

고유치문제로 정식화된 텐세그리티 구조물의 형상탐색

Form-Finding of Tensegrity Structures based on Eigenvalue Formulation

정 미 루*
Jung, Mi-Roo

이 재 흥**
Lee, Jae-Hong

요 약

본 논문은 고유치문제로 정식화된 텐세그리티 구조물의 형상탐색에 대하여 제시하고자 한다. 텐세그리티 구조물의 안정을 위해서는 형상탐색을 수행하여야 한다. 형상탐색을 위한 해석 방법은 내력밀도법과 일반역행렬을 이용한 방법, 이 두 가지가 널리 알려져 있다. 본 연구는 새롭게 형상을 탐색하는 방법을 제시하여 텐세그리티 구조물의 자기평형 응력을 얻었다. 제시한 방법은 기존의 방법을 기본으로 한 모든 절점의 평형 방정식을 고유치 문제로 정식화하였다. 이를 증명하기 위해 몇 가지 예제(텐세그리티 구조물)를 기존의 방법과 비교하였다. 본 연구에서 제시된 방법은 기존의 방법과 같은 결과가 나왔으며, 나아가 해답을 얻는 과정이 훨씬 간단하였다.

Abstract

Form-Finding of tensegrity structures by eigenvalue problem is presented. In order to maintain the structures stable, "Form-Finding" should be performed. The types of analytical methods are known to solve this phenomenon: One is to use force density method, and the other is to apply so called, generalized inverse method. In this paper, new form finding methods are presented to obtain the self-equilibrium stress of the tensegrity structures. This method is based on the equilibrium equation of the all of the joint and the governing equation is formulated as eigenvalue problem. In order to verify this approach, numerical example(tensegrity structures) are compared with others calculated by previous methods. The solution by present method is shown identical results. Furthermore, the developed process to find the results is more efficient than previous approaches.

키워드 : 텐세그리티 구조물, 고유치해석, 형상탐색, 자기평형 응력 모드

Keywords : Tensegrity Structures, Eigenvalue Analysis, Form-Finding, Self-Equilibrium Stress Mode

1. 서 론

1.1 연구의 목적

텐세그리티(tensile+integrity)구조물은 일반적으로 불연속적인 압축재와 연속적인 인장재로 구성되는 장력 안정 시스템이다¹⁾. 이러한 텐세그리티 구조물은 형태의 안정성 유지를 위해 프리스트레스를 도입하여 상호 평형

상태로 있어야 하는데, 이를 자기평형이라고 한다. 이 때 텐세그리티 구조물의 부재에 도입되는 프리스트레스의 크기는 형상탐색(Form-Finding)에 의해 수행되어 서로 다른 구조부재들 중에 특정한 비율을 맞추어 프리스트레스를 전달하여 구조물에 요구되는 형태를 얻을 수 있게 적절하게 결정되어야 한다. 또한 형상탐색의 결과 값은 텐세그리티 구조물에 도입되는 프리스트레스에 관한 필요한 정보, 즉 프리스트레스를 인장으로 할 것인지 혹은 압축으로 할 것인지를 제공한다.

프리스트레스의 값을 결정하는데 있어 기존의 연구에

* (주)CS구조엔지니어링 기술연구소, 연구원

E-mail : merooda@csse.kr

** 교신저자, 세종대학교 건축공학과 교수, 공학박사

Tel: 02-3408-3287 Fax:02-3408-3671

E-mail : jhlee2sejong.ac.kr

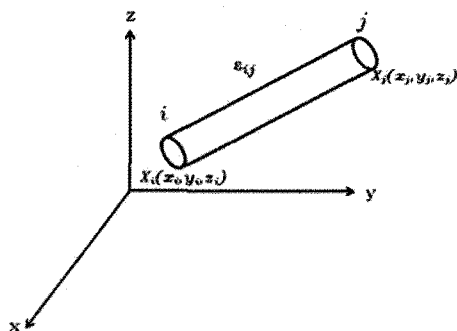
서 적용되었던 형상탐색 방법은 크게 두 가지로 나누어 볼 수 있다. 첫 번째, Tanaka와 Hangai²⁾ 및 Hangai와 Kawaguchi³⁾에 의해 제안된 불안정 트러스 구조물의 수치 해석에 일반 역행렬을 도입하여 자기평형 응력 모드 해석을 하는 방법(Generalized Inverse Method)과 두 번째, Shek⁴⁾이 제안한 하중을 길이로 나누는 하중밀도의 개념을 도입하여 비선형방정식을 선형방정식으로 변화하여 해석하는 방법으로, 각 절점에서의 내력과 외력에 의한 평형 방정식만을 사용하는 방법인 내력밀도법(Force Density Method)이 있다. 그러나 내력밀도법은 수식을 정식화 하는 데 복잡하였다⁵⁾. 또한 일반역행렬을 도입하는 방법은 장방형 행렬의 역행렬계산이 복잡하며 임의의 계수벡터 β 의 결정이 정식화 되지 않아 텐세그러티 구조물의 형상에 따라 해가 일관성을 나타내지 못하였다.⁶⁾

1.2 연구의 방법 및 절차

따라서 본 연구에서는 위에서 제시된 문제점을 해결하기 위해 부재들의 방향벡터를 이용하여 자기평형 응력모드를 결정할 수 있도록 기존의 선형연구를 바탕으로 한 고유치 문제로 정식화하였다. 아울러 형상탐색 결과값을 증명하기 위해 먼저 단순한 단위 유닛 텐세그러티 구조물을 예제로 선정하여 결과를 기존의 방법들의 결과와 비교하였으며 나아가 단위 유닛들이 모여 이루는 멀티스테이지 텐세그러티 구조물의 형상탐색을 수행하였다.

2. 고유치 문제로 정식화된 형상탐색

2.1 트러스 요소의 변형률



〈그림 1〉 2절점 트러스 요소

자기평형 응력 모드 해석을 위하여 2개의 절점 i 와 j 를 갖는 3차원 2절점 트러스 요소를 그림 1과 같이 나타내었다.

(x_j, y_j, z_j) 를 (x_i, y_i, z_i) 절점 와 절점 i 의 j 좌표라 하면 다음과 같이 와는 행벡터로 표현되며 전체 좌표계 x, y, z 에 대한 변위는 다음과 같이 열벡터 형태로 표현된다.

$$X_i = [x_i \ y_i \ z_i] \quad (1)$$

$$X_j = [x_j \ y_j \ z_j] \quad (2)$$

$$u = \begin{bmatrix} u_x \\ u_y \\ u_z \end{bmatrix} \quad (3)$$

부재의 길이 l 은 다음(4)식과 같이 계산되며 방향여현 벡터 r 는 행벡터로 (1),(2),(4)식으로부터 구할 수 있다.

$$l = [(X_j - X_i)(X_j - X_i)^T]^{1/2} \quad (4)$$

$$\gamma = [\gamma_x \ \gamma_y \ \gamma_z] = \frac{1}{l}(X_j - X_i) \quad (5)$$

또한 요소의 변위 u 와 v 변형률의 관계는 일반적으로 다음과 같은 (6)식으로 표현된다. 트러스 요소의 축 변형률 ϵ 는 방향여현 벡터 r 를 이용하여 (7)식으로 표현되며 전체 해석 모델에 대한 변형률은 (8)식과 같다.

$$\epsilon_{ij} = \frac{1}{2}(u_{ij} + u_{ji}) \quad (6)$$

$$\epsilon = \gamma u \quad (7)$$

$$\epsilon = B u \quad (8)$$

여기서 B 는 $M \times N$ 크기를 갖는 장방형 행렬로 M 은 총 요소의 수이고 N 은 구성요소의 총 자유도수이다. 또한 u 와 ϵ 는 각각 $M \times N$ 과 $M \times 1$ 의 크기를 갖는 열벡터이다.

2.2 자기평형 응력 모드 방정식

자기평형 응력 모드 해석을 위해 그림 2와 같이 텐세그러티 구조물의 단위요소를 모델화하였다.

각 요소의 방향여현 벡터를 r_a, r_b, r_c 자기평형 축력을 n_a, n_b, n_c 그리고 절점 A 의 외부 절점력을 P_{Ax}, P_{Ay}, P_{Az}

라 하면 절점 A에서 평형방정식은 (9)식으로 표현된다. n_a, n_c 는 트러스 요소로 압축력이며 n_b 는 케이블 요소로 인장력을 받는다는 사실을 그림 2로부터 확인할 수 있다.

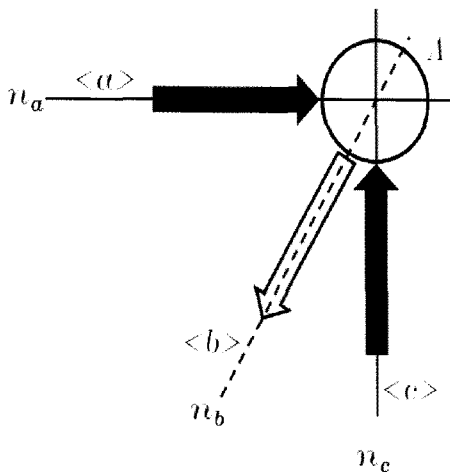
$$[\gamma_a^T \ \gamma_b^T \ \gamma_c^T] \begin{bmatrix} n_a \\ n_b \\ n_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{Ax} \\ P_{Ay} \\ P_{Az} \end{bmatrix} \quad (9)$$

전체 텐세그러티 구조물의 부재에 대해 위의 (9)식에 관련된 식들을 모으면 모든 절점에서의 평형방정식들은 다음과 같이 표현된다.

$$B^T n = P \quad (10)$$

$$B^T n = 0 \quad (11)$$

여기서 B^T 는 (8)식 의 전치행렬로 $N \times M$ 크기를 갖는 장방형 행렬이며 n 와 P 는 각각 $M \times 1$ 과 $N \times 1$ 의 크기를 갖는 열벡터이다. 또한 외부 절점력이 존재하지 않는 상태에서 평형방정식이 성립해야 하므로 (10)식에서 $P=0$ 으로 하면 (11)식과 같은 자기평형 응력 모드 방정식이 성립된다.



<그림 2> 텐세그러티 구조물의 단위요소

2.3 고유치해석을 통한 형상탐색

고유치 해석을 위해 (11)식의 양변의 앞에 λ 를 곱하면 다음과 같다.

$$Cn = 0 \quad (12)$$

(단, $C = \bar{B} \bar{B}^T$)

여기서 C 는 경계조건이 없는 텐세그러티 구조물의 경우에는 $M \times M$ 크기를 갖는 정방형 행렬이 된다. 자기평형 응력 벡터 \bar{n} 을 구하기 위해 (12)식을 2차식 (Quadratic Function)으로 나타내면 (13)식이 되며, 이를 최소화 시키면 다음 (14)식과 같이 고유치해석을 위한 식으로 표현된다.

$$Q = \frac{1}{2} \bar{n}^T C \bar{n} \quad (13)$$

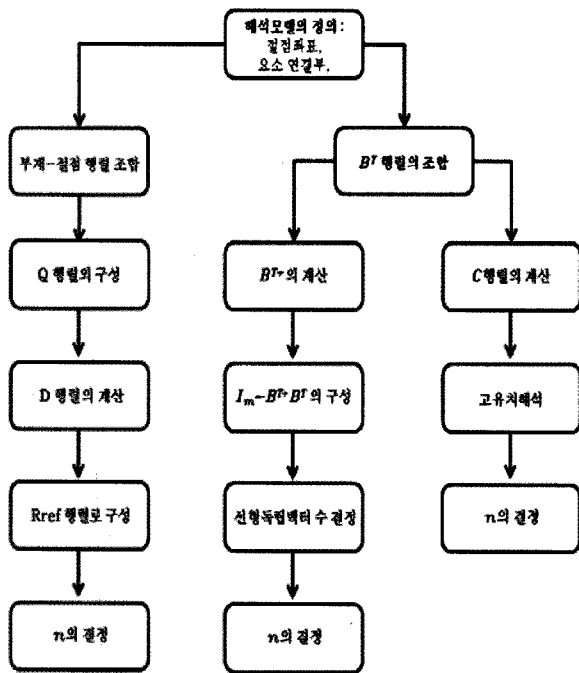
$$(C - \lambda I) \bar{n} = 0 \quad (14)$$

여기서 I 는 $M \times M$ 의 크기를 갖는 단위행렬이며 λ 는 고유치이며 \bar{n} 이 고유벡터로 구하고자 하는 자기평형 응력 모드 벡터이다.

2.4 기존 형상탐색 방법과의 비교

본 연구에서 제시된 고유치해석을 이용한 방법을 기존의 방법들과 비교하였다. 텐세그러티 구조물의 형상탐색에 관련된 해석방법의 기본적인 과정은 그림 3에서 자세히 확인할 수 있다.

먼저 내력밀도법은 자유절점에 대한 구성행렬 D 행렬의 기약 행 사다리꼴화 시키는 계산, 즉 Rref 계산을 수행하여 rank를 찾아내는 수식의 정식화가 복잡하다. 여기서 Q 행렬은 내력밀도 계수들로 구성되어 있는 대각 행렬이다. 또한 일반역행렬을 도입하여 자기평형 응력모드를 결정하는 방법은 B^{r+} 를 구함에 있어 방법이 특수하여 낯설고 복잡하다. 여기서 Im 은 단위행렬, B^{r+} 는 B^r 행렬의 무어-펜로즈 일반 역행렬이다. 그러나 본 연구에서 제안한 고유치해석을 이용한 방법은 수학적 계산이 많이 이용되며 그 방법이 훨씬 간단하고 손쉽다.

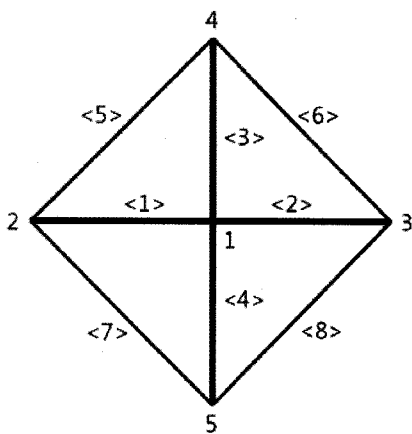


(a)내력밀도법 (b)일반역행렬 방법 (c)고유치해석

〈그림 3〉 본연구와 기존의 형상탐색 방법과의 비교

2.5 형상탐색 과정

과정의 해석과정을 쉽게 설명하기 위해 Makoto Ohsaki와 Jingyao Zhang⁸⁾이 제안한 단순한 2차원 구조물을 예로 들고자 한다. 해석모델의 형상은 그림 4와 같으며 절점과 요소의 총 수는 각각 5개와 8개이다. 요소 1,2,3,4는 압축에 저항하는 압축 스트럿이며 요소 5,6,7,8은 인장을 받아야 할 케이블이다. 해석모델의 절점좌표와 요소의 연결부는 표 1에 자세히 나타나 있다.



〈그림 4〉 형상탐색 해석모델

〈표 1〉 해석모델의 절점좌표와 요소 연결부

절점	절점좌표		요소	연결부	
	x	y			
1	0	0	1	1	2
2	-1	0	2	1	3
3	1	0	3	1	4
4	0	1	4	1	5
5	0	-1	5	2	4
-	-	-	6	3	4
-	-	-	7	2	5
-	-	-	8	3	5

본 연구에서 제시된 방법에 의해 그림 4의 B^T 행렬을 구하면 다음 표2와 같다. 크기는 $N \times M$, 즉 10×8 의 장방형 행렬이다.

〈표 2〉 해석모델의 B^T 행렬

	부재 요소							
	1	2	3	4	5	6	7	8
1x	-1	1	0	0	0	0	0	0
1y	0	0	1	-1	0	0	0	0
2x	1	0	0	0	0.7071	0	0.7071	0
2y	0	0	0	0	0.7071	0	-0.7071	0
3x	0	-1	0	0	0	-0.7071	0	-0.7071
3y	0	0	0	0	0	0.7071	0	-0.7071
4x	0	0	0	0	-0.7071	0.7071	0	0
4y	0	-1	0	0	-0.7071	-0.7071	0	0
5x	0	0	0	0	0	0	-0.7071	0.7071
5y	0	0	0	1	0	0	0.7071	0.7071

벡터는 다음 (15)식과 같은 형태를 취한다.

$$n = [n_1 \ n_2 \ n_3 \ n_4 \ n_5 \ n_6 \ n_7 \ n_8]^T \quad (15)$$

여기서 n_e 는 e 번째 요소의 자기평형 축력을 나타낸다. 표 2의 B^T 행렬과 (15)식의 n 벡터를 (11)식에 적용하면 해석모델의 절점에서 자기평형 응력 모드 방정식을 구성할 수 있다.

고유치해석을 위해 먼저 (12)식의 C 행렬을 구하면 크기가 $N \times M$, 즉 8×8 의 정방형 행렬을 얻는다. C 행렬에

대하여 본 연구에서 제시된 고유치해석을 수행 시 계산된 n 벡터와 기존의 해석방법으로 계산된 n 벡터를 비교하면 다음 표 3과 같다.

〈표 3〉 해석모델의 해석모델의형상탐색 결과

		본 연구	Makoto Ohsaki, Jingyao Zhang ⁸⁾
축력	1~4	-1.0000	-1.0000
	5~8	0.7071	0.7071

여기서 일정한 비율로 계산되어지는 열벡터를 1번 부재의 자기평형 축력을 1또는 -1이라 가정하고 표준화시켰다. 인장은 (+)부호이며 압축은 (-)부호이다. 1번 부재부터 4번 부재까지 같은 압축력을 가지며 5번 부재부터 8번 부재까지는 같은 인장력을 가진다는 사실과 고유치 해석을 수행한 자기평형 축력값은 기존 방법의 값과 일치한다는 사실 또한 표 3에서 확인할 수 있다. 모든 절점에서 힘의 평형에 대한 것은 표 3에서 주어진 값이 자기평형 응력 모드와 대응된다는 것을 입증할 때 검토된다.

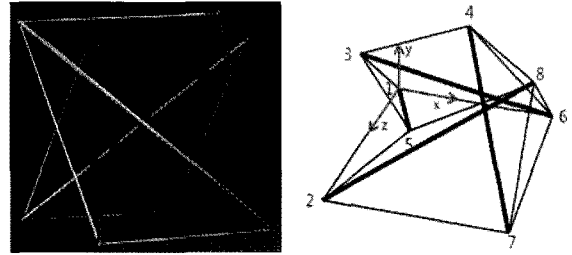
3. 해석예제

앞서 본 연구에서 제시된 방법은 기존의 형상탐색 방법보다 계산과정이 단순하고 신속하며 그 결과 값도 일치한다는 사실을 증명하였다. 이 장에서는 실제 텐세그리티 구조물의 설계 시 적용하기 위해 제시된 방법의 타당성 및 정확성을 검증하기 위해 각각 다른 형태의 예제를 해석하였으며 그 결과 값을 기존의 형상탐색 방법과 비교하였다. 해석은 MATLAB 7.6.0(R2008a)⁹⁾을 이용하였다.

3.1 4-스트럿(4-Strut) 텐세그리티 구조물

첫 번째 해석예제는 K. Kebiche, M.N. Kazi-Aoual 과 R. Motro¹⁰⁾가 제안한 텐세그리티 구조물이다. 해석 모델의 형상은 그림 5와 같다. 절점은 8개이며 요소의 총 수는 16개인 구조물로 요소 1~12는 인장을 받아야 할 인장 케이블이며 요소 13,14,15,16는 압축에 저항하는 압

축트러스이다. 경계조건은 모든 절점이 자유인 구조물이다. 해석모델의 절점좌표와 요소의 연결부는 표 4에 자세히 나타나 있으며 해석결과 값은 다음 표 5와 같다.



〈그림 5〉 4-스트럿 텐세그리티 구조물

〈표 4〉 해석모델의 절점좌표와 요소 연결부

절점	절점좌표			요소	연결부		요소	연결부	
	x	y	z						
1	0	0	0	1	1	6	9	2	5
2	0	0	100	2	2	7	10	7	8
3	0	50	50	3	1	2	11	4	6
4	50	50	0	4	6	7	12	1	3
5	50	50	100	5	3	4	13	3	6
6	100	0	0	6	3	5	14	2	8
7	100	0	100	7	4	8	15	1	5
8	100	50	50	8	5	8	16	4	7

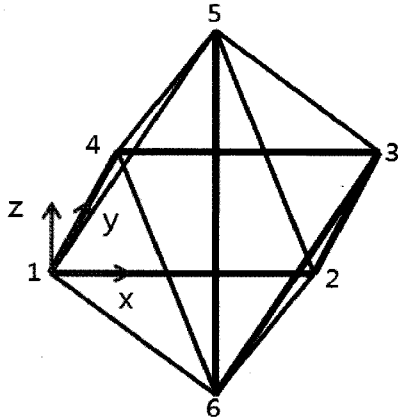
〈표 5〉 해석모델의 형상탐색 결과

	본 연구		K. Kebiche, M.N. Kazi-Aoual, R. Motro ¹⁰⁾
축력	1~4	1.0000	1.0000
	5~12	1.4141	1.4142
	13~16	-2.4492	-2.4495

3.2 8면체(Octahedral) 텐세그리티 구조물

두 번째 해석예제는 Rene Motro¹¹⁾와 Wang Bin Bing¹²⁾이 제안한 8면체의 구조물(Octahedral)이다. 해석 모델의 형상은 그림 6에 자세히 나와 있다. 절점은 6개이며 요소의 총 수는 13개인 사각기둥을 서로 각기 다른 방향으로 접합한 구조물로 바깥은 안쪽의 대각선 부재가 압축인, 즉 요소 5~12는 인장을 받아야 할 인장 케이블이며 압축을 받는 요소 1,2,3,4는 수평 압축링, 13은

수직 압축트러스이다. 경계조건은 모든 절점이 x,y,z축에 대해 자유인 자기 응력이 필요한 구조물이다. 해석모델의 절점좌표와 요소의 연결부는 표 6에 자세히 나타나 있으며 해석결과 값은 다음 표 7과 같다.



〈그림 6〉 8면체 텐세그리티 구조물

〈표 6〉 해석모델의 절점좌표와 요소 연결부

절점	절점좌표			요소	연결부		요소	연결부	
	x	y	z		1	2		3	4
1	0	0	0	1	1	2	8	4	5
2	10	0	0	2	2	3	9	1	6
3	10	10	0	3	3	4	10	2	6
4	0	10	0	4	4	1	11	3	6
5	5	5	10	5	1	5	12	4	6
6	5	5	-10	6	2	5	13	5	6
-	-	-	-	7	3	5	-	-	-

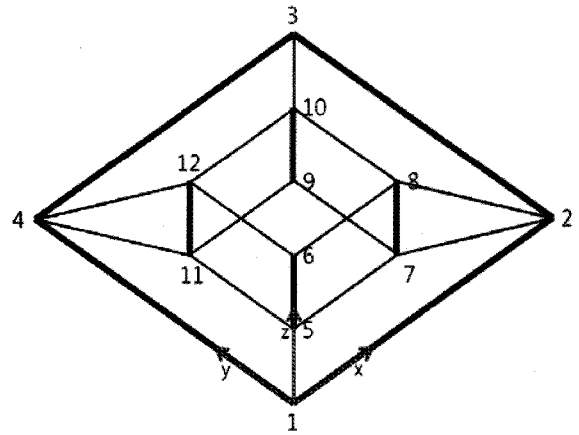
〈표 7〉 해석모델의 형상탐색 결과

		본 연구	Rene Motro ¹⁾ , Wang Bin Bing ²⁾
축력	1~4	-1.000	-1.000
	5~12	1.225	1.225
	13	-4.000	-4.000

3.3 3차원 케이블 돔 구조물

세 번째 해석예제는 텐세그리티 구조물에서 한 단계 더 발전된 강주원과 김재열³⁾이 제안한 3차원 케이블 돔 구조물로 해석모델의 형상은 그림 7과 같다. 절점은 12개이며 요소의 총 수는 24개인 구조물로 요소 5~20은

인장을 받아야 할 인장 케이블이며 요소 1,2,3,4는 압축을 받는 압축링, 요소 21,22,23,24는 기둥 역할을 하는 마스트이다. 경계조건은 모든 절점자유인 구조물이다. 해석모델의 절점좌표와 요소의 연결부는 표 8에 자세히 나타나 있으며 해석결과 값은 다음 표 9와 같다.



〈그림 7〉 3차원 케이블 돔 구조물

〈표 8〉 해석모델의 절점좌표와 요소 연결부

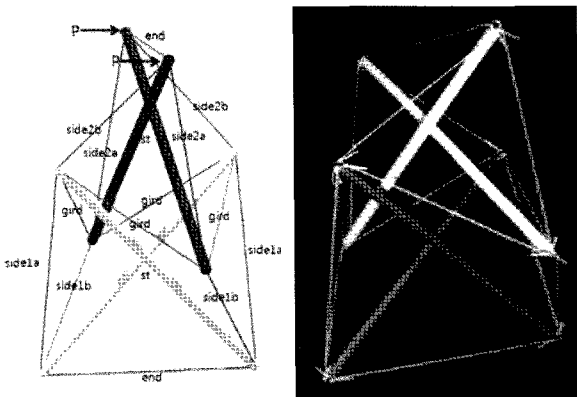
절점	절점좌표			요소	연결부		요소	연결부	
	x	y	z		1	2		3	4
1	0	0	0	1	1	2	13	5	7
2	10	0	0	2	2	3	14	7	9
3	10	10	0	3	3	4	15	9	11
4	0	10	0	4	4	1	16	11	5
5	2.5	2.5	-2	5	1	5	17	6	8
6	2.5	2.5	2	6	2	7	18	8	10
7	7.5	2.5	-2	7	3	9	19	10	12
8	7.5	2.5	2	8	4	11	20	12	6
9	7.5	7.5	-2	9	1	6	21	5	6
10	7.5	7.5	2	10	2	8	22	7	8
11	2.5	7.5	-2	11	3	10	23	9	10
12	2.5	7.5	2	12	4	12	24	11	12

〈표 9〉 해석모델의 형상탐색 결과

		본 연구	강주원, 김재열 ³⁾
축력	1~4	-1.000	-1.000
	5~12	0.812	0.812
	13~20	0.500	0.500
	21~24	-0.400	-0.400

3.4 2스태이지(2-Stage) 텐세그러티 구조물

텐세그러티 해석예제의 결과는 본 연구에서 제시한 고유치해석 방법과 기존의 방법이 서로 일치한다는 사실을 보여주고 있다. 이를 바탕으로 2.4절의 예제 2개가 모여 이루는 Bob Burkhadt¹⁴⁾가 제안한 2-스태이지 텐세그러티 구조물(그림 8)에 대한 자기평형 응력모드 해석을 수행하였다. 해석모델의 절점좌표와 요소의 연결부는 표 10에 자세히 나타나 있으며 해석결과 값은 다음 표 11과 같다.



〈그림 8〉 2스태이지 텐세그러티 구조물

〈표 10〉 해석모델의 절점좌표와 요소 연결부

절점	절점좌표			요소	연결부		요소	연결부	
	x	y	z						
1	-81.5	0	0	1	1	2	10	4	6
2	81.5	0	0	2	1	3	11	3	6
3	-81.5	160	0	3	2	4	12	5	8
4	0	160	0	4	1	4	13	7	8
5	0	100	81.5	5	2	3	14	6	7
6	0	100	-81.5	6	2	5	15	5	7
7	0	260	-81.5	7	1	6	16	6	8
8	0	260	81.5	8	3	5	17	3	8
-	-	-	-	9	4	5	18	4	7

〈표 11〉 해석모델의 형상탐색 결과

요소	1,13 (end)	4,5,15,16 (st)	8,9,10,11 (gird)	2,3,12,14 (side1,2a)	6,7,17,18 (side1,2b)
축력	1.0000	-1.6389	0.7264	0.8215	0.3377

4. 결론

텐세그러티 구조물의 특성상 자기응력 평형 모드를 구하기 위해서 정방형 행렬이 아닌 행렬을 풀어야 하는 난제가 발생한다. 이를 해결하기 위해 본 연구에서는 각 부재의 방향벡터들의 합인 장방형 행렬의 전치행렬을 곱해 정방형 행렬이 되면 제시한 고유치해석을 이용하여 자기평형 응력 모드를 결정하는 방법을 최초로 제시하였으며 이는 기존의 해석방법보다 훨씬 손쉽고 간단하게 자기응력 축력 벡터가 결정되어 효율적이며 그 값도 신뢰할 수 있다. 따라서 고유치해석을 이용하여 자기응력 평형 모드 해석을 수행하면 텐세그러티 구조물 나아가 케이블 돔 구조물의 건설시 사용되는 실제 설계고려사항과 재료 성능에 맞는 응력을 쉽게 결정할 수 있다.

추후 본 연구에서 수행하였던 2스태이지 텐세그러티 구조물에서 발전하여 4스태이지 기둥(Column), 8스태이지 아치(Arch), 10스태이지 아치, 10스태이지 토러스(torus) 텐세그러티 구조물에도 효율적이며 손쉬운 본 해석을 적용할 수 있는 방안을 계획하고 있다.

-감사의 글-

본 연구는 2009년도 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국연구재단(과제번호 : 2009-0087819)의 지원을 받아 수행된 기초연구사업이며 이에 감사를 드립니다.

-참고문헌-

1. Buckminster Fuller, R.(1962). Tensile-Integrity Structures, US Patent Number 3,063,521.
2. Tanaka, H. and Hangai, Y.(1976). Rigid Body Displacement and Stabilization Condition of Unstable Structures, Proceedings of IASS Symposium.
3. Hangai, Y. and Kawaguchi, K.(1991). General Inverse and Its Application to Shape Finding Analysis, Baifukan.

4. Sheck, H. J.(1974). The Force Density Method for Form Finding and Computation of General Networks. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering.
5. 서삼열, 고광웅(2003). 내력밀도법을 이용한 텐세그리티 구조물의 안정화 기법에 관한 연구, 한국셀 · 공간구조학회 논문집.
6. 김재열, 강주원, 박상민(2008). 케이블 돔 구조물의 자기평형응력 모드 결정에 대한 수치해석적 방법에 관한 연구, 대한건축학회 논문집.
7. http://en.wikipedia.org/wiki/Moore-Penrose_pseudoinverse
8. Makoto Ohsaki, Jingyao Zhang(2006). Stability conditions of prestressed pin-jointed structures, International Journal of Non-linear Mechanics
9. 김용수(2005). MATLAB 입문과 활용, 도서출판 높이깊이.
10. K. Kebiche, M.N. Kazi-Aoual, R. Motro(1999). Geometrical non-linear analysis of tensegrity systems, Engineering Structures.
11. Rene Motro(2003). Tensegrity-Structural Systems for the Future, Taylor&Francis.
12. Wang Bin Bing(2004). Free-standing Tension Structures(From tensegrity systems to cable-strut systems), Kogan Page Science.
13. 강주원, 김재열(2006). 일반역행렬을 이용한 케이블 돔 형 구조물의 자기평형 응력 모드 해석방법, 대한건축학회 논문집.
14. <http://bobwb.tripod.com/index.html>

▶접수일자 : 2009년 10월 27일

▶심사 완료일자 : 2010년 4월 20일

▶게재 확정일자 : 2010년 6월 10일