

# 직선이송용 Pin-Pinion Gear의 최적 치형에 대한 연구 A Study on Optimum Tooth Profile of Pin-Pinion Gear for Linear Motion

함성훈 · 남원기 · 오세훈

S. H. Ham, W. K. Nam and S. H. Oh

(접수일 : 2010년 4월 12일, 수정일 : 2010년 5월 11일, 채택확정 : 2010년 5월 14일)

**Key Words** : Pin-Pinion Gear(핀 피니언기어), Rack-Pinion(랙 피니언), Cycloid Tooth Profile(사이클로이드 치형), Linear Transfer(선형이송)

**Abstract** : In this study, designing of precise linear transferring device which can be applied to industrial machine and robot industry has been introduced. The direction of power flow and output feature are similar to current Rack-Pinion type. However, unlimited length extensity via rack modulizing, and securing high velocity transportation have been realized by applying Pin-Pinion Gear type at the operation part. The analysis has been calculated to obtain the Pin-Pinion Gear's optimized tooth profile. As a result of research, it is impossible to control precisely even overlap at the teeth of involute and sprocket. Because they have peculiar gearing structure. Therefore, modified cycloid tooth has been proposed to perform high velocity, precise control without backlash.

## 1. 서 론

현대산업의 급속적인 발전과 더불어 산업기계에 요구되는 기능은 더욱 다양화, 고속화, 고효율화 및 정밀화 등의 특성을 요구한다. 산업기계 및 공업용 공장 기계 등은 많은 종류가 있으나 기본적으로 동력원으로부터 동력을 제공받아 사용자가 필요로 하는 출력특성으로 변환하는 것이 주된 목적이라 할 수 있다. 또한, 사용목적의 특성상 입력축의 회전운동을 직선운동으로 변화해야 하는 Rack-Pinion 타입의 메커니즘 또한 많은 산업기기 및 각종 기계장치에서 반드시 필요한 요소이다. 일정 감속비를 유지하면서 회전운동을 직선운동으로 변환시키는 장치의 적용 사례는 자동차의 조향장치, 이송장치, 전동식 게이트 장치 등을 들 수 있으며, 기타 응용 및 적용할 수 있는 범위 또한 폭 넓게 자리 잡고 있다<sup>1)</sup>.

랙과 피니언(Rack-Pinion) 동력전달장치는 구동축의 회전운동을 직선운동으로 변환하고자 하는 부

분에 일반적으로 사용되며 기본적으로 기어 구조를 사용한다. 지난 수 십년 동안 이 동력전달장치는 볼스크류(Ball Screw), 리니어 액츄에이터(Linear Actuator) 등과 같이 더욱 정밀하고, 부드럽고, 신뢰성 있는 대안이 나타나기 전까지는 모든 선형이송 장치에 대부분 사용되어 왔다.

그러나 현재 사용되고 있는 이러한 대안들은 사용상 여러 문제점을 가지고 있다. 볼 스크류는 그 기능이 수많은 볼들의 구름운동에 의존하기 때문에, 동작부에 부품이 많다는 단점과 하중을 전달할 때 한 점에 집중되기 때문에 낮은 하중 전달 능력을 가진다.

또한, 리니어 액츄에이터의 리니어 베어링(Linear Bearing)은 직결 모터(Direct-Drive Motor) 형태로 이루어지기 때문에 제조 및 유지에 많은 비용이 든다는 단점을 가진다. 이러한 이유로 현재 Rack-Pinion의 대안들에 대한 장·단점 조사를 바탕으로 새로운 동력전달 장치가 개발되고 있다<sup>2-4)</sup>.

따라서 본 연구에서는 Rack-Pinion 타입의 구동 형태를 기초로 Pin-Pinion 방식의 동력전달 특성과 효율성 등을 고려한 체계화된 형상 설계와 작용력 해석, 형상에 대한 데이터의 분석 등을 통하여 실용

함성훈(교신저자) : 동주대학 자동차튜닝과  
E-mail : ham2849@hanmail.net, Tel : 051-200-3415  
남원기, 오세훈 : 중앙대학교 기계공학부

적인 Pin-Pinion 방식의 기어 형태를 도출하고자 한다.

## 2. Pin-Pinion Gear 치형 설계

### 2.1 Involute 치형의 Pin-Pinion Gear 설계

다음은 Pin-Pinion 기어의 치형 설계에서 Involute 치형의 설계에 대한 정리이다<sup>5-7</sup>.

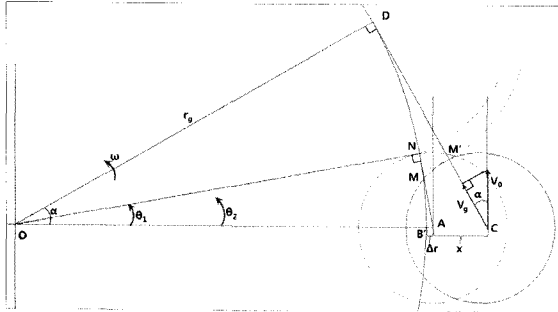


Fig. 1 Involute tooth profile design of pin-pinion gear

피니언기어의 피치원에 대한 회전속도  $v_g$ 는 다음과 같다.

$$v_g = r_g \times w = const$$

또한, 핀의 이동에 따른 피치원의 접선방향으로의 속도  $v_0$ 는 다음처럼 표기 된다.

$$v_0 = v_g \times \cos\alpha$$

여기서 핀의 수평 방향 이동속도  $v_0$ 를 구하면,  $v_0 = \frac{v_g}{\cos\alpha}$  이 된다. 또한,  $\triangle ODC$  에서

$\tan\theta_1 = \frac{r_p}{r_g}$  를 이용해서  $\theta_1$ 을 구할 수 있다.

여기서  $r_p$ 는 핀의 반경이다. 또한,  $\triangle OAN$  에서

$\overline{OA} = \frac{r_g}{\cos\theta_1}$ 가 되므로,  $\Delta r$ 은 다음과 같다.

$$\Delta r = \overline{OA} - \overline{OB} = \frac{r_g}{\cos\theta_1} - r_g = r_g \left( \frac{1}{\cos\theta_1} - 1 \right)$$

또한,  $\triangle OCD$  에서

$$\cos\alpha = \frac{\overline{OD}}{\overline{OC}} = \frac{r_g}{\overline{OC}} \quad (1)$$

$$\overline{OC} = \overline{OA} + x = \frac{r_g}{\cos\theta_1} + x \quad (2)$$

이를 이용해서 식(2)을 식(1)에 대입하고, 앞에서

구한  $\theta_1$ 을 대입하면,  $\alpha$ 를 구할 수 있다. 이를 이용하면

$$\overline{CD} = \tan\alpha \times r_g$$

$$\overline{DM'} = \overline{DC} - \overline{M'C} = \tan\alpha \times r_g - r_p \quad (3)$$

$$\overline{DM'} = \overline{DM} = r_g \times (\alpha - \theta_2) \quad (4)$$

식(3)과 식(4)을 이용하면  $\theta_2$ 를 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\theta_2 = \frac{r_p}{r_g} - \text{inv } \alpha$$

이때  $\theta_2$ 는 전위된 기어의 치형 출발각이다.

만일  $\theta_1$ 이 작을 경우,  $\tan\theta_1 \approx \theta_1 = \frac{r_p}{r_g}$  이다. 그리고,  $\Delta r \rightarrow 0$  이라면  $\overline{OC} = r_g + x$  가 되고,

$\cos\alpha = \frac{\overline{OD}}{\overline{OC}} = \frac{r_g}{r_g + x}$  로 나타낼 수 있다.

$$v_g = r_g \times w = const, \quad v_0 = \frac{v_g}{\cos\alpha}$$

$$\theta_2 = \frac{r_p}{r_g} - \text{inv } \alpha$$

이 되어 치형 출발각이 됨을 알 수 있다.

### 2.2 Involute 치형의 Pin-Pinion Gear 분석

위의 설계식을 바탕으로 전위를 고려한 Involute 치형을 설계하여 Visual Basic program으로 코딩한 결과는 Fig. 2와 같이 나타났다.

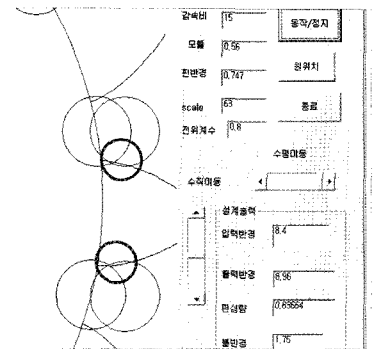


Fig. 2 Analysis of involute tooth profile using Visual Basic program

그림의 결과에서 확인하면 피니언 기어를 회전시킬 경우 핀과 피니언기어의 물림 상태가 오버랩 되는 구간이 발생되며 핀과 피니언기어의 물림상태

가 적합하지 못한 결과를 얻을 수 있었다.

### 2.3 Sprocket 치형의 Pin-Pinion Gear 설계

일반적인 스프라켓 S형 치형 설계를 통하여 본 연구의 Pin-Pinion 기어의 치형을 설계 하였다<sup>8,9)</sup>.

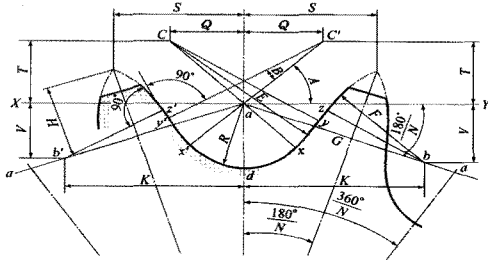


Fig. 3 S type of Sprocket tooth profile

$$R = 0.505d_r + 0.038 \quad Q = 0.8d_r \cos\left(35^\circ + \frac{60^\circ}{Z}\right)$$

$$T = 0.8d_r \sin\left(35^\circ + \frac{60^\circ}{Z}\right) \quad B = 18^\circ - \frac{56^\circ}{Z}$$

$$K = 1.4d_r \cos\frac{180^\circ}{Z} \quad V = 1.4d_r \sin\frac{180^\circ}{Z}$$

$$U = 0.07(p - d_r) + 0.051 \quad (S\text{치형} : U = 0)$$

### 2.4 Sprocket 치형의 Pin-Pinion Gear 분석

S 치형으로 설계된 스프라켓 치형을 Visual Basic program으로 코딩한 결과는 Fig. 4와 같다. 스프라켓 치형의 경우 핀과 피니언 기어 사이에 백래쉬가 발생하며 이는 정밀도 측면에서 단점으로 지적될 수 있다. 또한, 회전 시 피니언 기어와의 개만 물림으로 고속이송이 어렵고 전달효율도 낮은 것을 확인 할 수 있었다.

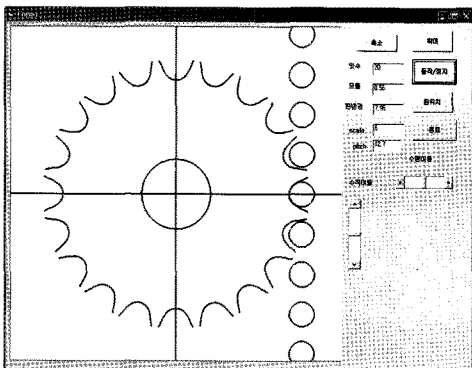


Fig. 4 Analysis of sprocket tooth profile using Visual Basic program

### 2.5 Cycloid 치형의 Pin-Pinion Gear 설계

Fig. 5는 사이클로이드 치형에 대한 설계를 나타

내고 있다. 그림에서  $r_1$ 은 피니언의 피치원의 반경이고  $r_2$ 는 피니언기어의 중심에서 핀의 중심까지의 거리를 나타낸다.<sup>10-12)</sup> Fig. 5에서 핀의 중심에 해당하는 점 S는 좌표계 X-Y에서 수평운동을 하며, 회전하는 피니언 기어위의 좌표계를 x-y라고 했을 경우, x-y좌표계상에서 본 S의 점은 다음과 같다.

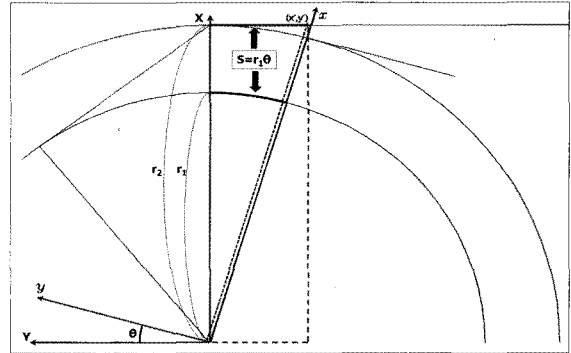


Fig. 5 Cycloid tooth profile design of pin-pinion gear

이때 핀의 수평 이동거리는 피니언 기어의 피치원의 회전거리와 같으므로 점 S의 X-Y좌표계 상의 좌표는  $[r_2, -r_1\theta]$ 가 된다. 그때 x-y좌표계는 X-Y좌표계의 원점을 기준으로  $\theta$ 만큼 회전한 것이기 때문에 점 S의 x-y좌표계에 대한 좌표 값은 다음처럼 표현이 가능하다.

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_2 \\ -r_1\theta \end{bmatrix}$$

$$\therefore \begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_2 \cos\theta + r_1\theta \sin\theta \\ r_2 \sin\theta - r_1\theta \cos\theta \end{bmatrix}$$

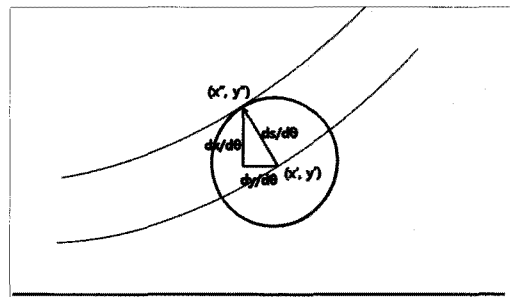


Fig. 6 Trajectory generation of pin

Fig. 6은 핀이 피니언 기어에 대해 운동하는 궤적을 나타낸 것이다. 여기서 핀의 중심에 대한 normal 방향 기울기  $a$ 를 구하면 다음과 같다.

$$a = -\frac{dx'}{dy'}$$

핀 중심에서 핀 반경에 해당하는 오프셋거리에서 피니언의 궤적이 그려질 수 있다.

$$x'' = x' - \frac{dy'/d\theta}{ds/d\theta} \times r_p, \quad y'' = y' + \frac{dx'/d\theta}{ds/d\theta} \times r_p$$

또한, 핀의 반경 오프셋거리  $L$ 은

$$L = \frac{ds}{d\theta} = \sqrt{\left(\frac{dx'}{d\theta}\right)^2 + \left(\frac{dy'}{d\theta}\right)^2}$$

따라서 다음과 같이  $L$ 을 나타낼 수 있다.

$L = \sqrt{r_1^2 \theta^2 + (r_2 - r_1)^2}$  이 된다. 만약에  $r_2 = r_1$  라면  $L = r_1 \theta$ 가 되고 이 경우 치형의 궤적을 확인해보면,

$$x' = r_1(\cos\theta + \theta\sin\theta), \quad y' = r_1(\sin\theta - \theta\cos\theta)$$

$$\theta = \tan\alpha \text{라 치환하면, } x' = \frac{r_1}{\cos\alpha} \cos(\tan\alpha - \alpha)$$

여기서  $\tan\alpha - \alpha = \text{inv}(\alpha)$ 라 치환하면

$$x' = \frac{r_1}{\cos\alpha} \cos(\text{inv}(\alpha)), \quad y' = \frac{r_1}{\cos\alpha} \sin(\text{inv}(\alpha))$$

이 된다.

위의 결과를 보면 인벌류트 치형에 대한 일반식과 동일한 결과가 나옴을 확인할 수 있다. 따라서 위의 식이 치형에 대한 일반적인 해라 할 수 있다.

### 2.6 Cycloid 치형의 Pin-Pinion Gear 분석

Fig. 7은 사이클로이드 치형으로 설계된 Pin-Pinion 기어에 대한 코딩 결과이다.

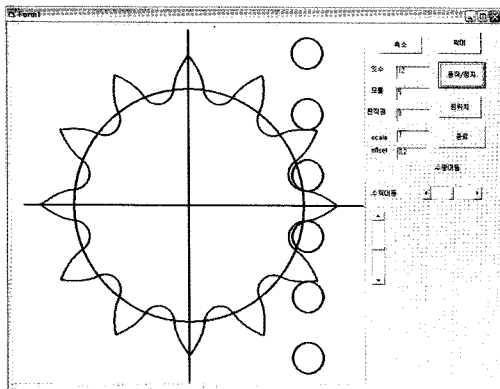


Fig. 7 Analysis of cycloid tooth profile using Visual Basic program

Fig. 7에서 보면 피니언 기어의 치형과 핀의 물림 상태 및 전달효율은 회전시 순간적으로 핀과 피니언기어의 물림이 4곳에서 발생하고 또한 핀과 치형의 백래쉬 감소로 전달효율이 극대화 되는 것을 볼

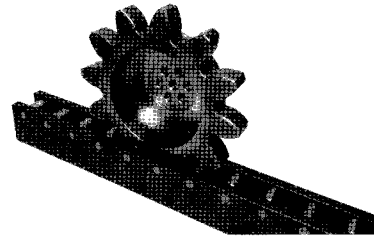


Fig. 8 Photograph of pin-pinion gear used cycloid tooth profile

따라서 사이클로이드 치형을 사용하게 되면 정밀 제어 및 효율성 측면에서 유리한 결과가 확인 되었다.

Fig. 8은 앞서 설계한 데이터를 가지고 실제 제작한 사이클로이드 기어와 핀이다.

### 3. Pin-Pinion Gear의 강도 설계 및 FEM 해석

#### 3.1 Pin-Pinion Gear의 굽힘강도 설계 및 해석

치형의 설계 및 분석에 따라 사이클로이드 치형에 대하여 굽힘 강도를 계산하였으며 그 때의 치형에 걸리는 접선방향 하중  $F_t$ 와 치면의 수직하중  $F_n$ , 굽힘응력  $\sigma_b$  를 구하였다.

Fig. 9에서  $(x_2, y_2)$ 는  $(x_1, y_1)$ 을  $y = \tan(\frac{\pi}{2})x$ 에 대칭이므로  $S_f$ 는  $(x_1, y_1)$ 과  $(x_2, y_2)$ 의 거리이므로,

$$\therefore S_f = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \text{ 이 된다.}$$

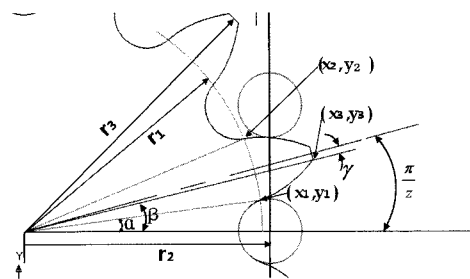


Fig. 9 Bending strength analysis of pin-pinion gears I

또한, 굽힘 강도를 구하기 위해서는 포물선형 균일한 강도의 외팔보로 치환해야 한다. 그러기 위해서는 Fig. 10의  $l(= \overline{BC})$ 의 길이를 알아야 한다.

$$l = \overline{OC} - \overline{OB}$$

$$= \frac{r_2}{\cos\left\{\cos^{-1}\left(\frac{r_2}{r_3}\right) - \left(\frac{\pi}{z} - \beta\right)\right\}} - \sqrt{r_1^2 - \left(\frac{S_f}{2}\right)^2}$$

과 같다.

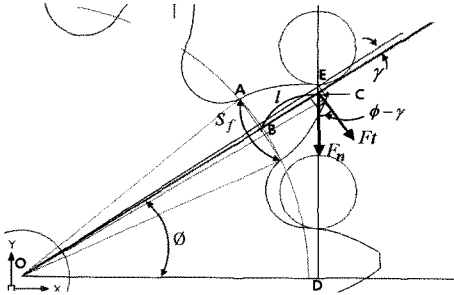


Fig. 10 Bending strength analysis of pin-pinion gears II

Fig. 11은 Ansys를 이용하여 Pin-Pinion 기어의 이뿌리 부분에서 작용하는 굽힘응력을 해석한 결과이다. 피니언기어의 이 끝에 힘을 가하여 나타낸 결과로서 잇수 12개의 경우를 해석하였다.

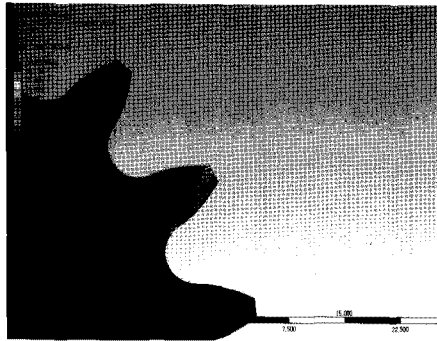


Fig. 11 FEM analysis of bending stress at tooth number 12

Fig. 11과 같은 Pin-Pinion 기어의 굽힘응력 해석 결과는 기존 Rack-Pinion 대비 Table 1과 같은 결과를 얻을 수 있었다. Rack-Pinion system 에서의 굽힘응력 계산식은 Lewis식을 이용하였으며 다음과 같다<sup>13)</sup>.

$$\sigma_b = K_t \frac{F_t \cdot p_d}{b \cdot Y}$$

여기서,

$K_t$  : Contact tress coefficient

$p_d$  : Diametral pitch       $F_t$  : Tangential force

$Y$  : Lewis factor           $b$  : Face width

본 연구의 Pin-Pinion 기어와 Rack-Pinion 기어를 비교하기 위하여 모듈( $m$ ) 5, 잇수( $z$ ) 12~24, 이 폭( $b$ )을 5[mm]로 동일하게 놓고 접선하중( $F_t$ )가 작용할 때 Pin-Pinion 기어의 굽힘응력( $\sigma_b$ )과 Rack-Pinion 기어의 굽힘응력을 비교한 결과는 Table 1과 같다.

Table 1 Comparison of the bending stress of pin-pinion and rack-pinion

$z$	$F_t$ [N]	$\sigma_b(\text{pin})$ [MPa]	$\sigma_b(\text{rack})$ [MPa]
12	159.15	9.097	19.504
16	119.36	6.614	14.628
18	106.10	5.810	13.002
20	95.49	5.260	11.702
24	79.58	4.314	9.752

위의 결과로 동일한 접선하중이 작용할 때 Pin-Pinion 기어의 이뿌리 부분에서 발생하는 굽힘응력이 Rack-Pinion 기어 이뿌리부에서의 굽힘응력보다 적게 발생하는 것이 확인 되었다.

### 3.2 Pin-Pinion Gear의 면압강도 설계 및 해석

Fig. 12는 핀 피니언 기어의 물림상태를 나타내고 있다. 여기서,  $F_n$ 은 잇면에 수직(작용선 방향)하게 작용하는 하중,  $F_t$ 는  $F_n$ 의 피치원의 접선방향 하중, 핀 반경을  $r_p$ ,  $\alpha$ 는 압력각이라 하면 변형 사이클로이드 치형에서의 핀의 중심계적( $x', y'$ )은 다음과 같다.

$$x' = r_2 \cos\theta + r_1\theta \sin\theta, \quad y' = r_2 \sin\theta - r_1\theta \cos\theta$$

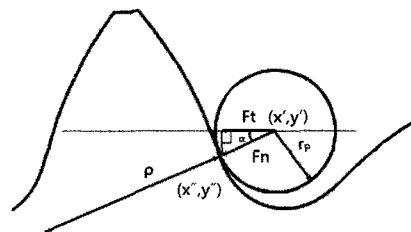


Fig. 12 Contact of pin-pinion gear

또한 곡률을 구하는 식은 다음과 같이 유도 하면  $F(\theta) = x''(\theta)i + y''(\theta)j$  로부터

$$K = \frac{1}{\rho} = \frac{\left\{ \left( \frac{dx''}{d\theta} \right) \left( \frac{d^2 y''}{d\theta^2} \right) - \left( \frac{dy''}{d\theta} \right) \left( \frac{d^2 x''}{d\theta^2} \right) \right\}}{\left\{ \left( \frac{dx''}{d\theta} \right)^2 + \left( \frac{dy''}{d\theta} \right)^2 \right\}^{3/2}}$$

가 되므로  $\rho$ 를  $\theta$ 에 대한 함수로 표현이 가능하다.

Hertzian stress equation을 통하여 면압강도 및 최대 응력을 구하였다.

Fig. 13은 각도 변화에 따른  $\sigma_c$ 의 그래프이며 오프셋량은 0.2m~1.0m까지 설정하였고 핀 반경은 0.8m, 잇수는 12의 조건으로 표현하였다. 치면의 수직하중인  $F_n$ 값을 고정하고 물림률을 고려한 압축응력  $\sigma_c$ 의 변화를 나타내고 있다. 오프셋량이 증가 할수록 물림이 발생하는 구간이 감소되며 제어 및 전달률이 감소되는 치형이 형성되는 것을 확인 할 수 있었다.

따라서 Offset량이 0.2m이고 핀 반경이 0.8m인 경우가 압축응력이 적게 걸리며 가장 적합한 치형 결과라 할 수 있다.

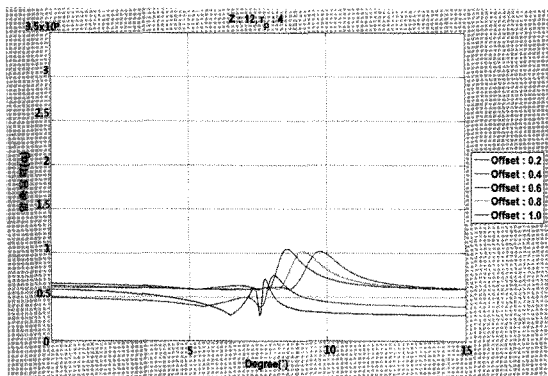


Fig. 13 Compressive stress for the rotating angle (z=12)

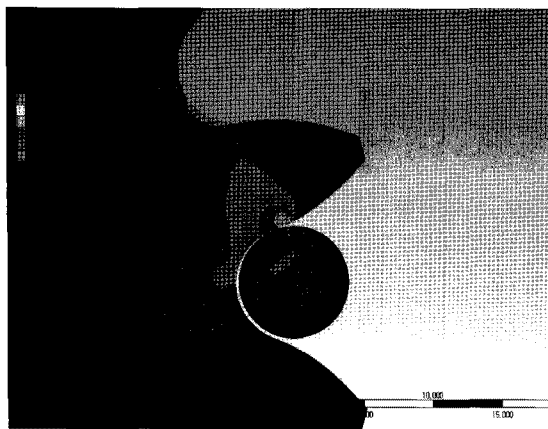


Fig. 14 FEM analysis of contact surface stress at tooth number 12

Fig. 14는 Ansys를 이용하여 Pin-Pinion 기어의 치면에 작용하는 압축응력을 해석한 결과로 핀과 피니언에 159.17N의 힘을 가하고 잇수 12개의 경우를 해석 하였다. 이때의 핀 반경은 0.8m이고

Offset은 0.2m이다. Fig. 14와 같은 Pin-Pinion 기어의 압축응력 해석결과는 기존 Rack-Pinion에 대비 Table 2의 결과를 얻을 수 있었다. Rack-Pinion에서 압축응력 계산은 Hertz식을 이용하였고 아래와 같다<sup>13)</sup>.

$$\sigma_c = \sqrt{\frac{F_t}{b \cdot d_p} \frac{E}{2\pi(1-\nu^2)} \frac{2}{\sin\alpha} \left(1 + \frac{d_p}{d_g}\right)}$$

여기서,

$F_t$  : Tangential force

$d_p, d_g$  : P.C.D of pinion and gear

$\alpha$  : Pressure angle       $b$  : Face width

Table 2 Comparison of the compressive stress of pin-pinion and rack-pinion

z	$F_t$ [N]	$\sigma_c$ (pin) [MPa]	$\sigma_c$ (rack) [MPa]
12	159.17	70.283	308.312
16	159.17	92.389	267.006
18	159.17	91.145	251.734
20	159.17	89.870	238.817
24	159.17	68.779	218.009

본 연구의 Pin-Pinion 기어와 Rack-Pinion 기어를 비교하기 위하여 모듈(m)5, 잇수(z)12, 접선하중( $F_t$ )을 159.17[N], 이폭(b)을 5[mm]로 동일하게 놓고 Pin-Pinion 기어의 최적조건인 핀 반경0.8m, Offset 0.2m 일 경우의 압축응력( $\sigma_c$ )과 Rack-Pinion 기어의 압축응력을 비교한 결과는 Table 2와 같다.

#### 4. 결 론

본 논문에서는 Pin-Pinion Gear에서 피니언 기어의 설계를 통한 굽힘강도 및 면압강도를 계산하였고, FEM 결과를 통하여 최적치형을 해석하였다. 이에 따른 결과는 다음과 같다.

- 1) 전위 Involute 치형의 설계 시 핀과 피니언 기어의 Overlap 현상이 발생하였다.
- 2) S형 Sprocket 치형의 설계 시 핀과 피니언 기어의 물림이 한곳에서만 발생되어 백래쉬를 비롯한 정밀제어 및 물림특성이 부적합하다는 것을 확인하였다.

3) Cycloid 치형의 설계시 핀과 피니언기어가 최대 4곳의 물림이 발생하며 백래쉬 및 물림특성이 가장 적합하며 정밀제어가 가능한 치형으로 분석되었다.

4) 면압 강도는 곡률을 구하고 각 조건(잇수, 핀 반경, offset)에 따른 계산을 하였으며 압축응력을 구하여 핀 피니언 기어의 최적설계 상태를 알 수 있었다.

5) 굽힘 강도는 치형의 이뿌리 폭과 하중작용지점까지의 거리를 구하고 각 조건(잇수, 핀 반경, offset)에 따른 굽힘응력을 계산하였다.

위와 같은 해석의 결과로 잇수와 관계없이 Offset 량 0.2m, 핀 반경 0.8m 일 때 가장 적합한 결과가 도출되는 것을 알 수 있었다.

13. 성기웅, 임장근, 2008, "상용 유한 요소 프로그램을 이용한 차량 조향장치의 랙과 피니언의 강도 해석", Transactions of the Korean Society of Automotive Engineers, Vol. 16, No. 6, pp. 97~103.

### 참고 문헌

1. G. H. Martin 원저, 1990, "기구학", 제2판, pp. 260~262.
2. Journal of Mechanical Design, March 2003, Vol. 125, pp. 205~207.
3. Jacek F. Gieras, 1994, "Linear Induction Drives", Clarendon Press, pp. 34~51.
4. E. R. Laithwaite and S. A. Nasar, 1970, "Linear motion Electrical Machines", Proc. IEEE, Vol. 58, pp. 531~542.
5. 주원식 외 6인, 삼성복스, 1997, "기계설계", pp. 626~628.
6. 한민식 외 4인, 2009, "기어의 자동설계와 검증에 관한 연구", 한국공작기계학회 2009 춘계학술대회 논문집, pp. 368~373.
7. 노수영, 2005, "동력이 표시되는 감속기의 개발", 중앙대학교 대학원 기계공학부.
8. 윤명진 외 5인, 삼성복스, 2002, "Machine Design", pp. 306~308, pp. 447~448.
9. 정남용, 삼성복스, 2005, "기계설계", pp. 511~512, pp. 636~638, pp. 514~518.
10. 韓國FA産業, "RV, GHの製品知識について", Catalog, 1999.
11. 송용규 외 7인, 삼성복스, 2002, "최신기계설계학", pp. 636~638.
12. Faydor L. Lititvin. 1994, "Gear Geometry and Applied Theory", PTR Prentice-Hall, Vol. 13, pp. 382~411.