

논문 2010-47CI-3-8

# 불확실한 $L\ddot{u}$ 카오스 시스템을 위한 적응 퍼지 Bilinear 동기화 제어 설계

(Adaptive Fuzzy Bilinear Synchronization Control Design for Uncertain  
 $L\ddot{u}$  Chaos System)

백 재 호\*, 이 희 진\*\*, 박 민 용\*\*\*

(Jaeho Baek, Heejin Lee, and Mignon Park)

## 요 약

본 논문은 불확실한  $L\ddot{u}$  카오스 시스템의 동기화를 위한 적응 퍼지 bilinear 동기화 제어 설계 방법을 제안한다.  $L\ddot{u}$  카오스 시스템은 알려지지 않은 파라미터를 가지고 있다고 가정한다. 먼저, 불확실한  $L\ddot{u}$  카오스 시스템을 TS 퍼지 bilinear 모델링을 통해 재구성한다. 불확실한 파라미터를 가진 TS 퍼지 bilinear  $L\ddot{u}$  카오스 시스템을 기반으로한 적응 퍼지 bilinear 동기화 제어 기법을 설계한다. Lyapunov 이론을 통해서 설계된 적응 퍼지 bilinear 동기화 제어 기법을 통한 TS 퍼지 bilinear  $L\ddot{u}$  카오스 시스템과 제안된 슬레이브 시스템 간의 오차 다이나믹 시스템의 안정성을 보장하고 이를 통해서 불확실한 파라미터를 추정할 수 있는 적응 규칙을 유도한다. 제안된 동기화 제어 기법을 시뮬레이션을 통해서 그 명확성을 보이고자 한다.

## Abstract

This paper is proposed an adaptive fuzzy bilinear synchronization design for uncertain  $L\ddot{u}$  chaos system. It is assumed that the  $L\ddot{u}$  chaos system has unknown parameters. First, The  $L\ddot{u}$  chaos system can be reconstructed via TS fuzzy bilinear modeling. We design an adaptive fuzzy bilinear synchronization control scheme based on TS fuzzy bilinear  $L\ddot{u}$  chaos system with uncertain parameters. Lyapunov theory is employed to guarantee the stability of error dynamic system between TS fuzzy bilinear  $L\ddot{u}$  chaos system and the proposed slave system and to derive the adaptive laws for estimating unknown parameters. Simulation results is given to demonstrate the validity of our proposed synchronization scheme.

**Keywords:**  $L\ddot{u}$  chaos system, Fuzzy systems, Adaptive fuzzy bilinear synchronization, Lyapunov Stability, TS fuzzy bilinear model

## I. 서 론

카오스 시스템의 동기화에 관한 연구는 널리 연구되

어 왔다<sup>[1~7]</sup>. 카오스의 응용분야와 그 동기화 기법은 물리학, 화학, 전력 등 이공학 및 의학 등 다양한 분야에서 성공적으로 적용되어져 왔다.

같은 카오스 시스템의 동기화에 대해 Carroll과 Pecorra<sup>[1]</sup>의 연구 이후로, 제어 기법을 적용하여 다양한 방법이 제안되어졌다. 적응 동기화 방법은 [2]에서 카오스 동기화의 응용분야인 보안 통신에 적용시켰고, [3]에서는 적응 슬라이딩 모드 기법을 알려지지 않은 파라미터를 가진 카오스 시스템을 동기화하기 위해 활용되었다. [4]에서는 선형 오차 피드백과 병렬 분산 보상 방법에 따라 TS 퍼지 모델을 기반으로한 퍼지 동기화를 제

\* 학생회원, \*\*\* 평생회원, 연세대학교 전기전자공학과, 지능제어시스템연구소

(ICS Lab., Dept. of Electrical and Electronic Eng., Yonsei University)

\*\* 평생회원, 한경대학교, IT융합기술연구소, 정보제어공학과

(Dept. of Information and Control Eng., Institute for Information Technology Convergence, Hankyung National University)

접수일자: 2010년4월5일, 수정완료일: 2010년4월30일

안하였다.

Celikovsky와 Vanecek에 의해서 Generalized Lorenz System이 소개되었다<sup>[5-6]</sup>. Generalized Lorenz System의 동기화를 위한 수신기 설계는 Lian과 Liu에 의해 제안되었다<sup>[7]</sup>.

다양한 공학적 설계 및 분석 도구 중에서 퍼지 이론은 카오스 동기화 설계를 위해서 많은 관심을 받아왔다. 특히, TS 퍼지 시스템은 제어 시스템의 설계 및 분석을 위한 유용한 도구로 널리 활용되어 왔다<sup>[8]</sup>. TS 퍼지 제어 설계는 제어 대상이 되는 시스템의 파라미터와 구조의 불확실하고 알려지지 않는 변수에 의한 경우에 운용할 수 있도록 지지를 받아왔다.

본 논문은 불확실한  $L\ddot{u}$  카오스 시스템의 동기화를 위한 적응 퍼지 bilinear 동기화 제어 설계 방법을 제안한다.  $L\ddot{u}$  카오스 시스템은 알려지지 않은 파라미터를 가지고 있다고 가정한다. 먼저, 불확실한  $L\ddot{u}$  카오스 시스템을 TS 퍼지 bilinear 모델링을 통해 재구성한다. 모델링된 TS 퍼지 bilinear  $L\ddot{u}$  카오스 시스템을 기반으로 한 적응 퍼지 bilinear 동기화 제어 기법을 설계한다. Lyapunov 이론을 통해서 설계된 적응 퍼지 bilinear 동기화 제어 기법을 통한 TS 퍼지 bilinear  $L\ddot{u}$  카오스 시스템과 제안된 슬레이브 시스템 간의 오차 다이내믹 시스템의 안정성을 보장하고 이를 통해서 불확실한 파라미터를 평가할 수 있는 적응 규칙을 유도한다. 제안된 동기화 제어 기법을 시뮬레이션을 통해서 그 명확성을 보이고자 한다.

본 논문의 전체적인 구성은 다음과 같다. II장에서는 퍼지 논리 시스템을 간략하게 정리한다. TS 퍼지 bilinear  $L\ddot{u}$  카오스 시스템을 III장에서 제시한다. IV장에서는 적응 퍼지 bilinear 동기화 제어 기법을 설계하고 오차 다이내믹 시스템을 유도한다. 유도된 오차 다이내믹 시스템을 Lyapunov 이론을 적용하여 안정성을 분석한다. 제안된 동기화 기법의 명확성을 증명하기 위해서 모의실험을 V장에서 제공한다. 마지막으로 VI장에서는 본 연구에 대한 결과를 요약하여 정리한다.

## II. 퍼지 논리 시스템

퍼지 논리 시스템의 구성은 fuzzifier, IF-THEN 기반의 inference engine, defuzzifier로 구성되어 있으며, IF-THEN 규칙은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} R_i^l: & \text{ IF } x_1 \text{ is } F_1^l, x_2 \text{ is } F_2^l, \dots, x_n \text{ is } F_n^l, \\ & \text{ THEN } y \text{ is } G^l. \end{aligned} \quad (1)$$

여기서  $x = (x_1 \ x_2 \ \dots \ x_n)^T$ 와  $y$ 는 퍼지 논리 시스템에서의 입력 상태벡터와 출력 상태값이고,  $F_1^l, F_2^l, \dots, F_n^l$ 는 퍼지집합을 나타낸다. Singleton fuzzifier, product inference engine, center-average defuzzifier를 통해서 퍼지 논리 시스템은 다음과 같이 표현한다.

$$y(x) = \frac{\sum_{l=1}^N y_G^l \prod_{i=1}^n u_{F_i^l}(x_i)}{\sum_{l=1}^N \prod_{i=1}^n u_{F_i^l}(x_i)} \quad (2)$$

여기서  $y_G^l = \max_{y \in R} u_G^l(x)$ 을 나타낸다.

퍼지 기저 함수는 다음과 같이 정의된다.

$$\phi_l(x) = \frac{\prod_{i=1}^n u_{F_i^l}(x_i)}{\sum_{l=1}^N \prod_{i=1}^n u_{F_i^l}(x_i)}, \quad l = 1, 2, \dots, N. \quad (3)$$

여기서  $u_{F_i^l}(x_i) = U_{F_i^l}(x_i)$ ,  $U_{F_i^l}(x_i)$ 는  $U_{F_i^l}$ 에서  $x_i$ 의 멤버십 값을 나타낸다.  $u_{F_i^l}(x_i)$ 의 몇 가지 기본 특성은

$$u_{F_i^l}(x_i) \geq 0 \text{ 이고 } \sum_{i=1}^N u_{F_i^l}(x_i) > 0 \text{ 이다. 또한,}$$

$$\phi_l(x) \geq 0 \text{ 이고 } \sum_{l=1}^N \phi_l(x) = 1 \text{ 이다는 것은 명확하다.}$$

## III. TS 퍼지 $L\ddot{u}$ 카오스 시스템

$L\ddot{u}$  카오스 시스템은 다음과 같이 나타난다<sup>[5]</sup>.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \begin{bmatrix} 8 & 0 & 0 \\ 0 & -16 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} x + u \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} x \\ u &= [1 \ -10] x \end{aligned} \quad (4)$$

여기서  $x = [x_1 \ x_2 \ x_3]^T$ 와  $u$ 는 상태벡터와 제어입력값이다.

Taylor 급수 연장기법<sup>[9]</sup>과 TS 퍼지 시스템<sup>[8]</sup>을 이용하여,  $L\ddot{u}$  카오스 시스템 (4)는 다음과 같이 IF-THEN 규칙을 통해서 TS 퍼지  $L\ddot{u}$  카오스 시스템으로 재구성

할 수 있다.

Lü 카오스 시스템 규칙  $i$  :

IF  $x_1$  is  $U_i$ ,

$$\text{THEN } \begin{cases} \dot{x} = A_i x + B_i u + u N_i x, & i = 1, 2, 3 \\ u = Cx \end{cases} \quad (5)$$

여기서

$$A_1 = \begin{bmatrix} 8 & 0 & -(x_1^{e_1} - x_2^{e_1}) \\ 0 & -16 - (x_1^{e_1} - x_2^{e_1}) \\ (x_1^{e_1} - x_2^{e_1}) & 0 & -1 \end{bmatrix},$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} 8 & 0 & -(x_1^{e_2} - x_2^{e_2}) \\ 0 & -16 - (x_1^{e_2} - x_2^{e_2}) \\ (x_1^{e_2} - x_2^{e_2}) & 0 & -1 \end{bmatrix},$$

$$A_3 = \begin{bmatrix} 8 & 0 & -(x_1^{e_3} - x_2^{e_3}) \\ 0 & -16 - (x_1^{e_3} - x_2^{e_3}) \\ (x_1^{e_3} - x_2^{e_3}) & 0 & -1 \end{bmatrix},$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} -x_3^{e_1} \\ -x_3^{e_1} \\ -x_2^{e_1} \end{bmatrix}, B_2 = \begin{bmatrix} -x_3^{e_2} \\ -x_3^{e_2} \\ -x_2^{e_2} \end{bmatrix}, B_3 = \begin{bmatrix} -x_3^{e_3} \\ -x_3^{e_3} \\ -x_2^{e_3} \end{bmatrix},$$

$$N_1 = N_2 = N_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$x^{e_1} = [-1.8856 \ 0.9428 \ 5.3333]^T$ ,  $x^{e_2} = [0 \ 0 \ 0]^T$ ,  
 $x^{e_3} = [1.8856 \ -0.9428 \ 5.3333]^T$  을 나타낸다.

TS 퍼지 Lü 카오스 시스템은 다음과 같이 정리하여 나타낼 수 있다.

$$\dot{x} = \sum_{i=1}^3 h_i(x_1)(A_i x + B_i u + u N_i x) \quad (6)$$

여기서  $h_i(x_1) = \frac{u_i(x_1)}{\sum_{i=1}^3 u_i(x_1)}$ ,  $u_i(x_1) = U_i(x_1)$ ,

$U_i(x_1)$ 는  $U_i$ 에서  $x_1$ 의 멤버십 값을 나타낸다.  $u_i(x_1)$ 의 몇 가지 기본 특성은  $u_i(x_1) \geq 0$ 이고  $\sum_{i=1}^3 u_i(x_1) > 0$ 이다. 또한,  $h_i(x_1) \geq 0$ 이고  $\sum_{i=1}^3 h_i(x_1) = 1$ 이라는 것은 명확하다.

#### IV. 적응 퍼지 Bilinear 동기화 제어 설계와 그 안정성 분석

TS 퍼지 Lü 카오스 시스템을 기반으로한 적응형 TS 퍼지 bilinear 동기화를 위한 슬레이브 시스템을 다음과 같이 설계한다.

Lü 카오스 시스템의 슬레이브 시스템 규칙  $i$  :

IF  $x_1$  is  $U_i$ ,

$$\text{THEN } \dot{\hat{x}} = \hat{A}_i \hat{x} + \hat{B}_i u_{res} + u_{res} \hat{N}_i \hat{x}, \quad i = 1, 2, 3 \quad (7)$$

여기서  $\hat{x}$ 는 슬레이브 시스템의 상태벡터이고  $\hat{A}_i$ ,  $\hat{B}_i$  그리고  $\hat{N}_i$ 는 파라미터 추정 벡터이고,  $u_{res}$ 는 동기화를 위한 제어입력이다.

TS 퍼지 Lü 카오스 슬레이브 시스템은 다음과 같이 정리하여 나타낼 수 있다.

$$\dot{\hat{x}} = \sum_{i=1}^3 h_i(x_1)(\hat{A}_i \hat{x} + \hat{B}_i u_{res} + u_{res} \hat{N}_i \hat{x}) \quad (8)$$

여기서  $h_i(x_1) = \frac{u_i(x_1)}{\sum_{i=1}^3 u_i(x_1)}$ ,  $u_i(x_1) = U_i(x_1)$ ,  $U_i(x_1)$

는  $U_i$ 에서  $x_1$ 의 멤버십 값을 나타낸다.  $u_i(x_1)$ 의 몇 가지 기본 특성은  $u_i(x_1) \geq 0$ 이고  $\sum_{i=1}^3 u_i(x_1) > 0$ 이다.

또한,  $h_i(x_1) \geq 0$ 이고  $\sum_{i=1}^3 h_i(x_1) = 1$ 이라는 것은 명확하다.

시스템 (6)과 (8) 사이의 동기화 오차는 다음과 같이 정의한다.

$$e = x - \hat{x} \quad (9)$$

동기화 오차 (9)을 시간에 대해서 미분하면, 다음과 같이 오차 다이내믹 시스템을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{e} &= \dot{x} - \dot{\hat{x}} \\ &= \sum_{i=1}^3 h_i(x_1)(A_i x + B_i u + u N_i x \\ &\quad - \hat{A}_i \hat{x} + \hat{B}_i u_{res} + u_{res} \hat{N}_i \hat{x}) \\ &= \sum_{i=1}^3 h_i(x_1)(\bar{A}_i x + \bar{B}_i u + u \bar{N}_i x \\ &\quad + (\hat{B}_i + \hat{N}_i \hat{x})(u - u_{res}) + \hat{A}_i e + u \hat{N}_i e \end{aligned} \quad (10)$$

여기서  $\tilde{A}_i = A_i - \hat{A}_i$ ,  $\tilde{B}_i = B_i - \hat{B}_i$ ,  $\tilde{N}_i = N_i - \hat{N}_i$ 는 파라미터 추정 오차 벡터이다.

동기화 오차 다이내믹 시스템을 안정시키기 위한 동기화 제어 기법을 다음과 같이 설계한다.

TS 퍼지 Lu 카오스 슬레이브 시스템의 동기화 제어기법 규칙  $i$  :

IF  $x_1$  is  $U_i$ ,

THEN  $u_{res} = u - \xi - \zeta$ , ,  $i = 1, 2, 3$  (11)

여기서

$$\xi = (\hat{B}_i + \hat{N}_i \hat{x})^T (kI + (\hat{B}_i + \hat{N}_i \hat{x})(\hat{B}_i + \hat{N}_i \hat{x})^T)^{-1} (Ke - \hat{A}_i e - u \hat{N}_i e)$$

$$\zeta = (\hat{B}_i + \hat{N}_i \hat{x})^T P^T e \frac{\|J\|}{\|e^T P\| \|(\hat{B}_i + \hat{N}_i \hat{x})\|^2}$$

$$J = k(kI + (\hat{B}_i + \hat{N}_i \hat{x})(\hat{B}_i + \hat{N}_i \hat{x})^T)^{-1} (Ke - \hat{A}_i e - u \hat{N}_i e)$$

$k > 0$ 인 임의의 상수값이고  $K$ 는 안정화 가능한 제어 게인 벡터이다.

식 (11)에서  $u_{res}$ 을 사용하면, 오차 다이내믹 시스템 (10)은 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{e} &= \dot{x} - \dot{\hat{x}} \\ &= \sum_{i=1}^3 h_i(x_1) \{ \tilde{A}_i x + \tilde{B}_i u + u \tilde{N}_i x \\ &\quad + (\hat{B}_i + \hat{N}_i \hat{x})^T (kI + (\hat{B}_i + \hat{N}_i \hat{x})(\hat{B}_i + \hat{N}_i \hat{x})^T)^{-1} \\ &\quad (Ke - \hat{A}_i e - u \hat{N}_i e) + (\hat{B}_i + \hat{N}_i \hat{x}) \zeta + \hat{A}_i e + u \hat{N}_i e \} \\ &= \sum_{i=1}^3 h_i(x_1) \{ \tilde{A}_i x + \tilde{B}_i u + u \tilde{N}_i x \\ &\quad + (I - k(kI + (\hat{B}_i + \hat{N}_i \hat{x})(\hat{B}_i + \hat{N}_i \hat{x})^T)^{-1}) \\ &\quad (Ke - \hat{A}_i e - u \hat{N}_i e) + (\hat{B}_i + \hat{N}_i \hat{x}) \zeta + \hat{A}_i e + u \hat{N}_i e \} \\ &= \sum_{i=1}^3 h_i(x_1) \{ \tilde{A}_i x + \tilde{B}_i u + u \tilde{N}_i x + Ke \\ &\quad - k(kI + (\hat{B}_i + \hat{N}_i \hat{x})(\hat{B}_i + \hat{N}_i \hat{x})^T)^{-1} \\ &\quad (Ke - \hat{A}_i e - u \hat{N}_i e) + (\hat{B}_i + \hat{N}_i \hat{x}) \zeta \} \\ &= \sum_{i=1}^3 h_i(x_1) \{ \tilde{A}_i x + \tilde{B}_i u + u \tilde{N}_i x + Ke - J \\ &\quad + (\hat{B}_i + \hat{N}_i \hat{x}) \zeta \} \end{aligned} \quad (12)$$

가정 1. 시스템 (8)과 동기화 제어 기법 (11)에서의 파라미터를 추정할 수 있는 적응 규칙을 다음과 같이 가정한다.

$$\begin{aligned} \hat{A}_i &= \Gamma_{A_i} h_i(x_1) e x^T, \\ \hat{B}_i &= \Gamma_{B_i} h_i(x_1) e u, \\ \hat{N}_i &= \Gamma_{N_i} h_i(x_1) e x^T u, \end{aligned} \quad (13)$$

여기서  $\Gamma_{A_i}$ ,  $\Gamma_{B_i}$  그리고  $\Gamma_{N_i}$ 는 적응 이득값이다.

정리 1. Lu 시스템 (5)와 제안된 슬레이브 시스템 (8)의 동기화를 위해 가정된 적응규칙 식 (13), 그리고 식 (15)를 만족하는 양한정 대칭 행렬  $P$ 를 선택하여 설계된 제어규칙 (11)은 오차 다이내믹 시스템 (12)를 전역적으로 안정화 할 수 있다.

증명. Lyapunov 후보 함수를 다음과 같이 선정하자.

$$\begin{aligned} V &= e^T P e + \sum_{i=1}^3 \text{tr} \left( \frac{\tilde{A}_i^T P \tilde{A}_i}{\Gamma_{A_i}} \right) + \sum_{i=1}^3 \text{tr} \left( \frac{\tilde{B}_i^T P \tilde{B}_i}{\Gamma_{B_i}} \right) \\ &\quad + \sum_{i=1}^3 \text{tr} \left( \frac{\tilde{N}_i^T P \tilde{N}_i}{\Gamma_{N_i}} \right) \end{aligned} \quad (14)$$

여기서  $P$ 는 Lyapunov 방정식

$$PK + K^T P = -Q \quad (15)$$

을 만족하는 양한정 행렬을 말하고  $Q$ 는 임의의 양한정 정방행렬이고  $\text{tr}(\cdot)$ 는 행렬의 고유합을 말한다.

$V$ 의 시간에 대한 미분은

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \dot{e}^T P e + e^T P \dot{e} + \sum_{i=1}^3 \text{tr} \left( \frac{\dot{\tilde{A}}_i^T P \tilde{A}_i}{\Gamma_{A_i}} + \frac{\tilde{A}_i^T P \dot{\tilde{A}}_i}{\Gamma_{A_i}} \right) \\ &\quad + \sum_{i=1}^3 \text{tr} \left( \frac{\dot{\tilde{B}}_i^T P \tilde{B}_i}{\Gamma_{B_i}} + \frac{\tilde{B}_i^T P \dot{\tilde{B}}_i}{\Gamma_{B_i}} \right) \\ &\quad + \sum_{i=1}^3 \text{tr} \left( \frac{\dot{\tilde{N}}_i^T P \tilde{N}_i}{\Gamma_{N_i}} + \frac{\tilde{N}_i^T P \dot{\tilde{N}}_i}{\Gamma_{N_i}} \right) \end{aligned} \quad (16)$$

식 (12)를 식 (16)에 넣으면,

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \sum_{i=1}^3 h_i(x_1) [e^T P (\tilde{A}_i x + \tilde{B}_i u + u \tilde{N}_i x + Ke - J \\ &\quad + (\hat{B}_i + \hat{N}_i \hat{x}) \zeta) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + (\bar{A}_i x + \bar{B}_i u + u \bar{N}_i x + K e - \mathcal{J} \\
 & + (\hat{B}_i + \hat{N}_i \hat{x}) \zeta)^T P e] \\
 & + \sum_{i=1}^3 \text{tr} \left( \frac{(\dot{A}_i - \hat{A}_i)^T P \bar{A}_i}{\Gamma_{A_i}} + \frac{\bar{A}_i^T P (\dot{A}_i - \hat{A}_i)}{\Gamma_{A_i}} \right) \\
 & + \sum_{i=1}^3 \text{tr} \left( \frac{(\dot{B}_i - \hat{B}_i)^T P \bar{B}_i}{\Gamma_{B_i}} + \frac{\bar{B}_i^T P (\dot{B}_i - \hat{B}_i)}{\Gamma_{B_i}} \right) \\
 & + \sum_{i=1}^3 \text{tr} \left( \frac{(\dot{N}_i - \hat{N}_i)^T P \bar{N}_i}{\Gamma_{N_i}} + \frac{\bar{N}_i^T P (\dot{N}_i - \hat{N}_i)}{\Gamma_{N_i}} \right) \\
 & = \sum_{i=1}^3 h_i(x_1) [e^T (PK + K^T P) e] \\
 & + 2 \sum_{i=1}^3 h_i(x_1) [e^T P (\bar{A}_i x + \bar{B}_i u + u \bar{N}_i x - \mathcal{J} \\
 & + (\hat{B}_i + \hat{N}_i \hat{x}) \zeta)] \\
 & - \frac{2}{\Gamma_{A_i}} \sum_{i=1}^3 \text{tr} (\bar{A}_i^T P \dot{A}_i) - \frac{2}{\Gamma_{B_i}} \sum_{i=1}^3 \text{tr} (\bar{B}_i^T P \dot{B}_i) \\
 & - \frac{2}{\Gamma_{N_i}} \sum_{i=1}^3 \text{tr} (\bar{N}_i^T P \dot{N}_i) \\
 & = \sum_{i=1}^3 h_i(x_1) [e^T (PK + K^T P) e] \\
 & + 2 \sum_{i=1}^3 h_i(x_1) [e^T P (-\mathcal{J} + (\hat{B}_i + \hat{N}_i \hat{x}) \zeta)] \\
 & - 2 \text{tr} \left( \sum_{i=1}^3 h_i(x_1) \bar{A}_i^T P e x^T - \sum_{i=1}^3 \frac{\bar{A}_i^T P \dot{A}_i}{\Gamma_{A_i}} \right) \\
 & - 2 \text{tr} \left( \sum_{i=1}^3 h_i(x_1) \bar{B}_i^T P e u - \sum_{i=1}^3 \frac{\bar{B}_i^T P \dot{B}_i}{\Gamma_{B_i}} \right) \\
 & - 2 \text{tr} \left( \sum_{i=1}^3 h_i(x_1) \bar{N}_i^T P e x^T u - \sum_{i=1}^3 \frac{\bar{N}_i^T P \dot{N}_i}{\Gamma_{N_i}} \right) \\
 & \leq \sum_{i=1}^3 h_i(x_1) [e^T (PK + K^T P) e] \\
 & + 2 \sum_{i=1}^3 h_i(x_1) [-\|e^T P\| \|\mathcal{J}\| + e^T P (\hat{B}_i + \hat{N}_i \hat{x}) \zeta] \\
 & - 2 \text{tr} \left( \sum_{i=1}^3 h_i(x_1) \bar{A}_i^T P e x^T - \sum_{i=1}^3 \frac{\bar{A}_i^T P \dot{A}_i}{\Gamma_{A_i}} \right) \\
 & - 2 \text{tr} \left( \sum_{i=1}^3 h_i(x_1) \bar{B}_i^T P e u - \sum_{i=1}^3 \frac{\bar{B}_i^T P \dot{B}_i}{\Gamma_{B_i}} \right) \\
 & - 2 \text{tr} \left( \sum_{i=1}^3 h_i(x_1) \bar{N}_i^T P e x^T u - \sum_{i=1}^3 \frac{\bar{N}_i^T P \dot{N}_i}{\Gamma_{N_i}} \right)
 \end{aligned} \tag{17}$$

식 (11)에서  $\zeta$ 를 사용하면,

$$\begin{aligned}
 \dot{V} & \leq \sum_{i=1}^3 h_i(x_1) [e^T (PK + K^T P) e] \\
 & - 2 \text{tr} \left( \sum_{i=1}^3 h_i(x_1) \bar{A}_i^T P e x^T - \sum_{i=1}^3 \frac{\bar{A}_i^T P \dot{A}_i}{\Gamma_{A_i}} \right) \\
 & - 2 \text{tr} \left( \sum_{i=1}^3 h_i(x_1) \bar{B}_i^T P e u - \sum_{i=1}^3 \frac{\bar{B}_i^T P \dot{B}_i}{\Gamma_{B_i}} \right) \\
 & - 2 \text{tr} \left( \sum_{i=1}^3 h_i(x_1) \bar{N}_i^T P e x^T u - \sum_{i=1}^3 \frac{\bar{N}_i^T P \dot{N}_i}{\Gamma_{N_i}} \right) \tag{18}
 \end{aligned}$$

만약 대칭이고 양한정 행렬  $P$ 가 존재하고 적응 규칙 (13)과 같으면, 식 (18)은 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$\dot{V} \leq -e^T P e < 0 \tag{19}$$

그러므로, 오차 다이내믹 시스템 (12)는 전역적으로 안정화된다.  $\square$

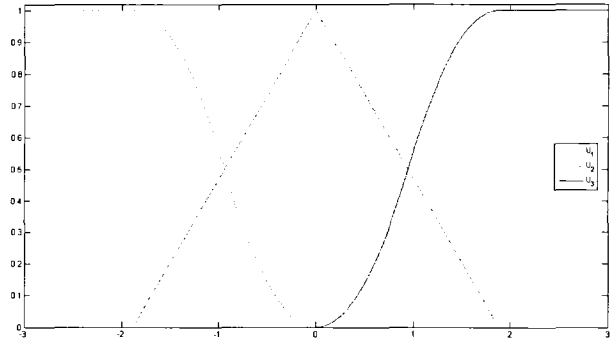


그림 1. 퍼지 멤버십 함수  
Fig. 1. Fuzzy Membership Functions.

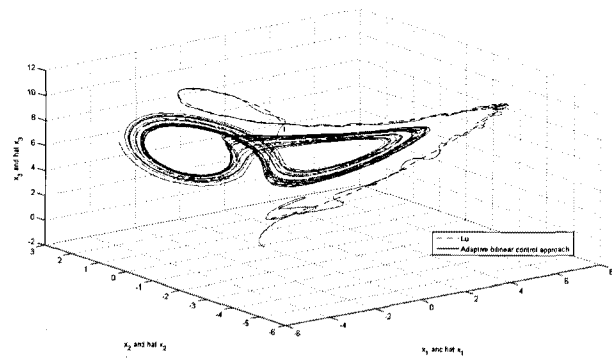


그림 2.  $L\ddot{u}$  시스템과 제안된 방법의 궤적  
Fig. 2. Trajectory of  $L\ddot{u}$  and the proposed approach.

V. 모의 실험

제안된 제어기를 이용한 제안된 슬레이브 시스템 (8)의 파라미터를 다음과 같이 설정한다.

$$\widehat{A}_1 = \begin{bmatrix} 8 & 0 & a_{13}^1 \\ 0 & -16 & a_{23}^1 \\ a_{31}^1 & a_{32}^1 & -1 \end{bmatrix}, \widehat{A}_2 = A_2, \widehat{A}_3 = \begin{bmatrix} 8 & 0 & a_{13}^3 \\ 0 & -16 & a_{23}^3 \\ a_{31}^3 & a_{32}^3 & -1 \end{bmatrix},$$

$$\widehat{B}_1 = \begin{bmatrix} -x_3^{e_1} \\ b_2^1 \\ b_3^1 \end{bmatrix}, \widehat{B}_2 = B_2, \widehat{B}_3 = \begin{bmatrix} b_1^3 \\ -x_3^{e_3} \\ b_3^3 \end{bmatrix},$$

$$\widehat{N}_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & n_{13}^1 \\ 0 & 0 & n_{23}^1 \\ n_{31}^1 & n_{32}^1 & 0 \end{bmatrix}, \widehat{N}_2 = N_2, \widehat{N}_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & n_{13}^3 \\ 0 & 0 & n_{23}^3 \\ n_{31}^3 & n_{32}^3 & 0 \end{bmatrix}$$

그리고, 퍼지 멤버십 함수는 그림 1과 같이 설정한다.

시스템 (6)과 시스템 (8)의 초기치는 각각  $x_0 = [0.5 \ 0 \ 0]$ 와  $\widehat{x}_0 = [-1 \ -1 \ -1]^T$ 로 한다. 알려지지 않는 파라미터의 초기값은 0으로 하고, 모든 적응

규칙의 이득값은 310으로 하여 적응규칙 (13)에 적용한다. 또한, 제어이득  $K = \text{diag}[-6 \ -6 \ -6]^T$ 로 정하고, 식 (15)를 만족하는  $P = \text{diag}[0.0019 \ 0.0019 \ 0.0019]^T$ 로 정한다.

그림 2는 Lu 시스템과 제안된 방법을 이용한 슬레이브 시스템의 궤적을 나타낸다. 시간이 지남에 따라 동기화되고 있음을 알 수 있고, 각 상태값의 궤적은 그

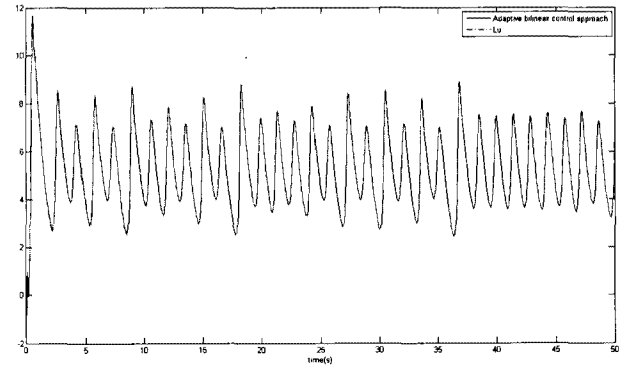


그림 5.  $x_3$ 와  $\widehat{x}_3$ 의 궤적  
Fig. 5. Trajectory of  $x_3$  and  $\widehat{x}_3$ .

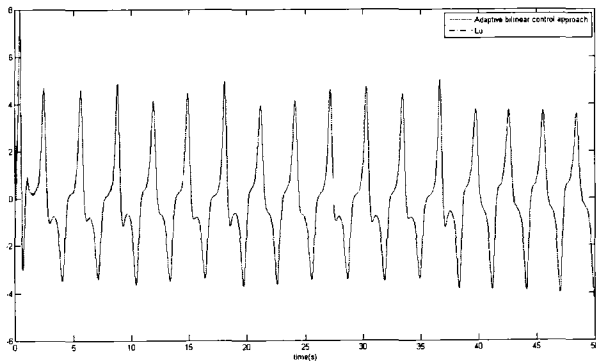


그림 3.  $x_1$ 와  $\widehat{x}_1$ 의 궤적  
Fig. 3. Trajectory of  $x_1$  and  $\widehat{x}_1$ .

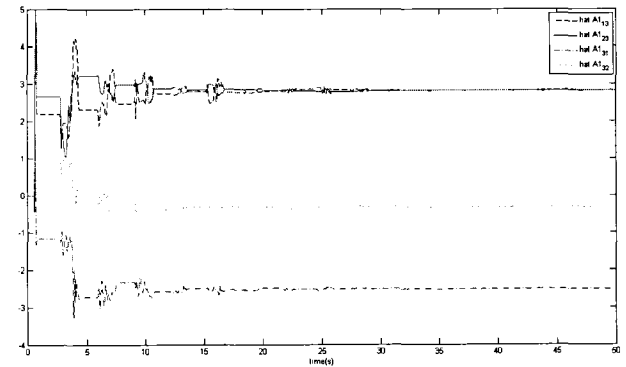


그림 6.  $\widehat{A}_1$ 의 궤적  
Fig. 6. Trajectory of  $\widehat{A}_1$ .

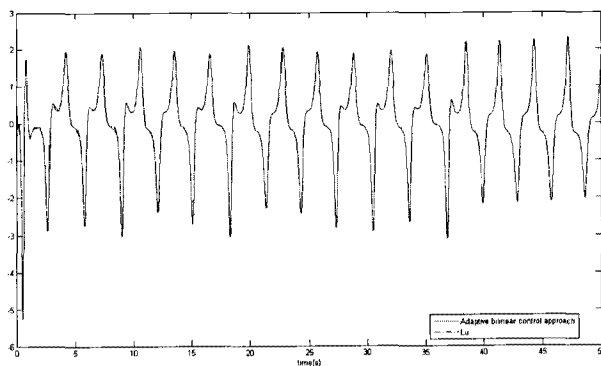


그림 4.  $x_2$ 와  $\widehat{x}_2$ 의 궤적  
Fig. 4. Trajectory of  $x_2$  and  $\widehat{x}_2$ .

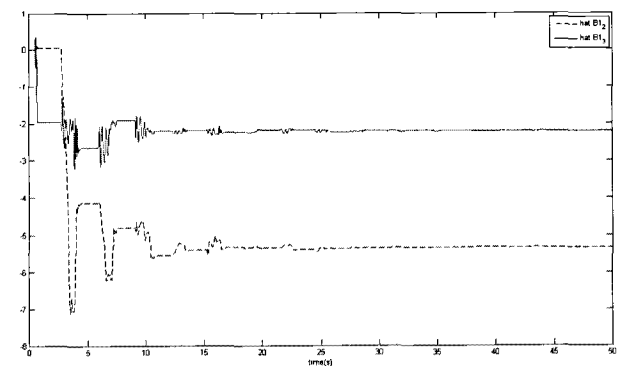


그림 7.  $\widehat{B}_1$ 의 궤적  
Fig. 7. Trajectory of  $\widehat{B}_1$ .

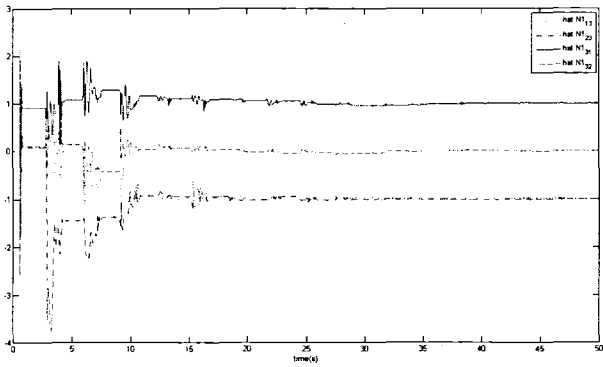


그림 8.  $\hat{N}_1$ 의 궤적  
Fig. 8. Trajectory of  $\hat{N}_1$ .

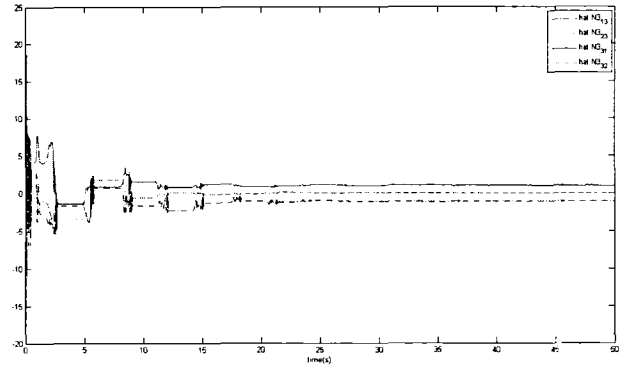


그림 11.  $\hat{N}_3$ 의 궤적  
Fig. 11. Trajectory of  $\hat{N}_3$ .

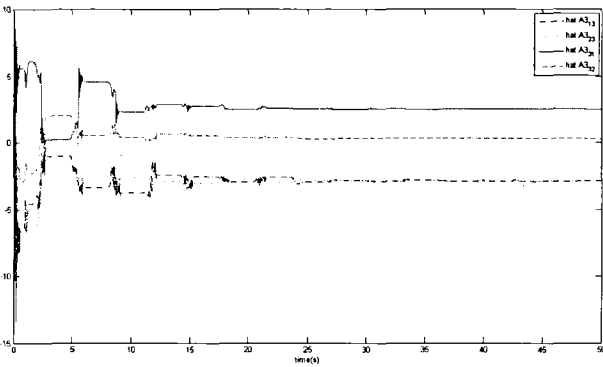


그림 9.  $\hat{A}_2$ 의 궤적  
Fig. 9. Trajectory of  $\hat{A}_2$ .

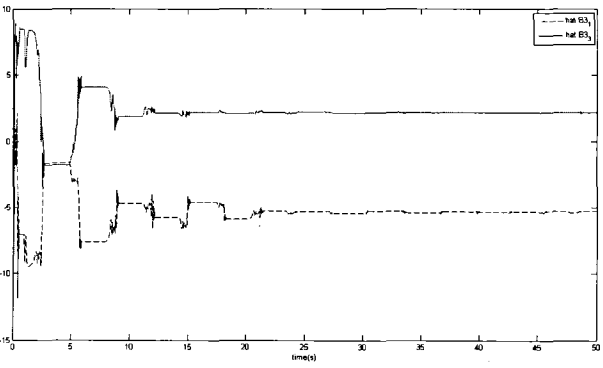


그림 10.  $\hat{B}_3$ 의 궤적  
Fig. 10. Trajectory of  $\hat{B}_3$ .

림 3, 그림 4 그리고 그림 5에서 보여진다. 그림 6에서 그림 11은 각 파라미터의 추정치를 보여준다. 각 파라미터들도 시간이 지남에 따라 파라미터를 추정하여 적응규칙에 의해 수렴되고 있음을 알 수 있다.

### VI. 결 론

본 논문은 불확실한 파라미터를 가진  $L\ddot{u}$  카오스 시스템의 동기화를 위한 적응 퍼지 bilinear 동기화 제어 설계 방법을 제안하였다. TS 퍼지 bilinear 모델링으로 불확실한  $L\ddot{u}$  카오스 시스템을 퍼지 모델로 재구성하였다. 모델링된 TS 퍼지 bilinear  $L\ddot{u}$  카오스 시스템을 기반으로한 적응 퍼지 bilinear 동기화 제어 기법을 설계하였다. 설계된 적응 퍼지 bilinear 동기화 제어 기법을 통한 TS 퍼지 bilinear  $L\ddot{u}$  카오스 시스템과 제안된 슬레이브 시스템 간의 오차 다이나믹 시스템의 안정성을 보장하고 이를 통해서 불확실한 파라미터를 평가할 수 있는 적응 규칙을 유도하기 위해서 Lyapunov 이론을 사용하였다. 제안된 동기화 제어 기법을 시뮬레이션을 통해서 그 명확성을 보였다. 앞으로 향상된 적응 규칙을 유도하여 적응 퍼지 동기화 기법을 연구하고자 한다.

### 참 고 문 헌

- [1] Y. Oh and W. K. Chung, "Disturbance observer based motion control of redundant manipulators using inertially decoupled dynamics", IEEE/ASME Trans. Mechatronics, Vol. 4, 1999, pp.133-146.
- [2] M. Feki, "An Adaptive Chaos Synchronization scheme applied to secure communications", Chaos Solitons Fractals, Vol. 18, 2003, pp.141-148.
- [3] J.J. Yan, M. L. Hung, T.L. Liao, "Adaptive

sliding model control for synchronization of chaotic gyro with fully unknown parameters, J. Sound Vib., Vol. 298, 2006, pp.298-306

- [4] 김재훈, 신현식, 김은태, 박민용, “시간지연과 입력 포화를 갖는 TS 퍼지 카오스 시스템의 동기화”, 전자공학회논문지 SC편 42권 1호, 2005, pp.13-21
- [5] A. Vanecek, S. Celikovsky, Control Systems: From Linear Analysis to Synthesis of Chaos, Prentice - Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1996
- [6] S. Celikovsky, A. Vanecek, Kybernetika 30 (1999) 403.
- [7] K.Y. Lian, P. Liu, “Synchronization with Message Embedded for Generalized Lorenz Chaotic Circuits and Its Error Analysis”, IEEE Trans. Circuits Systems, Vol. 47, 2000, pp.1418-1430.
- [8] K. Tanaka, M. Sugeno, “Stability analysis and design of fuzzy control systems”, Fuzzy Sets Syst., Vol. 45, 1992, pp.135-156.
- [9] Murray R. Spiegel, Schaum's Mathematical handbook of Formulas and Tables, Mcgraw-Hill, Inc., 1968.

---

— 저 자 소 개 —

---



백 재 호(학생회원)

2004년 대구대학교 정보통신공학부(제어계측공학전공) 공학사 졸업.

2006년 연세대학교 전기전자공학과 공학석사 졸업.

2006년~현재 연세대학교 전기전자공학과 박사과정

<주관심분야 : 지능제어, 인공지능, 비선형제어, 카오스 시스템, 로봇공학>



이 희 진(평생회원)

1987년 연세대학교 전자공학과 공학사 졸업.

1989년 연세대학교 전자공학과 공학석사 졸업

1989년~1993년 (주)대우통신 종합연구소 연구원

1993년~1995년 (주)에스원 종합연구소 연구원

1998년 연세대학교 전자공학과 박사 졸업

1998년~현재 국립한경대학교 정보제어공학과 교수

<주관심분야 : 로봇틱스, 강인제어, 지능제어>



박 민 웅(평생회원)

1973년 연세대학교 전자공학과 공학사 졸업

1977년 연세대학교 전자공학과 공학석사 졸업

1977년~1982년 일본 동경대학교 의용전자 연구실

1982년 일본 동경대학교 전자공학과 공학박사 졸업

1982년 미국 MIT&BERKELEY 연구소

1982년~현재 연세대학교 전기전자공학과 교수

<주관심분야 : 퍼지제어, 로봇틱스, 의용전자>