

유전알고리즘에 의한 강봉의 구조특성행렬 산출법

Identification of Structural Characteristic Matrices of Steel Bar by Genetic Algorithm

박 석 주†·제 해 광*·이 금 주*·박 영 범**·박 경 일**
S. C. Park, H. K. Je, G. J. Yi, Y. B. Park and K. I. Park

(2010년 8월 12일 접수 ; 2010년 9월 27일 심사완료)

Key Words : Structural Characteristic Matrices(구조특성행렬), Frequency Response Function(주파수응답함수), Natural Frequency(고유진동수), Natural Vibration Mode(고유진동형), Genetic Algorithm(유전알고리즘), Ancestor(조상), Children(자손), Crossover(교배), Mutation(돌연변이), Objective Function(목적함수), Curve Fitting Method(곡선맞춤법)

ABSTRACT

A method for the identification of structural characteristic parameters of a steel bar in the matrices form such as stiffness matrices and mass matrices from frequency response function(FRF) by genetic algorithm is proposed. As the method is based on the finite element method(FEM), the obtained matrices have perfect physical meanings if the FRFs got from the analysis and the FRFs from the experiments were well coincident each other. The identified characteristic matrices from the FRFs with maximum 40 % of random errors by the genetic algorithm are coincident with the characteristic matrices from exact FEM FRFs well each other. The fitted element diameters by using only 2 points experimental FRFs are similar to the actual diameters of the bar. The fitted FRFs are good accordance with the experimental FRFs on the graphs. FRFs of the rest 9 points not used for calculating could be fitted even well.

기 호 설 명

M : 질량행렬
 K : 강성행렬
 f : 외력 벡터(= $F e^{j\omega t}$)
 z : 변위 벡터(= $Z e^{j\omega t}$)
 H : 주파수응답함수
 A : 단면적
 D : 봉의 직경

L : 봉의 길이
 L_i : i 번째 요소의 길이
 E : 영계수
 I_x : x 축에 대한 단면의 관성모멘트
 σ^2 : 실험 시도에 따른 주파수응답함수의 분산
 Ω_r : r 차 고유진동수
 ϕ_r : r 차 고유진동형

1. 서 론

구조물의 동적 거동을 예측하기 위하여 유한요소법은 거의 필수적인 해석 도구가 되었다. 설계 단계에서는 물론이고 문제 해결에도 반드시 이용하는 도구로 유한요소법이 그 자리를 확고히 하고 있다.

† 교신저자; 정회원, 한국해양대학교
E-mail : poseidon@hhu.ac.kr
Tel : (051)410-4305, Fax : (051)405-8305
* 정회원, 한국해양대학교
** 디케이이엔터

한편으로는 구조 형상이 복잡하거나 감쇠가 큰 경우 유한요소법에 의한 해석이 실제와 차이가 나기 때문에 실험으로 구조물 일부분에 대한 구조특성행렬을 구하고자 하는 욕구도 많았다.

처음의 시도는 실험 주파수응답함수로부터 고유진동수와 고유진동형을 구한 뒤 이들과 강성행렬 및 질량행렬 사이의 수학적 관계로부터 특성행렬을 구하려는 것이었다^(1,2). 그러나 이 방법은 실험 범위내에 존재하는 고유진동수의 개수에 의하여 자유도가 제한되고, 또 회전 자유도에 대한 주파수응답함수를 측정할 수 없는 현실 등으로 큰 진전을 보지 못하였다.

다음으로 등장한 방법은 조화 진동 응답 운동방정식에 직접 주파수응답함수를 넣어 강성행렬과 질량행렬의 각 요소를 미지수로 하여 최소자승법으로 푸는 시도들이 있었지만 자유도의 증가로 인한 미지수의 기하급수적인 증가와, 초기값 설정의 잘못으로 생긴 국부 수렴 현상으로 시간이 많이 걸리고 수렴하지 않는 등의 단점이 있고, 또 구하여진 특성행렬이 물리적인 의미를 가지는가에 대하여서는 의문의 여지가 있다⁽³⁻⁶⁾.

최근 국내의 연구로는 김⁽⁷⁾ 등이 가중행렬을 사용하여 역행렬 계산 과정을 줄여 오차를 줄이는 연구를 하였으나 단지 4자유도의 모델에 대하여서도 최소 오차가 24%에 이르러 아직 실용상으로는 문제가 있다.

한편으로는 구조물의 고유진동수와 고유진동형을 정확히 추출해내는 연구도 계속되고 있다. 이 방법의 대표적인 선두 주자는 당연 Ibrahim을 들 수 있다⁽⁸⁾. 국내에서도 민^(9,10)이 많은 연구를 하였고, 상당히 성과를 거두었으나 주파수응답함수의 정확도가 높은 주파수 범위 내에서 이루어진 단점이 있다.

이 논문에서는 주파수응답함수를 이용하여 직접 구조특성행렬을 구하는 방법을 쓰지 않고 유한요소법의 개념을 이용하여 특성행렬을 좌우하는 봉의 직경을 변수로 하여 직경을 직접 찾아가는 방법을 제안한다. 이제까지의 방법에서 문제가 되었던 특성행렬의 물리적인 의미에서 완전히 자유로워지고, 유한요소법을 이용하기 때문에 정확한 치수만 찾아내면 당연한 결과로써 정확한 고유진동수와 고유진동형까지 구할 수 있게 된다. 또 기존의 방법은 자유도가 증가하면 자유도의 제공에 비례하여 구하여야 할 미지수가 증가하지만 제안한 방법은 자유도가

증가하면 자유도에 비례하여 요소의 수가 증가하므로 미지수도 요소의 수에 비례하여서만 커진다.

2. 강봉의 진동해석

2.1 주파수응답함수

비감쇠 자유진동방정식은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$M\ddot{z} + Kz = f \tag{1}$$

여기에서 조화가진력이 작용한다고 하면 주파수응답함수 H 는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$f = Fe^{j\omega t} \tag{2}$$

$$z = Ze^{j\omega t} \tag{3}$$

$$(-\omega^2 M + K)Ze^{j\omega t} = Fe^{j\omega t} \tag{4}$$

$$Z = (-\omega^2 M + K)^{-1} F = HF \tag{5}$$

$$H = (-\omega^2 M + K)^{-1} \tag{6}$$

2.2 강봉의 유한요소 모델

Fig. 1과 같이 강봉의 한 요소의 길이가 L_i 이고, 직경이 D , x축에 대한 면적관성모멘트가 I_x , 밀도가 ρ 인 강봉의 강성행렬과 질량행렬은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$K_i = \begin{bmatrix} \frac{12EI_x}{L_i^3} & & & & & SYM. \\ & \frac{6EI_x}{L_i^2} & & & & \\ & & \frac{4EI_x}{L_i} & & & \\ & & & \frac{12EI_x}{L_i^3} & & \\ & & & & \frac{6EI_x}{L_i^2} & \\ & & & & & \frac{4EI_x}{L_i} \end{bmatrix} \tag{7}$$

$$M_i = \rho A_i L_i \begin{bmatrix} \frac{13}{35} & & & & & SYM. \\ & \frac{11L_i}{210} & & & & \\ & & \frac{L_i^2}{105} & & & \\ & & & \frac{9}{70} & & \\ & & & & \frac{13L_i}{420} & \\ & & & & & \frac{13}{35} \\ & & & & & & \frac{13L_i}{420} & & & \\ & & & & & & & \frac{L_i^2}{140} & & \\ & & & & & & & & \frac{11L_i}{210} & \\ & & & & & & & & & \frac{L_i^2}{105} \end{bmatrix} \tag{8}$$

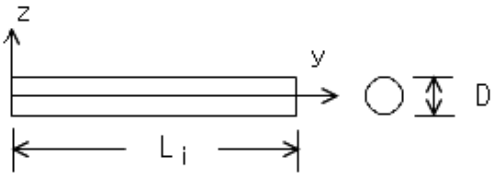


Fig. 1 The model of *i*th finite element

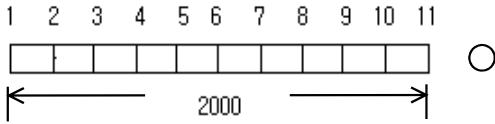


Fig. 2 The FEM model of a beam

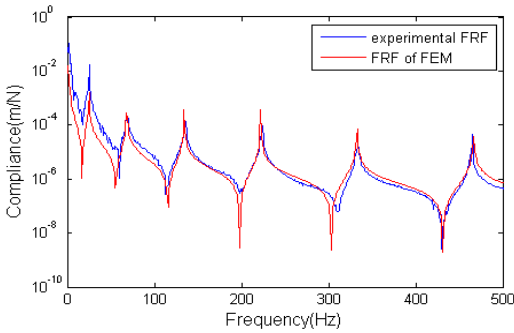


Fig. 3 The Comparison between an experimental FRF and a FRF of FEM analysis

각각의 요소의 강성행렬과 질량행렬을 구하여 더하면 강봉 전체에 대한 강성행렬과 질량행렬을 구할 수 있어서 식 (6)으로부터 유한요소 모델에 대한 주파수응답함수를 얻을 수 있다.

2.3 강봉의 진동해석과 실험

이 논문에서는 Fig. 2와 같은 길이 2000 mm, 직경 23 mm, 밀도 7850 kg/m³인 강봉을 10 등분하여 양단 자유의 경계조건에 대한 해석과 실험을 수행하였다. Fig. 3은 절점 1을 가진하여 얻은 그 점에 대한 FEM 해석 주파수응답함수와 실험 주파수응답함수를 비교한 그림이다. FEM해석 주파수응답함수의 공진점에서의 크기가 무한히 커지지 않는 것은 식 (14)로 FRF를 구할 때 주파수를 1 Hz 간격으로 계산하여 이 주파수가 정확하게 소수점 아래까지 고유진동수와 일치하는 일이 생기지 않기 때문이다.

대체로 실험 범위 내에서 두 개의 그래프가 잘

일치하고 있어서 이는 유한요소 해석법의 유효성을 보여준다.

그러나 두 주파수응답함수의 그래프가 완벽하게 일치하지 않는 것은 식 (7)과 식 (8)로 나타내는 유한요소가 완벽하게 보 구조물의 강성행렬과 질량행렬을 나타낼 수 없음을 말해주고 있다.

3. 유전알고리즘

3.1 목적함수

여기에서는 구조특성행렬인 강성행렬과 질량행렬의 요소를 미지수로 두지 않고 봉의 직경을 미지수로 두고, 각 요소별로 가정된 두께로부터 식 (7)과 식 (8)에서 각각의 유한요소의 강성행렬과 질량행렬을 구하여 식 (6)으로부터 주파수응답함수를 구하여 실제 강봉의 주파수응답함수와 일치하는 요소들의 직경을 찾아간다. 목적함수를 다음과 같이 두고 이 값을 최소로 하는 직경을 강봉의 직경으로 본다.

$$S = \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^m \frac{[H_{1i}(\omega_k)_{exact} - H_{1i}(\omega_k)_{trial}]^2}{2\sigma_{ik}^2} \quad (9)$$

여기에서 H_{1i} 는 i 점 가진에 대한 1점의 주파수응답함수이고, *exact*는 정해를 *trial*은 시도를 나타낸다. 또 k 는 응답점의 관심 주파수의 순번을 나타낸다. 따라서 이 식은 1번을 가진하여 n 개 절점에 대한 응답을 재고, 각 점마다 m 개의 주파수응답을 구하여 오차의 제곱을 두 배의 분산값으로 나누어 이것을 전부 합한 것을 목적함수로 한다는 뜻이다. 여기에서 분산은 실험 재현 신뢰도를 나타내는 코히어런스 γ^2 로부터 다음과 같이 구해진다.

$$\sigma_k^2 = \frac{1 - \gamma_k^2}{\gamma_k^2} H_k^2 \quad (10)$$

그러나 실제로는 주파수응답함수가 고유진동수 근방에서 거의 무한대에 이르므로 이 식을 목적함수로 하면 고유진동수 근방의 피크 부근에서의 오차값에 의하여 목적함수의 크기가 결정되어져 피크만 맞추는 단점이 있다.

이 논문에서는 주파수응답함수의 역수의 절값을 가중함수로 사용하는 등 다양한 시도 후 주파수응답함수의 절대값(위상각은 무시한 진폭)의 로그를

취한 값의 차의 제곱의 합을 목적함수로 사용하는 것이 가장 수렴성이 좋다는 결론을 얻었다. 이는 통상 우리가 로그 척도로 주파수응답함수를 보는 관점과도 일치한다.

$$S = \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^m \frac{[\log|H_{1i}(\omega_k)_{exact}| - \log|H_{1i}(\omega_k)_{trial}|]^2}{\sigma_{ik}^2} \quad (11)$$

3.2 조상 생산

강봉을 10등분하여 각 요소의 직경을 미지수로 하였다. 조상의 수는 2의 n승의 형태로 하여 모델과 요소 수에 따라 다르게 하였다. 10개 요소인 경우에는 조상의 수를 2의 10승인 1024로 하였다. 조상은 다음과 같이 난수를 발생시켜서 생산하였다.

$$\begin{aligned} ancestor(k,i) &= rand^* 2^p; \\ k &= 1:10, i = 1:2^n \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} dia(k,i) &= 17.0 + ancestor(k,i)/10; \\ k &= 1:10, i = 1:2^n \end{aligned} \quad (13)$$

이 식에서 k는 요소의 번호를, p는 하나의 직경을 저장할 비트의 수를 나타낸다. 즉 식(12)는 각 요소에 대하여 조상(ancestor)을 0에서 1사이의 난수를 발생시킨 다음 2^p을 곱하여 생성한다는 것을 의미한다. 연구에서는 p를 8비트로 하여 발생시킨 난수에 128을 곱한 다음 소수점 이하의 수를 버리고 0에서 127사이의 정수로 조상을 생성하였고, 직경은 식(13)과 같이 이를 10으로 나눈 뒤 17에 더한 값으로 하였다. 즉 최소 직경을 17.0 mm로 하고 최고 직경을 29.7 mm로 하였다. 다음으로 식(7)과 식(8)에 의하여 요소 행렬을 만들고 이들을 결합하여 식(6)에 의하여 주파수응답함수를 구한다. 한편 가진 실험에 의하여 구한 주파수응답함수를 이용하여 식(11)에 의하여 목적함수를 구한 후 이들을 목적함수의 작은 크기의 순으로 정렬한다.

3.3 교배와 돌연변이

정렬된 조상 중 형질이 나쁜 조상의 반은 도태시키고, 형질이 우수한 반은 서로 교배시켜 조상의 수의 반만큼 자식을 생산하여 조상과 섞은 다음 다시 정렬하고, 열성의 반은 도태시키고 우수한 형질을 가진 인자들끼리 교배시키고 또 정렬하는 작업을 계속한다. 생산된 자식의 5% 정도는 난수를 발생

시켜 특정 비트를 반전시키는 돌연변이를 일으키도록 한다.

정렬 과정에서 유전인자의 다양성을 확보하기 위하여 중복 유전자는 제외시킨다.

4. 유전알고리즘의 적용

4.1 유한요소 모델에 의한 검증

식(5)에서 모든 주파수 영역의 임의의 힘 벡터 F에 대하여 응답 Z가 1대 1로 대응하기 위하여서는 강성행렬 K와 질량행렬 M이 유일(unique)하지 않으면 아니 된다는 사실을 알 수 있다. 역으로 주파수응답함수가 주어지면 유일한 강성행렬과 질량행렬이 구하여져야 한다는 사실이다. 바꾸어 말하면 모든 절점에 대한 주파수응답함수를 구하지 않고 임의의 한 점의 주파수응답함수로부터 강성행렬과 질량행렬이 구하여져야 한다는 것이다.

이를 보이기 위하여 강봉의 절점 1번을 가진하고 그 점의 주파수응답함수 H₁₁만으로 강성행렬과 질량행렬을 구하여 보기로 한다. 주파수응답함수를 구할 때 식(6)으로부터 구하여도 좋으나 이 식에서 구하면 모든 점의 주파수응답함수를 관심 주파수 영역에서 전부 다 구하여야 한다. 따라서 관심 주파수의 개수만큼 자유도가 큰 행렬의 역행렬을 구하여야 한다. 이것은 매우 비능률적이기 때문에 실제로는 이식을 식(14)와 같이 모드 좌표로 변환시켜서 구하면 역행렬을 구할 필요도 없고 관심 있는 주파수응답함수⁽¹¹⁾만을 구할 수 있어 훨씬 편리하다.

$$H_{ij}(\omega_k) = \sum_{r=1}^N \frac{\phi_{ir}\phi_{jr}}{\Omega_r^2 - \omega_k^2} \quad (14)$$

여기에서 N은 자유도를, r은 고유진동 차수를, i는 응답점을, j는 가진점을 나타내고, 고유진동형은 질량행렬에 대한 2차형식이 단위행렬이 되도록 정규화한 크기이다.

FEM 모델을 사용할 경우 한 점의 주파수응답함수만 사용하여도 대개 20세대 정도의 자손 생산으로 완벽하게 그래프를 일치시킴은 물론이고, 목적함수의 종류에 관계없이 목적함수의 값이 0이 된다. 즉 완벽하게 모든 요소의 직경이 23.0 mm가 된다.

그래서 이 연구에서는 식(15)와 같이 FEM 모델에 최고 ±40%의 랜덤오차를 주입한 주파수응답함

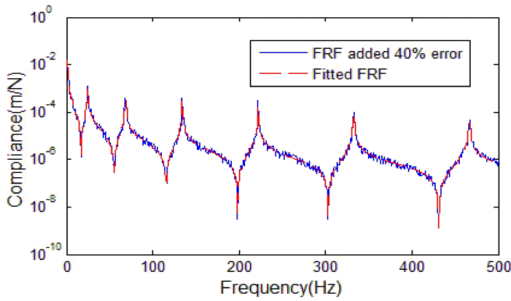


Fig. 4 The fitted results by FEM model with 40 % error added

Table 1 Fitted diameters by FRF with maximum 40 % errors by genetic algorithm

Element	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Exact	23.0	23.0	23.0	23.0	23.0	23.0	23.0	23.0	23.0	23.0
Fitted	23.2	23.3	23.5	23.6	23.1	22.5	22.5	22.7	22.8	22.8

수를 이용하였고, Fig. 4에 해석한 결과의 주파수 응답함수를 보인다.

$$H(\omega_k) = H(\omega_k)_{exact} * (0.60 + 0.8 * rand) \quad (15)$$

상당히 큰 오차를 주입하였음에도 불구하고 그래프 상으로는 완벽한 결과로 보인다. Table 1에 구하여진 봉의 직경을 나타낸다.

4.2 실험 주파수응답함수에의 적용

Fig. 2의 강봉 모델에 대하여 실험 주파수응답함수를 이용하여 강봉의 두께를 구하여 본다. 여기에서는 끝단 가진(절점 1번)에 대한 양끝단(절점 1번과 절점 11번)의 응답에 대한 두 가지 경우의 주파수응답함수를 대상으로 하여 이 알고리즘을 적용하였다. 저주파 영역에서는 주파수응답함수의 코히어런스가 좋지 않아 적용 주파수 범위를 60 Hz에서 50 Hz 사이의 데이터만을 사용하여 특성행렬을 계산하였다.

Fig. 5는 가진점의 주파수응답함수를 보이고, Fig. 6은 해석에 전혀 사용하지 않은 4번 절점의 주파수응답함수를 나타낸다.

그림에서 실선은 실험 주파수응답함수이고, 점선은 모든 요소를 직경 23.0 mm로 하여 해석한 주파수응답함수이고, 파선은 이 알고리즘으로 구한 요소를 이용하여 구한 주파수응답함수 곡선이다. 계산에

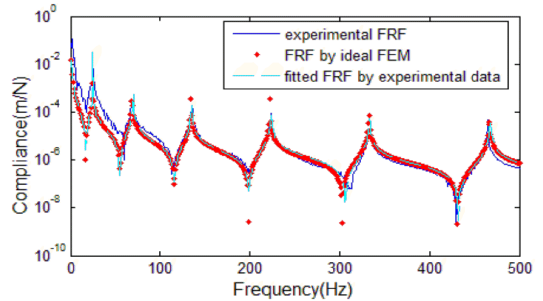


Fig. 5 The FRFs of node #1

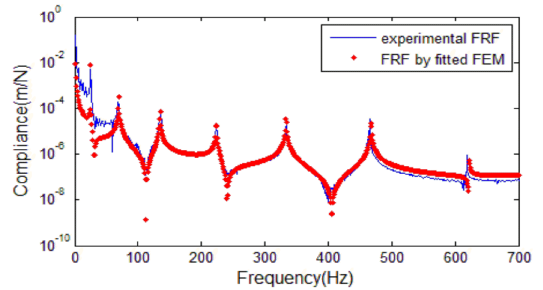


Fig. 6 The FRFs of node #4 not used for fitting

Table 2 Fitted diameters with experimental FRF by genetic algorithm

Element	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Exact	23.0	23.0	23.0	23.0	23.0	23.0	23.0	23.0	23.0	23.0
Fitted	22.1	23.8	22.1	22.6	21.6	24.1	23.9	24.4	22.5	22.6

사용한 60 Hz에서 500 Hz 사이의 곡선은 물론이고 25 Hz 부근의 1차 고유진동수 부근을 포함하여 60 Hz 이하의 저주파 영역에서도 좋은 결과를 보여주고 있다.

Fig. 6은 특성행렬 산출에 사용하지 않은 4번 절점의 주파수응답함수의 그림을 보인다. 그림에서 알 수 있듯이 특성행렬 산출에 전혀 사용하지 않은 절점임에도 불구하고 저주파 영역은 물론이고 계산에 사용하지 않은 500 Hz 이상의 고주파 영역에서까지 좋은 일치를 보여준다. 특히 620 Hz 부근의 7차 고유진동수까지 잘 나타내주고 있다. 여기에는 나타내지 않았지만 나머지 모든 절점의 주파수응답함수도 이와 비슷한 정도의 합치도를 보였다.

Table 2에는 구한 각 요소의 직경을 나타내었다. Table에서 알 수 있듯이 구하여진 봉의 직경이 실제 봉의 직경에 거의 근접하다는 사실을 알 수 있

다. 목적함수로 판단하면 이 알고리즘으로 구한 것은 842.8이고, 전 요소를 23.0 mm로 하였을 때는 919.9에서 눈으로는 구별할 수 없는 정도지만 오히려 계산한 요소를 쓰는 것이 더 근접하다는 것을 말하여 준다. 이것은 앞에서도 설명하였듯이 식 (7)과 식 (8)로 나타내는 유한요소가 완벽하게 보 구조물의 강성행렬과 질량행렬을 나타낼 수 없고, 또 감쇠의 영향을 무시했기 때문으로 보인다.

위에서 설명한 것들은 몇 가지 중요한 사실을 말해주고, 또 몇 가지의 가능성을 시사한다.

이제까지의 단순 곡선맞춤법에 의한 고유진동수와 고유진동형을 구하는 법을 탈피하여 물리적인 의미를 가지는 구조물의 강성행렬과 질량행렬을 구할 수 있고, 그 결과로써 당연히 정확한 구조물의 고유진동수와 고유진동형을 구할 수 있다. 기존의 특성행렬 산출법은 물리적인 의미를 전혀 고려하지 않은 채 곡선과 비슷한 모양을 나타내는 행렬을 찾아내는데 그쳤고, 당연히 물리적인 의미를 담보하기 어려웠다. 회전 자유도에 대한 주파수응답함수를 측정할 수 없다는데 그 이유를 대기도 하였다. 그러나 여기에서는 회전 자유도에 대한 주파수응답함수는 당연히 고려의 대상이 아니고, 직선운동에 대하여서도 극히 일부의 주파수응답함수만으로도 거의 완벽한 구조특성행렬을 찾아 낼 수 있음을 보였다. 한발 더 나아가서 보이지 않은 부분이 있더라도 내부의 구조 형상만 알 수 있으면 얼마든지 구조특성행렬을 구할 수 있고, 진동형까지 구할 수 있음을 시사한다.

또 알고리즘의 수렴성을 알아보기 위하여 강봉을 20등분하여 자유도를 42로 키운 모델에 대하여서 조상의 수 1024로 하여 해석하여도 아무런 문제없이 수렴하였다.

5. 결 론

종래에는 주파수응답함수로부터 고유진동수와 고유진동형을 구하는 것과 구조특성행렬을 구하는 일이 별도로 시행되었다. 더구나 구조특성행렬의 계산 결과는 그 행렬의 물리적인 의미를 부여하기도 어려울 정도였기 때문에 회전자유도에 대한 주파수응답함수를 측정하기 어렵기 때문에 이유를 대기도 하였다.

이 연구에서는 유전알고리즘을 이용한 주파수응답함수로부터의 강봉의 구조특성행렬 산출법을 제안함으로써 이러한 문제점들을 해결하였고 다음의 결론을 얻었다.

첫째, 유전알고리즘을 이용한 주파수응답함수로부터의 강봉의 구조특성행렬 산출법을 제안하였다.

둘째, 구속조건이 없는 자유 상태에서의 주파수응답함수로부터 구조특성행렬을 구하였기 때문에 이 결과를 다른 유한요소법에 부분구조로써 이용할 수 있다.

셋째, 이론 상 완벽한 유한요소 모델의 경우는 단 한 점의 주파수응답함수부터 구조특성행렬을 구할 수 있다. 즉 유일한 강성행렬과 질량행렬이 존재한다.

넷째, 단 두 점의 실험 주파수응답함수로부터 강봉의 구조특성행렬을 구하였고, 해석에 사용하지 않은 영역의 주파수응답함수까지 맞출 수 있다.

다섯째, 계산한 구조특성행렬의 고유치 해석으로부터 해석에 사용하지 않은 절점을 포함하여 모든 점의 정확한 고유진동수와 고유진동형까지 구할 수 있다.

앞으로의 과제는 감쇠행렬을 구하는 일과 판요소나 솔리드 요소에까지 확장해서 이론을 적용시키는 것이다.

후 기

이 과제는 교육과학기술부의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 광역경제권 선도산업인재양성사업의 연구결과입니다.

참 고 문 헌

- (1) Beliveau, J., 1976, "Identification of Viscous Damping Structures from Modal Information," American Society of Engineers Applied Mechanics, Vol. 43, p. 335.
- (2) Burak, S. and Rsm, Y. M., 2001, "The Construction of Physical Parameters from Modal Data," Mechanical Systems and Signal Processing, Vol. 15, No. 1, p. 3.
- (3) Fritzen, C. P., 1986, "Identification of Mass,

Damping, and Stiffness Matrices of Mechanical System,” American Society of Mechanical Engineers Journal of Vibration, Acoustics, Stress, and Reliability in Design, Vol. 108, p. 9.

(4) Wang, J. H., 1988, “Mechanical Parameters Identification with Special Consideration of Noise Effects,” Journal of Sound and Vibration, Vol. 125, No. 1, p. 151.

(5) Jeong, W. B., Okuma, M. and Nagamatsu, A., 1989, “Experimental Identification of Mechanical Structure with Characteristic Matrices,” JSME International Journal Series 3, Vol. 32, No. 1, p. 30.

(6) Jeong, W. B. and Nagamatsu, A., 1992, “A New Approach for Identification of Physical Matrices by Modal Testing,” Proc. of the 10th IMAC, p. 256.

(7) Kim, K. S. and Kang, Y. J., 2007, “Identification of Structural Parameters from Frequency Response

Functions,” Proceedings of the KSNVE Annual Autumn Conference, p. 863.

(8) Ibrahim, S. R. and Mikulcik, E. C., 1977, “A Method for the Direct Identification of Vibration Parameters from the Free Response,” The Shock and Vibration Bulletin, Vol. 47, Part 4, p. 183.

(9) Min, C. H., Park, H. I. and Bae, S. R., “Experimental Vibration Analysis of Damped Beam Model Using Multi-degree Curve Fitting Method,” The Korean Society of Ocean Engineers Bulletin, Vol. 22, No. 1, p. 70.

(10) Min, C. H., Park, H. I., Bae, S. R. and Jeon, J. J., “New Global Curve-fitting Method Using Frequency Response Function,” The Korean Society of Ocean Engineers Bulletin, Vol. 23, No. 6, pp. 82~86.

(11) Nagamatsu, A., 1985, “Modal Analysis,” Baifukan, p. 61.