 준 실험 설계(Qusai-Experimental-Design)의 이질 통제 집단 전후 검사 설계(Nonequivalent control group pretest-posttest design)를 사용하였으며 구체적인 설계 모형은 <표 1>과 같다.

<표 1> 이질 통제 집단 전후 검사 설계

집단	사전 검사	실험 처치	사후 검사
실험 집단	공간 감각 검사	4D Frame을 활용한 수학 수업	공간 감각 검사
비교 집단		일반 교구를 활용한 수학 수업	

3. 검사 도구

본 연구를 위하여 공간 감각 검사지를 검사 도구로 사용하였으며 예비 검사, 사전 검사, 사후 검사를 실시하였다. 초등학교 5학년 수준의 공인된 공간 감각 검사지가 없어 본 연구에서는 각 공간 감각 영역에 적합한 이명희(2003)가 5학년을 대상으로 개발한 공간 감각 검사지, 신준식(1992)이 초등학교 6학년을 대상으로 개발한 공간 시각화 학습 자료, 황정규(1995)가 중학생을 위해 개발한 지능종합검사, 임인재와 장상호(1977)가 개발한 중학교용 표준적성검사 중 3 기억력 검사, 코리안테스팅(1993)에서 개발한 초등학생을 위한 일반지능검사, 그리고 한국행동과학연구소(1993)에서 중학생을 위해 개발한 종합능력진단검사(지능·적성검사) 중 4 지각력 검사를 참고하였다. 수정 보완한 검사 도구는 전문가들의 의견을 바탕으로 타당도를 검증받았다.

공간 감각 영역은 도형-배경 지각력, 지각의 일관성, 공간에서의 위치 지각력, 공간 관계의 지각력, 시각적 변별력, 그리고 시각적 기억력의 6영역으로 제시하였다. 각 문항의 점수가 30점, 총 180점 만점으로 구성하였다. 1차 예비 공간 감각 검사 실시 후 전문가들의 조언을 통해 문항을 수정·보완하고, 2차 예비 공간 감각 검사를 실시하여 해당 문항에 대하여 신뢰성 검사를 실시한 결과 신뢰도는 Cronbach alpha=.756으로 높게 나왔다.

문항별로 공간 지각 능력의 하위 변인과 그에 해당하는 평가 요소는 <표 2>와 같다.

<표 2> 공간 지각 능력의 하위 변인과 평가 요소

공간 감각 하위 변인	평가 요소
도형-배경 지각력	◦ 도형들의 겹쳐진 부분 찾기
지각의 일관성	◦ 다양한 도형에서 정사각형 모두 찾기
	◦ 입체도형과 관련된 면 찾기
	◦ 입체도형을 여러 방향으로 보기
	◦ 직육면체 찾기
공간에서의 위치 지각력	◦ 도형 돌리기

	<ul style="list-style-type: none"> ◦ 같은 도형 찾기 ◦ 거울에 비친 상 관찰하기(도형 뒤집기) ◦ 도형 돌려서 같은 모양 찾기
공간 관계의 지각력	<ul style="list-style-type: none"> ◦ 두 개 대상을 연결하기 ◦ 도형 완성하기 ◦ 쌓기나무 개수 찾기
시각적 변별력	<ul style="list-style-type: none"> ◦ 모양 구분하기 ◦ 관계없는 것 찾기
시각적 기억력	<ul style="list-style-type: none"> ◦ 기억해서 도형 찾기

4. 연구 절차

가. 예비 검사 실시

학생들이 검사 문항에 응답하는데 소요되는 시간의 적절성과 검사 문항의 수, 검사 문항의 난이도에 대한 적절성을 살펴보고 발견된 문제점을 바탕으로 검사지를 수정·보완하기 위하여 1차 예비 검사를 실시하였다. 1차 예비 검사는 2008년 10월 29일 B초등학교 5학년 1개 반을 대상으로 실험처지 이전에 사용될 공간 지각 능력 검사를 실시하였으며, 검사 시간은 도형-배경 지각력, 지각의 일관성, 공간에서의 위치 지각력, 공간 관계의 지각력, 시각적 변별력 25문항 해결에 25분, 시각적 기억력은 문제를 기억하는 시간 40초, 해결하는 시간 2분으로 배정하였다.

1차 예비 검사 결과 난이도가 쉬워 문항을 더욱 어렵게 변경하였다. 시각적 기억력의 경우 제시하는 그림을 증가시켰고, 다른 공간 지각 능력에서는 도형을 더욱 복잡하게 만들었다. 이렇게 1차 예비 검사에서 발견된 문제점을 수정·보완하여 2차 예비 검사를 2008년 11월 6일 B초등학교 5학년 1개 반을 대상으로 도형-배경 지각력, 지각의 일관성, 공간에서의 위치 지각력, 공간 관계의 지각력, 시각적 변별력 25문항 해결에 20분, 시각적 기억력은 문제를 기억하는 시간 40초, 해결하는 시간 1분 30초로 배정하여 실시하였고 문제점이 발견되지 않아 공간 감각 검사지로 확정하였다.

나. 사전 검사

실험 처치 전에 실험 집단과 비교 집단이 공간 지각 능력에 있어 동질 집단인지 여부를 확인하기 위해 2008년 11월 13일 연구 대상으로 선정한 두 학급을 대상으로 2교시를 이용하여 23분(20분+40초+1분 30초+검사지 나눠주는 시간) 동안 사전 검사를 실시하였다. 실시 전 비교 집단의 담임교사에게 검사의 목적, 검사의 내용과 검사의 실시요령을 설명하였고, 주어진 시간 안에 문제를 해결하도록 하여 검사 환경에 차이가 나지 않도록 주의를 기울였다. 점수는 도형-배경 지각력, 지각의 일관성, 공간에서의 위치 지각력, 공간 관계의 지각력, 시각적 변별력은 5문항으로 각 문항 당 6점으로 각 영역별 총 30점 만점으로 하였다. 시각적 기억력은 15개의 대상을 기억하고 해당하는 것은 ○, 그렇지 않은 것은 ×를 표시해 각 문항 당 1점씩 총 30점 만점으로 하였다. 즉, 각 공간 감각 영역 당 30점 만점으로 6개의 영역으로 구성되어 총 180점 만점으로 구성하였다.

기하 교구의 활용이 공간 지각 능력에 미치는 영향

다. 사후 검사

실험 처치 후 실험 집단과 비교 집단 간에 공간 지각 능력에 차이가 있는지를 알아보기 위한 사후 검사를 사전 검사에서 사용했던 공간 지각 능력 검사와 동형인 문제로 실시하였다. 2008년 12월 15일에 실험 집단과 비교 집단을 대상으로 2교시에 23분간 실시하였으며, 검사 방법과 절차는 사전 검사와 동일하게 하였다.

라. 실험 처치 방법

실험 집단의 경우 5학년 도형 영역과 관련된 5-가의 4. 직육면체, 5-나의 4. 도형의 대칭 중 선대칭도형과 그 외 입체도형을(각뿔, 각기둥, 각뿔대) 중심으로 수업을 재구성하였다. 교구의 구성과 사용 방법에 대한 설명으로 한 차시를 가졌고, 교구를 투입하기 전에 교구에 익숙해질 수 있도록 1주일간의 아침자습 시간에 교구를 이용하여 자유롭게 작품을 만드는 시간을 가졌다. 이는 실제 수업에서 학생들이 수업과 관련 없이 교구에만 빠져 놀이로 생각하는 점을 방지하기 위함이었다. 실험 집단은 4D Frame을 통해 구성된 수학 수업을 10차시 진행하고, 비교 집단의 경우 5학년 5-가의 4. 직육면체, 5-나의 4. 도형의 대칭을 각각 5차시씩 10차시로 구성하여 일반 자료와 교구를 사용하여 진행하였다. 실험 집단의 수업 차시는 다음 <표 3>과 같다.

<표 3> 실험 집단의 수업 차시 및 학습 주제

차시	학습 주제	차시	학습 주제
1	선대칭도형 알기 선대칭도형의 성질 파악하기	6	각기둥 알기
2	선대칭도형의 대칭축 알기	7	각뿔 알기
3	직육면체의 구성요소 알기	8	각기둥과 각뿔의 전개도 알기
4	직육면체의 겨냥도 알기	9	각뿔대 알기
5	직육면체의 전개도 알기	10	각뿔대 전개도 알기

실험 집단의 경우 수업 동안 학생들의 활동을 관찰하고, 학습지 분석을 통해 4D Frame이 수학 수업에서 학생의 이해와 활동에 어떤 영향을 미쳤는지를 살펴보았다. 한기완(2002)은 공간 감각을 기르기 위해서 수학 교과 내의 통합뿐만 아니라 교과 간의 통합도 고려할 필요가 있다고 하였다. 특히, 4D Frame은 과학과 미술, 사회 등의 다른 교과와의 통합 교육이 가능한데, 본 연구에서는 마지막 차시 후 미술 교과와 통합하여 수학적 도형을 이용한 창의적인 작품을 만들어 보는 시간을 가졌다.

5. 자료의 분석

기하 교구의 사용이 공간 지각 능력에 어떤 영향을 주는지 알아보기 위해서 실험 처치와 검사를 통하여 자료를 수집하고, SPSS 12.0 통계 프로그램과 이학식과 임지훈(2005)의 SPSS 12.0 매뉴얼을 바탕으로 하여 자료를 분석하였다. 그리고 이를 수학교실에서 어떻게 활용할 수 있는지 알아보기 위하여 수업 관찰, 프로토콜 분석, 그리고 학습 결과물 분석을

통하여 자료를 수집하였다. 수집된 자료의 분석 방법은 다음과 같다.

공간 지각 능력에 어떤 영향을 주는지 알아보기 위하여 실험 집단과 비교 집단 사이에 사전 공간 지각 능력 검사에서 통계적으로 의미 있는 차이가 있는지를 두 집단 간의 평균의 차를 t-검증하여 두 집단은 동일한 집단임을 확인하였다. 그리고 실험 처치 후 실험 집단과 비교 집단 사이의 공간 지각 능력에 유의미한 차이가 있는지를 알아보기 위하여 사후 공간 지각 능력 검사를 실시하고 두 집단의 평균 차를 t-검증하였다. 교구의 활용 문제를 위하여 각 수업마다 학생의 활동을 관찰하여 수학적 반응을 살펴보았다. 또한, 수업 시간의 학습지를 통해 학생의 수학적 활동과 그 영향에 대해 분석하였다.

IV. 연구 결과 및 논의

1. 결과

결론적으로, 4D Frame을 활용한 학습 집단이 일반 학습을 실시한 집단보다 공간 지각 능력 신장에 있어서 효과적이었다. 독립표본 t-검정 분석 결과 공간 감각의 하위 영역 중 지각의 일관성과 공간 관계의 지각력 2 영역에서만 유의미한 차이가 나타났다. 그러나 대응표본 t-검정 분석 결과 공간 감각의 모든 하위 영역에서 유의미한 차이가 나타났다. 자세한 결과 분석은 다음과 같다.

가. 사전 검사 결과

1) 사전 공간 지각 능력 검사 결과

두 집단의 공간 지각 능력의 동질성 여부를 확인하기 위하여 사전 검사를 t-검정한 결과는 <표 4>와 같다. 공간 지각 능력에 있어서 유의도 $p=.773(p>.05)$ 으로 실험 집단과 비교 집단 사이에는 공간 감각에 있어 유의미한 차이가 없는 동질 집단임을 알 수 있다.

<표 4> 사전 공간 지각 능력 검사 결과에 대한 t-검정

집단	N	M	SD	t	p
실험 집단	31	122.39	32.758	-.290	.773
비교 집단	32	124.66	29.313		

2) 사전 공간 지각 능력 하위 영역별 검사 결과

실험 집단과 비교 집단의 공간 지각 능력의 하위 영역인 도형-배경 지각력, 지각의 일관성, 공간에서의 위치 지각력, 공간 관계의 지각력, 시각적 변별력, 시각적 기억력에 대한 동질성을 알아보기 위하여 t-검정한 결과, <표 5>에서와 같이 $p>.05$ 로 실험 집단과 비교 집단이 각 영역별로 유의미한 차이가 없는 것으로 나타났다.

기하 교구의 활용이 공간 지각 능력에 미치는 영향

<표 5> 사전 공간 지각 능력 하위 영역별 검사 결과에 대한 t-검정

공간 감각 하위 영역	집단	N	M	SD	t	p
도형-배경 지각력	실험 집단	31	22.65	10.812	.278	.782
	비교 집단	32	21.94			
지각의 일관성	실험 집단	31	21.29	7.240	-.162	.872
	비교 집단	32	21.56			
공간에서의 위치 지각력	실험 집단	31	16.26	7.929	-1.671	.100
	비교 집단	32	19.50			
공간 관계의 지각력	실험 집단	31	20.52	8.733	.877	.384
	비교 집단	32	18.56			
시각적 변별력	실험 집단	31	19.35	8.006	-.348	.729
	비교 집단	32	20.06			
시각적 기억력	실험 집단	31	22.32	4.908	-.621	.537
	비교 집단	32	23.03			

나. 사후 검사 결과

1) 사후 공간 지각 능력 검사 결과

사후 공간 지각 능력 검사는 실험 처치 후 4D Frame을 활용한 학습 집단과 일반 학습 집단 사이에 공간 지각 능력에 있어서 유의미한 차이가 있는지 알아보기 위하여 실시하였다. 그 결과 <표 6>에서 알 수 있는 것과 같이 사후 공간 감각에 있어서 유의도 $p=.033(p<.05)$ 으로 실험 집단과 비교 집단 사이에는 공간 감각에 있어 유의미한 차이가 있는 것으로 나타났다. 이는 4D Frame을 활용한 수업이 공간 지각 능력 신장에 의미 있는 효과를 보였음을 뜻한다.

<표 6> 사후 공간 지각 능력 검사 결과에 대한 t-검정

집단	N	M	SD	t	p
실험 집단	31	144.48	28.820	2.176	.033*
비교 집단	32	128.00	31.202		

* $p<.05$

2) 사후 공간 지각 능력 하위 영역별 검사 결과

실험 집단과 비교 집단의 공간 지각 능력의 하위 영역에 있어서 유의미한 차이가 있는지 알아보기 위하여 사후 검사 결과를 t-검정 하였다. 하위 영역별 검사 결과는 <표 7>과 같이 도형-배경 지각력의 경우 $p=.321$ 로 통계적으로 의미 있는 차이가 없었다. 지각의 일관성의 경우 $p=.030$ 로 통계적으로 의미 있는 차이가 있었다. 공간에서의 위치 지각력의 경우 $p=.215$ 로 통계적으로 의미 있는 차이가 없었다. 공간 관계의 지각력의 경우 $p=.014$ 로 통계적으로 의미 있는 차이가 있었다. 시각적 변별력의 경우 $p=.118$ 로 통계적으로 의미 있는 차이가 없었다. 시각적 기억력의 경우 $p=.961$ 로 통계적으로 의미 있는 차이가 없었다.

<표 7> 사후 공간 지각 능력 하위 영역별 검사 결과에 대한 t-검정

공간 감각 하위 영역	집단	N	M	SD	t	p
도형-배경 지각력	실험 집단	31	24.58	9.080	1.000	.321
	비교 집단	32	22.31			
지각의 일관성	실험 집단	31	24.19	5.250	2.225	.030 *
	비교 집단	32	21.00			
공간에서의 위치 지각력	실험 집단	31	21.48	6.531	1.254	.215
	비교 집단	32	19.13			
공간 관계의 지각력	실험 집단	31	23.81	7.666	2.540	.014 *
	비교 집단	32	18.56			
시각적 변별력	실험 집단	31	24.00	7.266	1.585	.118
	비교 집단	32	20.81			
시각적 기억력	실험 집단	31	26.42	2.754	.049	.961
	비교 집단	32	26.38			

*p<.05

실험 집단과 비교 집단의 공간 지각 능력 신장의 사후 검사 결과 4D Frame을 활용한 학습이 공간 지각 능력 신장과 공간 지각 능력의 하위 영역 중 지각의 일관성과 공간 관계의 지각력 향상에 의미 있는 효과를 보였다.

실험 집단과 비교 집단 내 사전·사후 검사 결과를 살펴보았을 때, 실험 집단은 지각의 일관성과 공간 관계의 지각력 외에 공간에서의 위치 지각력에서도 비교 집단에 비해 많은 향상을 보였다. 실험 집단은 공간에서의 위치 지각력의 경우 사전 검사가 비교 집단에 비해 낮고 사후 검사 시에는 많은 향상을 보였지만 독립 표본 t-검정 결과에서는 유의미한 차이를 발견하지 못하였다. 이에 대응 표본 t-검정 분석을 추가하여 살펴보았다.

3) 실험 집단, 비교 집단의 대응표본 t-검정 검사 결과

독립표본 t-검정 분석 결과에서는 유의미한 차이를 보이지 못했지만 공간에서의 위치 지각력은 실험 집단 내에서 큰 향상을 보였다. 이에 실험 집단의 사전·사후 검사와 비교 집단의 사전·사후 검사 결과의 유의미한 차이를 살펴보기 위해 대응표본 t-검정을 하였다. 실험 집단에서는 <표 8>에서 볼 수 있듯이 공간 감각 하위 영역 모두가 p<.05로 유의미한 차이가 있음이 드러난다.

<표 8> 실험 집단의 사전·사후 대응표본 t-검정 결과

공간 감각 하위 영역	M	SD	평균차	t	p
도형-배경 지각력 사전	22.65	10.812	-1.935	-2.559	.016 *
도형-배경 지각력 사후	24.58	9.080			
지각의 일관성 사전	21.29	7.240	-2.903	-3.719	.001 *
지각의 일관성 사후	24.19	5.250			
공간에서의 위치 지각력 사전	16.26	7.929	-5.226	-5.730	.000 *

기하 교구의 활용이 공간 지각 능력에 미치는 영향

공간에서의 위치 지각력 사후	21.48	6.531			
공간 관계의 지각력 사전	20.52	8.733	-3.290	-2.655	.013 *
공간 관계의 지각력 사후	23.81	7.666			
시각적 변별력 사전	19.35	8.006	-4.645	-3.503	.001 *
시각적 변별력 사후	24.00	7.266			
시각적 기억력 사전	22.32	4.908	-4.097	-5.433	.000 *
시각적 기억력 사후	26.24	2.754			

*p<.05

비교 집단에서는 <표 9>에서 볼 수 있듯이 공간 감각 하위 영역 중 시각적 기억력을 제외한 나머지 영역에서는 p>.05로 유의미한 차이가 없었다. 실험 집단과 비교 집단 모두 시각적 기억력의 사후 점수가 함께 오른 것은 수업의 영향도 있었다. 그러나 학생들이 40초간의 짧은 시간 동안 15개의 그림을 기억한 후 1분 30초 동안 30개의 그림에서 맞는 것과 틀린 것을 구분하는 새로운 유형의 문제로 인해 사전 검사에서는 당황하거나 미처 놓친 부분을 사후 검사에서는 좀 더 자신감을 가지고 집중적으로 해결한 점이 영향을 준 것으로 생각된다.

<표 9> 비교 집단 사전·사후 대응표본 t-검정 결과

공간 감각 하위 영역	M	SD	평균차	t	p
도형-배경 지각력 사전	21.94	9.346			
도형-배경 지각력 사후	22.31	8.917	-.375	-.701	.488
지각의 일관성 사전	21.56	6.069			
지각의 일관성 사후	21.00	6.096	.563	.770	.447
공간에서의 위치 지각력 사전	19.50	7.466			
공간에서의 위치 지각력 사후	19.13	8.269	.375	.494	.625
공간 관계의 지각력 사전	18.56	8.933			
공간 관계의 지각력 사후	18.56	8.669	.000	.000	1.000
시각적 변별력 사전	20.06	8.152			
시각적 변별력 사후	20.81	8.619	-.750	-.701	.488
시각적 기억력 사전	23.03	4.131			
시각적 기억력 사후	26.38	4.248	-3.344	-3.905	.000 *

*p<.05

다. 수업 및 학습지 분석


수업 및 학습지에 대한 분석에서는 비교적 4D Frame으로 표현이 효과적인 3차시 이상에 대해서만 제시하였다.

1) 지각의 일관성

가) 3차시 수업 - 직육면체의 구성요소 알기

본 차시는 직육면체의 구성요소와 면 사이의 관계를 살펴보는 것이다. 평면으로 제시된 직육면체의 밑면의 모양을 물어보는 문제에서 학생들은 일반적으로 보이는 대로 평행사변형이라고 대답하는 경우가 많이 있다. 실험 집단의 한 학생도 아래 [그림 2]의 1과 같이 직육

면체와 정육면체의 면의 모양을 평행사변형으로 제시하고 있다. 그 외 문제를 제대로 이해하지 못하여 직육면체의 면의 모양은 다 틀리고, 정육면체의 면의 모양은 다 같다고 제시한 학생이 있었다. 그리고 면의 모양 부분에 보이는 입체도형의 모양을 그려놓아 혼동한 학생이 있었지만, 실험 집단의 학생 중 5명을 제외한 나머지 학생은 모두 2와 같이 직사각형과 정사각형으로 제시하였다.

3. 직육면체와 정육면체를 비교해봅시다.					
	꼭짓점의 수	면의 수	면의 모양	모서리의 수	모서리의 길이
직육면체	8	6		12	
정육면체	8	6	같다	12	같다
같은점	꼭짓점, 면, 모서리의 수가 같다				
차이점	모서리, 꼭짓점, 면의 길이가 다르다				
관계	정육면체는 직육면체라고 할수 있지만 직육면체는 정육면체라고 할수 없다.				
소감: 정육면체와 직육면체에 성질에 대해 더 잘알수 있었고 즐거웠다! - 3 -					
3. 직육면체와 정육면체를 비교해봅시다.					
	꼭짓점의 수	면의 수	면의 모양	모서리의 수	모서리의 길이
직육면체	8	6	직사각형	12	모서리마다 다르다
정육면체	8	6	정사각형	12	모서리마다 같다
같은점	꼭짓점의 수, 면의 수, 모서리의 수				
차이점	면의 모양, 모서리의 길이				
관계	정육면체는 직육면체라고 할수 있지만 직육면체는 정육면체라고 할수 없다.				
1. 단점 6. 정육면체, 직육면체의 구성은 4D FRAME 활동을 통해서 더 자세히 알수 있어서 좋았다.					

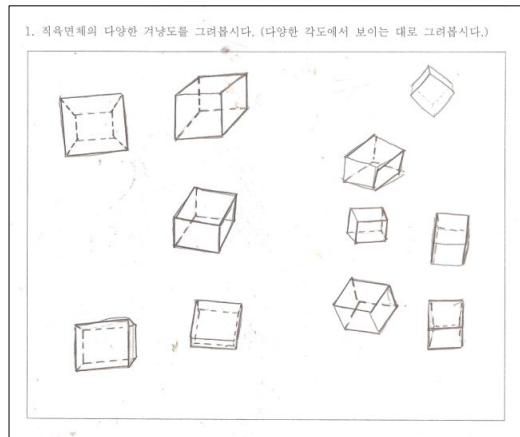
[그림 2] 직육면체와 정육면체 비교에 대한 반응

직육면체를 여러 위치에서 보았을 때 보는 위치에 따라 직육면체 모양으로 보이지 않을 수 있지만 시각의 일관성을 가진 사람은 같은 직육면체로 볼 수 있다. 이처럼 직육면체를 보는 각도에 따라 그 면이 평행사변형으로 보일 수 있지만 시각의 일관성을 가진 사람은 직사각형으로 인지할 수 있다. 직육면체와 정육면체를 4D Frame을 통해 만들어보고 실제로면, 꼭짓점, 모서리의 개수를 살펴보고, 면의 모양을 비교·분석해 보는 활동을 통해 학생들은 시각의 일관성을 키울 수 있었다. 또한 이런 활동을 통해 평면에 제시된 직육면체를 보더라도 보이는 모습이 아닌 실제 직육면체를 머릿속에 형상화하고 그 면이 직사각형임을 아는 능력이 형성되었다.

나) 4차시 수업 - 직육면체의 겨냥도 알기

본 차시는 직육면체를 다양한 각도에서 바라보고 겨냥도를 그리는 것으로 입체도형을 한 관점이 아니라 다양한 관점으로 바라보게 된다. 시각적 일관성은 크기나 위치, 방향에 관계 없이 공간 속의 대상이나 모양을 인지하는 능력이므로 본 활동은 시각적 일관성을 향상시키는데 도움이 된다. 아래 [그림 3]은 이와 관련된 한 학생의 학습지 풀이 예이다.

기하 교구의 활용이 공간 지각 능력에 미치는 영향



[그림 3] 직육면체의 다양한 겨냥도 그리기에 대한 반응

2) 공간 관계의 지각력

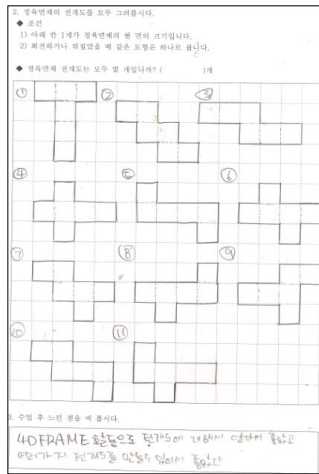
가) 5차시 수업 - 직육면체의 전개도 알기

본 차시는 직육면체의 다양한 전개도를 만들어보는 것으로 3차원의 입체를 2차원의 평면으로 변경시키는 것이다. 처음에 학생들은 C자형 연결대의 유용성으로 인해 감탄을 자아냈다. 쉽고 빠른 조작으로 직육면체의 전개도를 만들 수 있다는 장점에 학생들은 즐거워했으며 깊은 관심을 보였다. 일반 수업에서는 일반적으로 상자를 잘라보는 활동을 많이 하는데, 이는 한 번 자르면 다시 다른 전개도를 만들기 힘든 문제점이 있다.

몇몇 학생들은 교구가 주어저도 편의대로 활용하는 경우가 있었다. 실제 직육면체 입체도형의 모서리를 자르는 것과 같은 C자형 연결대를 제거하는 활동이 아니라, 면들을 임의대로 펼쳐놓고 C자형을 자신의 생각대로 연결해서 전개도를 완성하였다. 이에 직육면체의 전개도가 완성되지 못하는 경우가 있었다. 이 경우에 대해서 학생들과 함께 직육면체의 전개도가 될 수 있는지 알아보고 확인해보므로써 학생들이 흔히 머릿속으로만 생각할 때 빠지기 쉬운 문제점을 짚어볼 수 있는 기회가 되기도 하였다. 또한 상위 수준의 학생의 경우 모든 전개도를 처음 직육면체에서 C자형을 분리하는 활동에만 국한하는 것이 아니라 한, 두 가지 전개도를 만들어본 후 자르는 방법을 그 전개도에서 달리 생각하여 만들어보고 확인해보는 것도 시간을 단축하며 생각을 확장시키는 데 도움이 되었다.

직육면체의 전개도는 3차원의 입체를 2차원의 평면으로 표현하는 것으로 2개 이상의 대상들을 대상 중 하나와의 관계로, 또는 대상들 상호간의 관계로 보는 능력인 공간 관계의 지각력과 관련이 있다. 4D Frame 활용 수업에서 이런 공간 관계의 지각력이 향상된 이유는 위와 같이 본 교구가 재미있고 쉽게 다양한 전개도를 표현할 수 있는 장점이 있기 때문이다.

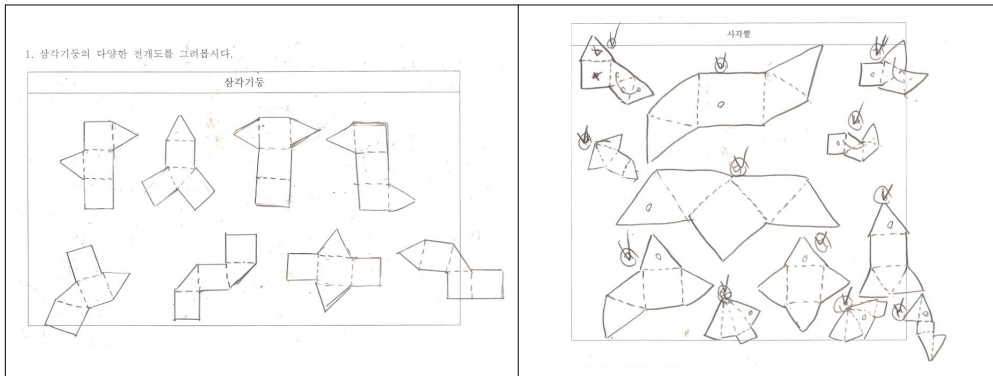
또한, 응용 학습으로 제시한 정육면체 전개도는 개별학습이 어려워 짝 또는 분단 활동을 하였는데, 함께 해결하는 것에 흥미를 느끼고 과제 해결에 도전의식을 느껴 열심히 참여하였다. 이 활동의 경우 회전하고 뒤집었을 때 모양이 같은 전개도는 같은 것으로 생각하기 때문에 공간 관계의 지각력뿐만 아니라 평행이동, 대칭이동, 회전이동 활동과 관련이 높은 공간에서의 위치 지각력 향상에도 도움이 된다. 아래 [그림 4]는 다양한 정육면체의 전개도를 그린 학습지이다.



[그림 4] 정육면체의 전개도에 대한 반응

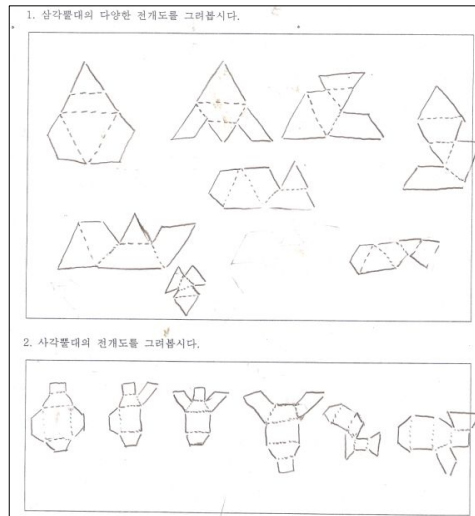
나) 8, 10차시 수업 - 각기둥, 각뿔, 각뿔대의 전개도 알기

각기둥, 각뿔, 각뿔대의 다양한 전개도는 학생들의 흥미를 자아내고 직육면체의 전개도와 같이 공간 관계의 지각력을 향상시키는데 도움이 되었다. 특히 각뿔대의 경우 우리가 상상한 이상으로 다양한 전개도가 나왔다. 자연스럽게 학생들은 각뿔대의 전개도 모양에 나비, 로켓, 로봇 등의 이름을 붙이게 되었다. 한 학생의 이런 접근이 다른 학생들에게도 영향을 미쳐 다양한 전개도를 찾기 위해 노력했으며 그 모양이 어떻게 생겼는지를 연상하게 되었다. 또한, 이 과정에서 회전하거나 뒤집었을 때 같은 모양은 같은 것임을 생각하며 찾게 되어 공간에서의 위치 지각력에도 영향을 주었다. 아래 [그림 5], [그림 6]은 삼각기둥, 사각뿔, 각뿔대 전개도 학습지이다.



[그림 5] 삼각기둥, 사각뿔의 전개도에 대한 반응

기하 교구의 활용이 공간 지각 능력에 미치는 영향



[그림 6] 각뿔대의 전개도에 대한 반응

본 연구에서는 입체도형의 다양한 전개도를 만들어 보는 활동이 많았는데, 이는 공간 관계의 지각력을 향상시킬 뿐 아니라 Dienes의 지각적 다양성효과도 연관이 있다. 지각적 다양성은 예를 들어 평행사변형을 지도할 때 한 가지 모양이 아니라 다양한 모양을 제시하여 학생들이 한 가지 모양의 평행사변형에 정형화되지 않도록 해야 함을 강조하는 것이다.

다) 6, 7, 9차시 수업 - 각기둥, 각뿔, 각뿔대를 이해하고 구성요소 알기

위 차시들에서는 각기둥, 각뿔, 각뿔대에 대해 알아보고 꼭짓점, 모서리, 면의 수, 면의 모양을 살펴봄으로써 그 구성요소의 공통점을 파악해 보았다. 학생들은 삼각기둥, 사각기둥, 오각기둥, 육각기둥을 교사가 제시한 것과 같이 만들고 만든 입체도형의 공통점과 차이점을 함께 분석해 보았다. 이를 통해 각기둥을 약속하고, 각기둥의 구성요소를 파악하고, 구성요소에서 공통점을 찾아보았다. 각뿔과 각뿔대도 이와 같은 활동을 하였다.

새로운 입체도형들이지만 학생들이 일상생활에서 본 모양들이며 4D Frame으로 직접 만들고 눈으로 살펴봄으로써 그 구성요소를 쉽게 파악할 수 있었다. 4D Frame이 면으로 채워지지 않은 점은 있지만, 그 면의 모양을 직관적으로 확인할 수 있었다. 그리고 연결대와 연결봉은 꼭짓점과 모서리 역할을 하여 눈으로 쉽게 확인할 수 있는 장점이 있었다. 또한 각뿔의 경우 연결봉의 색깔을 통해 옆면의 삼각형이 이등변삼각형임이 분명하게 드러났다. [그림 7], [그림 8]은 각기둥, 각뿔, 각뿔대의 구성요소와 그 공통점을 살펴본 것이다.

2. 4D Frame으로 다음 각기둥들을 만들어보고, 이를 바탕으로 아래 표를 완성해봅시다.					2. 4D Frame으로 다음 각뿔들을 만들어보고, 이를 바탕으로 아래 표를 완성해봅시다.				
	꼭지점	모서리	면의 수	면의 모양		꼭지점	모서리	면의 수	면의 모양
삼각기둥	6개	9개	5개	삼각형, 사각형	삼각뿔	4	6	4	삼각형
사각기둥	8개	12개	6개	사각형	사각뿔	5	8	5	이등변삼각형, 사각형
오각기둥	10개	15개	7개	오각형	오각뿔	6	10	6	이등변삼각형, 사각형
육각기둥	12개	18개	8개	육각형	육각뿔	7	12	7	이등변삼각형, 사각형
공통점, 공식	꼭지점 수 각기둥	모서리의 수 각기둥	면의 수 각기둥	삼각기둥: 삼각형 3개, 사각형 2개 사각기둥: 사각형 2개, 삼각형 2개 오각기둥: 오각형 1개, 사각형 4개 육각기둥: 육각형 1개, 사각형 5개	공통점, 공식	면의 면적 수 삼각뿔	면의 면적 수 사각뿔	면의 면적 수 오각뿔	면의 면적 수 육각뿔
3. 수업 후 느낀 점을 써 봅시다.	힘들게 배우려고 한것이 포지티브임을 모르니까 쉽게 배울수있을것 같다.				3. 수업 후 느낀 점을 써 봅시다.	피부에 대해 너무 좋았는데 4D 구조도 신나게 만들어 이해가 쉬워지고 6학년까지 기억이 강하게 남을것 같다.			

[그림 7] 각기둥, 각뿔의 구성요소에 대한 반응

2. 4D Frame으로 다음 각뿔대들을 만들어보고, 이를 바탕으로 아래 표를 완성해봅시다.					2. 4D Frame으로 다음 각뿔대들을 만들어보고, 이를 바탕으로 아래 표를 완성해봅시다.				
	꼭지점의 수	모서리의 수	면의 수	면의 모양		꼭지점의 수	모서리의 수	면의 수	면의 모양
삼각뿔대	6	9	5	삼각형, 사다리꼴	삼각뿔대	6	9	5	삼각형, 등변사다리꼴
사각뿔대	8	12	6	사각형, 사다리꼴	사각뿔대	8	12	6	사각형, 등변사다리꼴
오각뿔대	10	15	7	오각형, 사다리꼴	오각뿔대	10	15	7	오각형, 등변사다리꼴
육각뿔대	12	18	8	육각형, 사다리꼴	육각뿔대	12	18	8	육각형, 등변사다리꼴
공통점, 공식	꼭지점 수 삼각뿔대	모서리의 수 삼각뿔대	면의 수 삼각뿔대	삼각뿔대: 삼각형 3개, 사다리꼴 2개 사각뿔대: 사각형 2개, 사다리꼴 2개 오각뿔대: 오각형 1개, 사다리꼴 3개 육각뿔대: 육각형 1개, 사다리꼴 4개	공통점, 공식	면의 면적 수 삼각뿔대	면의 면적 수 사각뿔대	면의 면적 수 오각뿔대	면의 면적 수 육각뿔대
3. 수업 후 느낀 점을 써 봅시다.	4D FRAME 활용으로 각뿔대들 4D로 더 자세히 배울수 있어서 좋았다.				3. 수업 후 느낀 점을 써 봅시다.	각뿔대에 대해서 많이 알게된것 같다 또, 재미있었다			
1					2				

[그림 8] 각뿔대의 구성요소에 대한 반응

[그림 8]에서 각뿔대의 전개도 구성요소 파악 학습지 1의 경우에는 면의 모양을 사다리꼴이라고 하였지만, 2에서는 등변사다리꼴이라고 제시하고 있다. 각뿔대의 모서리를 살펴보면 두 연결봉이 같은 색깔로 등변사다리꼴임을 쉽게 볼 수 있다. 각뿔대의 옆면이 등변사다리꼴임을 발견하지 못한 학생들이 많았지만, 몇몇 학생들이 이를 찾아내자 모두 쉽게 이해할 수 있었다. 도형들의 닮은점과 차이점 찾기는 공간 관계의 지각력을 향상시키는 활동으로 본 연구에서의 입체도형의 공통점과 차이점을 찾아보는 활동은 2개 이상의 대상들의 상호간의 관계를 살펴봄으로써 공간 관계의 지각력을 향상시키는데 도움이 되었다.

V. 결 론

본 연구는 기하 교구 활용 학습이 공간 지각 능력 신장에 미치는 영향을 분석하였다. 본 연구의 결과는 다음과 같다.

첫째, 기하 교구를 활용한 학습 집단과 일반 학습을 실시한 집단 사이에는 공간 지각 능력 신장에서 $p=.033$ 로 통계적으로 유의미한 차이가 나타났다. 하위 영역별 검사 결과 2개의 하위 영역인 지각의 일관성에서 $p=.030$, 공간 관계의 지각력에서 $p=.014$ 로 실험 집단과 비교 집단 사이에 통계적으로 유의미한 차이가 나타났다.

실험 집단과 비교 집단 내 사전·사후 검사 결과를 살펴보았을 때, 실험 집단은 지각의 일관성과 공간 관계의 지각력 외에 공간에서의 위치 지각력에서도 비교 집단에 비해 많은 향상을 보였다. 그러나 두 집단의 독립 표본 t-검정 분석 결과에서는 유의미한 차이가 나지 않아, 대응 표본 t-검정 분석을 추가하여 살펴보았다. 그 결과, 실험 집단은 도형-배경 지각력은 $p=.016$, 지각의 일관성은 $p=.001$, 공간에서의 위치 지각력은 $p=.000$, 공간 관계의 지각력은 $p=.013$, 시각적 변별력은 $p=.001$, 시각적 기억력은 $p=.000$ 으로 모든 하위 영역에서 유의미한 차이가 나타났다.

둘째, 기하 교구를 활용한 학습이 공간 지각 능력 신장에 효과가 있으며 하위 영역에서는 지각의 일관성과 공간 관계의 지각력에서 효과가 있었다. 기하교구를 통해 직육면체와 정육면체를 만들고 그 구성요소를 살펴보는 활동을 통하여 다양한 각도에서 면의 모양을 바라보았을 때, 학생들은 다르게 보여도 직사각형, 정사각형임을 알아봄으로써 지각적 일관성을 향상시킬 수 있었다. 또한 이 교구는 직육면체를 만들었을 때 면이 없는 단점이 있지만, 그 구조가 확연하게 드러나므로 직육면체를 다양한 관점에서 바라보고 다양한 겨냥도를 살펴보는 학습에서 유용했으며, 이런 활동을 통해 지각의 일관성을 향상시킬 수 있었다.

입체도형의 전개도에서는 C자형 발을 이용함으로써 다양한 전개도를 재미있게 만들어볼 수 있었고, 뒤집거나 회전하였을 때 같은 전개도는 같은 것으로 보아 공간 관계의 지각력뿐만 아니라 공간에서의 위치 지각력을 향상시킬 수 있었다. 각기둥, 각뿔, 각뿔대의 이해와 구성요소 알기 차시에서 다양한 각기둥, 각뿔, 각뿔대를 보고 그 공통점을 살펴보면서 약속을 하고, 구성요소를 파악하고 구성요소의 공통점과 차이점을 살펴보는 활동도 공간 관계의 지각력 향상에 영향을 주었다.

본 연구의 결과로부터 다음과 같은 결론을 얻었다.

첫째, 기하 교구 활용 학습은 공간 지각 능력 신장에 있어서 효과적이다. 이 기하 교구 연결대와 연결봉이 꼭짓점, 모서리 역할을 하여 만들어진 도형의 구성을 파악하기 쉬우며 조작이 간단하다. 그 외 C자형 연결대는 전개도 학습에 효과적이다. 이에 4D Frame을 활용한 학습으로 선대칭도형, 입체도형의 구성요소 파악, 입체도형의 겨냥도와 전개도를 학습하는 과정에서 공간 지각 능력이 향상되었다.

둘째, 이 기하 교구 활용 학습은 공간 감각의 지각의 일관성과 공간 관계의 지각력 신장에 있어서 효과적이다. 직육면체의 구성요소와 다양한 겨냥도 활동을 통해 지각의 일관성이 직육면체, 정육면체, 각기둥, 각뿔, 각뿔대의 다양한 전개도와 각기둥, 각뿔, 각뿔대 알기와 구성요소 파악하기 활동을 통해 공간 관계의 지각력이 향상되었다.

후속 연구에서는 본 연구에서 분석한 단계뿐만 아니라 다양한 단계의 공간 감각 영역에서 기하 교구의 활용의 영향에 대한 심도 있는 분석과 함께 구체적 조작 도구의 활용이 학생의

풍부한 상상력을 저해하지 않으며 이들과 어떻게 조화를 시킬 것인가의 문제에 대한 계속적인 연구가 필요하다.

참고문헌

- 강혜경 (2006). 지오보드 활용학습이 학습부진아의 공간 지각 능력에 미치는 효과. 대구교육대학교 교육대학원 석사학위논문.
- 권혁경 (2007). 초등학교 수학 수업에서 공간 감각 발달을 위한 거울상 탐구활동 지도방안. 경인교육대학교 교육대학원 석사학위논문.
- 김광옥 (2004). 탱그램 자료 활용 학습이 학습부진아의 공간 감각능력에 미치는 효과. 단국대학교 특수교육대학원 석사학위논문.
- 김은영 (2009). 4D frame 활용 학습이 초등학생의 공간감각 능력신장에 미치는 효과. 서울교육대학교 교육대학원 석사학위논문.
- 박현미 (2006). 바닥깔기(Tessellation)를 활용한 수학학습이 공간 감각능력 신장에 미치는 효과. 부산교육대학교 교육대학원 석사학위논문.
- 박호걸 (2006). 제 3의 홈 4D 프레임. 서울: 포디랜드 · 포디창의연구소.
- 신경순 (2001). 초등학교 수업에서 지오보드의 활용 방안 연구. 인천교육대학교 교육대학원 석사학위논문.
- 신준식 (1992). 공간 시각화 학습이 수학적 문제 해결력에 미치는 효과. 한국교원대학교 교육대학원 석사학위논문.
- 신준식 (2002). 공간 감각 배양을 위한 교수-학습 방법 및 자료 개발. 과학교육연구, 26, 39-68.
- 이명희 (2003). 패턴블록 조작 활동이 공간 감각 발달에 미치는 영향. 대구교육대학교 교육대학원 석사논문.
- 임인재, 장상호 (1977). 중학교용 표준적성검사. 서울: 대한사립중고등학교장회.
- 이학식, 임지훈 (2005). SPSS 12.0 매뉴얼. 서울: 법문사.
- 조보영 (2003). 공간 감각 향상을 위한 탱그램 자료 개발 연구. 서울교육대학교 교육대학원 석사학위논문.
- 주영 (2003). 패턴블록 활용 학습이 공간 감각 신장에 미치는 효과. 한국교원대학교 교육대학원 석사학위논문.
- 태혜경 (2001). 큐브를 활용한 학습이 중학생의 공간시각화 능력에 미치는 영향. 이화여자대학교 교육대학원 석사학위논문.
- 코리안테스팅 (1993). 일반지능검사. 서울: 코리안테스팅.
- 한국행동과학연구소 (1993). 종합능력진단검사. 서울: 한국행동과학연구소.
- 한기완 (2002). 초등학교 수학에서 공간 감각 지도에 관한 연구. 단국대학교 대학원 수학교육과 박사학위논문.
- 황정규 (1995). 지능종합검사. 서울: 대한사립중고등학교장회.
- Clements, M. A. (1983). The question of how spatial ability is defined and its relevance to mathematics education. Zentralblatt für Didaktik der Mathematik, 15, 8-20.

- Del Grande, J. J. (1987). Spatial perception and primary geometry. In M. M. Lindquist & A. P. Shulz(Eds.), *Learning and teaching geometry, K-12 1987 yearbook*(pp.126-135). Reston, VA: NCTM
- Freudenthal, H. (1973). *Mathematics as an educational task*. Dordrecht, The Netherland: Reidel.
- Frosting, M., & Horne. D. (1972). *Pictures and patterns*. Chicago, IL: Follett.
- Hoffer, A. R. (1977). *Mathematics resource project: Geometry and visualization*, Palo Alto, CA: Creative Publications.
- Jones, K. (2002) Research on the use of dynamic geometry software: implications for the classroom. *MicroMath*, 18, (3), 18-20.
- Linn, M. C., & Peterson, A. C. (1985). Emergence and characterization of sex differences in spatial ability: A meta-analysis. *Child Development*, 56, 1479-1498.
- Kelly, C. A. (2006). Using manipulatives in mathematical problem solving: A performance based analysis. *The Montana Mathematics Enthusiast*, 3(2), 184-193.
- Lohman, D. E. (1979). *Spatial ability: A review and re-analysis of correlational literature*. Stanford, CA: Stanford University.
- McGee, M. G. (1979). Human spatial abilities: Psychometric studies and environmental, generic, hormonal, and neurological influences. *Psychological Bulletin*, 86(5), 889-918.
- National Council of Teachers of Mathematics (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. Reston, VA: Author.
- National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: Author.
- Sowell, E. (1989). Effects of manipulative materials in mathematics instruction. *Journal for Research in Mathematics Education*, 20(5), 498-505.
- Tartre, L. A. (1990). Spatial orientation skill and mathematical problem solving. *Journal for Research in Mathematics Education*, 21(3), 216-229.

The Effects of Using the Geometric Manipulative for the Development of Spatial Sense

Park, Mangoo⁵⁾ · Choi-Koh, Sang Sook⁶⁾ · Jung, Inchul⁷⁾ · Kim, Eun Young⁸⁾

Abstract

The purpose of this study was to analyze the effects of using the geometric manipulative for the development of spatial sense and thus to find out a better mathematics teaching and learning method that could help develop students' spatial senses.

The two fifth grade classes were randomly chosen as an experimental group (31 students) and a control group (32 students), respectively. This study implemented nonequivalent control group pretest-posttest design of quasi-experimental design. The test instrument used in this study was a spatial sense test. The pretest and posttest were implemented with the same instrument. In addition, their classes were observed and videotaped, and the data and their study activities were analyzed.

In conclusion, first, the geometric manipulative-aided activities contributes to developing students' spatial senses and their two sub-factors involves perceptual consistency and perception of spatial relationship. Second, the activities of grasping the components of solid figures, sketches and development figures by using the geometric manipulative contribute to boost students' perceptual consistencies and their perceptions of spatial relationship.

Key Words : Geometric manipulative, Spatial ability

5) Seoul National University of Education (mpark29@snue.ac.kr)

6) Dankook University (sangch@dankook.ac.kr)

7) Korea University (ijung@korea.ac.kr)

8) Shin Nam Sung Elementary School (egmeen@hanmail.net)