Journal of the Korean Data & Information Science Society
2010, **21**(4), 719–727

한국데이터정보과학회지

윷놀이와 확률†

오창혁[1]

[1]영남대학교 통계학과

접수 2010년 5월 28일, 수정 2010년 7월 13일, 게재확정 2010년 7월 19일

요 약

오랜 역사를 가지는 전통 놀이인 윷놀이에서 윷의 정의를 살펴보고 윷의 형태에 대한 고찰을 한다. 윷의 확률에 관한 선행연구에서의 성과와 개선점을 살펴본다. 좋은 윷에 대한 개념의 설정을 위해 사위의 확률순서를 정의하며, 윷의 등의 확률에 따른 사위의 순서를 구한다. 윷의 분포에 대하여 변형된 이항분포로써의 윷이항분포를 정의하며 평균과 분산을 구한다. 윷놀이에서 한 사람의 차례에서 말이 가는 기대거리를 구하고 특성을 살펴본다. 좋은 윷을 위한 두 개의 지표를 제안하며, 사위의 확률순서를 함께 고려하여, 좋은 윷을 위한 등의 확률을 찾아본다. 이때, 네 개의 윷의 등의 확률이 모두 같아야 한다는 조건을 배제한다. 또한 윷의 표준화를 위한 제안을 한다.

주요용어: 거리균일화지표, 기대거리, 사위 확률순서, 좋은 윷, 윷이항분포.

1. 서론

윷놀이는 삼국시대 이전부터 전해오는 한국 고유의 민속놀이이며, 대개 정월 초하루부터 보름날까지 즐겼으며, 척사 (擲柶), 척사희 (擲柶戱), 또는 사희 (柶戱)라고도 불리워졌다. 윷놀이는 오늘날에도 설날과 같은 명절에 가족 단위의 전통놀이로 이용되고 있다. 윷놀이에는 윷, 말판, 말, 윷바닥판이 사용된다. 이중에서 윷은 말판의 말을 움직이는 칸 수를 결정하는 도구로 사용된다. 윷의 종류로는 전통적으로 가락윷, 콩윷, 밤윷이 있었으며, 오늘 날에 와서는 가락윷을 주로 사용하고 있다. 콩윷은 팥윷이라고도 불리워지며, 콩 혹은 팥을 반쪽을 낸 것이며 반구의 형태를 가지고 있다. 밤윷은 나무를 잘라 알밤의 크기와 모양으로 다듬은 윷이다. 그리고 은행열매나 밤, 살구씨 등을 사용하기도 했다. 한편으로는 산호를 재질로 만든 윷도 있다. 이러한 윷들의 공통점을 찾아보면, 윷은 시행에서 두 가지 결과를 가져오는 물체로 정의할 수 있으며, 두 가지 결과는 각각 '등'과 '배'라고 불리워진다. 윷의 종류와 역사 등에 대하여서는 이일영 (1976)에 잘 기술되어 있다. 한편, 가락윷은 예전에는 나뭇가지를 잘라서 쪼개어 만들거나, 혹은 목재를 다듬어 반 원통 모양 혹은 사각기둥 모양으로 만들었으나, 오늘 날에는 플라스틱이나 스폰지로도 만들어지고 있다. 가락윷은 과거에는 나뭇가지를 쪼개어서 만드는 것이 일반적이었으므로 기본적으로는 반원통 형태이었으며, 양끝을 가늘게 다듬은 것도 있다. 이러한 가락윷은 만드는 사람의 취향과 기술에 따라 모양과 크기가 조금씩 달라 한 조 네 가락의 윷이 동일한 크기와 형태라고 보기 어려운 측면이 있다. 또한, 가락윷은 납작한 반타원 형태도 있으며, 그림 1.1과 같이 사각기둥 형태도 있다. 윷의 형태는 등이 나올 확률에 영향을 줄 수 있는 것으로 믿어지지만, 반원통 형태의 윷에 대하여서만 등이 나올 확률이 연구되어 있음을 찾아 볼 수 있다 (김미경과 허명회, 1995; 박진경과 박흥선, 1996).

† 이 연구는 2010학년도 영남대학교 학술연구조성비에 의한 것임.
[1] (712-749) 경상북도 경산시 대동 214-1, 영남대학교 이과대학 통계학과, 교수. E-mail: choh@yu.ac.kr

그림 1.1 국립민속박물관 소장

한편, 윷바닥판은 윷을 던질 때 윷이 떨어지는 자리에 펴 두는 판으로써 윷이 움직이는 힘을 흡수하는 역할을 한다. 윷바닥판으로 흔히 담요나 멍석 등이 사용되어 왔으며, 박진경과 박흥선 (1996)은 윷바닥판의 두께에 따른 등이 나올 확률에 미치는 효과를 살펴 보았다. 윷놀이는 네 개의 윷을 던져서 나오는 결과 즉, 사위에 따라서 말판 위에서 말이 진행하는 개수가 정해진다. 사위는 도, 개, 걸, 윷, 모의 다섯 가지이며, 도는 1칸, 개는 2칸 등의 순서로 말이 진행한다. 윷이나 모나 나오는 경우에는 한 조의 윷을 다시 던지며 윷이나 모가 나오지 않을 때까지 계속해서 던진다. 마지막에 나오는 사위와 앞서의 윷 또는 모의 진행 개수를 합하여 말을 움직인다. 따라서, 각 사위의 확률은 윷놀이 승패를 결정짓는 중요한 요인이 되며, 모나 윷이 많이 나오게 하는 기술이 필요하게 된다. 따라서 윷놀이 하는 사람은 모나 윷이 나오도록 윷을 던지는 기술을 개발하려고 한다. 가락윷의 경우에는 윷 던지는 방법은 크게 위로 '던지기'와 옆으로 '굴리기'로 나눌 수 있다. 윷이 원통형일 때는 굴리기가 모를 만들어 내는 데 경험상 유리하다고 알려져 있고 따라서 실제 윷놀이에서 '굴리기'를 금지하는 경우가 발생하기도 한다. 실제로 김미경과 허명회 (1995)는 반원통 형태의 윷의 경우 던지기 보다는 굴리기에서 모의 확률이 높음을 보였다. 이러한 원통형 윷의 구름 효과를 줄이는 방법으로는 윷바닥판을 두껍게 하거나, 윷 자체의 형태를 납작한 반타원기둥 형태나 사각기둥 형태로 만드는 것이라고 보여진다. 그러나 현재 시중에서 판매되고 있는 윷은 저자의 조사 범위 내에서는 모두 반원통 형태이다. 한편, Woo와 Oh (2010)는 굽힌 동전에 대하여 앞면이 나올 확률에 관하여 조사하였으며, 굽힌 동전은 윷의 한 형태로 간주할 수 있는 물체이다. 굽힌 형태는 형태적으로 볼 때, 밤윷이나 콩윷에 가깝다고 할 수 있다. 게임에 관한 확률의 연구는 다양하게 이루어졌으며, 이에 대한 예로는 Lee (2009) 과 Kim과 Park (2009)에서 찾아 볼 수 있다.

윷놀이의 흥미요소는 내기에 거는 돈이나, 상금, 사위의 우연성, 말판에서 말의 운용 전략 등이 있다고 보여 진다. 사위의 우연성은 행운과 불운을 경험하게 하는 중요한 요소이다. 사위의 우연성과 말의 운영 전략은 둘이 합쳐져서 승패에 영향를 미치지만, 사위의 우연성이 윷놀이의 흥미를 유발하는 더 큰 요인이라고 믿어진다. 윷놀이의 신명성에 관하여는 임재해 (1991)을 참조하라. 사위의 우연성은 각 사위가 나올 확률로 설명될 수 있으며, 사위의 확률은 각 윷의 등이 나올 확률에 의해 결정된다. 콩윷과 밤윷에 관하여는 등이 나올 확률에 관한 선행 연구를 발견하지 못하였으며, 가락윷의 경우에는 반원통 형태의 윷에 관하여는 김미경과 허명회 (1995)와 박진경과 박흥선 (1996)이 윷의 등이 나올 확률과 한 조 (네 가락)의 윷이 모두 동일할 때 각 사위가 나올 확률에 대한 연구를 한 바 있다. 특히, 김미경과 허명회 (1995)는 굴리기와 던지기로 구분하여 각 사위의 확률을 구하였다. 가락윷의 경우에 등이 나올 확률을 0.5로 가정한 연구는 이일영 (1976), 이문호 (1994)와 진용옥 (2007)이 있으나, 이미경과 허명회 (1995)는 형태에 따라 다양한 확률이 주어질 수 있음을 보였다. 윷놀이에서 굴리기의 효과를 줄이는 것으로 보이는 타원기둥 형태나 사각기둥 혹은 사다리 기둥 형태의 윷에 대한 확률 연구는 저자의 조사 범위 내에서는 발견하지 못하였다. 기존의 가락윷에 관한 확률의 연구는 반원통 형태에 한정되어 있어 네 가락의 윷이 모두 동일하다는 가정하고 있다. 본 연구에서는 가락윷에 한정하지 않는다. 또한, 네 개 윷의 등의 확률이 모두 같다는 제한을 두지 않으며, 이 경우에 각 사위의 확률을 구하며, '좋은' 윷에 대한 개념을 살펴 보고 좋은 윷이 되기 위한 각 윷의 등의 확률의 조합을 제시한다. 또한, 가락윷을 던지는 방법에 있어서는 구르기의 효과를 줄이는 위로 던지기를 가정한다. 가락윷을 던졌을 때의 윷의 구르기 효과를 줄이기 위해 두껍고 부드러운 윷바닥판을 사용하는 것을 가정한다. 이는 실제 윷놀이의 환경

으로 볼 수 있다. 본 논문의 구성은 다음과 같다. 제2절에서는 윷의 확률에 관한 선행연구를 살펴보고, 제3절에서는 윷의 등과 사위의 확률을 살펴봄으로써 좋은 윷에 관한 고찰을 한다. 마지막 절은 토의와 결론에 관한 절이며, 형태적 측면과 확률적 측면에서 윷의 표준화에 대한 의견을 아울러 제시한다.

2. 윷의 확률에 관한 선행연구

김미경과 허명회 (1995)는 굴리기와 던지기의 두 가지 던지는 방법에서 등이 나올 확률을 윷의 구조를 이용한 역학 계산으로 제시하고 실제로 윷을 1,000번 던지고 굴려서 얻은 빈도와 비교하였다. 김미경과 허명회 (1995)가 고려한 윷은 반원통 형태이며 그 단면도는 그림 2.1와 같다.

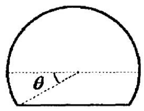

그림 2.1 반원통 형태 윷의 단면도와 절단각

이들은 그림 2.1의 형태의 가락윷을 던질 때 '절단각' θ에 따른 등이 나올 확률 식을 다음과 같이 유도하였다.

$$q = \tan^{-1}\left(\cos\theta / \left(\sin\theta + \frac{2\cos^3\theta}{3(\pi/2+\theta+\sin\theta\cos\theta)}\right)\right)/\pi. \tag{2.1}$$

그리고, 반원통 윷과 '실제' 윷에 각각 대응되는 절단각 $\theta = 0$ 과, $\theta = 0.0978\pi$에서의 등의 확률을 구하였다 (절단각 θ의 단위는 별도의 표시가 없는 경우 라디안이다.).

식 (2.1)에서 $-\pi/2 < \theta < \pi/2$이라고 가정하자. 식 (2.1)을 θ/π를 x축으로, 등이 나올 확률을 y축으로 했을 때의 그림 2.2를 보면, $\theta/\pi > 0$인 경우에 θ/π값이 커질수록 등이 나올 확률은 감소하여 θ/π이 1/2에 수렴하는 경우 등이 나올 확률은 0에 가까워진다. 실제로는 θ/π가 1/2에 수렴하는 경우 윷가락은 배는 없고 등만 있는 형태에 가까워 지므로 등이 나올 확률이 0에 가까워져야 한다는 직관과 같게 된다. 한편으로는 $\theta/\pi < 0$인 경우에는 θ/π의 값이 점차 감소할 때 등의 확률은 커지다가 -0.5 근처에서 급격히 감소하여 θ/π가 $-1/2$에 수렴하는 경우의 확률은 0에 수렴하게 되는데, 이는 등과 배의 면적이 거의 같게 되고 등의 곡률이 0에 수렴하게 되어 등이 나올 확률이 1/2에 수렴해야 된다는 직관과는 다름을 알 수 있다. 그러나 현실적으로는 $0 < \theta/\pi < 0.2$인 윷이 의미가 있으므로 이 범위 내에서 식 (2.1)을 살펴 보는 것이 타당할 것이다.

박진경과 박홍선 (1996)은 θ =17.6°=0.0978π인 경우에, 식 (2.1)을 사용하여 구한 등의 논리적 확률 0.3287과 김미경과 허명회 (1995)의 실험에서 하나의 가락윷을 1,000번 던져서 얻은 등의 경험적 확률 0.336과 네 개의 윷을 동시에 던지는 시행을 1,120회 하였을 때의 등의 경험적 확률 0.421 독립인 베르누이 시행에 대한 최우추정값과의 차이를 설명하는 근거를 제시하였으며, 최우추정법과 베이즈추정법으로 배의 확률의 추정값을 구하는 방법을 제시하였다. 또한, 시중에서 구한 윷들의 절단각을 구하고, 선형회귀모형을 이용하여 12 가지의 절단각 12.58°와 41.29°의 범위의 윷가락을 던져 얻은 배의 빈도로부터 절단각과 배의 확률에 관한 회귀선을 추정하여

$$\widehat{1-q} = 0.004387 \times \theta + 0.41358 \tag{2.2}$$

을 얻었다. 이 회귀선에 의하면 $\theta = 90^\circ$일 때, $\widehat{1-q}$=0.81로 추정되며, $\widehat{1-q}$는 1로 추정되어야 한다는 직관과는 편차가 있으며, 이는 직선회귀모형을 가정하였고, 실험에서 정한 θ의 범위를 벗어나기 때문인 것으로 판단된다.

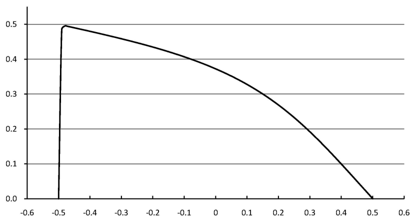

그림 2.2 θ/π에 따른 등의 확률

3. 좋은 윷의 확률

이절에서는 등과 배 두 가지 시행결과를 가지는 일반적인 윷에 대하여 다루며, 필요한 경우에 가락윷임을 나타낸다. 말판에서 도, 개, 걸, 윷, 모에 따른 말이 갈 수 있는 칸의 수가 1, 2, 3, 4, 5이기 때문에 윷놀이를 하는 사람들은 모보다는 윷, 윷보다는 걸, 걸보다는 개가 더 많이 나와야 한다는 기대감을 가지고 있다. 따라서 사위의 출현 확률로 대소를 나타낸다면

$$\text{도} > \text{개} > \text{걸} > \text{윷} > \text{모} \tag{3.1}$$

의 순서가 되는 윷이 '좋은' 윷으로 간주될 수 있다. 즉, 도가 나올 확률이 제일 크고, 모가 나올 확률이 제일 작은 윷이 좋은 윷으로 간주된다. 박진경과 박홍선 (1996)은 네 개의 동일한 윷을 던지는 경우에 각 윷의 배의 확률이 (.4, .7101)의 범위에 있는 경우 각 사위의 확률의 크기 순을 살펴 보았으며, 표 3.1은 이를 확장하여 등의 확률 범위가 $0 < q < 1$인 경우에 사위의 확률 크기 순에 관한 것이다. 표 3.1은 네 개의 윷이 성공률 q인 독립 베르누이 시행을 따른다는 가정 하에 구한 것이다. 그러나, 등의 확률이 모두 q인 네 개의 윷을 던질 때 식 (3.1)과 같은 순서가 되도록 하는 것은 표 3.1에서 보듯이 가능하지 않다. 독립 베르누이 시행에 관한 논의는 박진경과 박홍선 (1996)을 참조하라. 식 (3.1)의 순서에 가장 근접하다고 할 수 있는 경우는 $0.4 < q < 0.5$인 "개 > 걸 > 도 > 윷 >모" 이다. 박진경과 박홍선 (1996)에서 시중에서 구입한 12 가지 종류의 윷을 던진 실험에서 등의 확률의 추정값이 이 범주에 드는 것이 9 종류인 것은 사위의 출현 순서에 대한 경험 또는 이론을 제조업체가 반영한 것이라고 볼 수 있다. 따라서 여기에서는 사위의 출현 확률에 따른 좋은 윷이 되기 위한 조건의 하나로

$$\text{개} > \text{걸} > \text{윷} > \text{모} \tag{3.2}$$

를 제시한다. 이 조건에 맞는 등의 확률 조건은 다음과 같다.

$$0.4 \leq q \leq 0.5. \tag{3.3}$$

한 조의 윷이 모두 동일하다는 가정을 배제한 경우의 각 사위의 확률을 구하기 위하여 네 개의 윷에 번호 1, 2, 3, 4를 붙인다. 윷 i ($i = 1,2,3,4$)를 던질 때 나오는 등의 개수를 X_i라고 하고, $P(X_i =$

표 3.1 등의 확률과 사위의 순서

등의 확률 구간	출현 확률에 따른 사위 순서
0 ~ 0.2	윷 > 걸 > 개 > 도 > 모
0.29	걸 > 윷 > 개 > 도 > 모
0.3865	걸 > 개 > 윷 > 도 > 모
0.4	걸 > 개 > 도 > 윷 > 모
0.5	개 > 걸 > 도 > 윷 > 모
0.6	개 > 도 > 걸 > 모 > 윷
0.6135	도 > 개 > 걸 > 모 > 윷
0.71	도 > 개 > 모 > 걸 > 윷
0.8	도 > 모 > 개 > 걸 > 윷
1	모 > 도 > 개 > 걸 > 윷

1)=q_i라고 하자. 이때, X_1, X_2, X_3, X_4를 서로 독립인 베르누이 확률변수로 가정한다. 여기서는, 일반성을 잃지 않고 $q_1 \leq q_2 \leq q_3 \leq q_4$라고 가정하며, 기호 $\boldsymbol{q} = (q_1,q_2,q_3,q_4)$를 사용한다. 그리고

$$\boldsymbol{Y} = \begin{cases} 4-(X_1+X_2+X_3+X_4), & 4-(X_1+X_2+X_3+X_4) > 0 \\ 5, & 4-(X_1+X_2+X_3+X_4) = 0 \end{cases} \tag{3.4}$$

는 한 조의 윷을 던졌을 때 말이 가는 거리가 된다. $\boldsymbol{Y}$의 가능한 값은 1, 2, 3, 4, 5이며 이들 값은 각각 도, 개, 걸, 윷, 모에 대응된다. 또한 $\boldsymbol{q}$의 값이 주어진 경우, 각 사위의 확률을 $f(y) = \Pr(\boldsymbol{Y} = y|\boldsymbol{q})$로 나타내기로 하자.
그리고, $A_y = \{\boldsymbol{x} = (x_1, x_2, x_3, x_4)|y = 4-(x_1+x_2+x_3+x_4), x_i = 0$ 혹은 $1, i = 1, ..., 4.\}$라고 두면, 식 (3.4)의 확률변수 Y의 확률함수는 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$f(y) = \Pr(\boldsymbol{Y} = y|\boldsymbol{q}) = \begin{cases} \sum_{\boldsymbol{x}\in A_y} \prod_{i=1}^{4} (1-q_i)^{1-x_i} q_i^{x_i}, & \text{y=1 , 2 , 3 , 4 ,} \\ \prod_{i=1}^{4} q_i, & \text{y=5 .} \end{cases} \tag{3.5}$$

한편, q_1=q_2 = q_3=q_4인 경우에 식 (3.5)은

$$f(y) = \begin{cases} \binom{4}{y} q_1^{4-y}(1-q_1)^y, & y = 1,2,3,4, \\ q_1^4, & y = 5, \end{cases} \tag{3.6}$$

로 간단히 표현되며 식 (3.6)의 확률함수를 가지는 분포를 윷이항분포라고 부르기로 하고, 확률함수 (3.6)을 가지는 확률변수 즉, 등의 확률이 q_1인 윷이항확률변수를 $Y \sim YB(q_1)$으로 나타내기로 한다.

윷이항확률변수 $Y \sim YB(q_1)$에 대하여 평균 $E(Y)$와 분산 $V(Y)$는 다음으로 주어짐을 쉽게 보일 수 있다.

$$E(Y) = 4(1-q_1) + 5q_1^4,$$
$$V(Y) = 4q_1(1-q_1) + 25q_1^4 - 40(1-q_1)q_1^4 - 25q_1^8.$$

한편, 윷놀이에서는 자기 차례에서 모나 윷이 나오는 경우에는 계속해서 더 던지게 된다 (엄밀하게는 모든 말이 날 때까지 혹은 한 판의 윷놀이에서 이길 때 까지만 계속 던지게 되지만 여기서는 문제를 간단하게 하기 위하여 계속 던지는 것으로 가정한다.). 따라서, 자기 차례에서 말이 가는 거리의 기댓값 $\Im$은 다음 식으로 표현된다.

$$\Im = \frac{p_1 + 2p_2 + 3p_3 + 4p_4 + 5p_5}{1 - p_4 - p_5} = \frac{E(Y)}{1 - p_4 - p_5} \tag{3.7}$$

식 (3.7)가 성립함은 다음과 같이 보일 수 있다. 자기 차례에서 윷을 던질 때 말이 가는 거리의 기댓값을 $\Im$ 이라고 두면, 윷이나 모의 경우 말이 각각 4칸 혹은 5칸 가는 것을 보장받은 후 추가로 윷을 던져 나오는 거리를 더 가게 되므로 다음의 관계식을 가지게 된다.

$$\Im = p_1 + 2p_2 + 3p_3 + (4+\Im)p_4 + (5+\Im)p_5$$

식 (3.7)를 보면, 모든 i에 대하여, $q_i \to 0$ (윷이 나올 확률이 1에 수렴) 또는 $q_i \to 1$ (모가 나올 확률이 1에 수렴)인 경우 자기 차례에서 윷을 계속해서 던지게 될 기댓값은 무한대가 되며 먼저 윷을 노는 사람이 이기게 된다. 모든 q_i가 같은 경우에 $0 < q_1 < 1$의 범위에서 q_1의 함수로써 $\Im$는 $q_1 \approx 0.546723$에서 최소값을 가지게 되며, 볼록함수이다. 함수 $\Im$의 미분함수는 0과 1의 범위에서 단 하나의 실근을 가진다. 그림 3.1 는 $\Im$의 개형도이다.

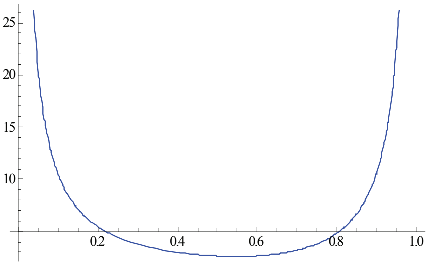

그림 3.1 한 사람의 차례에서 갈 수 있는 기대 거리

네 개의 윷이 동일한 경우, 등의 확률 q_1이 (0.4, 0,5)의 범위에 있을 때 사위의 확률순서는 "개 $>$ 걸 $>$ 윷 $>$ 모"를 만족한다. 또한, $\Im$는 q_1에 대하여 단조감소하게 됨으로, $q = 0.5$와 $q = 0.4$에서 각각 최소값과 최대값을 가지게 된다.

여기에서는 $p_2 \geq p_3 \geq p_4 \geq p_5$가 보장되는 $\boldsymbol{q}$에 한해서 다룬다. 도를 제외한 개, 걸, 윷, 모가 나올 확률값의 분포의 균일성을 측정하는 값으로써 S_4를, 개, 걸, 윷의 세 가지 사위가 나올 확률의 분포의 균일성을 측정하는 값으로써 S_3를 제안한다.

$$S_4 = \frac{1}{3(p_5 - p_2)^2}\sum_{i=3}^{5}(p_i - p_{i-1})^2, S_3 = \frac{1}{2(p_4 - p_2)^2}\sum_{i=3}^{4}(p_i - p_{i-1})^2.$$

이들 두 개의 지표는 주어진 확률값들이 등간격으로 배치되어 있을 때 최소값을 가지게 된다.

또한, 모가 나올 확률 p_5가 제일 큰 경우와 도의 확률 p_1이 제일 큰 경우를 찾아본다. 도가 나올 확률에 대하여는 가는 거리로 따지면 클수록 형평성이 맞는다고 볼 수 있는 반면 도가 벌칙의 사위에 해당하는 것으로 해석한다면 작은 값이 형평성에 맞는다고 할 수 있다. 본 연구에서는 전자의 경우로 해석하기로 한다. 그러나 도의 확률을 크게 하면 모의 확률도 따라서 커지게 된다. 실제로 윷놀이에서는 도가 나오면 실망을 하게되며 실망은 '불운'의 의미로 해석할 수 있는 측면이 있다.

표 3.2, 3.3, 3.4 는 주어진 범위의 $\boldsymbol{q}$의 값에 따른 $\boldsymbol{p} \equiv (p_1, p_2, p_3, p_4, p_5)$의 값과 S_4 와 S_3를 계산하고 $p_2 \leq p_3 \leq p_4 \leq p_5$를 만족하는 $\boldsymbol{p}$의 값에 대하여 최소의 S_4와 최소의 S_3 각각에 대응되는 $\boldsymbol{p}$의 값을 찾았다. 또한 도의 확률 p_1과 모의 확률 p_5를 최대로 하는 $\boldsymbol{p}$의 값도 찾았다. 이들 표에서는 밑줄을 그어 표시하였다. 또한 거리 기대값 $\Im$도 함께 구하였다.

표 3.2는 네 개의 윷의 확률 q_i가 0.3 (0.01) 0.7 의 값을 취할 때, 거리균일화 지표값 S_3와 S_4의 값에 관한 것이다. S_4와 S_3를 최소화하는 확률 $\boldsymbol{q}$의 값은 각각 (.3, .3, .62, .62) 와 (.3, .3, .7, .7)로 주어진다.

그리고, 도와 모가 나올 확률 p_1와 p_5를 최대로 하는 확률 $\boldsymbol{q}$는 각각 (.3, .57, .57, .57)와 (.5, .5, .5., .5) 이다. 또한, 기대거리 $\Im$는 표 3.2의 네 개의 $\boldsymbol{q}$의 값중에서는 $\boldsymbol{q} = (.5, .5, .5, .5)$에서 가장 크며 2.64이다.

표 3.2 사위의 확률과 지표

q_1	q_2	q_3	q_4	도	개	걸	윷	모	S_4	S_3	$\Im$
.3	.3	.62	.62	.2039	.3993	.2915	.0708	.0346	.1546	.2796	2.61
.3	.3	.7	.7	.2436	.4246	.2436	.0441	.0441	.1671	.2506	2.44
.5	.5	.5	.5	.25	.375	.25	.0625	.0625	.1733	.2600	2.64
.3	.57	.57	.57	.2554	.3882	.2452	.0557	.0556	.1698	.2549	2.55

한편, 윷의 크기와 형태에서 비슷한 것을 요구한다면, 네 개의 윷의 확률의 가능한 범위를 축소하는 것으로 조정될 수 있다. 네 개의 윷가지 확률이 q_i가 0.4 (0.01) 0.6 의 값을 취할 때, 거리균일화 지표값 S_3와 S_4의 값에 관한 것이 표 3.3이다. 이 경우에 S_4와 S_3를 최소화하는 확률 $\boldsymbol{q}$의 값은 각각 (.4, .47, .48, .48) 와 (.4, .41, .59, .6)로 주어진다. 그리고, 도와 모가 나올 확률 p_1와 p_5를 최대로 하는 확률 $\boldsymbol{q}$는 각각 (.4, .53, .53, .54)와 (.5, .5, .5, .5) 로 주어진다. 또한, 기대거리 $\Im$는 표 3.3의 네 개의 $\boldsymbol{q}$의 값 중에서는 $(.4, .47, .48, .48)$에서 가장 크게 되며 2.74이다.

표 3.3 사위의 확률과 지표

q_1	q_2	q_3	q_4	도	개	걸	윷	모	S_4	S_3	$\Im$
.4	.47	.48	.48	.2077	.3707	.2923	.0860	.0433	.1572	.3005	2.74
.4	.41	.59	.6	.2497	.3845	.2497	.0581	.0581	.1717	.2576	2.59
.5	.5	.5	.5	.25	.375	.25	.0625	.0625	.1733	.2600	2.64
.4	.53	.53	.54	.2503	.3783	.2497	.0610	.0607	.1723	.2590	2.62

모든 윷을 동일한 크기와 형태로 만드는 경우에서 거리균일화 지표값 S_3와 S_4의 값에 관한 것이 표 3.4이다. 확률 $\boldsymbol{q}_1$=(.46, .46, .46, .46) 은 S_4를 최소화하며 $\boldsymbol{q}_2$=(.5, .5, .5., .5)는 S_3를 최소화하며, 도와 모의 확률 p_1과 p_5를 최대화한다. 또한, 기대거리 $\Im$는 $\boldsymbol{q}_1$에서 더 크게 된다. 따라서 거리기대값을 크게 하려면 $\boldsymbol{q}_1$을, 거리기대값을 작게 하려면 $\boldsymbol{q}_2$를 선택하면 될 것이다.

표 3.4 사위의 확률과 지표

q_1	도	개	걸	윷	모	S_4	S_3	$\Im$
.46	.2102	.3702	.2897	.0850	.0448	.1574	.2974	2.74
.5	.25	.375	.25	.0625	.0625	.1733	.26	2.64

표 3.2, 3.3, 3.4 에서 보면 $\Im$는 2.74이 제일 큰 값이며 이에 대응되는 $\boldsymbol{q}$의 값은 (.4, .47, .48, .48)과 (.46, .46, .46, .46)이다. 또한 S_4의 값이 0.16보다 작은 경우는 (.3, .3, .62, .62), (.4, .47, .48, .48), 그리고 (.46, .46, .46, .46)의 세 가지 경우이다. 따라서, 윷을 실제로 생산할 때의 생산성을 고려한다면 한 조의 윷이 모두 같은 (.46, .46, .46, .46)의 경우가 좋은 윷으로 추천될 수 있을 것이다.

한 조의 윷이 동일한 경우, 반원통 형태의 가락윷의 경우 등의 확률이 0.46에 대응되는 θ의 값을 찾기 위하여 식 (2.2)에서 확률값을 준 후, θ에 관해 풀면,

$$\theta = 28.8^\circ$$

를 얻는다. 한편, q_1=0.5에 대응되는 θ의 값은 19.7°이다. 그리고, 이 값보다 작은 θ의 값은 앞서 식 (3.1)에서의 사위의 확률 순서를 보장하지 않는다.

4. 논의

윷놀이의 특징은 도, 개, 걸, 윷, 모에 따라 말이 말판에서 갈 수 있는 거리가 배의 개수인 1, 2, 3, 4, 0이 아니라 1, 2, 3, 4, 5라는 데서 그 묘미가 생겨난다고 볼 수 있다. 이러한 시행에 대하여는 기존의 이항분포가 아니라 변형된 이항분포를 따름을 논하였다. 네 번의 독립 베르누이 시행에서 네 번 모두 실패한 경우를 5번 성공한 것으로 간주하는 윷이항분포의 특성에 대한 추가적 연구가 필요하다고 판단된다.

좋은 윷에 대한 몇 개의 지표를 제안하고 이에 따른 좋은 윷을 선정하였다. 이러한 종류의 지표의 추가적 개발이 필요하다고 본다. 또한 이들 지표들이 실제 윷놀이를 하는 사람에게 어떻게 느껴지는지에 대한 인지적 연구가 필요하다고 본다.

가락윷의 경우 반원통 형태의 윷에 대한 확률에 관한 연구가 있으나 사각기둥 혹은 사다리 기둥 형태의 가락윷에 대하여는 사위에 관한 확률이 없으므로 이에 관한 연구가 필요하다고 보인다. 또한, 밤윷과 같은 윷에 대하여 크기와 형태, 그리고 이에 따르는 확률에 관한 연구가 필요할 것으로 보인다.

전통문화인 윷놀이의 활성화를 위해 가락윷, 밤윷, 종지윷 등의 윷의 표준화 (재질, 확률, 모양, 크기)에 관한 연구는 의미있는 일이라고 생각한다.

참고문헌

김미경, 허명회 (1995). 윷의 확률. <한국통계학회 95년도 춘계학술발표회논문집>, 91-97.

박진경, 박홍선 (1996). 윷의 확률 추정에 대하여. <응용통계연구>, **9**, 83-94.

손재용 (2006). 신나는 윷놀이 한 판에 원소기호가 쏙쏙!. <우리교육>, **197**, 152-153.

이귀철 (1971). 해설 : "윷"의 엔트로피 -열물리학의 기초로서 Information Thoery-. <새물리>, **11**, 59-63.

이문호 (1994). 한국 전통문화의 엔트로피 (Entropy)에 대한 고찰 - 食, 윷, 정낭 (正木)을 중심으로-. <공학교육>, **1**, 125-132.

이양수 (1999). 擲柶 (윷)에 관한 연구. <문화사학>, **11·12·13**, 903-916.

이일영 (1976). 윷의 由來와 名稱 등에 관한 考察. <韓國學報>, **2**, 130-158.

임재해 (1991). 윷놀이의 신명성과 민중적 세계관. <월간말>, **56**, 210-213.

진용옥 (2007). 디지털 수리 윷경의 확률 모델과 수리적 상황추론 방식. <한국정신과학회 제27회 2007년도 추계학술대회 논문집>, 39-48.

Kim, H. K. and Park, J. (2009). Balancedness of generalized fractional domination games. *Journal of the Korean Data & Information Science Society*, **20**, 49-54.

Lee, J. (2009). Optimal strategies for collective Parrondo games. *Journal of the Korean Data & Information Science Society*, **20**, 973-981.

Woo, D. and Oh, C. (2010). Bent coin toss probability. *Journal of the Korean Data & Information Science Society*, **21**, 147-153.

Journal of the Korean Data & Information Science Society
2010, **21**(4), 719–727

한국데이터정보과학회지

A study on probability of the Korean board game Yut†

Changhyuck Oh[1]

[1]Department of Statistics, Yeungnam University

Received 28 May 2010, revised 13 July 2010, accepted 19 July 2010

Abstract

In this study, the Korean traditional board game Yut, is considered. We clarify the definition of yut, object being cast, from investigating shapes of various types of yut. We survey some previous researches on probabilities for the board game Yut. To define goodness of yut, we define probabilistic order for Sawi and determine order of Sawi according to the probability of each yut. For the probability distribution of Sawi, Yut binomial distribution is defined and its mean and variance are calculated. We calculate the expected advancing distance of horse or mal for a player in each of her or his turn. Two indices are suggested for the goodness of yut and probabilities are found for good yut according to these indices and probabilistic order of Sawi. Here it is assumed that four yuts do not need to be all the same. Also some suggestions are given for the standardization of yut in terms of shape and probability.

Keywords: Expected advancing distance, good yut, index for equi-distance, Sawi, probabilistic order, Yut binomial distribution.

† This research was supported by the Yeungnam University research grants in 2010.
[1] Corresponding author: Professor, Department of Statistics, Yeungnam University, Kyeongbuk 712-749, Korea. E-mail: choh@yu.ac.kr