

카즈분포족에 대한 지수가중이동평균관리도[†]

조교영¹

¹경북대학교 통계학과

접수 2010년 5월 8일, 수정 2010년 5월 30일, 게재확정 2010년 6월 5일

요약

통계적 공정관리에서 결점수를 모니터링 하는데는 c -관리도가 사용된다. 전통적인 c -관리도는 표본에서 결점의 발생은 포아송분포를 따른다는 가정 하에서 만들어진다. 포아송 분포에 대한 가정이 맞지 않을 때에는 X -관리도가 사용될 수 있다. 지수가중이동평균관리도는 공정의 작은 변화를 찾는 데 유용한 것으로 알려져 있다. 본 논문에서는 다양한 카즈분포족으로부터 생성된 계수자료에 대하여 3시그마 X -관리도와 지수가중이동평균관리도의 효율을 평균 런의 길이에 근거하여 비교한다. 즉, 자료가 어떤 분포로부터 생성되었는지 알 수 없을 때, X -관리도와 지수가중이동평균관리도를 비교하는 것이다.

주요용어: 지수가중이동평균관리도, 카즈분포족, 통계적공정관리, 평균 런의 길이.

1. 서론

결점수를 모니터링하기 위한 통계적 공정관리는 생산공정에서 널리 사용된다. 그 중에서 c -관리도에 의해 예증되었던 다양한 통계적인 관리도들은 계수자료에 의해 특성화된 공정의 안정성을 평가하기 위해 발전해 왔다. 이 기법들은 포아송분포가 적당한 모형을 제시한다는 기본적인 가정 하에서 사용되어진다. 또한, 많은 다양한 소프트웨어에서의 c -관리도 분석은 포아송분포 가정에서 이용된다.

포아송분포에 대한 가정이 맞지 않을 때에는 X -관리도가 사용될 수 있다 (Wadsworth 등, 1986; Heimann, 1996; Wheeler, 1995). X -관리도는 설정과 방법, 해석하는 것이 쉽기 때문에 널리 사용된다 (Fang, 2002; Fang, 2003). 지수가중이동평균 (EWMA) 관리도는 Shewhart 관리도에 비해 작은 변화를 탐지하는데 효율적임이 알려져 있다 (Park과 Kwon, 2009; Lim과 Cho, 2008).

본 논문에서는 다양한 카즈분포족 (Katz family of distributions)으로부터 생성된 계수자료에 대하여 3시그마 X -관리도와 EWMA 관리도의 효율을 평균 런의 길이에 근거하여 비교한다. 즉, 자료가 어떤 분포로부터 생성되었는지 알 수 없을 때, X -관리도와 EWMA 관리도를 비교하는 것이다.

2. 카즈분포족

음이 아닌 정수 이상의 계수자료의 분포들은 순환되는 확률들에 의해 유일하게 다음과 같이 나타내어질 수 있다.

$$P_{j+1} = f(j, \theta)P_j, \quad j = 0, 1, 2, \dots \quad (2.1)$$

[†] 이 논문은 2009년도 경북대학교 학술연구비에 의하여 연구되었음.

¹ (702-701) 대구광역시 북구 산격동 1370번지, 경북대학교 통계학과, 교수. E-mail: gycho@knu.ac.kr

여기서 θ 는 모수 벡터이다. Katz (1963)는 두 개의 모수 $\theta = (\theta_1, \theta_2)$ 를 가지는 시스템으로 다음을 고려하였다.

$$f(j, \theta) = \frac{\theta_1 + \theta_2 j}{1 + j}, \quad j = 0, 1, 2, \dots \quad (2.2)$$

여기서 $\theta_1 > 0$ 이고 $\theta_2 < 1$ 이다. 만약에 $\theta_1 + \theta_2 j < 0$ 이면 모든 $i > 0$ 에 대해서 $P_{j+i} = 0$ 이 되는 것을 알 수 있다.

식 (2.1)은 일반적으로 사용되는 순환되는 확률 시스템이기 때문에, 카즈분포족은 분포가 포아송, 베르누이 혹은 파스칼 형태를 가지는 단순한 확률 구조를 가진다. 조건이 $\theta_2 < 0$ 이면 모수 $N = -\theta_1/\theta_2$, $P = \theta_2/(\theta_2 - 1)$ 를 가지는 이항분포 $B(N, P)$, $0 < \theta_2 < 1$ 이면 모수 $k = \theta_1/\theta_2$, $p = \theta_2$ 을 가지는 음이항분포 $NB(k, p)$, $\theta_2 = 0$ 이면 모수 $\lambda = \theta_1$ 을 가지는 포아송 분포 $P(\lambda)$ 을 발생시킨다 (Johnson 등, 1969; Gurland, 1983).

단순한 확률 구조에도 불구하고, 카즈분포족은 포아송분포에 관하여 동일분포, 과소분포 또는 과대분포의 특성을 가지는 광범위한 분포들을 포함한다. 또한, 평균에 대한 분산의 비율은 다음과 같이 알려져 있다.

$$r = (1 - \theta_2)^{-1}. \quad (2.3)$$

포아송분포는 $r = 1$ 을 가지고, 동일한 산포 (equi-dispersion)를 나타낸다고 말한다. 이항분포와 음이항분포는 각각 과소분포 ($r < 1$)와 과대분포 ($r > 1$)이다.

관리도의 로버스트성 연구에 관심이 있는 한, 조건 $r = 1$ 의 위배는 포아송분포 가정의 위배로 충분하기 때문에, 비율 r 은 계수자료들의 분포가 포아송분포로부터 얼마나 떨어져 있는지 그 정도의 크기를 나타내는 척도로 사용해도 충분하다.

3. EWMA 관리도

EWMA 관리도는 공정의 작은 변화를 탐지하는데 효율적인 관리도이다. EWMA 관리도의 의사결정은 가장 최근의 자료를 포함하는 모든 이전의 지수가중이동평균인 EWMA 통계량에 의존한다. 이 EWMA 관리도는 Roberts (1959)에 의해 소개되었다. EWMA는 다음과 같이 정의된다.

$$z_i = \lambda x_i + (1 - \lambda)z_{i-1}, \quad i = 1, 2, \dots$$

여기서 λ 는 0과 1사이의 값이며, 과거와 현재 정보에 가중치를 주는 상수이다. 그리고 초기값은 보통 공정의 목표값으로 한다. 따라서 $z_0 = \mu_0$ 이다.

여기서 마지막의 자료가 관리한계를 벗어났을 때 유일하게 반응을 하는 Shewhart 관리도와는 달리, EWMA 관리도는 가중치에 의해 공정에서 작은 변화에 민감하게 반응할 수 있다. 그러므로 가중치를 사용한다는 것은 EWMA 통계량을 계산할 때 이전의 자료를 사용한다는 것이다. 가중치가 1이면 가장 최근의 자료만 사용한다는 것이 되므로 X-관리도와 동일하게 된다. λ 의 값이 작으면 공정의 작은 변화에 민감하게 반응하고, λ 의 값이 크면 큰 변화에 민감하게 반응한다. 전형적으로 EWMA 관리도는 공정의 작은 변화를 감지하기 위해 사용하기 때문에, 가중치 λ 는 0.1에서 0.3 사이의 값을 사용하며, 이것은 과거의 정보와 현재의 정보에 균형을 알맞게 해 준다.

때때로 자료의 평균은 EWMA의 초기값으로써 주어지므로, $z_0 = \bar{x}$ 이다. EWMA z_i 가 모든 이전의 샘플 평균의 가중 평균이라는 것을 설명하기 위해서, 다음 식을 얻을 수 있다.

$$z_i = \lambda \sum_{j=0}^{i-1} (1 - \lambda)^j x_{i-j} + (1 - \lambda)^i z_0$$

EWMA가 모든 과거와 현재의 관측들의 가중된 평균으로 볼 수 있기 때문에, 정규 가정에 많은 영향을 받지 않는다.

만약에 관측들 x_i 가 분산 σ^2 을 가지는 독립 확률변수들이라면, z_i 의 분산은 다음과 같다.

$$\sigma_i^2 = \sigma^2 \left(\frac{\lambda}{2-\lambda} \right) [1 - (1-\lambda)^{2i}].$$

그러므로, EWMA 관리도는 i 번째 표본 (또는 시간)에 대해 z_i 를 도표화하는 것에 의해 작성될 수 있다. EWMA 관리도에 대한 중심선 (center line)과 관리한계선 (control limits)은 다음과 같다.

$$UCL = \mu_0 + L\sigma \sqrt{\frac{\lambda}{2-\lambda} [1 - (1-\lambda)^{2i}]}$$

$$\text{Center line} = \mu_0$$

$$LCL = \mu_0 - L\sigma \sqrt{\frac{\lambda}{2-\lambda} [1 - (1-\lambda)^{2i}]}$$

여기서 L 은 관리한계선의 폭을 결정하는 상수이다.

4. X-관리도와 EWMA 관리도

여기에서는 모수를 알고 있다고 가정을 한다. 포아송 분포 ($r = 1$)에 대해서 공정의 평균 (μ)과 분산 (σ^2)이 같기 때문에, X-관리도의 관리상한선 (UCL)과 관리하한선 (LCL)은 다음과 같다.

$$\mu \pm k\sigma \quad \text{또는} \quad \mu \pm k\sqrt{r\mu} \quad (4.1)$$

그리고 EWMA 관리도의 관리상한선 (UCL)과 관리하한선 (LCL)은 다음과 같다.

$$\mu_0 \pm L\sigma_{EWMA} \quad (4.2)$$

여기서

$$\sigma_{EWMA} = \mu_0 \sqrt{\frac{r\lambda}{2-\lambda} [1 - (1-\lambda)^{2i}]}, \quad \mu_0 = \text{목표값.}$$

5. 관리상태에서 X-관리도와 EWMA 관리도의 ARL

표 5.1~5.4는 r 의 다섯 개의 다른 수준을 가지는 카즈분포족에 대한 3-시그마 관리한계를 가지는 X-관리도와 EWMA 관리도의 관리상태에서의 평균 런의 길이를 나타낸다. r 의 수준은 포아송 분포 ($r = 1$), 두 개의 과소분포들 ($r = 0.75, 0.90$), 그리고 두 개의 과대분포들 ($r = 1.25, 1.5$)이다. 주어진 r 의 값에 대해서, 모수 θ_2 는 식 (2.3)에 의해서 유일하게 구해진다. 원하는 공정 평균을 가지는 분포는 θ_1 이 어떤 값을 가지는지에 의해 구해진다. 예를 들어, $r = 1.25$ 이라면, $\theta_2 = 0.2$ 이고 $\theta_1 = 0.8\mu$ 이다. 관리상태에서의 공정 평균의 범위는 Ryan과 Schwertman (1997)에서 주어진 것과 같이 5에서 50까지 하였다.

또한, EWMA 관리도에서 X-관리도와 동일한 관리한계선을 갖게 하기 위하여, 평균에서 얼마나 떨어져 있는지 알려주는 h 값 ($L\sigma_{EWMA}$)을 구하기 위해, 각 공정평균과 λ 값 (0.05, 0.1, 0.2)에 대하여 난수 10,000개를 생성하였다. 그리고 이 과정을 10,000번 반복 실행하였다.

$r = 1$ (포아송 분포)일 때, 공정 평균이 작을 때 (8 이하일 때) ARL은 상대적으로 작은 값에서 시작해서, 공정 평균이 증가함에 따라 ARL 값도 상대적으로 증가한다. 그리고 정규분포의 가정에 바탕을 둔 370 ($= 1 / 0.0027$) 주위에 결국 오르내린다. 그러나 상대적으로 큰 평균을 가지는 공정에 대해서 보면, 관리상태에서 모든 ARL 값들은 포아송 확률 분포가 이산이기 때문에 이 값으로부터 상당히 차이가 있다. 일반적으로, X-관리도의 관리상태에서의 ARL값들은 포아송 가정하에서 370에 더 가깝다는 것을 알 수 있다.

표 5.1 3시그마 관리 한계선을 가지는 X-관리도의 관리상태에서의 ARL

μ	$r = 1$	$r = 0.75$	$r = 0.9$	$r = 1.25$	$r = 1.5$
5.0	183.4	253.7	310.6	165.2	161.5
6.0	275.6	477.5	176.0	219.7	198.4
7.0	174.9	244.0	288.4	148.1	138.4
8.0	269.0	475.4	470.4	203.6	177.0
9.0	412.1	278.0	302.3	279.9	226.9
10.0	285.7	539.8	498.7	207.2	173.1
20.0	339.7	346.4	294.0	355.5	248.7
30.0	349.9	455.3	335.3	319.5	313.8
40.0	275.4	392.1	464.5	355.0	318.9
50.0	396.7	402.0	429.9	300.9	261.2

표 5.2 관리상태에서 X-관리도의 ARL 값과 동일하게 가지는 EWMA 관리도의 h 값 ($\lambda=0.05$)

μ	$r = 1$		$r = 0.75$		$r = 0.9$		$r = 1.25$		$r = 1.5$	
	h	ARL	h	ARL	h	ARL	h	ARL	h	ARL
5.0	0.777	182.972	0.720	253.977	0.820	311.073	0.846	165.152	0.919	161.809
6.0	0.924	275.168	0.882	477.673	0.802	176.237	0.982	219.391	1.05	197.945
7.0	0.912	175.450	0.845	244.216	0.956	288.584	0.966	147.678	1.043	138.253
8.0	1.062	268.834	1.018	476.203	1.114	470.748	1.118	203.684	1.187	176.988
9.0	1.22	413.443	0.983	277.627	1.094	302.8	1.268	280.530	1.328	226.746
10.0	1.202	285.442	1.160	538.335	1.257	499.54	1.263	207.226	1.329	173.059
20.0	1.757	339.818	1.529	346.935	1.622	294.469	1.982	355.296	2.031	248.733
30.0	2.63	349.878	1.959	454.846	2.035	335.579	2.382	319.527	2.597	313.947
40.0	2.391	275.662	2.209	392.719	2.486	464.154	2.797	355.452	3.007	318.779
50.0	2.856	396.439	2.479	402.043	2.746	430.109	3.034	300.96	3.239	261.138

EWMA 관리도에서는 특별하게 ARL 값을 구해주지 않았다. 다만 X-관리도의 ARL 값에 가장 근접하게 만들어 주기 위해 관리한계를 나타내는 h 값만을 구하였다. 이 이유는 다음 장에서 할 관리상태에 있지 않을 때 ARL 값들을 비교하기 위해 이 h 값이 아주 중요하기 때문이다. 각각의 λ 에 대하여, r 의 값에 상관없이 공정평균이 증가할 때 h 값은 증가하는 것을 알 수 있다. 또한 같은 공정평균에 대하여 r 의 값이 커지면 대체적으로 h 의 값도 커지는 것을 알 수 있다. 각각의 r 에 대하여, λ 의 값이 커짐에 따라, 공정평균에 대한 h 의 값의 폭이 더 커짐을 알 수 있다.

6. 이상상태에서 X-관리도와 EWMA 관리도의 ARL

공정 평균의 이동을 감지하는 X-관리도와 EWMA 관리도의 능력을 알아보기 위하여, 관리상태에서

표 5.3 관리상태에서 X-관리도의 ARL 값과 동일하게 가지는 EWMA 관리도의 h값 ($\lambda=0.1$)

μ	r = 1		r = 0.75		r = 0.9		r = 1.25		r = 1.5	
	h	ARL	h	ARL	h	ARL	h	ARL	h	ARL
5.0	1.239	183.458	1.132	254.167	1.281	310.995	1.35	165.161	1.468	161.499
6.0	1.453	276.123	1.361	477.167	1.28	175.623	1.554	220.021	1.664	198.483
7.0	1.455	174.569	1.333	243.453	1.499	288.505	1.553	148.106	1.678	138.559
8.0	1.672	268.625	1.571	475.302	1.721	470.607	1.76	203.33	1.877	176.769
9.0	1.89	412.124	1.543	277.734	1.711	302.160	1.964	279.941	2.08	226.463
10.0	1.886	285.273	1.786	540.014	1.938	499.556	1.98	207.021	2.106	173.16
20.0	2.739	339.715	2.38	345.995	2.544	294.147	30.66	355.575	3.179	249.003
30.0	3.369	350.309	3.026	457.016	3.4176	335.301	3.7	319.358	4.048	313.398
40.0	3.753	275.190	3.427	391.935	3.844	464.885	4.347	354.805	4.688	318.578
50.0	4.427	396.386	3.843	401.684	4.252	430.077	4.744	300.96	5.087	261.296

표 5.4 관리상태에서 X-관리도의 ARL 값과 동일하게 가지는 EWMA 관리도의 h값 ($\lambda=0.2$)

μ	r = 1		r = 0.75		r = 0.9		r = 1.25		r = 1.5	
	h	ARL	h	ARL	h	ARL	h	ARL	h	ARL
5.0	1.941	183.141	1.753	253.679	1.98	310.418	2.128	165.440	2.320	161.282
6.0	2.256	275.841	2.082	477.147	2.001	175.939	2.423	219.580	2.612	198.484
7.0	2.284	175.183	2.064	243.657	2.32	287.991	2.445	148.301	2.65	138.424
8.0	2.598	269.327	2.402	474.827	2.641	470.864	2.734	203.618	2.937	176.833
9.0	2.912	412.404	2.387	278.405	2.648	302.274	3.033	280.030	3.237	227.092
10.0	2.926	285.923	2.725	539.027	2.97	499.093	3.072	207.063	3.293	173.071
20.0	4.225	339.656	3.661	346.378	3.929	293.778	4.713	355.154	4.932	248.513
30.0	5.192	349.711	4.64	455.580	4.892	335.413	5.702	319.595	6.25	313.813
40.0	5.815	275.288	5.256	392.265	5.881	464.571	6.684	355.122	7.237	319.156
50.0	6.803	396.673	5.902	401.937	6.517	429.727	7.32	301.021	7.889	261.231

같은 공정 평균을 가지는 포아송분포에서 공정 평균이 위쪽으로 1표준편차 이동되었을 때 ARL 값들을 구하였다 (표 6.1~6.2).

표 6.1~6.2에 보여지는 결과로부터 2개의 일반적인 결론을 얻을 수 있다. 하나는, X-관리도는 공정 평균이 증가함에 따라 로버트스성이 증가하는 과소분포나 과대분포의 경우에 포아송 가정으로부터 멀어지는 것에 대해 상당히 로버스트하다. 만약에 평균 이동이 1표준편차만큼 위쪽으로 이동하였다면, 대부분의 과소분포나 과대분포의 공정에 대한 ARL 값들은 포아송분포로부터 ARL의 톱니 (saw-tooth) 패턴에 의해 대체로 같은 범위 내에 있다.

둘째, EWMA 관리도는 각각의 r 에 대해서, λ 와 공정평균의 값에 상관없이 거의 일정한 값들을 가지고 있다. 또한 r 의 값이 변하고, λ 값이 변하고 공정평균의 값이 변하여도 항상 거의 일정한 값들을 가지고 있다. 즉, r 과 λ 의 값에 영향을 받지 않는다는 것을 알 수 있다.

표 6.1~6.2에서 얻은 결과들은 관리상태에서 포아송분포로부터 어느 정도 떨어져 있을 때는 언제나 EWMA 관리도를 사용하는 것이 ARL 측면에서 X-관리도보다 더 좋다는 것을 나타낸다. 특히, 공정평균이 작지 않고, 공정평균이 위쪽으로 이동한 경우에는 ARL 측면에서 더 좋다.

7. 결론

r 에 정보를 통합시키는 X-관리도는 동일분포, 과소분포나 과대분포들에 대해서 공정평균이 상대적으로 클 때, 그리고 평균의 이동이 위쪽일 때는 공정평균이 상대적으로 작을 때, 더 우수하다. 공정 평균이 증가할 때 조사 단위의 크기가 증가하기 때문에, 조사 단위의 크기를 적당하게 크게 해 주는 X-관

표 6.1 공정평균이 1표준편차 상향이동 했을 때 X-관리도의 ARL

μ	r = 1	r = 0.75	r = 0.9	r = 1.25	r = 1.5
5.0	15.4460	18.9475	20.6677	16.1012	19.8837
6.0	20.2256	26.4892	14.5751	22.8663	19.6109
7.0	15.0814	17.3368	19.8862	16.7502	17.1290
8.0	20.0505	30.0296	29.1667	20.1590	22.6827
9.0	26.7262	20.6425	21.6211	24.1877	23.0303
10.0	21.1659	34.7909	29.0431	18.8273	20.6369
20.0	25.4538	27.6392	23.7143	26.9934	26.0083
30.0	27.3475	36.9197	27.8499	26.9742	27.6193
40.0	24.5005	34.5572	34.1939	29.0501	28.4126
50.0	31.6597	34.6219	33.7454	27.2931	24.6886

표 6.2 공정평균이 1표준편차 상향이동 했을 때 EWMA 관리도의 ARL

$\frac{\lambda}{\mu}$	r = 1			r = 0.75			r = 0.9			r = 1.25			r = 1.5		
	0.05	0.1	0.2	0.05	0.1	0.2	0.05	0.1	0.2	0.05	0.1	0.2	0.05	0.1	0.2
5.0	9.24	8.36	7.97	11.13	10.15	9.96	10.49	9.46	9.18	9.4	8.49	8.07	10.31	9.41	9.11
6.0	10.19	9.18	8.9	12.09	10.95	10.96	9.26	8.38	7.99	11.22	10.29	10.13	9.77	8.82	8.47
7.0	9.21	8.34	7.4	10.02	9.08	8.75	10.26	9.24	8.94	9.96	9.16	8.84	9.79	8.96	8.63
8.0	10.1	9.16	8.89	12.51	11.37	11.38	11.68	10.58	10.52	10.62	9.59	9.24	11.4	10.48	10.17
9.0	11.02	9.93	9.79	10.56	9.59	9.36	10.5	9.48	9.27	11.1	9.96	9.62	10.75	9.7	9.4
10.0	10.24	9.25	9.06	12.87	11.75	11.94	11.38	10.26	10.19	10.14	9.06	8.68	10.74	9.79	9.47
20.0	10.6	9.61	9.48	11	10.01	9.96	10.33	9.38	9.2	11.02	9.9	9.7	11.34	10.34	10.22
30.0	13.55	9.66	9.57	11.89	10.82	11.01	10.78	9.74	9.63	10.97	9.89	9.77	11.02	10.01	9.88
40.0	10.15	9.21	9.08	11.41	10.37	10.48	11.26	10.17	10.47	10.98	9.97	9.85	11.03	10.03	9.95
50.0	10.96	9.91	9.87	11.16	10.13	10.20	11.12	10.05	10	10.7	9.73	9.63	10.35	9.41	9.31

리도를 사용하는 것은 좋다. 조사 단위의 수를 증가하는 것이 쉽지 않거나 바람직하지 않을 때, 확률한 계선의 관리도는 관리하한선의 값으로 근접한 관리상태에서의 ARL 값을 구하기 위해 적용할 수 있다. EWMA 관리도는 X-관리도와 마찬가지로 r 의 정보를 통합시키기 때문에 X-관리도의 장점을 그대로 가지고 있다.

이 논문에서 얻어진 결과는 불량품에 대해서 다른 형태의 관리도에 적절하다. 예를 들어, 전통적인 p 관리도는 이항분포 ($r < 1$ 인 경우)에 바탕을 둔다. 즉, 일치하는 단위의 발생확률은 상수이고, 연속적인 단위들은 독립이다. 불량품이 몰려 있거나 연속적인 단위들이 서로 관련이 있는 공정에 대해서, 카즈 분포족 또는 복합포아송군집 (compound poisson class)에서 다른 분포들에 바탕을 둔 관리도가 더 좋은 선택이 될 수 있다.

참고문헌

- Fang, Y. (2002). GMM tests for the Katz family of distributions. *Journal of Statistical Planning and Inference*, **110**, 77-95.
- Fang, Y. (2003). c-chart, X-chart, and the Katz family of distributions. *Journal of Quality Technology*, **35**, 104 - 114.
- Gurland, J. (1983). *Katz system of distributions in encyclopedia of statistical sciences*, edited by S. I. Kotz and N. L. Johnson. John Wiley & Sons, New York.
- Heimann, P. A. (1996). Attributes control charts with large sample sizes. *Journal of Quality Technology*, **28**, 451-459.
- Johnson, N. L. and Kotz, S. I. (1969). *Discrete distributions*, John Wiley & Sons Inc., New York.

- Katz, L. (1963). United treatment of a broad class of discrete probability distributions. *Proceedings of the international symposium on discrete distributions*, Montreal, Canada.
- Lim, C. and Cho, G. Y. (2008). A new EWMA control chart for monitoring the covariance matrix of bivariate processes. *Journal of the Korean Data & Information Science Society*, **19**, 677-683.
- Park, C. S. and Kwon, S. G. (2009). Modifications of single and double EWMA feedback controllers for balancing the mean squared deviation and the adjustment variance. *Journal of the Korean Data & Information Science Society*, **20**, 11-24.
- Roberts, S. W. (1959). Control charts based on geometric moving averages. *Technometrics*, **1**, 239-250.
- Ryan, T. P. and Schwertman, N. C. (1997). Optimal limits for attributes control charts. *Journal of Quality Technology*, **29**, 86-98.
- Wadsworth, H. M., Stephens, K. S. and Godfrey, A. B. (1986). *Modern methods for quality control and improvement*, John Wiley & Sons, New York.
- Wheeler, D. J. (1995). *Advanced topics in statistical process control*. SPC Press, Inc., Knoxville, TN.

EWMA control chart for Katz family of distributions[†]

Gyo Young Cho¹

¹Department of Statistics, Kyungpook National University

Received 8 May 2010, revised 30 May 2010, accepted 5 June 2010

Abstract

In statistical process control, the primary method used to monitor the number of nonconformities is the c-chart. The conventional c-chart is based on the assumption that the occurrence of nonconformities in samples is well modeled by a Poisson distribution. When the Poisson assumption is not met, the X-chart is often used as an alternative charting scheme in practice. And EWMA control chart is used when it is desirable to detect out-of-control situations very quickly because of sensitive to a small or gradual drift in the process.

Keywords: Average run length, EWMA control chart, Katz family of distributions, statistical process control.

[†] This Research was supported by Kyungpook National University Research Fund, 2009.

¹ Professor, Department of Statistics, Kyungpook National University, Daegu 702-701, Korea.
E-mail: gycho@knu.ac.kr