

고 레이놀즈수 유동의 수치해석시 벽함수 사용에 관한 연구

최정규·김형태[†]
충남대학교 선박해양공학과

A Study of using Wall Function for Numerical Analysis of High Reynolds Number Turbulent Flow

Jung-Kyu Choi·Hyoung-Tae Kim[†]
Dept. of Naval Architecture and Ocean Engineering, Chungnam National University

Abstract

In this paper, a numerical study is carried out for super-pipe, flat plate and axisymmetric body flows to investigate a validity of using wall function and high y_1^+ in calculation of high Reynolds number flow. The velocity profiles in boundary layer agree well with the law of the wall. And it is found that the range of y^+ which validated the logarithmic law of the wall grows with increasing Reynolds number. From the result, an equation is suggested that can be used to estimate a maximum y^+ value of validity of the log law. And the slope($1/\kappa$) of the log region of the numerical result is larger than that of experimental data. On the other hand, as y_1^+ is increasing, both the friction and the pressure resistances tend to increase finely. When using y_1^+ value beyond the range of log law, the surface shear stress shows a significant error and the pressure resistance increases rapidly. However, when using y_1^+ value in the range, the computational result is reasonable. From this study, the use of the wall function with high value of y_1^+ can be justified for a full scale Reynolds number ship flow.

Keywords : high Reynolds number(고 레이놀즈수), the law of the wall(벽법칙), log law(로그법칙), CFD(전산유체역학), super-pipe(수퍼파이프), flat plate(평판), axisymmetric body(축대칭체)

1. 서론

수치해석기법 및 컴퓨터의 발전으로 인해 모형선 레이놀즈수 유동에 대한 수치해가 예인수조시험 결과와 잘 일치함을 보여주고 있고, 모형선 유동 계산에 소요되는 시간도 상당히 단축되어 감에 따라 전산유체역학(CFD)을 통한 선박 주위 유동 해석의 활용도가 갈수록 높아지고 있다. 최근 들어서는 실선의 고 레이놀즈수 유동에 대한 수치해석도 시도되고 있으나, 아직 설계에 반영할 만큼 활성화되지 못하는 실정이다. 이러한 상황의 가장 큰 이유로 유동계산이 까다로운 점과 계산결과를 검증할 만한 실험자료가 절대적으로 부족한 것을 들 수 있다. 특히 레이놀즈수가 매우 커지는 경우, 경계층 두께가 얇아지므로 수치해석시 격자를 보다 벽 가까이까지 분포시켜야하며, 이에 따른 격자수 증가, 격자의 질 저하 및 과도한 계산시간 등으로 인한 어려움이 발생하게 된다. 이러한 문제들을 해결하고 실선유동을 효율적으로 계산하는 실용적 방법은 벽함수(wall function)를 사용하는 것이다. 그러나 벽함

수를 사용하는 경우에도 통상적으로 모형 레이놀즈수에서 사용되는 벽으로부터 떨어진 첫 번째 격자점의 y^+ (이하 y_1^+)값인 30~150을 사용하면 많은 격자수가 필요하고 계산시간도 오래 걸린다. 이러한 문제는 레이놀즈수가 증가할수록 벽 로그법칙(logarithmic law of the wall)을 만족하는 y^+ 의 범위가 넓어진다는 수퍼파이프(Patel, 1998) 및 평판(DeGRAAFF and EATON, 2000)의 실험 결과로부터 해결 가능하다. 이를 토대로 실험 자료가 있는 축대칭체 주위 고 레이놀즈수 유동에 대한 수치해석이 시도되었고(Ju & Patel, 1991; Choi & Kim, 2008), Kim(2005)은 실선 주위 유동 해석에 적용한 바 있다. 또한 Tahara, et al.(2002)은 평판에 대해 표면 거칠기 영향을 고려하고 벽함수를 사용하여 경계층 내 속도 분포가 벽 로그법칙을 만족함을 보였으며, Series60을 대상으로 고 레이놀즈수 유동 해석을 수행하였다. 그러나 아직 고 레이놀즈수 유동 해석에 벽함수와 큰 y_1^+ 값을 사용하는 것에 따른 경계층 내 속도분포가 벽 로그법칙(logarithmic law of the wall)을 만족하는지, 마찰 및 압력에는 어떤 영향을 미치는지 등에 대한 선행

연구가 이루어지지 않고 있어 관련 연구가 필요한 실정이다.

한편 최근에는 많은 인력과 소요비용, 시간 등의 제약에도 불구하고 고 레이놀즈수 유동에 대한 실험적 연구가 활발해지고 있는 상황이다. Coder(1983)는 비교적 간단한 형상인 축대칭체(series 58 body)를 대상으로 실선 스케일에 가까운 고 레이놀즈수($Re=1.5 \times 10^8$) 유동에 대한 풍동실험을 수행하여, 물체 표면 압력과 길이상의 네 지점에서 경계층 내 속도 프로파일을 계측하였고, Princeton 대학에서는 수퍼파이프를 대상으로 직경으로 무차원화 된 레이놀즈수가 3.5×10^7 까지의 관유동에 대해 경계층 내 속도 프로파일을 계측하여 벽 로그법칙을 만족하는 것을 보였다(Patel, 1998). 최근에는 실선 계측도 이루어지고 있으며, EU의 EFFORT(European Full-scale FLOW Research and Technology)에서는 실선의 선미국부유동을 계측하였고(Visonneau, et al., 2006), 이에 따른 고 레이놀즈수 유동에 대한 수치해석 결과의 검증이 점차 가능해지고 있는 추세이다.

본 연구에서는 고 레이놀즈수 유동에 대한 수치해석을 위한 사전 조사로서 벽함수와 높은 y_1^+ 값을 사용하는 경우 y_1^+ 값에 따라 수치해에 주는 영향을 살펴보았다. 이를 위해 내부 및 외부 유동에 있어서 가장 기본적인 파이프 및 평판 유동에 대해 수치해석을 수행하고, 경계층 내 속도분포의 벽법칙 만족 여부와 벽 로그법칙을 만족하는 y^+ 범위에 대해 조사하고, 압력구배가 존재하는 축대칭체 주위 유동에 대해 y_1^+ 변화에 따른 마찰 및 압력저항에 주는 영향을 살펴보았다. 이를 토대로 벽함수를 사용하는 수치해석 방법을 실선 고 레이놀즈수 유동에 대한 수치해석에 적용할 수 있는 근거를 제공하고자 한다.

2. 유동해석

2.1 지배방정식

2차원 비압축성 정상 유동에 관한 지배방정식은 연속방정식(continuity equation)과 운동량방정식(Navier-Stokes equation)으로서 x-y 좌표계에서 다음 식으로 표시된다.

$$\frac{\partial U_i}{\partial x_i} = 0 \tag{1}$$

$$U_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial(\overline{u_i u_j})}{\partial x_j} + \frac{\partial p}{\partial x_i} - \frac{1}{Re} \nabla^2 U_i = 0 \tag{2}$$

여기서 $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$, $\overline{u_i u_j} = \nu \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \delta_{ij} k$

이다. U, V 는 x, y 방향 평균속도성분, (u, v) 는 x, y 방향의 난류변동 속도성분, $Re = U_0 L / \nu$, U_0 는 유입속도, L 은 물체길이이며 위의 식들은 U_0, L 과 밀도(ρ)로 무차원화 된 것이다.

$k = (\overline{uu} + \overline{vv})/2$ 는 난류운동에너지이며 식 (2)는 다음과 같다.

$$\left(U_j - \frac{\partial \nu_t}{\partial x_j} \right) \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \nu_t}{\partial x_j} \frac{\partial U_j}{\partial x_i} + \frac{\partial p}{\partial x_i} \left(p + \frac{2}{3} k \right) - \frac{1}{R_\phi} \nabla^2 U_i = 0 \tag{3}$$

여기서 $1/R_\phi = 1/Re + \nu_t$ 이며, ν_t 는 Realizable $k-\epsilon$ 난류모형을 사용하였다.

2.2 유동해석 방법

유동해석을 위하여 선체주위 유동해석에 많이 사용되고 있는 유한체적법(FVM) 기반의 상용코드인 FLUENT(ver. 6.3)를 사용하였다. 지배방정식의 확산항은 2차 중심차분, 대류항은 QUICK(Quadratic Upwind Interpolation for Convective Kinematics) 방법으로 이산화 하였고, 속도-압력 연성은 SIMPLEC 방법을 사용하였다. 난류모형은 선박의 수치해석시 저항 및 프로펠러 면에서의 반류분포 추정에 많이 사용되고 있는 Realizable $k-\epsilon$ 모형을 사용하였고, 벽함수는 표준 벽함수(standard wall function)를 사용하였다. 또한 벽함수와 y_1^+ 만의 영향을 살펴보기 위해 벽 경계조건을 매끄러운 벽(smooth wall)으로 하여 벽 거칠기 영향은 무시하였다.

3. 속도 및 마찰에 미치는 영향

본 장에서는 수퍼파이프 및 평판을 대상으로 경계층 내 속도분포와 평판의 마찰저항에 대해 논의하였다. 경계층 내 속도분포는 벽법칙으로 주어지는데, 점성저층(viscous sub-layer, $y^+ < 5$), 천이영역(buffer layer, $5 < y^+ < 30$), 로그영역(log layer, $y^+ > 30$) 그리고 결손영역(defect layer)로 나눌 수 있으며, 무차원 속도 및 길이를 식 (4)와 같이 정의하면, 점성저층은 식 (5)와 같고, 로그영역은 y^+ 가 100이상부터 식 (6)으로 표현이 가능하다(Lee, 1999).

$$u^+ = \frac{u}{u_\tau}, \quad y^+ = \frac{u_\tau y}{\nu} \tag{4}$$

$$u^+ = y^+, \quad (y^+ < 5) \tag{5}$$

$$u^+ = \frac{1}{\kappa} \ln(y^+) + B, \quad (y^+ > 100) \tag{6}$$

여기서 u_τ 는 마찰속도로서 $\sqrt{\tau_w/\rho}$ 이며, τ_w 은 전단응력, ρ 는 밀도이다. 또한 κ 는 von Kármán 상수이며, B 는 경험(empirical)상수이다.

3.1 수퍼파이프 유동(super-pipe flow)

수퍼파이프는 직경이 1m이며 종축을 중심으로 축대칭 형상을

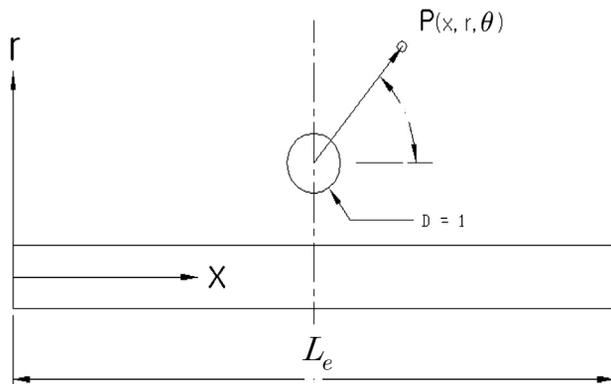


Fig. 1 Model and coordinate system for Super-pipe

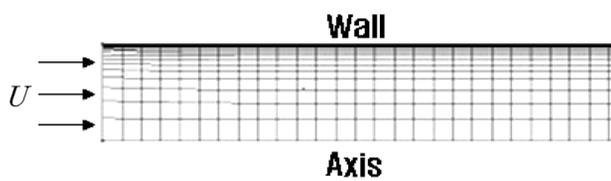


Fig. 2 Structured grid system for super-pipe

이루고 있으므로 원통좌표계를 사용하였으며, 그 기하학적 형상을 Fig. 1에 나타내었다. 완전 발달된 난류 관유동(fully developed turbulence pipe flow)이 되도록 길이(L_e)를 식 (7)(White, 1991)에 근거하였으며, 격자수는 25000개, 축대칭 조건을 적용한 2차원 정렬격자로 생성하였다(Fig. 2).

$$L_e/D = 4.4 R_{eD}^{1/6} \quad (7)$$

실험 자료(Patel, 1998)와의 비교를 위해 실험과 동일하게 직경으로 무차원화 된 레이놀즈수(R_{eD})인 31577, 1023800, 35259000을 대상으로 벽함수를 사용하지 않고, $y_1^+ = 1$ 인 격자계를 사용하여 해석을 수행하였다.

완전 발달된 난류 관유동이 되도록 압력구배 및 마찰응력이 일정하게 되는 위치에서 속도프로파일을 얻었으며, Fig. 3에 보인바와 같이 벽 좌표계에서 실험결과와 함께 도시하였다. 해석결과가 점성저층과 로그영역을 잘 재현하고 있으나 로그영역의 기울기가 ①, ②와 같이 해석결과와 실험이 다르게 나타나고 있다. 해석결과는 $\kappa=0.4$, $B=5.45$ 로 나타난 반면에 Patel(1998)은 실험결과를 토대로 $\kappa=0.418$, $B=5.45$ 로 추정하였다.

레이놀즈수가 증가할수록 벽 로그법칙을 만족하는 y^+ 의 범위가 증가함을 볼 수 있으며, 레이놀즈수가 가장 작은 31577의 경우 약 200, 가장 큰 35259000의 경우 약 30000의 y^+ 범위까지 벽 로그법칙을 만족하고 있는 것으로 보이지만 로그영역의 기울기를 만족하는 범위에 대한 정량적 제시가 어려우므로 보다 엄밀한 확인을 위해서는 로그영역 기울기($1/\kappa$)에 대한 검토가 필요하다. 이를 위해 식 (6)의 양변을 y^+ 에 대해 미분하고 정리한 식 (8)을 Fig. 4에 나타내었다.

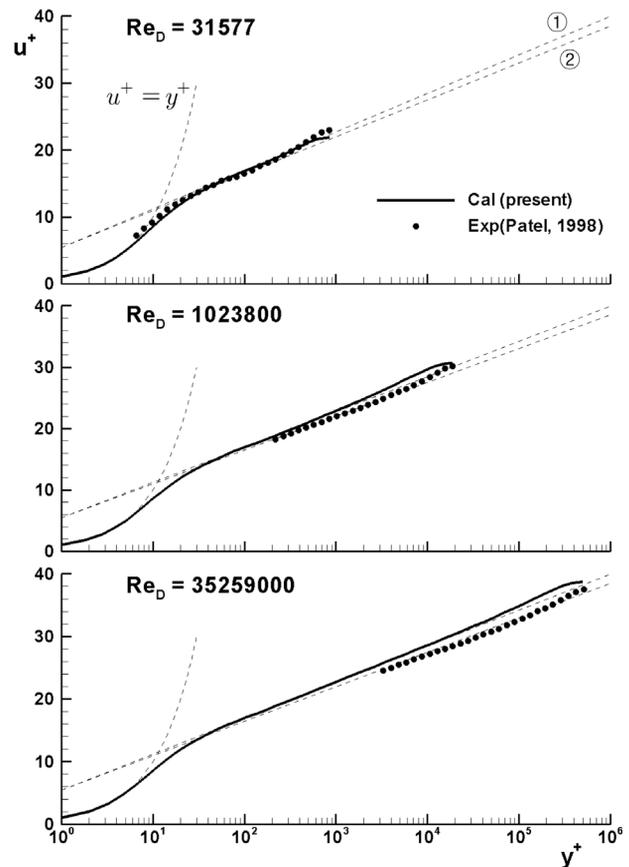


Fig. 3 Velocity profiles in super-pipe flow

$$\frac{d}{dy^+}(u^+) = \frac{d}{dy^+} \left(\frac{1}{\kappa} \ln y^+ + B \right) \quad (8)$$

$$y^+ \frac{du^+}{dy^+} = \frac{1}{\kappa}$$

레이놀즈수가 증가할수록 벽 로그법칙을 만족하는 y^+ 범위가 넓어지고 있는 것은 Fig. 3과 유사하나 벽 로그법칙을 만족하는 y^+ 범위는 차이를 보이고 있다. 특히 레이놀즈수 35259000의 경우 Fig. 3에서는 약 30000으로 보이고 있으나, Fig. 4에서는 약 10000까지의 y^+ 범위에서 벽 로그법칙을 만족하고 있으므로 벽 좌표계에서 뿐만 아니라 로그영역의 기울기($1/\kappa$)에 의한 보다 자세한 검토가 필요하며, 이후 평판의 결과에서도 같은 방법으로 로그영역을 조사하였다. 로그영역의 기울기는 해석결과가 실험결과보다 약간 크게 추정되고 있으며, 경향은 대체로 유사함을 볼 수 있다.

이러한 결과를 바탕으로 레이놀즈수 35259000인 관 유동에 대해 벽함수를 사용하고, y_1^+ 를 100, 1000, 3000, 10000까지 증가시켜 가면서 수치해석을 수행하였고, Fig. 5에 속도 프로파일을, Fig. 6에 속도프로파일의 기울기를 나타내었다. y_1^+ 가 증가하여도 $1/\kappa=2.5$ 인 벽 로그법칙에 잘 일치하고 있으나, 5000에서 7%, 10000에서 9% 크게 나타나고 있다. 이것은 y_1^+ 가 마찰력 추정

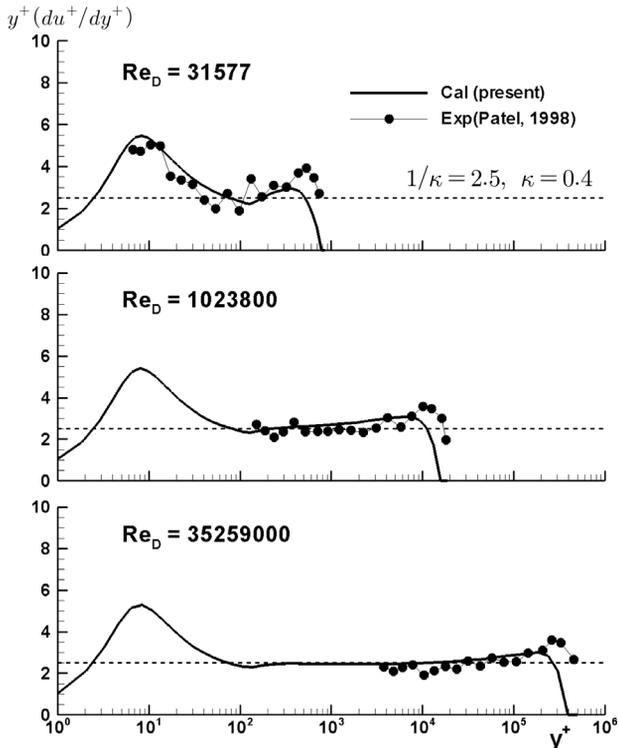


Fig. 4 The slope of the logarithmic law of the wall for super-pipe

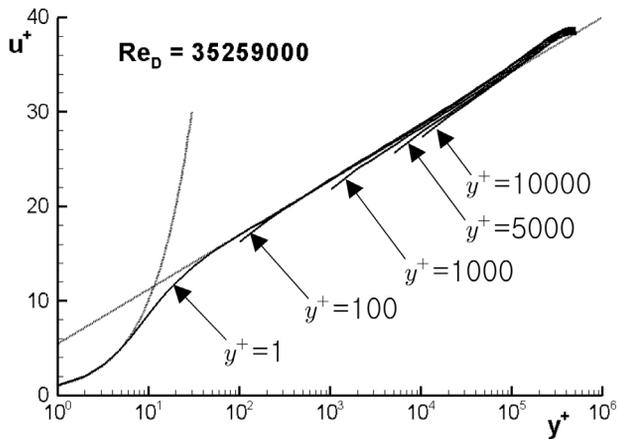


Fig. 5 Velocity profiles in super-pipe flow according to y_1^+ at $Re_D = 35259000$

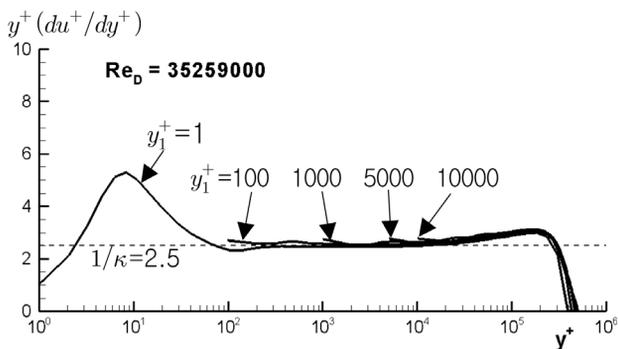


Fig. 6 The slope of the logarithmic law of the wall according to y_1^+ at $Re_D = 35259000$

영향을 주기 때문이며, 이를 확인하기 위해 우선 y_1^+ 증가에 따른 마찰저항 변화를 선박과 같은 외부유동 중 가장 기본인 평판유동을 대상으로 조사하였다.

3.2 평판 유동(flat plate flow)

평판은 직교좌표계를 사용하였으며, 주 유동방향을 x , 연직상방을 y 축으로 하였다. 평판은 길이가 1m이고, 격자계의 유입경계는 1.5L, 유출경계는 2L, 외부경계는 1.5L이며, 격자수는 34000개, Fig. 7과 같이 2차원 정렬격자로 생성하였다.

한편, *Realizable* $k-\epsilon$ 난류모형을 사용함으로써 평판 상에서 층류, 천이, 난류로 이어지는 실제적인 유동 특성의 재현이 어려워 국부 레이놀즈수(Re_x)에 대응하는 국부길이 x 를 도출할 수 없다. 그러므로 실험과의 비교를 위해 해석결과로부터 운동량 두께(momentum thickness)를 도출하고, 식 (9) 및 (10)과 같이 운동량 두께로 국부 레이놀즈수(Re_θ)를 정의하여 사용하였다. Re_θ 와 Re_x 의 관계는 식 (11)과 같이 근사적으로 표현할 수 있다 (White, 1974).

$$\theta = \int_0^\infty \frac{u}{U} \left(1 - \frac{u}{U}\right) dy \quad (9)$$

$$Re_\theta = \frac{U\theta}{\nu} \quad (10)$$

$$Re_\theta \approx 0.0142 Re_x^{6/7} \quad (11)$$

실험은 최근 풍동에서 모형선 수준 레이놀즈수 유동에 대해 LDA(Laser-Doppler Anemometer)를 활용하여 경계층 내 벽 근처($y^+ \approx 1$)까지 자세하게 평균속도와 난류응력(Reynolds stress)을 계측한 바 있는 평판 유동에 대한 실험자료(De graaff & Eaton, 2000)를 참고 하였다.

우선 벽법칙 만족 여부를 알아보기 위해 벽함수를 사용하지 않고, $y_1^+ = 1$ 인 경우에 대해 실험과 동일한 레이놀즈수(Re_θ)인 1430, 13000, 31000을 대상으로 해석을 수행하였고, 그 결과를 실험과 함께 Fig. 8에 도시하였다. 식 (11)로부터 Re_θ 를 Re_x 로 환산하면 $6.87 \times 10^5 \sim 2.49 \times 10^7$ 정도로 모형선 수준의 레이놀즈수라는 것을 알 수 있으며, 슈퍼파이프와 마찬가지로 점성저층과 천이영역에서 해석과 실험 모두 벽법칙을 만족하고 있으며, 로그영역의 기울기는 해석의 경우 $\kappa=0.4$ 에 일치하고 있고, 실험의 경우

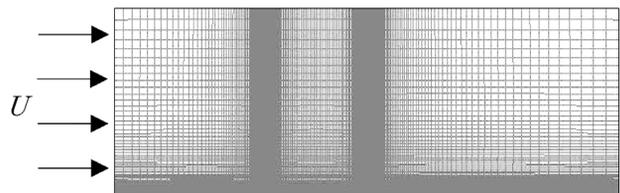


Fig. 7 Structured grid system for flat plate

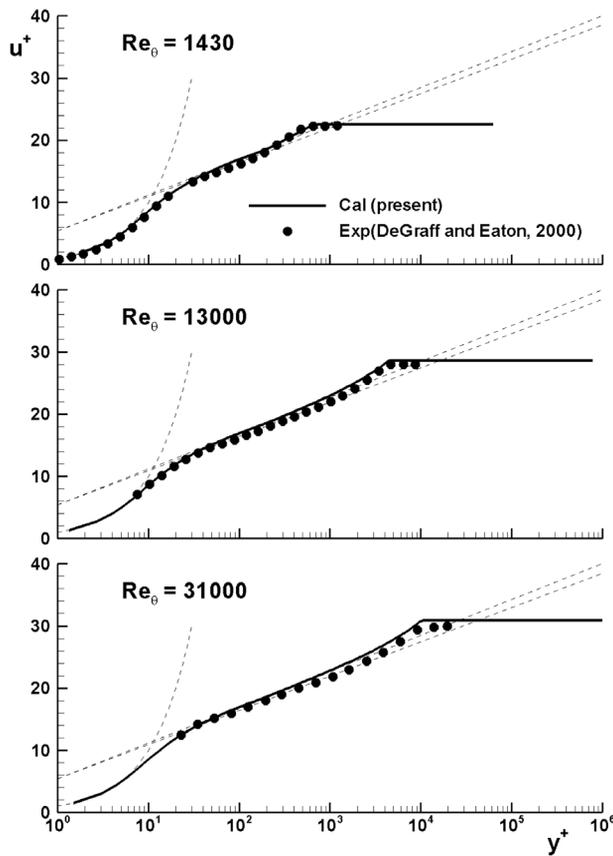


Fig. 8 Velocity profiles on flat plate

$\kappa=0.41$ 을 도출하였다.

벽 로그법칙을 만족하는 y^+ 범위는 레이놀즈수가 작기 때문에 넓지 않지만 레이놀즈수가 커질수록 증가함을 볼 수 있다.

이러한 결과를 더 확장하여 벽함수를 사용하지 않고, $y^+=1$ 인 경우에 대해 $10^5, 10^6, 10^7, 10^8, 10^9$ 까지의 레이놀즈수를 대상으로 해석을 수행하고, Fig. 9에 속도프로파일을 나타내었다. 모든 레이놀즈수에서 벽법칙을 만족하고 있으며, 로그영역의 경우 앞서 설명한 바와 같이 $\kappa=0.4$ 에 일치하고 있다. 또한 레이놀즈수 증가에 따라 만족하는 로그영역의 범위도 넓어짐을 확인할 수 있으며, 레이놀즈수 10^5 에서 약 100, 10^9 의 경우에는 약 30000의 y^+ 에서도 벽 로그법칙이 성립함을 보여주고 있으나 앞서의 수퍼파이프에서 기울기($1/\kappa$)에 대한 검토가 필요함을 보였으므로 평판에서도 마찬가지로 로그영역의 보다 자세한 조사를 위해 식 (3-5)를 이용하여 Fig. 10에 도시하였다. 기울기($1/\kappa$)는 2.5 즉, κ 가 0.4에 잘 일치하고 있으며, 전체적으로 Fig. 9 보인 것과는 값에 차이를 보이고 있다. 특히 레이놀즈수가 10^9 일 때, Fig. 9에서는 y^+ 가 약 30000까지 만족하는 것으로 보이지만 Fig. 10에서는 약 11000까지 만족하는 것으로 나타났다. 레이놀즈수가 10^5 인 경우에는 벽 로그법칙인 식 (6)을 만족하는 영역이 없는 것으로 나타났는데, 이는 레이놀즈수가 작아서 층류 경계층을 형성했기 때문으로서 점성저층 및 천이층을 지나 로그적으로 나타낼 수 있는 로그영역 없이 바로 바깥영역(wake layer)을 형성하기 때문으로 보인다. 한편, 레이놀즈수가 10^5 인 경우를 제외하면, 레이놀즈수가

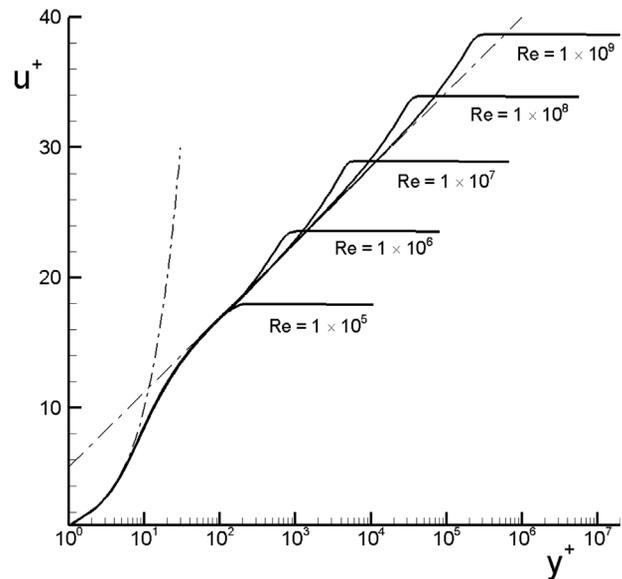


Fig. 9 Velocity profiles in flat plate boundary layer according to Reynolds numbers($y_1^+ = 1$)

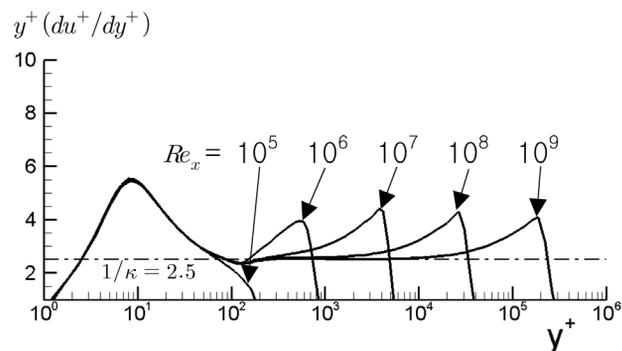


Fig. 10 The slope of the logarithmic law of the wall for flat plate($y_1^+ = 1$)

모형선 수준부터 실선 수준까지 증가할수록 벽 로그법칙을 만족하는 y^+ 범위가 증가하고 있으며, 로그영역의 기울기 $1/\kappa$ 는 2.5 ($\kappa=0.4$)임을 확인하였다.

Fig. 10으로부터 레이놀즈수에 따라 벽 로그법칙을 만족하는 최대 y^+ 범위를 도출하고, 이를 토대로 임의의 레이놀즈수에서 벽 로그법칙을 만족하는 최대 y^+ 를 추정하기 위한 추정식을 식 (12)와 같이 제시하였으며, Fig. 11에 해석결과와 추정식을 같이 나타내었다. 여기서 레이놀즈수 10^5 는 Fig. 10에서와 같이 로그적으로 표현할 수 있는 영역은 없으나 벽법칙을 만족하는 최대 y^+ 범위인 600이며, 식 (12)를 도출하기 위한 데이터에서는 제외하였다.

$$y_{\log-\max}^+ = \exp \left\{ \frac{Re^a}{(\ln Re)^b} e^{c+dRe} \right\}, (Re > 10^6) \quad (12)$$

$$a = 0.14691, \quad b = 1.17236$$

$$c = 2.63115, \quad d = 1.08641 \times 10^{-10}$$

위의 식으로부터 최대 y^+ 범위를 추정할 수 있으며, 이러한 추정에는 벽함수를 사용하는 고 레이놀즈수 유동에 대한 수치해석시 적절한 y_1^+ 값을 도출하는데 유용하게 사용될 수 있을 것이다.

다음으로 평판의 마찰저항을 살펴보기 위해 벽함수를 사용하지 않고, $y_1^+ = 1$ 인 경우, 길이(L)로 무차원 된 레이놀즈수가 10^5 ,

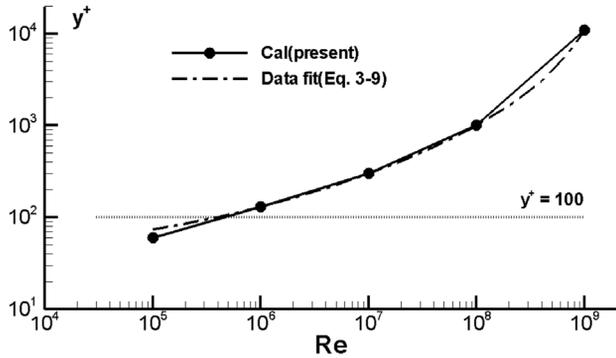


Fig. 11 Maximum y^+ which validate the logarithmic law of the wall from analysis results($y_1^+ = 1$)

$10^6, 10^7, 10^8, 10^9, 2 \times 10^9$ 인 평판에 대해 해석을 수행하였다. 또한 y_1^+ 의 영향을 보기 위해 $10^5 \sim 10^9$ 에 대해서 벽함수를 사용하고 y_1^+ 를 증가시켜 가면서 해석을 수행하였다. 여기서 해석에 사용된 y_1^+ 조건을 Table 1에 나타내었고, 내용 중 밑줄은 Fig. 11에 보인 벽 로그법칙을 만족하는 범위에 있는 값이다.

해석결과는 현재 모형산-실선 상관관계에 사용되고 있는 마찰저항 추정식인 ITTC1957 식 (13), ATTC(or Schoenherr) 식 (14), Granville 식 (15) (Granville, 1977) 및 실험과 비교하여 Fig. 12에 나타내었다.

Table 1 y_1^+ conditions for flat plate

Re	10^5	10^6	10^7	10^8	10^9	2×10^9
벽함수 미사용	1	1	1	1	1	1
벽함수 사용	30	30	30	30	30	X
	50	<u>80</u>	<u>100</u>	<u>100</u>	<u>100</u>	
벽함수 사용	100	<u>130</u>	<u>200</u>	<u>500</u>	<u>1000</u>	X
		300	<u>300</u>	<u>1000</u>	<u>5000</u>	
			500	<u>5000</u>	<u>10000</u> <u>20000</u>	

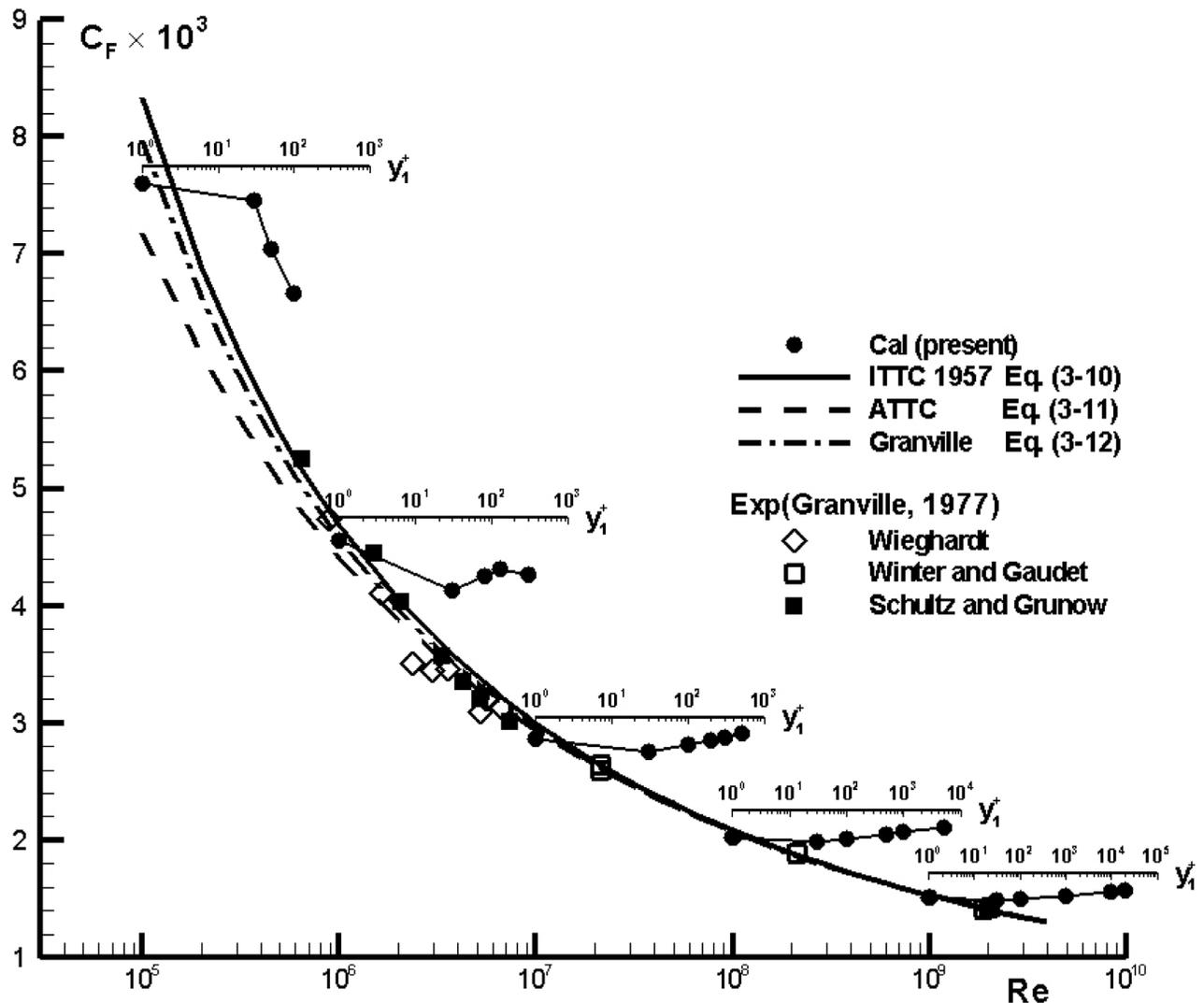


Fig. 12 Variation of total skin friction coefficient

$$C_F = \frac{0.075}{(\log_{10} Re - 2)^2} \quad (13)$$

$$\frac{0.242}{\sqrt{C_F}} = \log_{10} Re C_F \quad (14)$$

$$C_F = \frac{0.0776}{(\log_{10} Re - 1.88)^2} + \frac{60}{Re} \quad (15)$$

벽함수를 사용하지 않고, $y_1^+ = 1$ 를 사용한 경우, ATTC를 제외하면 대체로 추정식보다는 작게 계산되었으며, 10^5 인 경우 약 9%, 모형선 정도인 10^7 의 경우 약 5% 작다. 레이놀즈수가 커질수록 추정식과의 차이는 작아지며, 10^9 인 경우에는 약 1%의 차이를 보이고 있다.

이처럼 해석결과가 작게 추정된 것은 경계층 내 로그영역 기울기가 실험보다 크게 추정되는 것에서 원인을 찾을 수 있는데, 같은 y^+ 에서 해석결과가 더 큰 u^+ 값을 갖게 되고, u^+ 는 식 (16)처럼 국부마찰계수 C_f 의 제곱근에 반비례하므로 마찰저항계수 C_F 가 작게 추정된 것으로 볼 수 있다.

$$u^+ = \frac{u}{u_\tau} = \frac{u}{U} \sqrt{\frac{2}{C_f}} \quad (16)$$

한편, 레이놀즈수 10^5 와 10^6 은 벽함수 사용 여부에 따라 상당히 큰 차이를 보이고 있는데, 로그영역을 만족하는 y^+ 범위가 거의 없거나 아주 작아서 벽함수 적용이 어렵기 때문으로 보인다. 10^7 이상에서는 벽함수를 사용한 경우와 사용하지 않은 경우 모두 비슷한 값을 주고 있는데, 천이영역에 가까운 $y_1^+ = 30$ 일 때, $y_1^+ = 1$ 보다 약간 작은 값을 나타내고 있으며, y_1^+ 가 증가할수록 값이 증가하는 것을 볼 수 있다. 각 레이놀즈수의 벽 로그법칙을 만족하는 최대 범위에서 y_1^+ 를 취한 경우, 10^7 , 10^8 , 10^9 이 각각 약 0.6%, 2%, 3% 크게 추정되었다. 레이놀즈수가 커질수록 마찰저항계수가 증가하는 양이 작아지는 경향을 보이고 있으나, 로그영역을 벗어난 범위에 있는 y_1^+ 를 사용한 경우에는 $y_1^+ = 1$ 과 비교하면 10^7 의 경우 2%, 10^8 와 10^9 의 경우 4%의 차이를 보이고 있다.

결과적으로 저 레이놀즈수(10^6 이하)에서 벽함수 사용시에는 세심한 주의가 요구되며, 10^8 이상의 고 레이놀즈수에서는 벽함수와 높은 y_1^+ 사용에 따른 효용성이 클 것으로 분석된다. 또한 임의의 레이놀즈수에서 벽 로그법칙을 만족하는 최대 y^+ 값을 도출하기 위한 식 (12)는 레이놀즈수가 10^7 이상에서 적용 가능할 것으로 보인다.

4. 압력 및 전저항에 미치는 영향

앞 장에서는 y_1^+ 값이 마찰저항에 주는 영향을 살펴보았는데, 물체에 작용하는 다른 저항 요소인 압력에는 어떠한 영향을 미치

는 지에 대한 검토도 필요하며, 압력구배가 존재하는 비교적 단순한 형상의 축대칭체를 대상으로 살펴보았다.

축대칭체는 중앙 평행부와 뾰족한 꼬리(tail) 형상을 가지며, 실험 자료가 있는 Series 58 body(Coder, 1983)이다.

원통좌표계를 사용하였고(Fig. 13), 계산영역의 유입경계는 nose로부터 1.5L, 유출경계는 tail로부터 3L, 외부경계는 중심축으로부터 2L 떨어져 있다. 격자수는 약 19300개이고, 축대칭조건을 적용한 2차원 정렬격자로 생성하였으며(Fig. 14), 격자수 및 물체 표면 격자분포는 일정하게 유지하면서 y_1^+ 를 증가시켰다.

레이놀즈수 10^8 인 경우에 대해 벽함수를 사용하지 않고 $y_1^+ = 1$, 그리고 벽함수를 사용한 경우, 벽 로그법칙을 만족하는 최대범위 내외에서 5개의 y_1^+ 값을 선택하여 각각 계산된 표면 마찰율력 및 압력 분포, 또 계측 속도(Coder, 1983)의 클라우저(Clausen)도식을 통해 추정한 마찰계수(Choi & Kim, 2008)를 Fig. 15에 함께 나타내었다.

전반적으로 y_1^+ 가 증가할수록 마찰계수가 크게 계산되는 것을 볼 수 있다. 1000 이하의 y_1^+ 의 경우, nose 부근에서 계산결과가 추정치와 비교적 잘 일치하고 있으나 y_1^+ 가 증가함에 따라 차이가 나타나는데, 이는 nose 부근의 얇은 경계층 구간에서 경계층 내 격자 분포가 충분치 않았기 때문으로 보인다. 후류의 두꺼운 경계층 구간에서는 추정치 보다 작은 값으로 계산되었으며, y_1^+ 가 증가하면서 추정치에 더 근접한 값을 나타낸다.

한편 y_1^+ 가 5000에서는 다른 경우와 달리 전 길이에 걸쳐 상당한 차이를 보이고 있는데, 로그영역을 벗어난 값으로 y_1^+ 를 사용하는 경우에 만족할만한 해석결과를 얻기 어려운 것으로 보인다.

압력분포의 경우, 전 길이에 걸쳐 상당히 일치함을 볼 수 있다.

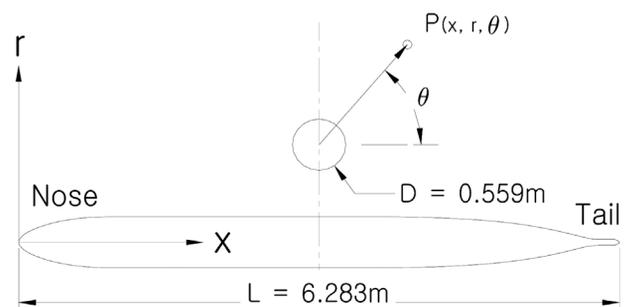


Fig. 13 Principal dimensions and coordinate system for axisymmetric body

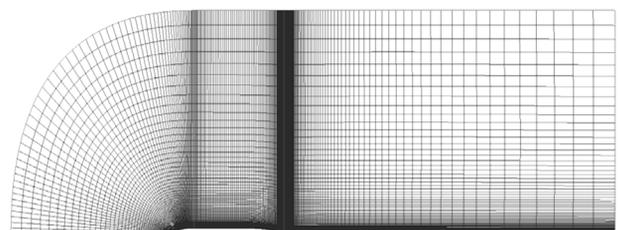


Fig. 14 Structured grid system for axisymmetric body

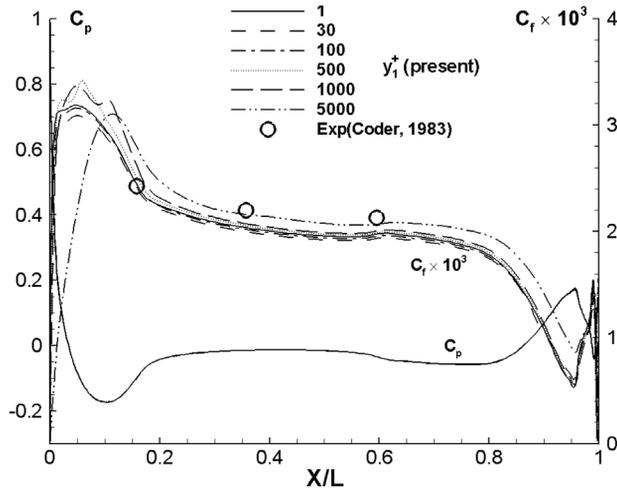


Fig. 15 Surface pressure and friction coefficient of the axisymmetric body($Re=1.0 \times 10^8$)

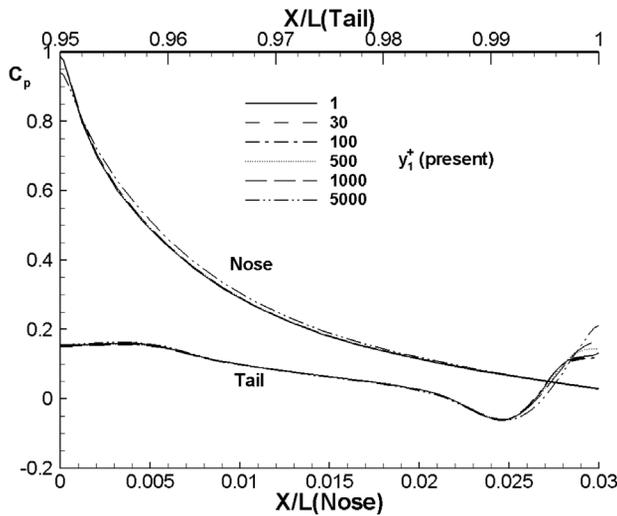


Fig. 16 Surface pressure coefficient at nose and tail of axisymmetric body

그러나 Fig. 16에 보인 것처럼 nose 부근에서 대부분의 y_1^+ 에서 거의 일치하나 y_1^+ 5000은 보다 높게 추정되고 있고, tail 부근에서는 X/L 이 0.99 이후로 y_1^+ 5000이 다른 y_1^+ 보다 작으며, X/L 이 0.995 이후 y_1^+ 가 증가할수록 작아지나, y_1^+ 5000은 보다 높게 나타나고 있다.

이러한 차이로 인해 Fig. 17에 보인바와 같이 압력저항이 y_1^+ 1000까지는 서서히 증가하다 5000에서는 급격한 증가를 보이고 있으며, 벽함수 사용시 y_1^+ 값에 의해 압력에도 어느 정도 영향이 있음을 알 수 있다. 마찰저항의 경우는 앞서의 평판의 결과와 마찬가지로 벽함수를 사용하지 않은 $y_1^+=1$ 에서 ITTC 1957(식 13)보다 약 0.6% 작게 추정되고 있고, 벽함수 사용한 경우 y_1^+ 가 증가할수록 증가함을 볼 수 있으며, 벽 로그법칙을 만족하는 최대 범위인 $y_1^+=1000$ 에서는 벽함수를 사용하지 않은 경우보다 약 3% 크게 추정되었다. y_1^+ 가 로그영역 외부의 값인 5000인 경우, 마찰

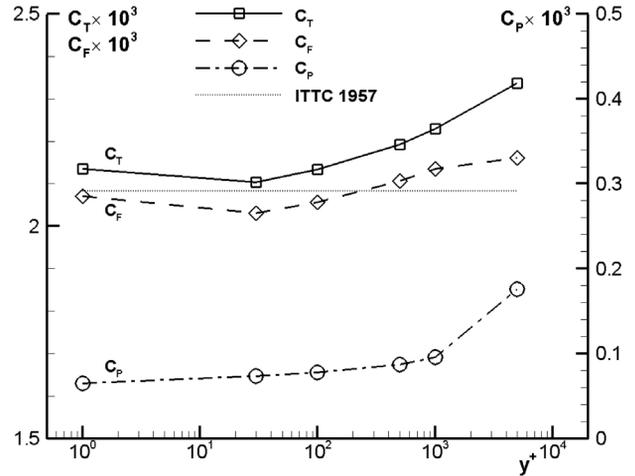


Fig. 17 Resistance coefficient for axisymmetric body ($Re=1.0 \times 10^8$)

저항에서 다른 y_1^+ 의 결과와 큰 차이가 없는 것처럼 보이나 Fig. 15에 나타난 것처럼 신뢰할만한 결과는 아닌 것으로 보인다. 이러한 결과로부터 고 레이놀즈수 유동에 대한 수치해석시 벽함수와 높은 y_1^+ 를 사용할 때, 벽 로그법칙을 만족하는 y^+ 범위 내에서 y_1^+ 값을 취하는 것이 바람직할 것으로 보인다.

5. 결론

본 연구에서는 고 레이놀즈수 유동에 대한 수치해석시 벽함수와 높은 y_1^+ 사용의 타당성을 조사하기 위해 파이프, 평판, 축대칭체를 대상으로 벽함수를 사용하고, y_1^+ 가 증가할 때 수치해의 변화를 살펴보았다.

수퍼파이프와 평판에서 벽함수를 사용하지 않고 $y_1^+=1$ 인 경우, 경계층 내 속도분포가 벽법칙을 잘 재현하고 있으며, 레이놀즈수가 커질수록 벽 로그법칙을 만족하는 y_1^+ 범위가 증가함을 확인하였다. 또한 평판의 결과로부터 임의의 레이놀즈수에서 벽 로그법칙을 만족하는 최대 y^+ 를 추정하기 위한 추정식을 제시하였다. 벽함수 사용시에는 y_1^+ 를 어느 정도 증가시켜도 속도분포가 로그영역을 만족하지만, 로그법칙을 만족하는 범위 및 그 이상까지 y_1^+ 값이 증가하게 되면 로그영역의 기울기($1/\kappa$)가 커지는 것으로 나타났다. 한편 로그영역 기울기는 실험결과와 차이를 보이고 있으며, 실험결과는 $\kappa=0.418$, $B=5.45$, 해석결과는 $\kappa=0.4$, $B=5.45$ 로 나타났다.

벽함수 사용과 y_1^+ 증가에 따라 평판의 마찰저항에 주는 영향을 살펴보았다. 벽함수를 사용한 경우 레이놀즈수가 증가할수록 y_1^+ 증가에 따라 마찰저항계수가 서서히 증가하며, 레이놀즈수가 클수록 y_1^+ 증가에 따른 마찰저항계수의 증가폭이 작아지는 것으로 나타났다. 레이놀즈수 10^7 이상에서 ITTC 1957과 비교했을 때 벽함수를 사용하고 y_1^+ 가 벽 로그법칙을 만족하는 최대값인 경우

10^7 에서 약 0.6%, 10^8 에서 2%, 10^9 에서 3% 크게 추정되었으며, 최대값을 넘어서는 y_1^+ 를 사용한 경우 10^7 은 2%, 10^8 과 10^9 은 약 4% 높게 추정되었다. 그러나 레이놀즈수가 10^6 이하에서는 경계층 내 속도분포가 로그영역을 거의 나타내고 있지 않아서 벽함수를 사용한 경우 마찰저항계수가 실험 및 추정식 그리고 벽함수를 사용하지 않은 경우와 상당한 차이에 보이고 있으므로 10^6 이하의 레이놀즈수 유동에서는 벽함수 사용에 주의가 필요할 것으로 사료되며, 본 연구에서 제안한 벽 로그법칙을 만족하는 최대 y^+ 추정식 (12)는 10^7 이상에서 적용 가능할 것으로 보인다.

축대칭체를 대상으로 표면 마찰력과 압력분포에 미치는 영향에 대해 살펴보았다. 벽함수를 사용하고 벽 로그법칙을 만족하는 범위 외부에서 y_1^+ 를 취한 경우, 마찰저항계수는 다른 y_1^+ 와 큰 차이가 없으나 길이방향 마찰응력 분포는 상당한 값의 차이와 다른 양상을 보여주고 있으며, 압력저항계수가 급격한 증가를 보임에 따라 전저항에 있어서 신뢰할만한 해석결과를 주지 못하는 것으로 나타났다.

반면에 벽 로그법칙을 만족하는 범위 내에서 y_1^+ 를 취한 경우, y_1^+ 증가에 따라 국부마찰계수는 전 길이에 걸쳐 증가하는 경향을 나타내고 있으며, 값의 차이는 크지 않고, 후류의 두꺼운 경계층 구간으로 갈수록 차이는 점점 더 작아지는 것으로 나타났다. 또한 마찰저항계수도 y_1^+ 증가에 따라 커지는 경향을 보이고 있으며, ITTC 1957과 비교했을 때, 벽함수를 사용하지 않은 경우 약 0.6% 작게 나타나고 있고, 벽함수를 사용하고 y_1^+ 가 벽 로그법칙을 만족하는 최대 범위인 경우 약 3% 크게 추정되었다. 압력분포의 경우, 모든 y_1^+ 에서 거의 일치함을 볼 수 있으나 tail 부근에서 압력분포 차이로 인해 압력저항계수가 y_1^+ 가 증가할수록 증가하는 경향을 보이고 있다. 따라서 고 레이놀즈수의 수치해석시 벽함수 사용과 벽 로그법칙이 만족되는 y^+ 영역을 벗어나지 않는 범위에서 어느 정도 큰 y_1^+ 를 사용하는 것은 타당한 해석결과를 줄 수 있을 것으로 기대된다.

본 논문에서 보여준 벽 로그법칙을 만족하는 최대 y^+ 추정식과 벽함수 사용 및 y_1^+ 증가에 따른 수치해 변화에 대한 검토 결과는 향후 실선 주위 고 레이놀즈수 유동에 대한 수치해석시 활용 가능할 것으로 사료된다.

참 고 문 헌

Choi, J.K. & Kim, H.T., 2008. Numerical Analysis of High-Reynolds-Number Flow around Axisymmetric Body. *Journal of the Society of Naval Architects of Korea*, 45(6), pp.631-636.

Coder, D.W., 1983. Reynolds Number Scaling of Velocities in Axisymmetric Turbulent Boundary Layers. 14th Symposium Naval Hydrodynamics (ONR), National Academy Press, pp. 1071-1086.

De graaff, D.B. & Eaton, J.K., 2000. Reynolds-number scaling of the flat-plate turbulent boundary layer. *Journal of Fluid Mechanics*, 422(1), pp.319-346.

Granville, P. S., 1977. Drag and Turbulent Boundary Layer of Flat Plates at Low Reynolds Numbers. *Journal of Ship Research*, 21(1), pp.30-39.

Ju, S. & Patel, V.C., 1991. Stern Flows at Full-Scale Reynolds Numbers. *Journal of Ship Research*, 35(2), pp.101-113.

Kim, J.J., 2005. Development of Ship Resistance and Propulsion Performance Analysis System using Finite Volume Method. Ph. D. Dissertation, Chungnam National University.

Lee, S.J., 1999. Fluid Mechanics Learning As History. Inter Vision, Seoul, Korea.

Patel, V.C., 1998. Flow at High Reynolds Number and over Rough Surfaces-Achilles Heel of CFD. *Journal of Fluids Engineering*, 120(3), pp.1-26.

Tahara, Y. Katsui, T. & Himeno, Y., 2002. Computation of Ship Viscous Flow at Full Scale Reynolds Number. *J. of The Society of Naval Architects of Japan*, 192, pp.89-101.

Visonneau, M. Deng, G.B. & Queutey, P., 2006. Computation of model and full scale flows around fully-appended ships with an unstructured RANSE solver. *26th Symposium on Naval Hydrodynamics proceedings*, pp.193-208.

White, F. M., 1991. Viscous Fluid Flow. McGraw-Hill, USA.



최 정 규

- 충남대학교 선박해양공학과 박사
- 전공분야 : 선박유체역학



김 형 태

- 충남대학교 선박해양공학과 교수
- 전공분야 : 선박유체역학