

논문 2010-47SC-3-9

비선형 단진자 운동의 하중 모델 적용과 하중 제어 분석

(Analysis and Practical Application of Nonlinear Load Control Model for Swing of Pendulum)

왕 현 민*, 우 광 준*

(Hyun-Min Wang and Kwang-Joon Woo)

요 약

단진자 운동의 분석은 일반적으로 선형적으로 분석하며, 분석 결과는 자료에서 찾아볼 수가 있다. 일반적으로 단진자 운동의 해석은 뉴턴 제2법칙에 의해 선형화된 모델에서 속도, 주기, 시간에 따른 각도 등이 계산된다. 본 논문에서는 단진자 운동을 비선형 하중 제어 모델로 구현해 진자의 주기 운동을 해석한다. 즉 운동하는 진자의 위치에 따라 실시간으로 변화하는 하중을 분석해본다. 그리고 운동하는 진자의 위치 제어를 위해 필요한 하중 제어 값을 찾아보고, 마지막으로 선형화된 모델에서 구해진 값과 비선형 모델에서 구해진 값과 비교한다. 이와 같이 진자의 운동 및 비행체를 포함한 운동하는 물체를 제어하기 위해 비선형 하중 제어 모델이 다양하게 적용될 수 있음을 나타낸다.

Abstract

We are able to find many materials of pendulum dynamic/analysis using linearized model. Usually, analysis of pendulum is to calculate for velocity, period and angle by linearized model on Newton's law. In this paper, analyzed periodical movement of pendulum using nonlinear load model. That is, analyzed load value according to location of moving pendulum at real time. And for the shake of maneuver for pendulum's location, found load control value and compared result of linearized mode with nonlinear model. The result makes know that it is possibility of nonlinear load control model to apply to various model of movement object including flight object, pendulum and etc.

Keywords : Pendulum Dynamic, Nonlinear Model, Load Control Model

I. 서 론

단진자 운동은 일반적으로 선형화시켜 분석하며, 분석 결과는 많은 문헌에서 찾아볼 수가 있다. 일반적으로 단진자 운동의 해석은 뉴턴 제2법칙에 의해 세워진 모델에서 속도, 주기, 각속도, 시간에 따른 각도 등이 계산된다. 이러한 분석은 선형화하여 단진자 시스템이 평형상태에서 약간의 교란을 받았을 때와 같다고 보며, 이때의 시스템이 어떻게 동작하는지에 대한 해석을 하

는 것이다. 예로서 끈에 매달린 진자가 하강하다 수직면에 부딪치는 순간에 진자는 약간 상승함을 실험을 통해 쉽게 알 수 있다. 이러한 반응은 순간 정지할 때 힘의 평형이 깨져 발생하는 것이다. 본 논문에서는 이와 같은 진자가 실시간 운동하는 동안에 비선형 하중제어 모델로 구현해 진자의 주기 운동을 해석한다. 또한 운동하는 진자의 위치에 따라 실시간으로 변화하는 하중을 분석해본다. 또한 기존의 정지 상태에서 구해진 장력과 하중제어 모델을 사용하여 운동하는 실시간 동안의 장력을 구해본다. 그리고 운동하는 진자의 위치 제어를 위해 필요한 하중 제어 값을 구해본다. 즉, 진자가 운동하기 시작하면서부터 진자가 받는 하중을 실시간 구해보고, 진자의 주기에 따라 어떻게 하중이 변화하는

* 정회원, 단국대학교 전자공학과
(Dankook University dept. of Electrical Engineering)

접수일자: 2009년5월12일, 수정완료일: 2010년5월3일

지 알아본다. 예로서 각도가 0이 되는 지점, 즉 수직단 면에서 진자를 정지시키기 위한 추진력의 방향과 하중 값을 구해보고, 선형화된 해와 비선형 하중모델에서의 결과를 비교해본다.

II. 단진자 운동

단진자 운동 시스템은 질량 $m[kg]$ 의 추가 길이 $L[m]$ 의 끈의 끝에 매달려 있다. 초기 θ_i 이다.

그림 1과 같이 끈의 다른 끝은 천장 고정점에 붙어있다. 단진자는 끈의 길이 L 에 위치하여 매달려 있다. 단진자는 각도 θ_i 에서 놓여지게 되고, 진자의 각운동 $\theta(t)$ 에 대한 운동 방정식을, 평형 위치를 결정하여 평형 위치 근처에서 운동 특성이 살펴본다.

이때 중력에 의해 아래쪽으로 G 의 힘이 작용하고 있다. 끈에 작용하는 장력은 T 로 나타내었다. 진자에 작용하는 힘은 끈이 받는 장력 T 와 중력 $G=mg$ 이다. 단, 끈은 끈에 작용하는 횡적인 힘을 수반하지 않는다.

진자가 θ 각에 따라 하강하는 높이는 $h = L \cos\theta - L \cos\theta_i$ 이다. 평형점까지 시간에 따른 진자의 하강 길이 $h = \frac{1}{2}gt^2$ 로 계산된다.

진자가 정해진 각도 θ 에서 정지했을 때의 끈이 받는 장력 T 는 다음의 식에서 계산된다.

$$T = mg \cos\theta \tag{1}$$

다음으로 진자의 각운동 $\theta(t)$ 에 대한 운동 방정식은 뉴턴 제2법칙을 이용하여 진자에 작용하는 수직방향의 힘과 끈에 작용하는 힘들을 합하여 다음의 비선형 운동식이 얻어진다^[1].

$$mL^2\ddot{\theta} + mgL\sin\theta = 0 \tag{2}$$

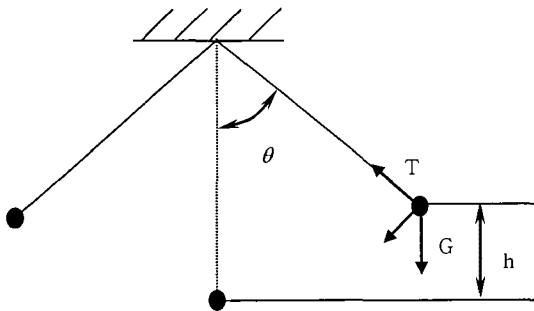


그림 1. 단진자 운동 시스템
Fig. 1. Movement of Pendulum.

여기서 진자가 갖는 가속도는 $L\ddot{\theta}$ 이고 장력 T 와 수직방향의 가속도이다. 이때 $\ddot{\theta} = f(\theta)$ 로 놓으면

$$f(\theta) = -\frac{g}{L}\sin\theta \tag{3}$$

임을 알 수 있다. 이 식은 $f(\theta)$ 는 각속도 $\dot{\theta}$ 에 의존하지 않음을 알 수 있다. 평형의 위치는 $f(\theta_e) = 0$ 이 되어야 하는 지점이다. 따라서 $\theta_e = 0, \pm\pi, \dots$ 임을 쉽게 알 수 있다. 실제로 $\theta_{e1} = 0$ 과 $\theta_{e2} = \pi$ 인 지점이다. 즉 수직 아래쪽에 위치할 때와 수직 위쪽에 위치할 때이다^[1].

비선형 식 (2)를 시간에 따른 θ 의 변화를 구하기 위해 식을 다음과 같이 선형화 시킨다.

$$mL^2\ddot{\theta} + mgL\theta = 0 \quad (\text{단, } \sin\theta \cong \theta) \tag{4}$$

$$\ddot{\theta} + \frac{g}{L}\theta = 0 \tag{5}$$

선형화에 의해 얻어진 2계 미분방정식 (5)의 해는 다음과 같다.

$$\theta(t) = A \cos\omega_0 t + B \sin\omega_0 t \tag{6}$$

$$\theta(t) = C \cos(\omega_0 t - \delta) \tag{6'}$$

여기서 $\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{L}}$ 는 각진동수이고 주기는 $T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$, $\delta = \tan^{-1}\left(\frac{B}{A}\right)$ 이다. 그리고 A, B, C 는 초기값에 의해 결정되는 계수이다. 식 (6), (6')으로부터 일정한 각도에서 놓아지는 진자의 운동은 cos 함수의 진동임을 알 수 있다.

또한 뉴턴 제2법칙에서 $\theta = 0$ 에서 속도값은 $V = \sqrt{2gh}$ 로 구해진다. 그리고 초기 위치의 θ 값에서 $\theta = 0$ 까지 걸리는 시간 $t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$ 이다.

III. 비선형 하중 제어 모델에서 단진자 운동

3.1. 진자가 운동할 때 n_y 값

그림 2는 진자의 운동을 하중 모델에서 분석하기 위한 그림이다. 이때 진자는 반지름이 L 인 원상에서 운동한다고 보고, 진자에 작용하는 n_x 는 초기 놓아지는 지점의 각도 θ_i 만큼 아래쪽을 향하게 된다. 진자에 작용

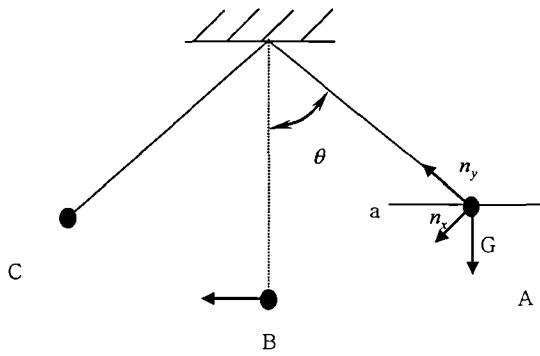


그림 2. 진자 운동의 하중 시스템
Fig. 2. Pendulum with Load Value.

하는 n_y 값은 끈과 평행한 방향을 갖는다. 즉 장력 T 의 방향과 같다.

진자의 하중 모델에서 경로에 대한 반지름은 다음과 같이 나타난다^[2].

$$r_y = \frac{dS}{d\theta} = \frac{V}{d\theta/dt} = \frac{V}{\dot{\theta}} \quad (7)$$

여기서 r_y 는 진자가 매달린 길이, 즉 L 이다. 진자는 초기 위치에서 놓여진 순간부터 가속과 감속을 하는 운동을 하게 된다. 이때 속도 V 는 다음의 식으로 뉴턴 제2법칙에서 높이 또는 초기 각도 θ_i 에 대해 구해진다.

$$V = \sqrt{2gh} = \sqrt{2g(L\cos\theta - L\cos\theta_i)} \quad (8)$$

여기서 $h = L\cos\theta - L\cos\theta_i$ 는 θ 각에 따른 진자가 이동한 높이이다. 이때 식 (7)에서 끈의 길이와 속도, 각속도의 관계식은 다음과 같이 얻어진다.

$$L\dot{\theta} = V, \text{ 즉 } \dot{\theta} = \frac{V}{L} \quad (9)$$

따라서 운동하는 진자의 하중 모델에서 n_y 값은 다음의 식에서 계산된다.

$$n_y = \frac{V^2}{gL} + \cos\theta \quad (10)$$

얻어진 위 식 (10)에서의 n_y 값은 운동하는 순간순간의 각도에서 발생하는 n_y 의 값이다.

다음으로 운동하는 진자의 n_y 값에서 실시간 끈이 받는 장력 T 를 다음과 같이 구할 수 있다.

$$T_{real} = \frac{mV^2}{L} + mg\cos\theta \quad (11)$$

구해진 식 (11)은 운동하는 진자로 인해 발생한 실시간 장력이다. 구해진 식 (11)은 뉴턴 제2법칙에 의해 정지한 상태에서 구해진 장력 $T = mg\cos\theta$ 와 다르다.

운동하는 진자에서 발생하는 장력 식 (11)에서 정지해 있을 때, 즉 $V = 0$ 으로 놓으면 뉴턴 법칙에서 구해진 장력 $T = mg\cos\theta$ 와 같은 식이 얻어진다.

3.2. 진자 운동에서 n_x 값

그림 2에서 알 수 있듯이 n_x 값의 방향은 수평과 θ 만큼 아래쪽을 향한다. 진자의 운동을 하중 모델에서 n_x 값을 살펴보기 위해 진자가 $A \rightarrow B$ 로 운동할 때, $B \rightarrow C$ 로 운동할 때, $C \rightarrow B$ 와 $B \rightarrow A$ 로 운동할 때로 구분하자.

□진자가 A 지점에서 B 지점까지 하강 운동 할 때, 즉 $A \rightarrow B$ 구간.

하중모델에서의 n_x 값은 다음의 식에서 구해진다.

$$n_x = \frac{1}{g} \dot{V} + \sin\theta, n_x = \frac{1}{g} a_{n_x} + \sin\theta \quad (12)$$

여기서 $a_{n_x} = g\sin\theta$ 이다. 따라서 구해지는 n_x 값은 $A \rightarrow B$ 구간에서, 추의 하중 제어 모델에서 $\theta < 0$ 일때 다음과 같이 얻어진다.

$$n_x = |\sin\theta| + \sin\theta = 0 \quad (13)$$

처음 진자가 A 지점에서 각도 θ_i 로 놓아진 직후부터 추에 작용하는 n_x 값은 0이다. 즉, 자유 낙하는 동안에는 추에의 내부에 작용하는 n_x 값이 없다는 의미로 무중력상태를 나타내기도 한다.

또한 초기 θ_i 값에서 놓아지기 직전, 운동하지 않는 진자의 n_x 값은 다음의 식으로 계산된다.

$$n_x(\theta) = \sin\theta \quad (14)$$

$A \rightarrow B$ 구간에서 A 지점에서 하중 제어 모델은 $\theta < 0$ 이므로, 식 (14)는 $n_x < 0$ 이다. 즉 정지 상태를 유지하기 위해 그림 2에서 나타낸 n_x 방향과 반대방향의 하중 값을 갖는 것이다.

□진자가 B 지점에서 C 지점으로 상승운동 할 때, 즉 $B \rightarrow C$ 구간.

하중모델에서의 n_x 값 식 (13)에서 $\theta > 0$ 이므로 다음과 같이 얻어진다.

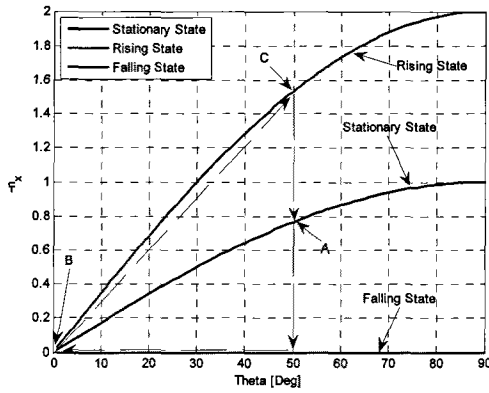


그림 3. 주기 운동하는 진자 내부 하중 n_x 변화
Fig. 3. Load n_x in Moving Pendulum.

$$n_x = 2\sin\theta \quad (15)$$

다음으로 진자가 C지점에서 B지점으로 하강운동 할 때는 A→B로 하강운동 할 때와 같고, B지점에서 A 지점으로 상승운동 할 때는 B→C로 상승 운동할 때와 같다. 다음 그림 3은 진자가 상승과 하강의 주기 운동 하는 동안 하중 값의 변화를 나타내었다.

그림 3에서 A는 그림 2에서 나타낸 진자가 놓아지는 각도이다. 그림에서는 초기 놓아지는 각도가 50° 로 하여 나타내었다. 정상상태(Stationary State)곡선은 진자가 정지해 있을 때 발생하는 하중 값이다. 상승상태(Rising State)곡선은 추가 상승 운동하면서 발생하는 하중값이고, 하강상태(Falling State)곡선은 하강 운동하면서 발생하는 하중값이다. 또한 그림 3에서 세로축은 $-n_x$ 값이므로 n_x 의 방향과 반대 방향임을 나타낸다. 이와 같이 그림 3에서 나타낸 n_x 값 곡선은 진자의 임의의 초기각도에서 시작하여 순환하게 됨을 알 수 있다. 예를 들면 놀이공원에서 바이킹을 탈 때 하강할 때는 무중력상태를 느끼고 상승하다가 하강이 시작한 시점에서 최대의 스릴(하중)을 느끼게 되는 것이다.

IV. 단진자 위치 제어를 위한 하중 제어

다음으로 각도 $\theta = 0$ 에서 단진자를 순간 정지시키기 위한 하중제어 값을 찾아보자. 즉 진자가 수직으로 놓이는 순간 정지시키기 위한 하중 제어값을 찾아보자.

다음 식은 그림 2의 수직 단면에서 작용하는 하중 제어 모델이다^[2].

$$\frac{1}{g} \frac{dV}{dt} = n_x - \sin\theta \quad (16)$$

$$\frac{V}{g} \frac{d\theta}{dt} = n_y - \cos\theta \quad (17)$$

운동하는 진자를 순간 정지하기 위해서는, 정지시키기 위한 θ 값에서 자유 낙하로 인해 생성된 V 값을 모두 0으로 만들어야 하고, 이때의 장력 T 값도 정지상태의 장력값이 되도록 동시에 하중 제어값이 생성되어야 한다.

하강하는 진자 내부에 작용하는 하중 값은 $n_x = 0$ 으로 식 (13)에서 계산된다. 그러나 추가 하강하면서 발생한 속도변화에 의해 생성된 하중 n_x 값은 다음과 같이 계산된다.

$$n_x = \frac{1}{g} \frac{dV}{dt} + \sin\theta = \frac{a_n}{g} + \sin\theta \quad (18)$$

여기서 $dV = \Delta V = V_0 - V_n$, V_0 는 초기 속도로 0이고, V_n 은 θ 값에서의 순간 속도이다. $dt = \Delta t$ 는 θ 각도에서의 시간이다. 이때 하중 모델에서의 θ 각은 음(-)의 각도이다. 초기 θ_i 각도에 따른 V_n 은 뉴턴 법칙에 의해 쉽게 계산된다.

$$V_n = \sqrt{2g(L\cos\theta - L\cos\theta_i)} \quad (19)$$

또한 시간 t_n 은 $t = \sqrt{2\frac{h}{g}}$ 로 구해진다. 따라서 시간변화에 따른 속도변화는 다음과 같이 구해진다.

$$a_n = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{\sqrt{2gh}}{\sqrt{\frac{2h}{g}}} = g \quad (20)$$

위 식 (20)을 식 (18)에 대입하면 다음과 같은 n_x 값이 구해진다.

$$n_x = \frac{a_n}{g} + \sin\theta = \frac{g}{g} + \sin\theta = 1 + \sin\theta \quad (21)$$

구해진 식 (21)의 값은 θ 에서 정지했을 때의 식 (14)의 $n_x = \sin\theta$ 값과 다르다. 식 (21)은 진자가 운동하고 있는 실시간에서의 값이기 때문이다.

그림 4에서 하강상태(Falling State) 곡선은 식 (21)을 나타내고 정상상태(Stationary State) 곡선은 식 (14)를 나타낸다. 따라서 지정된 θ 각도에서 진자의 운동을 세

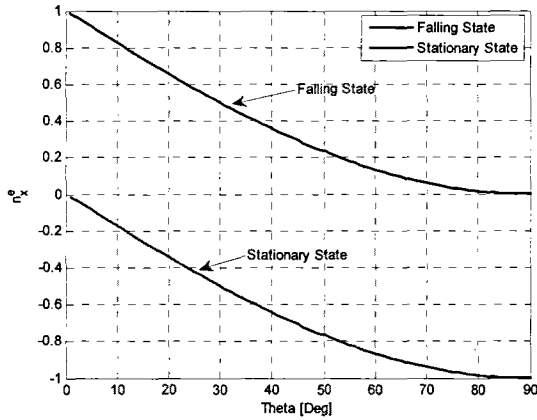


그림 4. 각도 θ 에 따른 n_x 값
Fig. 4. Angle θ according to Load n_x .

우기 위한 $n_x^{(control)}$ 값은 다음의 조건식을 만족하여 얻어진다.

$$n_x^{(st)} = n_x^{(mv)} - n_x^{(control)} = 1 + \sin\theta - n_x^{(control)} = \sin\theta \quad (22)$$

$$n_x^{(control)} = 1 \quad (23)$$

여기서 $n_x^{(st)}$ 는 운동하지 않는 진자의 n_x 값으로 식 (14), $n_x^{(mv)}$ 은 운동하는 진자의 n_x 값으로 식 (21)이다. $n_x^{(control)}$ 은 진자를 세우기 위한 하중 제어값이다. 방향은 $n_x^{(mv)}$ 와 반대방향이다. 따라서 지정된 θ 각도에서 진자의 운동을 세우기 위한 하중제어 값은 진자의 진행 반대 방향으로 크기는 1이 되어야 한다. 다시 말해 진행방향과 반대 방향으로 $n_x^{(control)} = 1$ 의 값이 순간 동작하여야 한다.

다음으로 θ 각도에 따른 n_y 값은 다음과 같이 계산된다.

$$n_y = \frac{V_n}{g} \frac{d\theta}{dt} + \cos\theta = \frac{V_n^2}{gL} + \cos\theta \quad (24)$$

여기서 V_n 은 θ 일 때 식 (19)에서 구해진다. 하중 n_y 값은 다음과 같이 얻어진다.

$$n_y = \frac{2(L\cos\theta - L\cos\theta_i)}{L} + \cos\theta \quad (25)$$

식 (25)를 시간에 따른 성분으로 나타내면 다음과 같다.

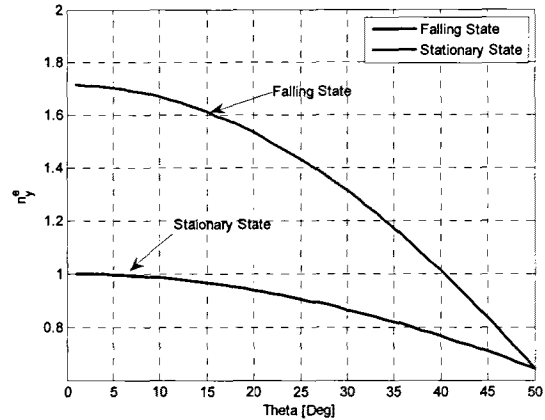


그림 5. $\theta_i = 50^\circ$, $L = 1[m]$ 일 때 θ 에 따른 n_y 값
Fig. 5. Load n_y according to Angle θ at $\theta_i = 50^\circ$, $L = 1[m]$.

$$n_y = \frac{1}{L}gt^2 + \cos\theta \quad (25')$$

위의 식에서 구해진 n_y 값은 진자가 운동하는 실시간에서의 값으로 진자가 정지해 있을 때의 값 $n_y = \cos\theta$ 와 다르다.

그림 5에서는 진자의 끈의 길이 $L = 1[m]$ 이고 초기 각도가 $\theta = 50^\circ$ 에서 놓아질 때 하강상태(Falling State) 곡선과 정상상태(Stationary State) 곡선을 나타내었다.

따라서 지정된 θ 각도에서 진자의 운동을 세우기 위한 $n_y^{(control)}$ 값은 다음의 조건식을 만족하여 얻어진다.

$$n_y^{(st)} = n_y^{(mv)} - n_y^{(control)} = \frac{2(L\cos\theta - L\cos\theta_i)}{L} + \cos\theta - n_y^{(control)} = \cos\theta \quad (26)$$

$$n_y^{(control)} = \frac{2(L\cos\theta - L\cos\theta_i)}{L} = \frac{1}{L}gt^2 \quad (27)$$

여기서 $n_y^{(control)}$ 은 진자를 세우기 위한 하중 제어값이다. 방향은 $n_y^{(mv)}$ 와 반대방향이다. 즉, 장력 T 의 방향과 반대방향으로 $n_y^{(control)} = \frac{2(L\cos\theta - L\cos\theta_i)}{L}$ 의 하중을 순간 동작시켜야 한다. 결과적으로 진자의 운동을 지정된 θ 각도에서 정지시키기 위한 하중 제어 값은 각각 식 (23), (27)에서 구해졌다.

구해진 식 (23), (27)의 하중벡터의 합성 값은 다음과 같이 나타내진다.

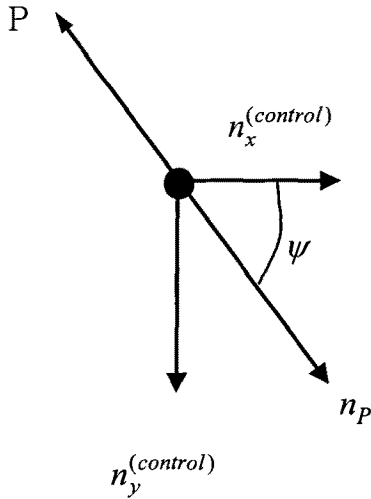


그림 6. 합성 벡터값
Fig. 6. Composition of Vector.

그림 6에서 얻어진 하중 제어값 $n_x^{(control)}$, $n_y^{(control)}$ 를 나타내었다. n_p 는 합성 벡터이다. P 는 n_p 를 발생시키기 위한 추력(추진력) 벡터를 나타낸다. n_p 벡터의 크기와 방향은 다음과 같다.

$$\text{크기} : \sqrt{1 + 4 \frac{(L \cos \theta - L \cos \theta_i)^2}{L^2}} \quad (28)$$

$$\text{방향} : \psi = \tan^{-1} \left[\frac{2(L \cos \theta - L \cos \theta_i)}{L} \right] \quad (29)$$

운동하는 진자를 순간 정지시키기 위한 하중 제어 값이 식 (28), (29)로 정의 되었다. 이때 진자의 선형화시켜 얻어진 모델에서 시간에 따른 θ 의 값은 식 (6')로부터 구해진다. 식 (6')의 해를 식 (28), (29)에 대입하여 얻어진 결과 값은 선형화에 의한 결과 값이다.

식 (28), (29)를 식 (27)의 시간에 따른 값으로 나타내면 다음과 같다.

$$\text{크기} : \sqrt{1 + \frac{4}{L^2} \left(\frac{1}{2} g t^2 \right)^2} \quad (30)$$

$$\text{방향} : \psi = \tan^{-1} \left[\frac{1}{L} g t^2 \right] \quad (31)$$

얻어진 결과식에서 진자의 무게는 $1[kg]$, 끈의 길이 $L = 1[m]$, 초기 각도 $\theta_i = 50^\circ$ 일 때, 하강 운동하는 (그림 2. A→B구간) 진자를 결과식 (28), (29)에 선형화된 해, 식 (6')를 적용해보고, 시간에 따른 비선형 하

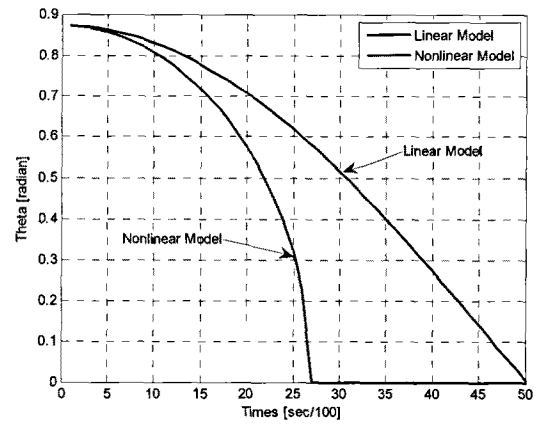


그림 7. 진자의 낙하 시간
Fig. 7. Free Falling Time of Pendulum.

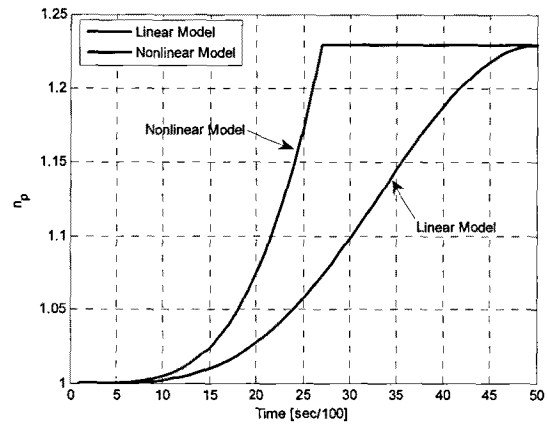


그림 8. 하중제어 값의 크기 n_p
Fig. 8. Load Control Value n_p .

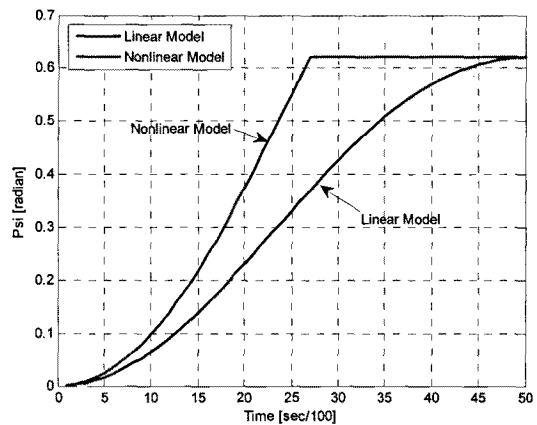


그림 9. 하중 제어 n_p 값의 방향 ψ
Fig. 9. Direction ψ of Load Control n_p .

중 제어에서 얻어진 결과 식 (30), (31)을 살펴보자. 먼저 시간에 따른 각도 $\theta(t)$ 는 주어진 진자 끈의 길이와 초기 각도에 의해 선형화된 식 (6')에 따라 구해진다. 비선형 모델에서의 시간에 따른 진자의 각도는 다음과 같이 구해진다.

$$\theta(t) = \cos^{-1}\left(\frac{1}{2}gt^2 + \cos\theta_i\right) \quad (32)$$

그림 7에서 알 수 있듯이, 진자가 수직으로 놓이는 시간은 $t = 0.02646[\text{sec}]$ 으로 계산된다.

그림 7, 8, 9는 진자가 초기 각도 50° 에서 놓여진 후, 0° 가 될 때까지(그림 2. $A \rightarrow B$ 구간) 실시간에서 하강운동의 제어 값을 나타낸다. 선형화된 모델에서 얻어진 결과와 비선형 모델에서 구해진 결과와 차이를 알 수 있다.

V. 결 론

지금까지 진자의 운동에서 하중제어 모델을 이용하여 실시간 작용하는 장력 T 값, n_x 값, n_y 값을 살펴보았다. 또한 순간 정지시키기 위한 하중 제어값을 구해보았다. 마지막으로 선형화된 모델에서 얻어진 값과 비선형 식에서 얻어진 값을 각각 살펴보았다.

비선형 하중 제어 모델은 진자의 운동을 제어하기 위한 제어값을 찾는 것 이외에 많은 운동하는 물체에 적용하여 하중 제어 값을 찾을 수 있을 것이다.

임의의 운동 모델에서 원하는 제어를 위해 찾아진 하중 제어값을 생성시켜, 실제 구동장치 제어기에 적용하면 원하는 제어 시스템을 만들 수 있을 것이다.

참 고 문 헌

- [1] Leonard Meirovitch, "Elements of Vibration Analysis", Virginia Polytechnic Insititute and state university
- [2] 왕현민, 우광준, "비행체 유도제어 시스템설계를 위한 하중(중력수) 제어 모델의 성능분석에 관한 연구", 전자공학회 논문지, 제46권, SC편, 제1호, 2009년 1월
- [3] Jerry B. Marion, William F. Hornyak, "Physics for Science and Engineering", Maryland university, 1982.
- [4] Benson H. Tongue, Sheri D. Sheppard, "Dynamics Analysis and Design of System in

Motion"

- [5] Richard C. Dorf, Robert H. Bishop, "Modern Control System", Prentice Hall, 2008.
- [6] 김종오, "물리학총론", 교학사
- [7] Chi_Tsong Chen, "Linear System Thoery and Design", Oxford University, New York, 1999.
- [8] Pans Y. Papalambros, Douglass J. Wilde, "Princples of Optimal Design", 2nd Ed., Cambridge University Press, 2000.

 저 자 소 개



왕 현 민(정회원)-교신저자

1996년 단국대학교 전자공학과
졸업.

2000년 Saint-Petersburg state of
aerospace instrumentation,
제어시스템 석사 졸업.

2005년 Baltic State technical
university, Russia. 제어
시스템 박사 졸업.

<주관심분야 : 최적제어, 우주기술응용, 비선형
제어>

우 광 준(정회원)

2007년 11월 대한전자공학회 논문지
제 44 권 SC편 제 6 호 참조