

양단 고정보의 크랙 검출에 대한 실험적 연구

Experimental Study on Crack Detection of Clamped-clamped Beams

손인수^{1,✉}, 안성진², 윤한익¹
In Soo Son^{1,✉}, Sung Jin Ahn² and Han Ik Yoon¹

1 동의대학교 기계공학과 (Department of mechanical Engineering, Dong-eui Univ.)

2 대한상공회의소 부산인력개발원 설비보전진단과 (Department of mechanical Maintenance, Busan HRD, KCCI)

✉ Corresponding author: issn92@deu.ac.kr, Tel: 051-890-2239

Manuscript received: 2009.11.5 / Accepted: 2010.4.12

In this paper, the purpose is to study a method for detection of crack in clamped-clamped beams using the vibration characteristics. The natural frequency of beam is obtained by FEM and experiment. The governing differential equations of a Timoshenko beam are derived via Hamilton's principle. The two coupled governing differential equations are reduced to one fourth order ordinary differential equation in terms of the flexural displacement. The crack is assumed to be in the first mode of fracture and to be always opened during the vibrations. The differences between the actual and predicted crack positions and sizes are less than 9.8% and 28%, respectively.

Key Words: Crack Detection (크랙 검출), Natural Frequency (고유진동수), Open Crack (개구형 크랙), Non-destructive Testing (비파괴 검사), Ultrasonic Testing (초음파 탐상법)

1. 서론

크랙과 같은 결함을 가진 구조물은 어떤 하중이나 외력이 작용하게 되면 일정 한계 이상으로 힘을 받지 못하고 크랙을 기점으로 급격히 균열이 전파되어 파괴된다. 이와 같이 구조물의 파괴 원인이 되는 결함을 진단하기 위하여 구조물에 손상을 주지 않고 결함의 탐지가 가능하고, 경제적으로나 편의성 측면에서 매우 효과적인 비파괴 검사법이 현재 널리 사용되고 있다. 일반적인 비파괴 검사법으로는 초음파 탐상법, 방사선 투과법, 그리고 음향방출법 등이 수행되고 있으나, 이러한 방법들은 비교적 길이가 긴 요소들은 비용과 시간이 많이 소비된다. 특히 각각의 검사 방법에 따라 검출 가능한 요소들이 제한되거나 적용대상이 한정된다는 문제점들을 갖고 있다. 비파괴 검사법 중

의 하나가 구조물이나 시스템의 고유진동특성 변화를 측정하여 크랙의 존재위치 및 크기를 탐지하는 것이다. 크랙이 구조물의 동특성에 미치는 영향을 연구하기 위하여 초기에는 구조물에서 단지 크랙이 존재하는 부분의 강성을 줄이는 방법¹이 시도되었고, 최근에는 유연행렬을 이용하여 크랙에 의해서 부가되는 에너지를 고려하는 해석방법을 사용하고 있다.^{2,3} 크랙을 가지는 보 형태의 구조물의 해석은 오일러-베르누이 보 이론을 적용한 연구^{4,5}와 티모센코 보 이론을 적용하여 크랙이 전체 구조물의 진동특성에 미치는 영향에 대한 연구 결과가 많이 발표되어지고 있다.^{6,7} Gounaris와 Dimarogonas⁸는 크랙을 가진 보의 구조해석에 있어서 크랙에 의한 유연행렬을 유한요소 해석방법을 적용시켜 해석하고 그 타당성을 보였다. Lele와 Maiti⁹는 전달행렬법을 이용하여 크랙을 가진 티모

센코 보의 모델링 및 보의 고유진동수를 구하였으며, 실험을 통하여 그 결과를 검증하였다. 또 실험으로 얻은 고유진동수를 이용하여 크랙의 위치를 예측하는 방법을 제안하였다. 최근 고유진동수를 이용하여 다중크랙을 가진 베르누이-오일러 보 및 유체를 가진 파이프의 크랙 검출 방법에 대한 많은 연구가 수행되고 있다.^{10,11}

이 연구에서는 크랙을 가진 양단 고정 경계 조건을 가지는 티모센코 보의 횡방향 진동특성을 해석하였으며, 유한요소 해석과 실험을 수행하여 이론해석 결과를 검증하였다. 또한 실험으로 얻은 고유진동수를 이용하여 크랙의 위치와 크기를 탐지하고, 일반적인 비파괴 검사법으로 수행한 결과와 서로 비교하여 진동특성을 이용한 보의 손상검출 방법의 타당성을 검토하였다.

2. 크랙 모델링

크랙에 의한 추가 에너지는 Castigliano 의 정리에 의하여 다음과 같이 무차원화 된 유연행렬로 표현할 수 있다.^{2,3}

$$C = 6\pi(1-\nu^2)H \int_0^\alpha [\alpha F_i^2(\alpha)] d\alpha \quad (1)$$

여기서 ν 와 α 는 각각 는 포아송 비와 크랙의 깊이를 나타낸다. 식 (1)에 사용된 무차원 매개변수와 $F_i(\alpha)$ 는 각각 다음과 같다.^{2,3}

$$H = \frac{h}{L}, \quad \alpha = \frac{a}{h} \quad (2)$$

$$F_i(\alpha) = \frac{\sqrt{\frac{2}{\pi\alpha} \tan\left(\frac{\pi\alpha}{2}\right) \left[0.923 + 0.1999 \left\{ 1 - \sin\left(\frac{\pi\alpha}{2}\right) \right\}^4 \right]}}{\cos\left(\frac{\pi\alpha}{2}\right)} \quad (3)$$

여기서 b, h 그리고, L 은 각각 보의 가로와 세로, 그리고 보의 전체 길이를 의미한다. 해석에 필요한 무차원 스프링 상수는 식 (1)의 역수, 즉 $K = C^{-1}$ 이다.

3. 보의 이론

Fig. 1 은 크랙을 갖는 양단지지 보의 개략도를

나타낸 것이다. 여기서 x_c 는 보의 고정단으로부터의 크랙 위치이며, L 은 보의 전체길이를 의미한다. 또 Fig. 2 는 크랙이 존재하는 보의 단면을 나타낸 것으로 b, h 그리고 a 는 각각 보의 가로와 세로, 그리고 크랙의 깊이를 표현하고 있다.

자유진동에 대하여 티모센코 보 이론을 적용한 보의 운동방정식을 확장된 Hamilton 원리를 이용하여 유도하면 다음과 같다.¹²

$$EI \frac{\partial^2 \varphi(x,t)}{\partial x^2} + \kappa GA \left(\frac{\partial y(x,t)}{\partial x} - \varphi(x,t) \right) - \frac{mI}{A} \frac{\partial^2 \varphi(x,t)}{\partial t^2} = 0 \quad (4)$$

$$\kappa GA \left(\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} - \frac{\partial \varphi(x,t)}{\partial x} \right) - m \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2} = 0 \quad (5)$$

여기서 $y(x, t)$ 는 횡방향 변위, $\varphi(x, t)$ 는 굽힘에 의한 회전각, κ 는 전단계수이다. 또 A 와 G 는 각각 보의 단면적과 전단 탄성계수를 나타내고 있다. m, E , 그리고 I 는 각각 보의 단위 길이당 질량, 영계수, 그리고 보의 단면 2 차 모멘트를 의미한다. 식 (4), (5)의 해는 다음과 같이 가정할 수 있다.

$$y(x,t) = Y(x)e^{i\omega t} \quad (6a)$$

$$\varphi(x,t) = \phi(x)e^{i\omega t} \quad (6b)$$

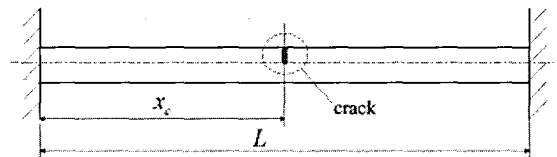


Fig. 1 Clamped-clamped beam with crack

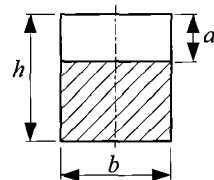


Fig. 2 Cross section of beam

여기서 ω_n 는 보의 고유진동수이며 $i = \sqrt{-1}$ 를 나타낸다. 식 (6a)를 식 (4)에 대입하고, 횡변위에 대한 무차원 운동방정식을 구하면 다음과 같다.

$$Y''' + [\omega^2(\beta + r^2)]Y'' + \omega^2(\omega^2\beta r^2 - 1)Y = 0 \quad (7)$$

여기서 (Y) 은 무차원 좌표 $\xi (= x / L)$ 에 대한 미분을 나타내며, 무차원 변수들은 다음과 같이 정의한다.

$$\omega^2 = \frac{mL^4\omega_n^2}{EI}, \quad \beta = \frac{Er^2}{\kappa G}, \quad r^2 = \frac{I}{AL^2} \quad (8)$$

식 (7)의 일반해는 크랙위치에 따라 각각 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$Y_1(\xi) = A_1 \sinh(\lambda_1 \xi) + A_2 \cosh(\lambda_1 \xi) + A_3 \sin(\lambda_2 \xi) + A_4 \cos(\lambda_2 \xi) ; (0 \leq \xi \leq \xi_c) \quad (9)$$

$$Y_2(\xi) = A_5 \sinh(\lambda_1 \xi) + A_6 \cosh(\lambda_1 \xi) + A_7 \sin(\lambda_2 \xi) + A_8 \cos(\lambda_2 \xi) ; (\xi_c \leq \xi \leq 1)$$

여기서

$$\lambda_{1,2} = \left[\frac{\sqrt{k_2 \mp k_1}}{2} \right]^{1/2} \quad (10)$$

이며, k_1 과 k_2 는 각각 다음과 같다.

$$k_1 = \omega^2(\beta + r^2), \quad k_2 = k_1^2 + 4\omega^2(1 - \omega^2\beta r^2) \quad (11)$$

전단변형에 대해서도 위와 동일한 방법으로 전개하면 다음과 같이 해를 구할 수 있다.

$$\phi_1(\xi) = q_1 A_2 \sinh(\lambda_1 \xi) + q_1 A_1 \cosh(\lambda_1 \xi) + q_2 A_4 \sin(\lambda_2 \xi) - q_2 A_3 \cos(\lambda_2 \xi) ; (0 \leq \xi \leq \xi_c) \quad (12)$$

$$\phi_2(\xi) = q_1 A_6 \sinh(\lambda_1 \xi) + q_1 A_5 \cosh(\lambda_1 \xi) + q_2 A_8 \sin(\lambda_2 \xi) - q_2 A_7 \cos(\lambda_2 \xi) ; (\xi_c \leq \xi \leq 1)$$

여기서

$$q_1 = \lambda_1 + \frac{\omega^2\beta}{\lambda_1}, \quad q_2 = -\lambda_2 + \frac{\omega^2\beta}{\lambda_2} \quad (13)$$

이다. 무차원화 된 양단 고정정보의 경계조건은

$$Y_1(0) = \phi_1(0) = 0, \quad Y_1(1) = \phi_1(1) = 0 \quad (14)$$

이다. 또 크랙 위치에서 다음의 변위, 모멘트, 전단력 및 기울기 변화의 연속조건을 각각 만족해야 한다.³

$$Y_1(\xi_c) = Y_2(\xi_c), \quad \frac{d^2 Y_1(\xi_c)}{d\xi^2} = \frac{d^2 Y_2(\xi_c)}{d\xi^2}, \quad \frac{d^3 Y_1(\xi_c)}{d\xi^3} = \frac{d^3 Y_2(\xi_c)}{d\xi^3}, \quad K[\phi_2(\xi_c) - \phi_1(\xi_c)] = \frac{d^2 Y_2(\xi_c)}{d\xi^2} \quad (15)$$

여기서 무차원화 된 크랙의 크기와 위치는 다음과 같이 정의한다.

$$\alpha = \frac{a}{h}, \quad \xi_c = \frac{x_c}{L} \quad (16)$$

식 (9), (12)의 미지수들은 식 (14), (15)의 경계 조건 및 연속조건을 이용하여 각각 구할 수 있다. 또 계의 고유진동수는 다음과 같은 고유치의 기본 형태로 변환하여 쉽게 구할 수 있다.

$$\Lambda X = 0, \quad |\Lambda| = 0 \quad (17)$$

여기서 Λ 는 보의 양단 경계조건 및 크랙위치에서의 연속조건을 대입하여 얻은 각각의 식을 행렬형태로 표현한 것이다. 또 $|\Lambda|$ 는 Λ 의 행렬식을 나타내고 있으며, X 는 다음과 같다.

$$X = [A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6, A_7, A_8]^T \quad (18)$$

여기서 위첨자 T 는 전치를 의미한다.

4. 유한요소해석 및 실험

이론해석을 통하여 얻은 양단 고정정보의 고유진동수의 결과를 검증하기 위하여 유한요소 해석과 진동실험을 수행하였다. Table 1 은 유한요소 해석과 실험에 사용한 보의 물성치를 나타내고 있다.

Table 1 Specifications of beam

Property	Values
Total length of beam (L)	0.25 m
Hight of beam (h)	0.01 m
Width of beam (b)	0.015 m
Young's modulus(E)	200 Gpa
Density (ρ)	7860 kg/m ³
Poisson's ratio (ν)	0.3

4.1 유한요소 해석

유한요소 해석을 위한 보의 모델링은 Uni-Graphics(NX5)를 이용하여 수행하였고, 모델링한 보를 상용 유한요소 해석 프로그램인 ANSYS Workbench(Ver. 11.0)를 이용하여 해석하였다. 크랙의 크기에 따라 조금씩 차이가 있으나 요소와 절점의 수는 최대 각각 28,000 개와 40,000 개 정도로 하였다.

4.2 실험

보의 고유진동수를 측정하기 위하여 사용한 FFT 분석기는 LMS 사의 CADA-X 이다. Fig. 3 은 보의 고유진동수를 측정하는 실험 모습을 보여주고 있다. 보는 볼트로 양단을 고정하였으며 고정할 때의 힘이 일정하도록 토크렌치를 이용하였다. 또 보의 크랙은 선형 정밀 톱으로 가공하였으며, 크랙의 폭을 최소화하기 위하여 0.5mm 의 선형 톱날을 사용하였다.

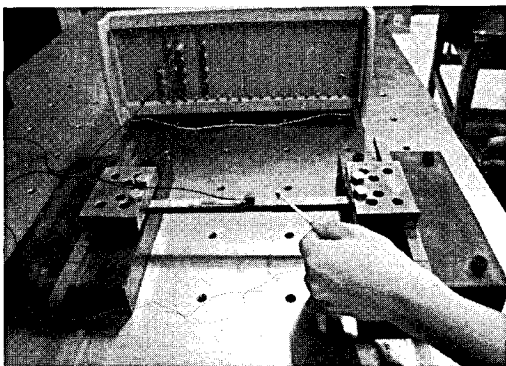


Fig. 3 Experimental setup

4.3 결과 비교 및 검토

보의 횡진동에 대한 M 은 진동모드, E 는 이론값과 실험값의 오차 즉, $|(Exp.-Theory)/Exp| \times 100$ 을

나타낸다. Table 2 는 이론해석 및 유한요소 해석, 그리고 실험을 통하여 얻은 3 차 모드까지의 보의 고유진동수를 정리하여 나타낸 것이다. 먼저 유한요소 해석으로 얻어진 결과는 이론값과 비교하여 오차가 거의 1% 내외로 아주 정확한 결과를 얻을 수 있었으며, 실험값과의 오차는 Table 2 에서 확인할 수 있는 것처럼 최대 9% 이내의 결과를 얻을 수 있었다. 여기서 발생한 오차의 가장 큰 원인은 실험에서 양단 고정에 대한 조건을 정확하게 구현하지 못한 결과로 사료된다. 완전고정을 위해서 볼트보다 용접 등의 방법으로 고정한다면 좀더 오차를 줄일 수 있을 것이라 판단된다.

Table 2 Natural frequencies of clamped-clamped beam

α	ξ_c	M	Natural frequencies (Hz)			E(%)
			Theory	FEM	Exp.	
Uncracked beam		ω_1	820.36	831.33	772	7.5
		ω_2	2229.18	2264.9	2127	7.5
		ω_3	4289.79	4369.8	4120	8.8
0.2		ω_1	819.80	828.58	770	6.5
		ω_2	2206.21	2235.5	2253	2.1
		ω_3	4187.39	4246.1	4003	4.6
0.3	0.3	ω_1	816.21	826.89	771	5.9
		ω_2	2167.63	2198.3	2269	4.5
		ω_3	4252.97	4316.2	4198	1.3
0.4		ω_1	805.27	815.29	738.5	9.0
		ω_2	2196.37	2226.4	2186	0.5
		ω_3	4260.89	4307.8	4155	2.6
0.2		ω_1	818.65	824.17	772.5	5.9
		ω_2	2159.37	2171.7	2248	3.9
		ω_3	4005.66	4031.9	4068	1.5
0.5	0.3	ω_1	807.19	819.03	757.5	6.6
		ω_2	2051.48	2088.9	2014	1.9
		ω_3	4190.61	4258	4163	0.7
0.4		ω_1	773.59	789.29	710.5	8.9
		ω_2	2133.8	2162.2	2066	3.3
		ω_3	4205.58	4264.7	4138	1.6

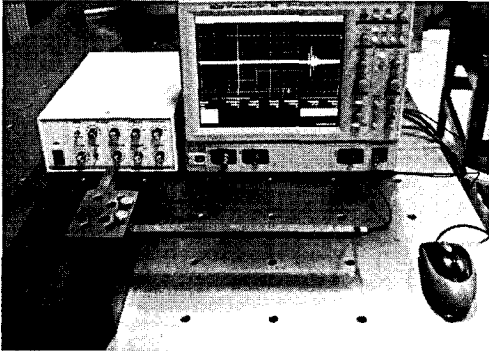
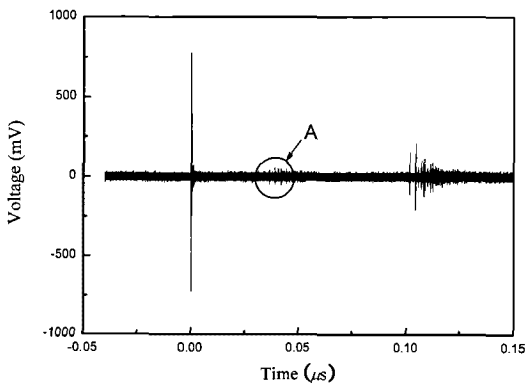
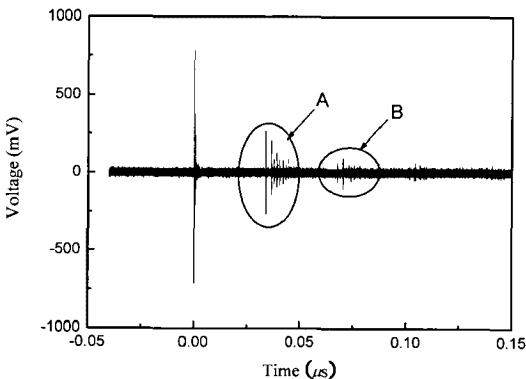


Fig. 4 Ultrasonic testing of cracked beam



(a) $\alpha = 0.1$



(b) $\alpha = 0.5$

Fig. 5 Time record for beams with crack ($\xi_c = 0.3$)

5. 보의 손상 검출

5.1 초음파 탐상법

초음파 탐상법이란 가청 주파수 이상의 주파수를 갖는 초음파를 이용하여 소재의 내부결함을 검출하거나 두께측정에 이용하는 비파괴 검사의 일

종이다. 탐촉자에서 발생한 초음파는 소재의 내부로 침투되어 진행하며 초음파의 경로상에 결함이 존재할 경우, 그 결함에 의해 초음파는 반사되어 되돌아오고 그 신호를 받아 초음파가 진행한 거리만큼 오실로스코프에 신호로 나타나게 된다. 오실로스코프에 나타난 신호의 위치 및 크기로 결함이 존재하는 위치 및 크기를 평가한다.

Fig. 4 는 보의 초음파 탐상을 위한 실험 장비 및 실험 모습을 나타낸 것이다. 초음파 탐상을 위하여 사용한 시험장비는 각각 오실로스코프(Le Cary, Wavesurfer 422), 송수신기(JSR Ultrasonics, DRP 300), 그리고 탐촉자(Technisonic, CF-1002-HR)이다. 실험은 펄스반사법으로 실시하였으며, 탐촉자를 직접 탐상대상에 접촉하는 직접 접촉법으로 수행하였다. 또한 탐촉자 한 개로 탐상을 실시하는 1 탐촉자 법으로, 그리고 결함과 수직 방향으로 측정을 실시하는 수직 법으로 실험을 수행하였다.

Fig. 5 는 크랙 위치 $\xi_c = 0.3$ 이고 크랙 α 가 각각 10%, 50%인 보를 초음파 탐상한 결과이다. Fig. 5(a) 의 크기가 10%인 크랙을 가진 보의 경우, A 부분과 같이 크랙으로 인한 반사파의 신호가 아주 약하게 나타나고 있다. 이것은 크랙을 가지지 않는 보와 비교할 때 크랙의 존재 유무를 판단하기가 어렵다. 크랙의 크기가 비교적 큰 Fig. 5(b)에서는 크랙의 존재 유무 및 위치는 검출 가능하지만, 크랙에 의한 반사파 A 와 저면반사파 사이에 또 다른 신호 B 가 나타나고 있음을 알 수 있다. 이 위치에서는 크랙이 없으나 결함신호와 비슷한 신호를 나타내고 있는데, 이는 다중반사파(multiple echo)로 판단된다. 즉, 펄스가 측면 등에 부딪히면 일부가 파형변형이 일어나게 되어 다중반사파로 나타나게 되는 것이다. 이러한 다중반사파로 인하여 크랙이 비교적 큰 경우에도 크랙의 존재유무를 판단하는데 어려움이 있다고 판단된다.

5.2 진동특성을 이용한 보의 손상 검출방법

먼저 이론해석으로 크랙의 위치와 크기가 각각 0.4 와 0.5 인 양단 고정보의 횡방향 진동의 최저차 3 개 모드의 고유진동수를 구하여 Fig. 6 과 같이 크랙의 위치에 따른 강성계수 K 의 값을 도출할 수 있다. Fig. 6(a)에서 오일러 보 이론을 적용한 경우 3 개의 곡선이 한 점에서 정확히 교차하고 있음을 알 수 있다. 이 교차점에서의 크랙의 위치는 0.4 로서 보의 크랙 위치와 정확하게 일치한다. 또 이 때의 강성계수는 7.318 로 Fig. 7 을 이용하면 크

랙의 깊이는 거의 0.5 로 정확하게 크랙을 검출할 수 있다. 즉, 2장에서 식 (1) ~ (3)을 이용하여 크랙의 크기와 깊이에 따른 강성계수 K 를 Fig. 7 과 같이 결정할 수 있으며, 따라서 만약 실험 등을 통하여 보의 고유진동수를 알 수 있다면 크랙의 위치와 K 를 구할 수 있을 것이다. Fig. 6(a)의 설명과 같이 실험 또는 이론해석을 통하여 미리 알고 있는 고유진동수를 이용하여 먼저 크랙의 위치와 강성계수 K 를 구하고 난 후 크랙의 크기를 Fig. 7 에서 판단할 수 있다. 이러한 기본 원리를 이용하여 보의 손상 검출을 수행하고자 한다. Fig. 6(b)는 Fig. 6(a)와 동일한 크랙을 가진 경우에 티모센코보 이론을 적용하여 구한 고유진동수로 크랙을 예측한 것이다. 여기서는 3 개의 곡선이 한 점에서 만나지 않고 3 개의 교차점이 나타난다. 이런 경우

는 교차점들로 형성되는 도형중 면적이 가장 좁은 도형의 도심이 바로 크랙의 위치이며, Fig. 6(b)의 경우 크랙의 위치는 약 0.413, 그리고 크기는 약

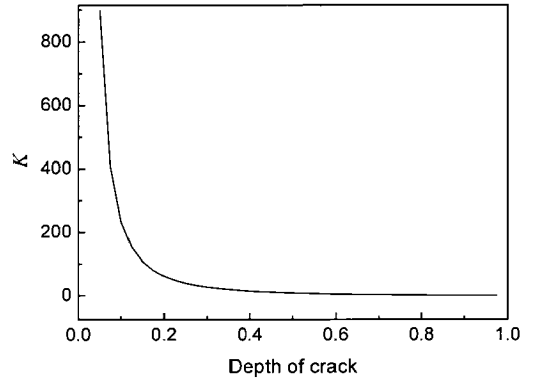
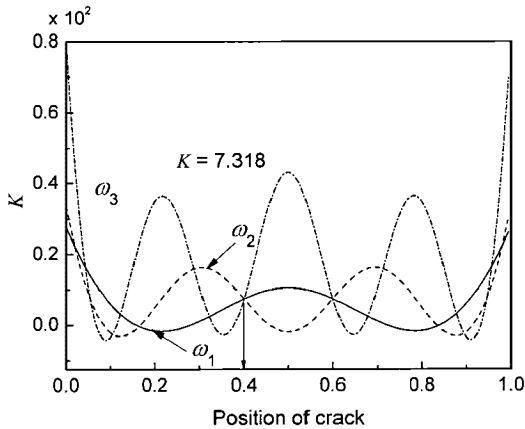
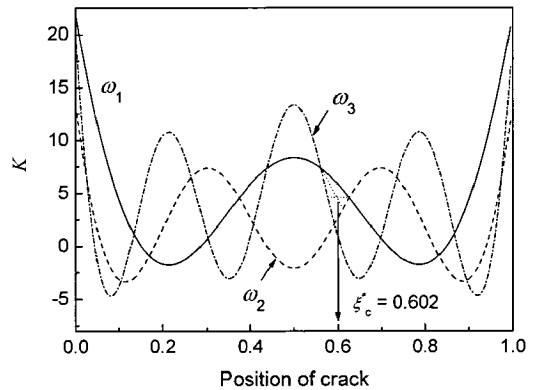


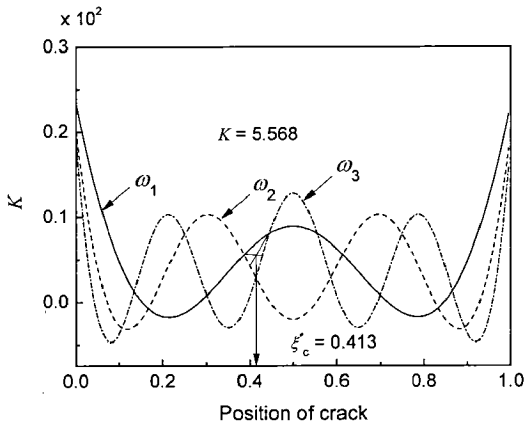
Fig. 7 Rotating spring coefficient versus depth of crack



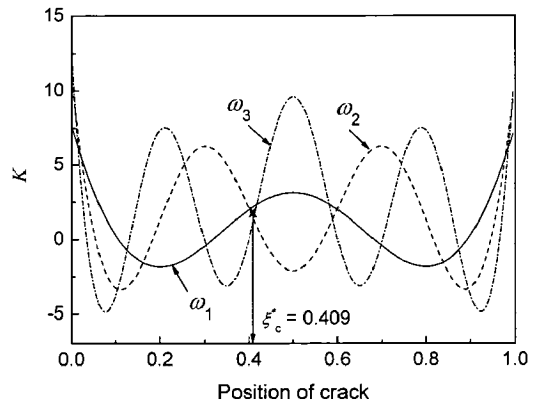
(a) Euler beam



(a) $\alpha = 0.3, \xi_c = 0.7$



(b) Timoshenko beam



(b) $\alpha = 0.5, \xi_c = 0.4$

Fig. 6 Function K for the first three modes of cracked clamped-clamped beam ($\alpha = 0.5, \xi_c = 0.4$)

Fig. 8 Function K for the first three modes of cracked clamped-clamped beam

Table 3 Comparison of actual and predicted crack position and size

Case	Actual data		Predicted data			
	ξ_c	α	ξ_c^*	error(%)	α^*	error(%)
1	0.2	0.3	0.224	2.4	0.52	22
2	0.3	0.3	0.318	1.8	0.58	28
3	0.4	0.5	0.409	0.9	0.67	17
4	0.7	0.5	0.602	9.8	0.63	13

0.53 정도로 예측할 수 있다. 이론값을 적용했음에도 이러한 오차를 가지는 이유는 지금까지 크랙의 위치를 얻기 위해 연구되어지고 있는 관계식은 수식의 간편성 및 실용성을 이유로 오일러 보 이론에서 유도한 식을 사용하고 있기 때문이다. 외팔보와 단순지지 보의 경우 아주 정확하게 예측할 수 있지만^{10,13} 양단 양단 고정보인 경우 이론적 결과에서도 1~3%정도의 오차가 발생함을 이 연구를 통하여 알 수 있다.

Fig. 8 은 실제 실험으로 구한 보의 고유진동수를 이용하여 크랙의 위치에 따른 강성계수 K 의 값을 나타낸 그래프이다. Fig. 6 의 이론 값의 결과와는 달리 3 개의 곡선이 한 점에서 정확히 교차하지 않는다. 이런 경우는 그 교차점들로 형성되는 도형의 도심이 크랙의 위치로서 Fig. 8(a)의 경우 크랙의 위치는 약 0.602 이고, 실제 값과 약 9.8%의 오차를 보인다. 또 크랙의 크기는 0.63 정도로 실제 값과 비교하여 약 13% 의 오차를 나타낸다. Fig. 8(b)의 결과 와 다른 몇 가지 예제의 결과를 Table 3 에 정리하였다. 이 결과들로 볼 때 진동특성을 이용한 보의 크랙 검출 방법은 최저 1%에서 최고 9.8%오차 안에서 크랙의 위치는 비교적 정확하게 판단할 수 있고, 크랙의 크기는 약 28% 이내의 오차에서 검사가 가능함을 판단할 수 있다.

6. 결론

양단 고정보의 진동특성을 이용하여 크랙의 검출 방법에 대한 연구를 수행하였다. 먼저 이론해석을 통하여 보의 고유진동수를 구하고, 그 결과를 유한요소 해석 및 실험을 통하여 검증하였다. 또 실험을 통해 얻어진 고유진동수를 적용하여 진동특성을 이용한 보 구조물에 대한 손상검출 방법에 대한 연구를 수행하고 그 결과를 초음파 탐상

법과 비교하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

1) 초음파 탐상에서는 크랙의 크기가 10%인 경우 결함부의 신호가 잘 나타나지 않고, 크랙의 크기가 비교적 큰 50%의 경우는 다중반사파의 영향으로 크랙의 존재유무를 정확하게 판단하기가 어렵다. 특히 크랙의 크기를 판단할 수 없는 단점을 가진다.

2) 실험을 통하여 얻은 고유진동수를 이용하여 양단 고정보의 크랙 검출을 실시한 결과 주어진 예제들에서 크랙의 위치는 약 9.8%이내, 그리고 크랙의 크기는 약 28%이내의 오차에서 검사가 가능함을 알 수 있다. 따라서 이 방법은 크랙의 위치 판단에 적용할 경우 매우 유용하나 크랙의 깊이를 추측하기 위한 방법으로 활용되기 위해서는 오차를 줄이기 위한 추가 연구가 이루어 져야 할 것으로 판단된다.

3) 양단 고정보의 경우 외팔보와 단순지지 보의 경우와는 달리 이론 값에서도 1~3%정도의 오차가 발생함을 알 수 있었다. 따라서 양단 고정보인 경우 복잡하지만 터모센코 보 이론으로 유도한 강성계수 K 와 고유진동수 및 크랙의 위치에 대한 식을 사용해야 할 것이다.

참고문헌

1. Datta, P. K. and Lal, M. K., "Parametric Instability of a Non-prismatic Bar with Localized Damage Subjected to an Intermediate Periodic Axial Load," Computers and Structures, Vol. 4, No. 6, pp. 1199-1202, 1992.
2. Ruotolo, R., Surace, C., Crespo, P. and Storer, D., "Harmonic Analysis of The Vibrations of a Cantilevered Beam with a Closing Crack," Computers and Structures, Vol. 61, No. 6, pp. 1057-1074, 1996.
3. Chondros, T. G., Dimarogonas, A. D. and Yao, J., "A Continuous Cracked Beam Vibration Theory," J. of Sound and Vibration, Vol. 215, No. 1, pp. 17-34, 1998.
4. Chondros, T. G., Dimarogonas, A. D. and Yao, J., "Vibration of a Beam with a Breathing Crack," J. of Sound and Vibration, Vol. 239, No. 1, pp. 57-67, 2001.
5. Bannios, Y., Douka, E. and Trochidis, A., "Crack Identification in Beam Structures Using Mechanical

- Impedance," J. of Sound and Vibration, Vol. 256, No. 2, pp. 287-297, 2002.
6. Krawczuk, M., Palacz, M. and Ostachowicz, W., "The Dynamic Analysis of a Cracked Timoshenko Beam by the Spectral Element Method," J. of Sound and Vibration, Vol. 264, No. 5, pp. 1139-1153, 2003.
 7. Yoon, H. I., Choi, C. S. and Son, I. S., "Dynamic Behavior of Timoshenko Beam with Crack and Moving Mass," J. of the KSPE, Vol. 22, No. 1, pp. 143-151, 2005.
 8. Gounaris, G. and Dimarogonas, A. D., "A Finite Element of a Cracked Prismatic Beam for Structural Analysis," Computers and Structures, Vol. 28, No. 3, pp. 309-313, 1988.
 9. Lele, S. P. and Maiti, S. K., "Modelling of Transverse Vibration of Short Beams for Crack Detection and Measurement of Crack Extension," J. of Sound and Vibration, Vol. 257, No. 3, pp. 559-583, 2002.
 10. Patil, S. K. and Maiti, S. K., "Detection of Multiple Cracks Using Frequency Measurements," Engineering Fracture Mechanics, Vol. 70, No. 12, pp. 1553-1572, 2003.
 11. Murigendrappa, S. M., Maiti, S. K. and Srirangarajan, H. R., "Experimental and Theoretical Study on Crack Detection in Pipes Filled with Fluid," J. of Sound and Vibration, Vol. 270, No. 4-5, pp. 1013-1032, 2004.
 12. Meirovitch, L., "Principles and Techniques of Vibrations," Prentice-Hall, Inc., pp. 423-430, 1997.
 13. Son, I. S., Ahn, S. J. and Yoon, H. I., "Study on Detection of Crack and Damage for Cantilever Beams Using Vibration Characteristics," Trans. of KSNVE, Vol. 19, No. 9, pp. 935-942, 2009.