

수직방향으로 정렬된 정사각주 후류에서의 3차원 불안정성

최 춘 범,¹ 장 용 준,² 윤 동 혁,¹ 양 경 수^{*3}

TRANSITION IN THE FLOW PAST SIDE-BY-SIDE SQUARE CYLINDERS

C.-B. Choi,¹ Y.-J. Jang,² D.-H. Yoon¹ and K.-S. Yang^{*3}

Secondary instability in the flow past two square cylinders in side-by-side arrangements is numerically studied by using a Floquet analysis. The distance between the neighboring faces of the two cylinders (G) is the key parameter which affects the secondary instability under consideration. In this paper, we present the critical Reynolds number for the secondary instability and the corresponding spanwise wave number of the most unstable (or least stable) wave for each G . Our results would shed light on a complete understanding of the onset of secondary instability in the presence of two side-by-side square cylinders.

Key Words : Floquet 안정성 분석(Floquet stability analysis), 정방형 실린더(square cylinder), 수직방향 정렬(side-by-side arrangements)

1. 서 론

2차원 실린더형 장애물 주위 유동에 대한 연구는 그 공학적 응용성 및 3차원 유동구조에 대한 학문적 관심 등으로 인해 많은 연구자들에 의해 수행되었다[1-6]. 그 중 2개의 실린더가 다양하게 배열된 경우에 대한 연구들이 최근 들어 활발히 수행되었으며 특히 수직방향으로 정렬된 경우, 실린더 간의 간섭현상으로 인해 실린더 간 거리에 따라 다양한 유동형태가 나타나는 것으로 알려져 있다[2-3,5].

이러한 실린더 주위 유동에 대한 연구는 주로 원형실린더를 대상으로 수행되어 왔으며 특히 2개의 원형실린더가 수직방향으로 정렬된 경우의 층류유동에 대한 자세한 유동패턴 분류가 Kang에 의해 수행된 바 있다[2]. 그의 연구 결과에 의하면 실린더간 거리가 가까우면, 한 개의 장애물유동과 유사한 주기적 유동형태가 나타나며, 거리가 멀어지면, 불규칙한

유동형태(flip-flopping)가 나타난다. 수직거리가 더 커지면 동일위상(in-phase), 반위상(anti-phase) 유동 형태가 차례로 나타난다. 중간 정도의 Re 에서는($50 < Re \leq 110$) 실린더간 거리 변화에 따라 동일 장애물 유동과 불규칙한 flip-flopping 유동이 나타나는 구간 사이에 치우친 유동형태(deflected)가 추가로 나타난다. 낮은 Re 에서는($Re < 50$) 실린더간 거리가 작을 때는 한 개의 장애물유동이 나타나며 거리가 멀어지면, 정상상태유동이 나타난다고 보고하고 있다.

반면, 정사각 실린더에 대한 연구는 그리 많지 않으며, 특히 두 개의 정방형 실린더 주위 층류 유동의 경우는 더욱 그러하다. 정사각 실린더가 유동방향으로 정렬된 경우는 Sohankar and Etminan[7]에 의해 수행된 바 있으며 실린더 간 거리는 $5h$ 로 제한하고 $1 < Re < 200$ 의 조건에서 유체력과 열전달까지 보고하고 있다. 여기서 h 는 정방형 실린더의 한 변의 길이를 의미한다. 한편 수직방향으로 정렬된 경우는 Agrawal et al.[3]에 의해 연구된 바 있으며, Re 를 73으로 고정하였을 때 $G/h \leq 2$ 에서는 비동기화 유동, $G/h \geq 2$ 에서는 동기화(synchronized) 유동형태가 나타난다고 보고하였다. 이러한 임계 G 는 원형 실린더의 경우보다 큰 값에 해당하며 동기화 유동형태 중에서 동일위상 유동이 반위상 유동 형태보다 지배적인 모드라고 보고하였다.

한편 2차원 실린더형 장애물 주위 유동에 대한 3차원 선형

접수일: 2010년 2월 2일, 수정일: 2010년 4월 9일,

계재확정일: 2010년 4월 16일

1 정회원, 인하대학교 대학원 기계공학과

2 한국철도기술연구원 책임연구원

3 정회원, 인하대학교 기계공학과 교수

* Corresponding author, E-mail: ksyang@inha.ac.kr

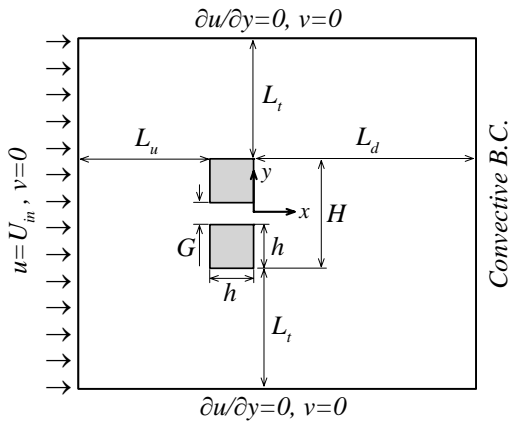


Fig. 1 Computational domain size and boundary conditions for calculating the base flow

불안정성 분석은 1994년 Noack과 Eckelmann[8]에 의해 처음 시도된 이래 최근까지 원형 실린더 및 정방형 실린더 주위 유동의 3차원 천이에 대하여 다양하게 시도되고 있다[9-12]. 특히 수직방향으로 정렬된 2개의 원형 실린더 후류의 1차 불안정성(primary instability) 연구가 Mizushima and Ino[13]에 의해 수행된 바 있으며, 정상(stationary), 진동(oscillatory), 동일위상(in-phase), 반위상(anti-phase) 모드 등에 대한 임계 Re를 계산하였다. 또한 주유동방향 거리를 5h로 고정하고 엇갈리게 정렬된 2개의 원형 실린더 후류의 3차원 유동불안정성에 대한 Floquet 안정성 분석 연구가 Carmo et al.[14]에 의해 수행되었으며 한 개의 원형실린더 후류에서는 나타나지 않는 모드 C에 대해 보고하였다.

반면, 두 개의 정방형 실린더에 대한 선형 불안정성 연구는 실린더의 정렬상태를 불문하고 전무한 상황이다. 따라서 본 연구에서는 수직방향으로 정렬된 두 개의 정방형 실린더 주위 유동에 대해, 실린더 간 거리 변화에 따른 3차원 유동 불안정성에 대한 임계 Re(Re_c) 및 실린더 축방향 파장(λ), 그에 따른 Floquet mode의 시공간적 특성에 대해 살펴보았다. 실린더 간 거리는 0 ≤ G/h ≤ 10으로 제한하였으며 G/h=0인 경우는 가로세로비(≡주유동방향길이/실린더높이)가 0.5인 한 개의 장방형 실린더와 같은 형상이다. Re는 실린더 간 거리에 따라 최소 45에서 최대 200까지 고려하였다.

2. 수치해석 기법 및 검증

2.1 기본유동(base flow)

가상경계법[15]이 적용된 비압축성 3차원 유동의 지배 방정식은 다음과 같다.

$$\nabla \cdot \mathbf{u} - q = 0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{u}\mathbf{u}) = -\nabla p + \frac{1}{\text{Re}} \nabla^2 \mathbf{u} + \mathbf{f} \tag{2}$$

여기서 $\mathbf{u} \equiv (u, v, w)$ 는 속도벡터, p 는 압력, q 는 질량 원천/흡입, \mathbf{f} 는 운동량 부가를 각각 나타낸다[15]. 위 방정식에서 2차원($w \equiv 0, \partial/\partial z \equiv 0$) 기본유동의 계산을 위해 Fractional step 기법[16]이 적용되었다. 각 방정식은 직교좌표계에서 유한 체적법(Finite Volume Method)으로 차분되었고, 비균일 엇갈림 격자계(non-uniform staggered grid)를 사용하였다. 시간 차분은 운동량 방정식에서 대류항에 대하여 3차 정확도의 Runge-Kutta 방법으로 explicit하게 적분하였고, 점성항은 Crank-Nicolson 방법으로 implicit하게 적분이 수행되었다.

경계조건은 Fig. 1에 도시한 것과 같이 입구와 출구에서 각각 Dirichlet 조건과 대류경계조건이 사용되었으며, 계산영역 윗면과 아랫면에서 slip조건을 사용하였다. 물체 표면에서는 no-slip조건을 적용하였다.

위 지배방정식으로 얻어진 2차원 기본유동은 Floquet 안정성 분석의 적용을 위해서는 필수적으로 시간에 대해 주기적이어야 한다. 주기적인 기본유동은 주기 T에 대해 32개로 등간격 분할저장되며 교란방정식(다음 절에서 기술) 계산 시 필요한 임의의 시간에서의 기본유동장은 Fourier 보간을 통해 얻게 된다.

2.2 Floquet 안정성 분석

주기적인 와홀립이 발생하는 실린더형 장애물을 지나는 유동에서 3차원로의 유동 천이는 Floquet 안정성 분석을 통해 이해할 수 있다. 여기서 유동장의 순간 속도는 주기 T를 가지는 2차원 기본유동(base flow, $\mathbf{U}(x, y, t) = \mathbf{U}(x, y, t + T)$)과 3차원 교란속도(perturbation velocity, \mathbf{u}')로 구성된다.

$$\mathbf{u}(x, y, z, t) = \mathbf{U}(x, y, t) + \mathbf{u}'(x, y, z, t) \tag{3}$$

식 (1-3)을 이용한 간단한 수식전개를 통해 아래와 같은 선형화된 교란 방정식을 얻을 수 있다.

$$\nabla \cdot \mathbf{u}' - q = 0 \tag{4}$$

$$\frac{\partial \mathbf{u}'}{\partial t} = -\nabla \cdot (\mathbf{u}'\mathbf{U} + \mathbf{U}\mathbf{u}') - \nabla p' + \frac{1}{\text{Re}} \nabla^2 \mathbf{u}' + \mathbf{f} \tag{5}$$

위 방정식에 대한 경계조건은 식 (2)의 경계조건과 기본유동의 경계조건으로부터 얻어지며, 입구에서는 $\mathbf{u}'=0$, 출구에서는

대류경계조건이 되며, 계산영역 윗면과 아랫면에서는 각각 slip 경계조건으로 기본유동의 경계조건과 동일하게 된다.

식 (4)와 식 (5)의 교란 방정식은 실린더 축방향으로 homogeneous 한 특성을 이용하면 좀 더 간단하게 표현할 수 있다. 즉 Fourier 적분을 통해 perturbation 속도와 압력은 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{u}' \\ p' \end{bmatrix} (x, y, z, t) = \int_{-\infty}^{\infty} \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{u}} \\ \hat{p} \end{bmatrix} (x, y, \beta, t) e^{i\beta z} d\beta \quad (6)$$

여기서 $\beta = 2\pi/\lambda$ 이며, λ 는 유동 교란의 실린더 축방향 파장을 의미한다. 위 식을 식 (4-5)에 대입하면 각각의 β 에 따른 2차원 방정식을 얻게 된다. 또한 교란 속도와 압력은 각각 다음과 같은 형태가 된다[9].

$$\begin{aligned} \mathbf{u}'(x, y, z, t) &= (\hat{u} \cos\beta z, \hat{v} \cos\beta z, \hat{w} \sin\beta z) \\ p'(x, y, z, t) &= \hat{p} \cos\beta z \end{aligned} \quad (7)$$

여기서 방정식 (4,5)가 선형이기 때문에 각각의 모드 $|\beta|$ 에 대한 위의 각 방정식은 독립적이게 된다. 변형된 교란 방정식은 Fourier 계수로 이루어지며, 식 (4)와 (5)의 gradient 연산자 ∇ 를 $\nabla_{\beta} = (\partial/\partial x, \partial/\partial y, i\beta)$ 로 교체함으로써 얻어진다. 선형 연산자 \mathbf{L} 을 교란 방정식의 우변으로 정의하면 교란 방정식은 다음과 같은 형태가 된다.

$$\frac{\partial \hat{\mathbf{u}}}{\partial t} = \mathbf{L}(\hat{\mathbf{u}}) \quad (8)$$

여기서 $\mathbf{L}(\hat{\mathbf{u}})$ 는 주기 T 를 가지는 함수이며, 식 (8)의 해는 $\tilde{\mathbf{u}}(x, y, z, t) \exp(\sigma t)$ 형태의 함수로 이루어진다[9]. 여기서 $\tilde{\mathbf{u}}(x, y, z, t)$ 또한 주기 T 를 가지는 함수이며, 이를 연산자 \mathbf{L} 의 Floquet mode라고 한다[4]. σ 는 Floquet 지수이고 Floquet 안정성 분석에서는 $\mu \equiv \exp(\sigma T)$ 로 정의되는 Floquet multiplier를 통해 안정성을 판별하게 된다. Floquet multiplier는 \mathbf{L} 의 고유값을 통해 구하게 되며, $|\mu| < 1$ 인 경우, 유동 교란은 지수적으로(exponentially) 감소하고 유동장은 안정화 상태이며, $|\mu| > 1$ 인 경우, 유동 교란은 지수적으로 증가하고 유동장은 불안정한 상태가 된다.

Robichaux 등[10]은 다음과 같이 교란 속도의 운동에너지를 통해 Floquet multiplier를 구하고 실린더형 장애물의 안정성을 분석한 바 있다. 이 방법은 Blackburn and Lopez[11]에 의해 검증된 바 있으며 Floquet multiplier를 구하기 위해 사용된 식은 아래와 같다.

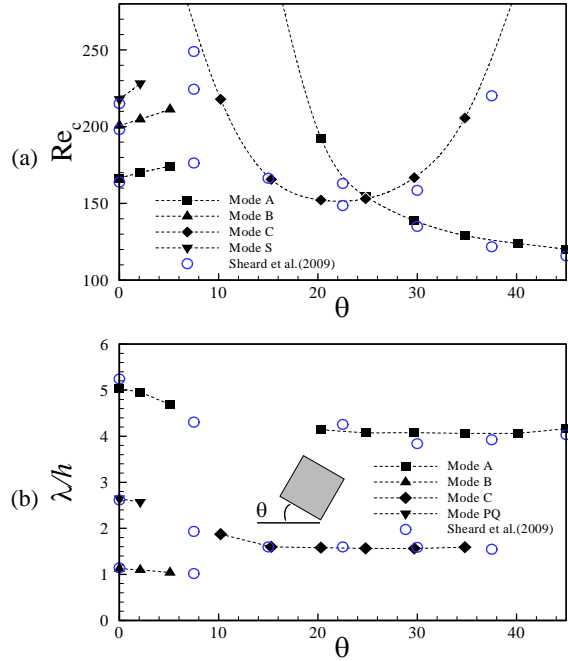


Fig. 2 Comparison of critical values versus incidence angle for flow past an inclined square cylinder with the results of Sheard et al.[12] : (a) critical Reynolds numbers, (b) corresponding spanwise wave lengths

$$|\mu_{\max}| \approx N(t+T)/N(t) \quad (9)$$

$$N(t) = \sqrt{\int_{\Omega} [\hat{u}(\mathbf{x}, t)^2 + \hat{v}(\mathbf{x}, t)^2 + \hat{w}(\mathbf{x}, t)^2] d\Omega} \quad (10)$$

여기서 Ω 는 전체 계산영역을 의미한다. 이 방법에서는 식 (8)의 고유값을 직접 계산할 필요 없이 교란 방정식에서 운동 에너지의 시간에 따른 거동을 통해 안정성을 판별하게 되며 본 연구에서도 이와 같은 방법을 사용하였다.

2.3 격자 및 계산 영역

주기적인 와홀림이 발생하는 실린더형 장애물을 지나는 유동에서 3차원에서의 유동 현상은 Floquet 안정성 분석을 통해 이해할 수 있다. 여기서 두 정방형 실린더는 주유동방향에 수직하게 정렬시키고 면대면 거리를 변화시키며 계산을 수행하였다. 두 실린더간 거리 G/h 는 0, 0.1, 0.2, 0.3, 0.5, 0.7, 1.0, 1.3, 1.6, 1.7, 2.1, 2.5, 3.0, 10.0을 사용하였으며 사용된 계산 영역을 Fig. 1에 도시하였다. L_u 와 L_d 는 각각 33h와 36h를 사용하였으며 L_r 는 49.5h를 사용하였다. 격자수는 실린더 내부에

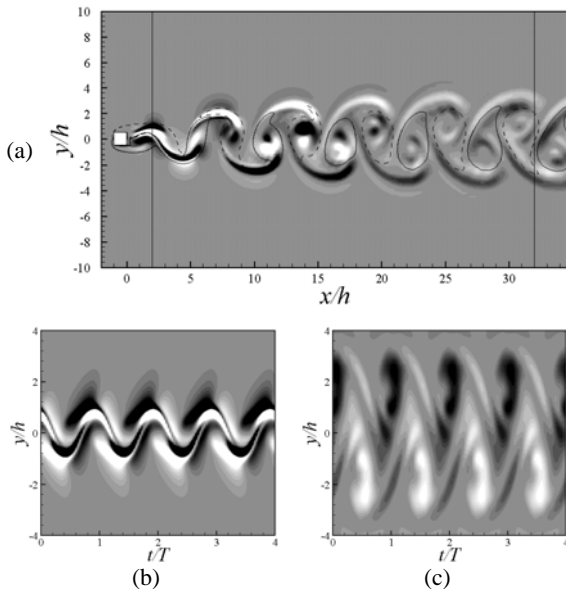


Fig. 3 Vorticity contours for a single square cylinder at $Re=168$, $\beta=1.25$. Light regions correspond to negative and dark to positive streamwise vorticity of the Floquet mode, solid and dashed lines represent positive and negative spanwise vorticity, respectively : (a) instantaneous streamwise vorticity contours of Floquet mode (greyscale) superposed on spanwise vorticity contours of the base flow (lines, $\omega_z h / U_\infty = \pm 0.1$), (b) streamwise vorticity contours of Floquet mode on the line $x/h=2$, (c) streamwise vorticity contours of Floquet mode on the line $x/h=32$

128×128개를 사용하였으며, L_x 와 L_y 에 대해 각각 88개, 576개를 사용하였다. L_z 에 대해서는 160개를 사용하였으며, G 에는 거리 변화에 따라 최소 12개에서 최대 192개까지 사용하였다. 사용된 격자는 격자 세분화 연구를 통해 결정하였다.

2.4 코드의 검증

2.4.1 기울어진 정사각 실린더 주위 유동

기울어진 단일 정방형 실린더를 지나는 유동의 3차원 선형 불안정성 분석을 통해 코드의 검증을 수행하였다. 주유동방향에 대한 실린더의 기울어진 각도 θ 의 변화에 대한 3차원 임계 Re 와 그에 상응하는 Floquet mode의 z 방향 파장을 계산하였다. Re 의 범위는 최대 300까지 설정하였으며 계산 영역은 유동방향, 수직방향으로 각각 $70h$, $100h$ 를 사용하였다. 사용된 격자수는 격자 세분화 연구를 통해 결정하였으며, x , y 방향으로 792×448개를 사용하였다. 2009년 Sheard et al.[12]이 발표한 연구 결과와 본 코드를 통해 얻은 결과를 비교하여 Fig. 2에 도시하였다. Fig. 2(a)에는 입사각의 변화에 따른 임계 Re 를 도시하였으며 다양한 모드에 대한 각각의 임계 Re 가

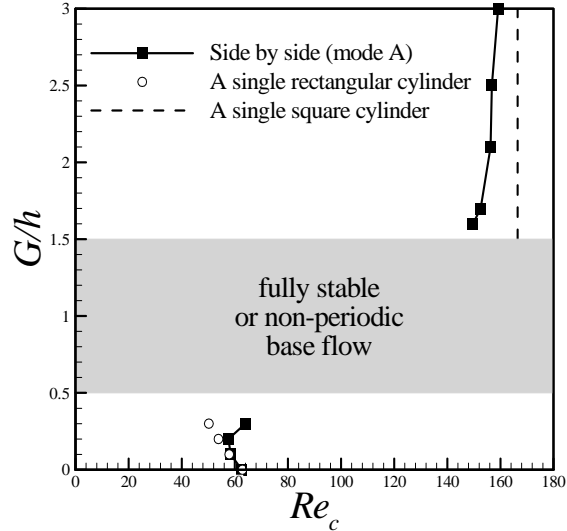


Fig. 4 Critical Reynolds numbers for 3D instability modes versus the gap between two square cylinders ; dashed line means the critical Reynolds numbers of mode A for a single square cylinder

Sheard et al.의 결과와 거의 동일한 것을 확인할 수 있다. 또한 Fig. 2(b)에는 입계 Re 에 상응하는 유동의 3차원 파장을 도시하였으며 이 역시 큰 차이를 찾아 볼 수 없다.

θ 가 0인 경우, 본 코드로 계산된 mode A의 임계 $Re(Re_c)$ 는 166.5이며 이에 상응하는 3차원 입계 파동수(β)는 1.25이다. 한편 Sheard et al.[12]의 연구에서 보고한 값은 각각 164와 1.2로서 본 연구의 결과와 잘 일치한다.

2.4.2 mode A와 mode B의 시공간적 특성

원형 실린더 주위 유동은 Re 가 증가함에 따라 3차원화되며 mode A와 mode B가 차례대로 발생하게 된다[1]. 이러한 유동 불안정성은 기울어지지 않은 정사각 실린더 주위 유동에서도 마찬가지로 발생하며 그 특성은 mode A와 mode B에 대해 각각 기RT대칭성 (odd Reflection-Translation symmetry), 우RT대칭성 (even Reflection-Translation symmetry)을 나타낸다 [10].

$$\text{mode A : } \tilde{\omega}_x(x,y,z,t) = -\tilde{\omega}_x(x,-y,z,t+T/2) \quad (11)$$

$$\text{mode B : } \tilde{\omega}_x(x,y,z,t) = \tilde{\omega}_x(x,-y,z,t+T/2) \quad (12)$$

즉, 두 가지 모드는 Floquet mode의 주유동방향 와도($\tilde{\omega}_x$)가 장애물의 중심축($y/h=0$)을 기준으로 대칭적이며 시간축에 대

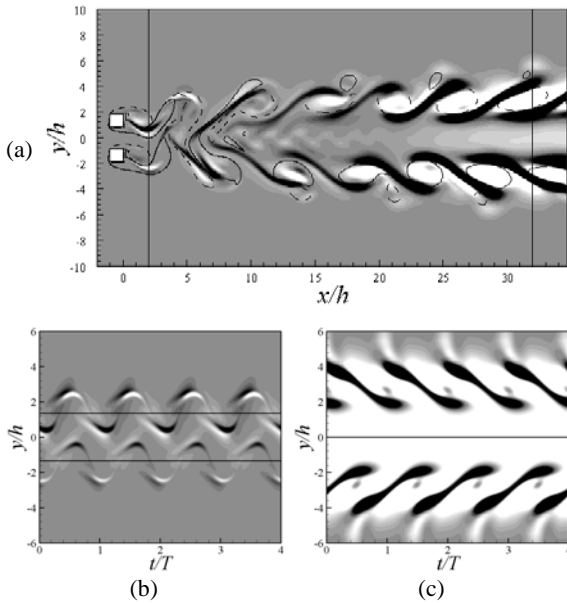


Fig. 5 Vorticity contours for $G/h=1.7$, $Re=153$, $\beta=1.45$. Light regions correspond to negative and dark to positive streamwise vorticity of the Floquet mode, solid and dashed lines represent positive and negative spanwise vorticity, respectively : (a) instantaneous streamwise vorticity contours of Floquet mode (greyscale) superposed on spanwise vorticity contours of the base flow (lines, $\omega_z h/U_\infty = \pm 0.3$), (b) streamwise vorticity contours of Floquet mode on the line $x/h=2$, (c) streamwise vorticity contours of Floquet mode on the line $x/h=32$

해서는 $T/2$ 만큼 이동시킨 특징을 나타내는데 mode A는 대칭 변환 이후 부호가 바뀌는 반면 mode B는 부호가 바뀌지 않는다. 그 중 mode A의 특성을 Fig. 3에서 잘 보여주고 있다. Fig. 3(a)는 기본유동의 z 방향 순간 와도를 선으로, 동일한 순간에서의 Floquet mode의 주유동방향(x) 와도를 색으로 나타낸 그림이며 mode A에 대한 임계 조건에서 계산된 결과이다. Fig. 3(a)를 통해 mode A 불안정성이 먼 후류에서 소멸되지 않고 유지되고 있는 것을 확인할 수 있다. 또한 Fig. 3(b)와 3(c)를 통해 mode A의 기RT대칭성을 관찰할 수 있다.

3. 결 과

수직방향으로 정렬된 정방향 실린더 주위 유동의 3차원 불안정성에 대한 임계 Re 를 Fig. 4에 도시하였다. 본 코드로 계산된 한 개의 정방향 실린더 주위 유동에 대한 Re_c 값을 점선($=166.5$)으로 도시하였으며 이는 mode A에 해당한다. $0.5 \leq G/h \leq 1.5$ 구간에서는 낮은 Re 에서 정상상태를 유지하다가 임의의 Re 이상에서 갑자기 불규칙한 유동형태를 나타내게 되

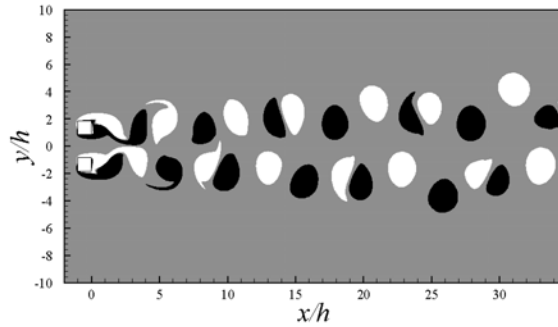


Fig. 6 Spanwise vorticity contours of the base flow for $G/h=1.7$, $Re=200$: Light regions correspond to negative and dark to positive value ($\omega_z h/U_\infty = \pm 0.3$).

는데 이는 Kang의 논문[2]에서 기술된 바와 같이 수직방향으로 정렬된 장애물 유동에서 나타나는 불규칙성(flip-flopping) 때문이다. 결과적으로 위 구간에서는 유동의 주기성을 전제로 적용되는 Floquet 안정성 분석을 수행할 수 없었다.

3.1 실린더가 원격한 구간 ($G/h \geq 1.6$)

G 가 증가함에 따라($G/h \geq 1.6$) 임계 Re 값이 한 개의 실린더 주위 유동에 대한 값에 근접해 가는 것을 확인할 수 있으며 $G/h=3.0$ 에서 3차원 유동 불안정성에 대한 임계 $Re(Re_c)$ 는 159.1로 계산되었다. 한 개의 실린더에서 얻은 결과와의 차이는 약 4.5%이며 Fig.에 나타내지 않은 $G/h=10$ 의 경우에는 약 0.3%의 차이를 나타냈다. 참고로 Akinaga and Mizushima[19]는 두 개의 원형실린더가 수직방향으로 정렬된 경우, 정상유동에서 비정상 대칭 유동으로의 천이에 대한 임계 Re 를 구한 바 있으며, 그에 따르면 실린더간 거리가 $10d$ 일 때의 임계 Re 와 한 개의 실린더의 임계 Re 간의 차이는 약 8%이다. 여기서 d 는 원형실린더의 직경을 의미한다.

3.1.1 동일위상(In-phase) 기본유동 ($G/h=1.6, 1.7$)

이번 절의 제목이, $G/h=1.6, 1.7$ 에서는 모든 Re 에 대해 동일위상 기본유동이 나타난다는 것을 의미하는 것은 아니다. 예를 들어 $G/h=1.7$ 에서는 낮은 Re 에서 동일위상 기본유동을 보이다가 3차원 임계값보다 더 큰 Re 에서는 반위상 기본유동이 나타나게 된다. 이는 Fig. 5(a)와 Fig. 6을 통해 확인할 수 있는데, Fig. 5(a)는 $Re=153$ 의 횡방향 와도를 실선과 점선으로 나타내었으며 Fig. 6에서는 $Re=200$ 의 횡방향 와도를 색깔로 나타내었다. 이와 같은 현상은 다음 절에서 설명될 $2.1 \leq G/h \leq 10$ 구간에서도 마찬가지로 적용된다. 예를 들어 $G/h=2.1$ 에서는 낮은 Re 에서 동일위상 기본 유동을 보이다가 임계값보다 조금 작은 Re 이상부터는 반위상 기본 유동이 나타나게 된다. Re 증가에 따라 동일위상에서 반위상 유동으로 천이되는 현

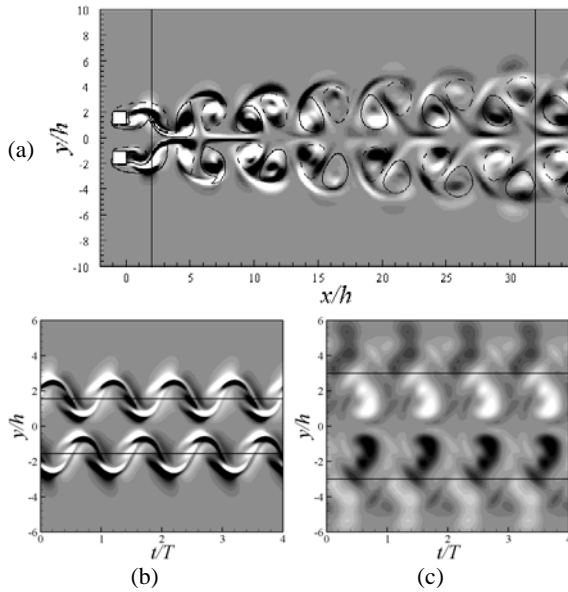


Fig. 7 The caption identical to Fig. 5 except for $G/h=2.1$, $Re=160$, $\beta=1.45$

상은 Re 증가에 따른 점성 효과 감소로 인해 결국 실린더 간의 간섭현상이 감소하기 때문이다.

Fig. 5(a)는 $G/h=1.7$, $Re=153$, $\beta=1.45$ 일 때 기본유동의 순간 z 방향 와도를 선으로, 동일한 순간에서의 Floquet mode의 주유동방향 와도를 색으로 나타낸 그림이다. 두 실린더의 가까운 후류에서는 동일한 위상으로 와류가 생성되는 것을 확인할 수 있는 반면, 두 와류구조의 간섭현상으로 인해 $3 < x/h < 4$ 위치에서부터 두 와류가 혼합되는 현상을 관찰할 수 있다. 그 결과 $x/h=10$ 이상에서는 다소 약화된 단일 와구조가 형성된다. 즉 y 방향 아래쪽에는 양의 횡방향 와도가, 위쪽에는 음의 와도가 지배적으로 남아 있게 된다. 이를 통해, 적어도 $G/h=1.7$ 까지는 두 실린더 간의 간섭현상이 여전히 존재하고 있는 것을 알 수 있다.

Fig. 5(a)에서의 $x/h=2$ 와 $x/h=32$ 에서의 Floquet mode의 주유동방향 와도를 시간 변화에 따라 도시하여 Fig. 5(b)와 (c)에 각각 나타내었다. Fig. 5(b)에서는 $y/h \approx \pm 1.35$ 축을 기준으로 각각 mode A의 기RT대칭성이 잘 드러나고 있으며, $y=0$ 을 기준으로 우RT대칭성이 관찰된다. 한편, Fig. 5(c)에서는 와류 간섭현상 이후 단일한 와구조 쌍이 존재하며 $y=0$ 을 기준으로 우RT대칭성만이 나타나고 있는 것을 확인할 수 있다. 또한, 간섭현상이 발생한 지점 후류에서 Floquet mode의 주유동방향 와도의 강도가 점점 더 증가하는 현상을 관찰할 수 있으며 이는 간섭현상이 원인이라고 추측된다. 또한 Fig. 5(b)에서 볼 수 있듯, 실린더에 인접한 후류에서 Floquet 모드

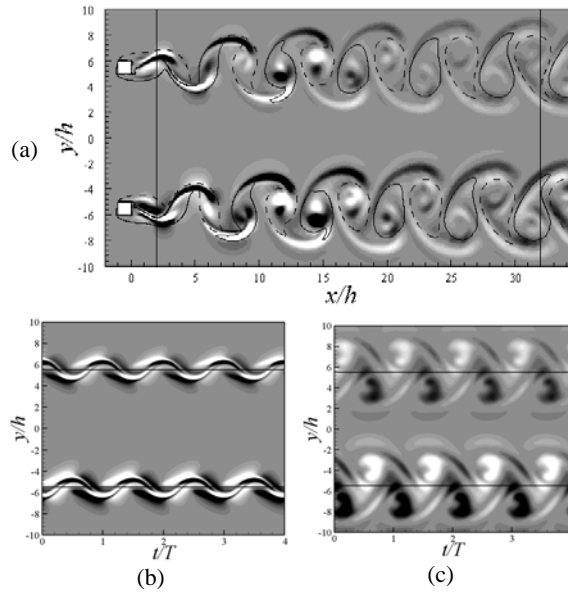


Fig. 8 The caption identical to Fig. 5 except for $G/h=10$, $Re=166$, $\beta=1.25$.

향 와도의 강도가 y 방향 아래쪽 실린더 후류에서보다 위쪽 실린더 후류에서 좀 더 큰 것을 관찰할 수 있다. 이는 임계조건에서만 나타나는 현상으로 이보다 높은 Re 에서는 와도 강도의 완전한 대칭성을 확인할 수 있었다.

3.1.2 반위상(Anti-phase) 기본유동 ($2.1 \leq G/h \leq 10$)

$2.1 \leq G/h$ 에서는 두 실린더 간의 간섭 현상이 줄어들고 두 실린더 후류에서의 유동은 거의 독립적으로 발달하게 된다. 기하학적 대칭성으로 인해 유동장은 반위상(Anti-phase) 형태를 유지한다. Fig. 7은 $G/h=2.1$ 일 때 임계 Re 에 근접한 조건에서의 와도를 보여주고 있다. 두 개의 실린더 후류에서의 와구조가 서로 혼합되는 간섭현상은 발견되지 않으나, 실린더의 인접성으로 인해 와구조의 y 방향 전파가 다소 억제되는 것을 Fig. 7(a)를 통해 확인할 수 있으며 와구조 형태가 먼 후류까지 유지되는 것도 확인할 수 있다. 실린더에 가까운 후류에서 서로 독립적인 mode A의 기RT대칭성이 $y/h \approx \pm 1.55$ 를 기준으로 각각 형성되고 있으며(Fig. 7(b)), $x/h=32$ 에서도 다소 명확성은 떨어지나 $y/h \approx \pm 3.0$ 을 기준으로 기RT대칭성을 관찰할 수 있다. 그리고 $y/h=0$ 을 기준으로 전체적인 R대칭성(reflectional)도 전 영역에서 나타난다. 두 실린더가 비교적 멀리 떨어진 $G/h=10$ 의 경우를 Fig. 8에 도시하였다. Fig. 8(a)에서는 두 실린더 후류에서의 와구조가 완전히 분리된 것을 확인할 수 있으며 Fig. 8(b)와 (c)에서는 $y/h \approx \pm 5.5$ 를 기준으로 기RT대칭성이 형성된 것을 확인할 수 있다. 특히 Fig. 8(c)는

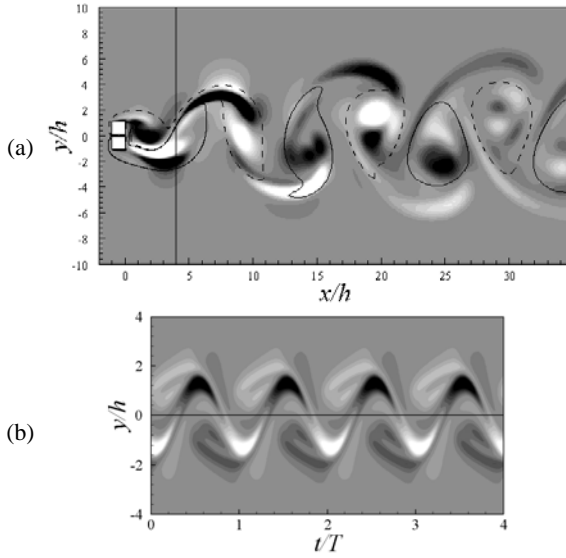


Fig. 9 Vorticity contours for $G/h=0.2$, $Re=59$, $\beta=0.65$. Light regions correspond to negative and dark to positive streamwise vorticity of the Floquet mode, solid and dashed lines represent positive and negative spanwise vorticity, respectively : (a) instantaneous streamwise vorticity contours of Floquet mode (greyscale) superposed on spanwise vorticity contours of the base flow (lines, $\omega_z h / U_\infty = \pm 0.1$), (b) streamwise vorticity contours of Floquet mode on the line $x/h=4$

한 개의 사각실린더 후류에서의 Floquet mode에 대한 Fig. 3(c)와의 유사성을 찾아 볼 수 있다.

3.2 실린더가 인접한 구간 ($0 \leq G/h \leq 0.3$)

실린더간 거리가 비교적 가까운 $0 \leq G/h \leq 0.3$ 구간에서는 한 개의 실린더 주위 유동에 대한 임계 Re 보다 매우 낮은 임계 Re 가 계산되었다. 두 실린더가 완전히 밀착된 경우인 $G/h=0$ 에서는 임계 Re 가 62.6으로 계산되었으며 두 실린더 사이가 멀어짐에 따라 임계 Re 는 $G/h=0.1$ 에서 58.5, $G/h=0.2$ 에서 57.5로 감소하다가 $G/h=0.3$ 에서는 다시 63.6으로 증가한다. 이는 실린더간 거리가 증가함에 따라 3차원 유동 불안정성이 증가하다가 다시 감소하는 것을 의미한다. 수직방향으로 정렬된 두 실린더의 간격이 좁을 때의 유동구조가 한 개의 장애물 주위 유동과 유사하다는 것은 여러 연구 결과로 알려진 바 있다[2-3,5]. 그렇다면, G/h 증가에 따른 두 실린더의 수직방향 특성 길이의 증가효과와 실린더 사이에서 발생하는 틈새유동(gap flow)의 발달은 3차원 유동 불안정성에 각각 어떤 영향을 끼치는가? 이를 확인하기 위해 동일한 수직방향 특성 길이를 갖는 한 개의 장방형 실린더, 즉 두 실린더 틈새를 차단한 것과 동일한 단일 실린더 후류에서의 3차원 불안정성에

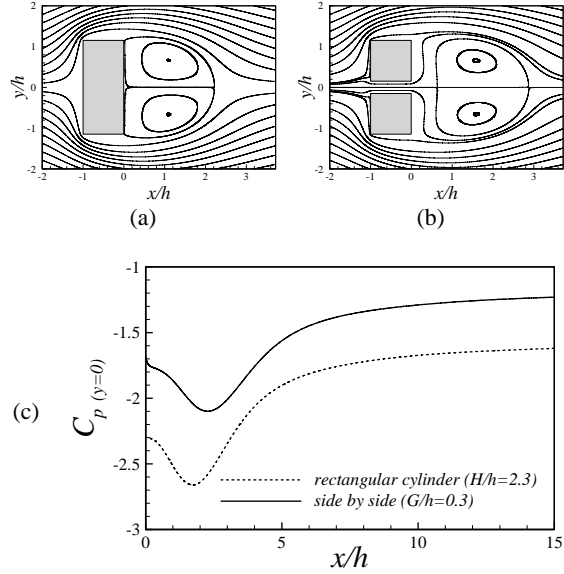


Fig. 10 Comparison for time-averaged streamlines and pressure coefficients : (a) rectangular cylinder with $H=2.3h$ at $Re=50$, (b) two square cylinders in side-by-side arrangement with $G=0.3h$ at $Re=50$, (c) corresponding pressure coefficients on the line $y/h=0$

대한 임계 Re 를 추가로 계산하여 Fig. 4에 원형 표식으로 도시하였다. 수직방향 길이 증가에 따라 임계 Re 가 거의 선형적으로 감소하는 것을 Fig. 4를 통해 확인할 수 있다. 수직방향 길이가 $2.1h$ 인 장방형 실린더의 임계 Re 는 57.9, 수직방향 길이가 $2.2h$ 인 경우는 53.8, $2.3h$ 인 경우는 50.2로 계산되었으며 이는 각각 두 개의 실린더의 경우보다 작은 값이다. 이를 통해, 단일 장애물화 현상으로 발생한 특성길이 증가 효과는 3차원 유동 불안정성을 증가시키는 반면, 실린더 사이의 틈새 유동은 오히려 유동을 안정화시킨다는 것을 알 수 있다. 또한 $0 \leq G/h \leq 0.2$ 구간에서는 틈새유동의 유동 안정화 효과보다 특성길이 증가효과가 더 지배적이며 $G/h=0.3$ 에서는 틈새유동의 안정화 효과가 더 지배적이기 때문에 Re_c 의 역전현상이 발생한 것이다.

Fig. 9(a)는 $G/h=0.2$, $Re=59$, $\beta=0.65$ 의 경우에 대한 기본유동의 z 방향 순간와도와 동일 순간에서의 Floquet mode의 주 유동방향 와도를 중첩하여 도시한 그림이며 Fig. 9(b)는 $x=4h$ 에서의 Floquet mode의 주유동방향 와도를 시간에 따라 누적하여 도시한 그림이다. 단일 장애물화 현상으로 발생한 단일한 와류립 구조와 mode A의 기RT대칭성을 관찰할 수 있다.

Fig. 10의 (a)와 (b)는 장방형 실린더와 2개의 정사각 실린더의 시간 평균된 기본유동장을 각각 유선으로 도시한 그림이다. 2개의 실린더 후류에서는 틈새유동의 영향으로 와류 쌍

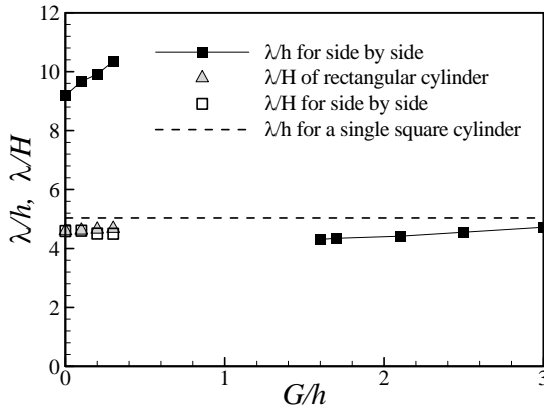


Fig. 11 Spanwise wavelengths of three-dimensional modes at the onset of their instability, plotted against the gap between two cylinders

이 실린더 표면에서 분리된 것을 확인할 수 있다. 또한 Fig. 10(c)에서는 실린더 후류의 좌표 원점에서부터 x 방향으로의 압력계수 분포를 서로 비교하여 도시하고 있으며 여기서 압력계수 C_p 는 다음과 같이 정의된다.

$$C_p = (p - p_s) / (0.5\rho U_{in}^2) \tag{13}$$

여기서 p_s 는 $x/h=-1, y=0$ 에서의 압력으로 정의된다. 즉, 압력계수 C_p 는 장애물 상류 정체점과의 압력차를 의미한다. 그림 10(c)를 통해 두 실린더가 인접한 경우, 틈새유동의 영향으로 2개의 실린더 상류와 후류 간 압력차가 장방향 실린더의 경우에 비해 감소한 것을 확인할 수 있다. 2개의 실린더의 경우, 장애물 후류에서의 최저 압력 지점이 후류 쪽으로 좀 더 떨어진 것도 확인할 수 있다.

3.3 mode A의 특성을 만족하는 횡방향 파장

G/h 의 변화에 대한 Floquet mode의 z방향 파장을 Fig. 11에 도시하였다. 검은색으로 속이 채워진 사각형 표식은 mode A의 시공간적 특성이 관찰된 경우들이며 정방향 실린더의 한 변의 길이 h 로 표준화하여 도시하였다. 실린더 간 거리가 가까운 경우에는 실린더 간 거리 증가에 따라 3차원 파장이 증가하며, 그 평균값인 약 $10h$ 는 단일 실린더의 후류에서 발생하는 3차원 파장 $5.035h$ (점선 표시)의 약 2배에 해당한다. 그러나 장방향 실린더에 대한 z 방향 파장을 실린더의 주유동 방향 투영면적인 H 로 표준화하여 도시한 것과 마찬가지로(삼각형 표식) 두 개의 실린더에 대한 z 방향 파장을 유효 특성 길이에 해당하는 H 로 표준화하게 되면, 속이 빈 사각형으로 도시한 것과 같이 $5.035h$ 와 유사한 값을 얻게 된다. 결국

Floquet 안정성 분석을 수행한 모든 경우에서 mode A의 3차원 유동 불안정성이 발생한다는 결론을 내릴 수 있게 된다.

4. 결 론

Floquet 이론을 이용하여 수직방향으로 정렬된 두 개의 정방향 실린더 주위 유동에 대한 3차원 유동 불안정성 분석을 수행하였다. 실린더 간 거리가 멀어지게 되면 각각의 실린더 주위 유동은 독립된 실린더 주위 유동과 유사해지며 특히 $G/h=10$ 에서는 두 실린더 각각에서 거의 독립적인 3차원 유동 천이가 발생하게 된다. 한편 실린더 간의 간섭현상은 $G/h \leq 2.1$ 구간에서 유동의 특성에 영향을 끼치게 된다. $G/h=2.1$ 에서는 각 실린더 후류에서의 유동의 수직방향 전파가 억제되며 와구조가 먼 후류까지 지속된다. $G/h=1.6$ 과 1.7 에서는 서로 독립적으로 발생한 동일 위상 유동이 먼 후류에서 단일한 와구조로 병합되는 현상이 발생하게 된다.

실린더간 거리가 가까운 경우에는 $G/h \geq 1.6$ 인 경우보다 훨씬 낮은 Re에서 유동이 3차원화되는데 이는 두 실린더가 마치 한 개의 장애물처럼 작용하여 특성길이가 증가하는 효과가 발생하기 때문이다. 두 실린더가 완전히 밀착된 경우부터 G 가 증가함에 따라 임계 Re는 점차 감소하다가 $0.2 < G/h < 0.3$ 구간에서는 임계 Re가 다시 증가하게 되는데 이는 실린더 사이의 틈새유동(gap flow)의 유동 안정화 효과가 $0.2 < G/h < 0.3$ 구간에서 지배적으로 작용하기 때문이다.

$0.5 \leq G/h \leq 1.5$ 구간에서는, Re가 증가함에 따라 정상상태 유동에서 곧바로 불규칙한 기본유동으로 천이하였으며, 유동의 주기성이 필수조건인 Floquet 안정성 분석을 적용할 수 없었다. 이 영역에 대한 임계 Re 연구 및 3차원 유동 불안정성에 대한 비선형 효과를 연구하기 위해서는 3차원 직접수치 모사가 반드시 수행되어야 할 것으로 판단된다.

후 기

본 연구는 한국철도기술연구원의 도시철도 시설물 표준화 연구개발 사업(SW09002)의 지원에 의하여 수행되었음.

참고문헌

[1] 1988, Williamson, C.H.K., "The existence of two stages in the transition to three-dimensionality of a circular cylinder wake," *Phys. Fluids*, Vol.31, pp.3165-3168.
 [2] 2003, Kang, S., "Characteristics of flow over two circular cylinders in a side-by-side arrangement at low Reynolds numbers," *Phys. Fluids*, Vol.15, pp.2486-2498.

- [3] 2006, Agrawal, A., Djenidi, L. and Antonia, R.A., "Investigation of flow around a pair of side-by-side square cylinders using the lattice Boltzmann method," *Comput. Phys.*, Vol.35, pp.1093-1107.
- [4] 2006, Carmo, B.S. and Meneghini, J.R., "Numerical investigation of the flow around two circular cylinders in tandem," *J. Fluids Struct.*, Vol.22, pp.979-988.
- [5] 2009, Lee, K. and Yang, K.-S., "Flow patterns past two circular cylinders in proximity," *Comput. Phys.*, Vol.38, pp.778-788.
- [6] 2009, Liu, K., Ma, D.-J., Sun, D.-J. and Yin, X.-Y., "Stability of flow past two side-by-side circular cylinders," *Mod. Phys. Lett. B*, Vol.23, No.3, pp.269-272.
- [7] 2009, Sohanka, A. and Ertman, A., "Forced-convection heat transfer from tandem square cylinders in cross flow at low Reynolds numbers," *Int. J. Numer. Methods Fluids*, Vol.60, pp.733-751.
- [8] 1994, Noack, B.R. and Eckelmann, H., "A global stability analysis of the steady and periodic cylinder wake," *J. Fluid Mech.*, Vol.270, pp.297-330.
- [9] 1996, Barkley, D. and Henderson, R.D., "Three-dimensional Floquet stability analysis of the wake of a circular cylinder," *J. Fluid Mech.*, Vol.322, pp.215-241.
- [10] 1999, Robichaux, J., Balachandar, S. and Vanka, S.P., "Three-dimensional Floquet instability of the wake of square cylinder," *Phys. Fluids*, Vol.11, pp.560-578.
- [11] 2003, Blackburn, H.M. and Lopez, J.M., "On three-dimensional quasiperiodic Floquet instabilities of two-dimensional bluff body wakes," *Phys. Fluids*, Vol.15, pp.L57-L60.
- [12] 2009, Sheard, G.J., Fitzgerald, M.J. and Ryan, K., "Cylinders with square cross-section: wake instabilities with incidence angle variation," *J. Fluid Mech.*, Vol.630, pp.43-69.
- [13] 2008, Mizushima, J. and Ino, Y., "Stability of flows past a pair of circular cylinders in a side-by-side arrangement," *J. Fluid Mech.*, Vol.595, pp.491-507.
- [14] 2008, Carmo, B.S., Sherwin, S.J., Bearman, P.W. and Willden, R.H.J., "Wake transition in the flow around two circular cylinders in staggered arrangements," *J. Fluid Mech.*, Vol.597, pp.1-29.
- [15] 2001, Kim, J., Kim, D. and Choi, H., "An immersed-boundary finite-volume method for simulations of flow in complex geometries," *J. Comput. Phys.*, Vol.171, pp.132-150.
- [16] 1985, Kim, J. and Moin, P., "Application of a fractional-step method to incompressible Navier-Stokes equations," *J. Comput. Phys.*, Vol.59, pp.308-323.
- [17] 2005, Akinaga, T. and Mizushima, J., "Linear Stability of flow past two circular cylinders in a side-by-side arrangement," *J. Phys. Soc. Jpn.*, Vol.74, No.5, pp.1366-1369.