韓國數學敎育學會誌 시리즈 A <數學敎育>
2010. 05. 제 49권, 제 2호, 267-279.
J. Korean Soc. Math. Ed. Ser. A: The Mathematical Education
May. 2010, Vol. 49, No. 2, 267-279.

자연수의 나눗셈 오답사례 분석 및 지도방안에 대한 연구

임 근 광 (광주농성초등학교)

I. 서 론

1. 연구의 필요성 및 목적

학생들은 수학을 어떻게 학습하는가? 이것은 간단히 대답하기 어려운 중요한 문제이다. 초등학교 때부터 수학이라는 교과를 원리를 이해해야 하는 과목이라고 생각하기 보다는 공식이나 절차를 외우고 이를 반복해서 연습하는 지루하고 따분한 교과로 인식한다면, 이는 수학이라는 학문에 대한 그릇된 생각일 뿐만 아니라, 학생들은 점점 수학을 멀리하게 될 것이다. 따라서 초등학교 수학에서 어떤 새로운 개념을 가르칠 때 반드시 원리에 초점을 맞추어야 하며 어떤 특수한 방법과 절차를 외우는 것 보다는 방법과 절차가 정당한 이유를 이해하도록 지도해야 한다.

수학교과가 가지고 있는 논리적 위계성을 감안할 때, 선수학습의 결손이나 이해의 부족은 후속학습의 장애의 결과를 낳게 된다. 학교 현장에서는 학습 결손을 최소화하기 위해 학습 부진아 프로그램을 구안 적용하고 있으나 학생들이 보이는 오류를 고려하지 않은 채 단순히 난이도만 낮추어 연습문제만 반복해서 풀게 하는 실정이다. 이에 최근 공교육신뢰 회복과 학생들의 학력향상, 부진학생들의 책임지도 등에 대한 정부의 확고한 의지의 영향으로 학생들이 오류의 진단과 처방에 대한 연구가 활발히 이루어지고 있다.

오류는 불한전한 지식이 드러나는 것으로 실수와는 근본적으로 구별되며 어떤 사실에 대해서 학습자가 왜곡하여 체계화시킨 것으로 능력 자체의 결함이 표면에 나타난 것을 말한다(Anderson & Joffries, 1985, 김선옥, 2002 재인용). 오개념은 학생들이 수학에서 사용하는 개념 중에서 의미가 다르게 이해되거나 잘못 사용하고 있는 개념이며 오류는 그 결과로써 발생한다. 수학학습을 단순히 지식 전달로 보는 관점에 의하면 이러한 오류는 반복학습을 통해 수정될 수 있다고 생각되지만, 수학학습을 인간의 활동에 의한 구성으로 보는 관점에 의하면 이는 근본적으로 학생들 자신의 신념이나 인지구조를 적극적으로 변화시키지 않은 한 수정되기 어렵다.

최근 인지과학적 접근을 통해 밝혀진 학습이론과 관련된 사항 중의 하나는 학생들이 범하는 대다수의 수학적 오류가 우연적이거나 실수에 의한 것이 아니라 체계적이고 지속적인 것이라는 점이다(문혜정, 2007). 즉 수학문제 해결과정에 오류에 규칙성이 있기 때문에 교사가 학생들이 범하는 오류 유형을 분석하여 정확한 오류 진단 및 그에 따른 개별화된 지도를 통해 지도해야 한다는 것이다.

학생들이 나눗셈을 어려워하는 이유는 포함제와 등분제라는 서로 다른 두 상황이 같은 형태의 계산식으로 나타나고 있기 때문이다(교육인적자원부, 2006). 이는 나눗셈과 관련된 구체적인 상황을 다양하게 경험하고 이들로부터 나눗셈의 여러 가지 의미를 관련지을 수 있어야 하지만 실제로 학생들은 구체적인 맥락과 분리된 기호상황을 주로 경험하기 때문에 나눗셈의 개념적 의미를 이해하지 못하고 있다고 볼 수 있다.

학생들의 나눗셈에 대한 오류는 곱셈구구 오류, 알고리즘의 오류, 몫과 제수의 곱을 쓰는 위치가 바르지 못한 기수법의 오류, (몇십)÷(몇)에서 십의 자리 수만 나누는 0처리의 오류, 피제수에서 제수와 몫의 곱을 잘못 뺀 뺄셈 오류, 수를 잘못 옮겨 쓰는 과정에서 오는 기술적 오류가 있다(윤태희, 2002; 김민정, 2004) 교사는 이런 오류를 진단하고 각 오류 유형에 따라 구체적 조작활동으로 알고리즘을 지도하거나 몫을 어림해 보는 활동, 그리고 자신의 계산 과정을 언어로 표현해 보게 하는 등의

* 접수일(2010년 5월 3일), 수정일(2010년 5월 15일), 게재확정일(2010년 5월 15일)
* ZDM분류 : D72
* MSC2000분류 : 97C30
* 주제어 : 나눗셈, 오답사례 분석

방법으로 지도하는 것이 효과적이다(박현주, 2007).

수학에서의 많은 오류들은 너무나 제한된 범위에서 학생들이 갖고 있는 지식을 연결시키려는 시도에서 발생하므로 오류에 대한 분석이 필요하다. 즉 어떤 수학문제가 주어지고 해결한 결과를 보면 정답이 아닌 오답에 많은 학생들이 반응을 했다면 오답을 한 학생들은 그 문제를 해결할 때 공통적으로 유사한 사고과정에 의해 그 반응을 보였을 것이다. 특히 주관식 문항에 그와 같은 공통적인 오답의 반응을 보였다면 우연적인 것이나 실수에 의한 것이 아니라 학생들의 오류적 사과과정은 더 뚜렷이 유사할 것이다. 학생들이 자신의 경험을 바탕으로 의미있는 수학을 구성하도록 돕기 위해서는 이러한 오류 분석을 통해 학생들의 문제점을 파악하고 교정해 줄 필요가 있다.

지금까지 연구된 나눗셈 오류에 대한 연구들은 주로 단순히 나눗셈 식이 주어지고 그 식을 계산하는 과정에서 보이는 오류유형을 제시했을 뿐 나눗셈의 의미나 활용에서 보이는 학생들의 오류에 대한 연구는 거의 이루어지지 않고 있다. 나눗셈의 의미나 활용과 관련된 문제에서 보이는 학생들의 오류는 나눗셈 계산식의 해결과정에서 보이는 오류보다 더 다양할 것으로 추측된다. 따라서 본 연구는 나눗셈의 의미 또는 나눗셈의 활용과 관련된 문제가 주어졌을 때 학생들이 보이는 오답의 사례를 분석하여 효과적인 지도 방안을 제시하고자 한다.

2. 연구문제

본 연구는 자연수의 나눗셈의 의미나 활용에서 보이는 학생들의 오답사례를 분석하여 오류의 원인을 찾아 효과적인 지도하는 방안을 제시하기 위해 다음과 같은 연구문제를 설정하였다.

1) 자연수의 나눗셈 활용 문제에서 학생들은 어떤 오류적 사고를 하는가?

2) 자연수의 나눗셈 활용문제에서 오류를 보인 학생들의 효과적 지도 방안은 무엇인가?

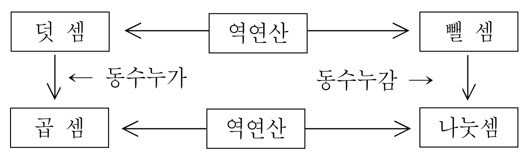
Ⅱ. 이론적 배경

본 장에서는 나눗셈의 의미와 나눗셈의 개념 및 알고리즘 지도방법을 알아보고 나눗셈 계산과정에서 오류유형을 살펴보고자 한다.

1. 나눗셈의 의미와 지도

1) 나눗셈의 의미

초등학교 연산영역에서는 연산의 의미와 수감각을 강조하고 있다. 연산의 의미를 이해하지 못한 학생은 자신이 암기한 절차에 따라 기계적으로 계산하게 된다. 이것은 단지 알고리즘에 따라 단계적으로 절차를 수행한 것일 뿐 연산을 했다고 보기 어렵다. 효과적인 나눗셈 연산이 되기 위해서는 나눗셈의 의미에 대한 이해가 필수적일 것이다.



<그림 1> 사칙연산의 상호작용(김민정, 2004)

배종수(1999)는 나눗셈은 원칙적으로 곱셈의 역연산으로 정의하고, 초등학교에서는 수학적으로 정의할 수 없기 때문에 상황에 알맞은 정의(포함제와 등분제)를 해야 한다고 하였다. 배종수가 제시한 의미에 구광주 외 2인(2001)이 제시한 나눗셈의 의미를 추가해 살펴보며 다음과 같다.

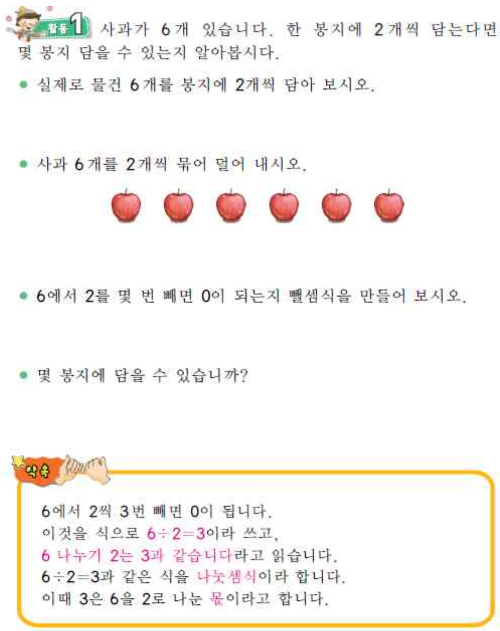
(1) 곱셈의 역연산

$b \times x = a$에서 x 구하기를 $a \div b$로 본다. 이 정의는 나눗셈의 수학적인 정의에 해당하는 데 곱셈의 역연산 관계로 보는 관점이다. 이러한 관점은 곱셈식에서 승수와 피승수를 찾아 나눗셈의 몫을 알아보는 것으로 예를 들어 $3 \times 6 = 18$의 역연산을 이용하여 $18 \div 3$의 몫은 6, $18 \div 3$의 몫은 6을 찾을 수 있게 한다.

(2) 포함제

a에 b가 몇 번 포함되어 있는가를 $a \div b$로 보는 것이 포함제이다. <그림 2>에서 보는 것처럼 사과 6개를 봉지에 2개씩 담을 때 몇 봉지가 필요한가?와 같은 상황에서 식으로 $6 \div 2$, 6에서 2를 3번 뺀다는 동수누감(같은 수를 거듭빼는)으로 묶음의 수를 구하게 되는데 묶음

의 수가 몫이 된다. 동수누감의 방법은 $37 \div 5 = 7 \cdots 2$와 같이 나머지가 있을 경우에도 확대 적용이 가능하지만 등분할 방법은 이와 같이 나머지가 있는 경우에는 자연수 집합에서 닫혀있지 않다. 즉, 자연수의 집합에서는 정의할 수 없고 유리수 집합에서만 정의할 수 있다.



<그림 2> 포함제 상황

(3) 등분제

a를 b등분하면 얼마씩 되는가를 $a \div b$로 보는 것이 등분제이다. <그림 3>에서 보는 것처럼 8개를 2명이 똑같이 나누어 가지려면 한 사람이 몇 개씩 나누어 갖는가?와 같은 상황에서 식으로 $8 \div 2$, 8를 2곳으로 동등하게 나눈다(똑같게 분할한다)의 경우로 나누어 생각할 수 있다. 등분제는 묶음이 이미 결정되어 있고 각 묶음에 들어가는 물체의 수를 구하게 되는데, 각 묶음에 들어가는 요소나 물건의 개수가 나눗셈의 몫이 된다. 나눗셈의 용어에는 '나눈다'는 느낌이 강하게 내포되어 있다. 그러므로 나눗셈을 논의할 때 동수누감보다는 나눈다는 의미를 조금 내포하고 있는 등분할 방법이 나눗셈의 정의인 것처럼 인식되어 있는 것이 사실이다. 등분할은 의미의 전달은 쉽게 할 수 있으나 수리적으로 표현하는데 어려움이 있다. 그러므로 등분할 나눗셈을 직관적으로 이해할 때는 이해가 쉬우나 좀 더 추상적으로 생각할 때는 어려움이 따른다.

<그림 3> 등분제 상황

(4) 나머지가 있는 나눗셈

$a \div b$는 $a = (b \times q) + r$인 자연수 q와 r(단, $0 \le r < b$)를 구하는 것이다. 이 정의는 위의 것들과는 조금 다른 성격이다. 예를 들어 $34 \div 6$을 원소가 34개인 집합을 6개씩 줄을 만들려면 어떻게 되는냐?로 보는데 이 경우에 물론 5줄을 만들고 4개가 남는다는 것이다. 이때 5를 몫이라고 하며 4를 나머지로 보는 것이다.

2) 나눗셈의 지도

(1) 나눗셈의 개념지도

나눗셈은 학생들이 숙달하기에 가장 어려운 알고리즘이다. 다른 연산이 오른쪽부터 시작하는 반면, 나눗셈은 왼쪽부터 시작하고 나눗셈 알고리즘이 기본 나눗셈 구구뿐만 아니라 뺄셈과 곱셈도 수반해야 하며, 어림에 의한 가정몫을 이용해야 하는데 첫 어림에서 꼭 성공하는 것은 아니며 어림에서 실패할 수 있기 때문이다(강문봉 외 18인, 1999).

따라서 먼저 나눗셈의 개념지도시에는 실생활에서 등분제, 포함제가 나타나는 상황을 통해 지도해야 한다(박경오, 2004). 나눗셈의 개념을 이해하기 위해서는 실생활에서 'a개의 사물을 b등분했을 때의 한 몫의 수량'과 'a개의 사물을 b개씩 무더기를 만들 때 만들어지는 무더기의 수'를 알아보는 구체적인 문제를 해결하는 활동을 통하여 'a에서 같은 수 b를 거듭 빼는 경우에 나눗셈이 사용되는 경우이다'는 것을 일반화할 수 있어야 문제해결에서 나눗셈이 사용되는 경우 인지의 판단을 바르게 내릴 수 있다(이종률, 2001).

둘째, 구체물 조작활동과 같은 비형식적 방법을 통해 문제상황에 접근하도록 지도해야 한다. 포함제 해결의 경우 묶어 세기 또는 곱셈식으로 바꾸어 해결하기, 등분제 해결의 경우 한 번에 한 개씩 거래하기, 어림-조절 거래하기, 묶음-거래하기, 곱셈식으로 바꾸어 해결하기 등 학생 자신들이 문제상황에 맞는 비형식적 방법을 통해 나눗셈 상황을 이해하고 나름대로의 방법으로 문제에 접근하도록 장려해야 한다.

셋째, 나눗셈의 비형식적 지식을 형식적 지식과 연결하도록 지도해야 한다. 자연수의 나눗셈에서 비형식적 지식과 형식적 지식의 연결단계에서는 포함제에서는 학생이 사용하는 묶어 세기나 곱셈전략을, 등분제에서는 어림-조절이나 곱셈전략을 기호나 절차로 표현하여 형식적 알고리즘과 연결할 수 있도록 해야 한다(이종욱, 2008).

(2) 나눗셈의 알고리즘 지도

나눗셈의 알고리즘 지도에 있어서도 먼저 나눗셈 알고리즘 절차에 대한 이해가 바탕이 되어야 하며 다음에 알고리즘 절차에 대한 반복적 연습을 통해 숙달이 이루어져야 한다.

연산지도의 초기단계에서 빠른 기호로의 전환이나 구체물의 사용의 중단은 매우 위험하며 구체물의 사용이나 문제상황과 기호를 연결하는데 적절한 언어 사용은 중요하다(이은란, 2001). 따라서 나눗셈 알고리즘의 지도과정에 있어서도 구체물로서 교구의 사용 및 언어적 설명과 함께 기호화를 점진적으로 시도해야 한다(김민정, 2004).

따라서 나눗셈의 알고리즘의 지도에서도 등분제와 포함제의 두 상황을 모두 경험할 수 있도록 제시할 필요가 있다. 한 문제 상황을 알고리즘은 같으나 각 단계들을 설명하기 위한 구체적 조작활동과 수학적 언어를 달리하여 등분제와 포함제 상황으로 해결하도록 하는 경험도 유용하다(Hatfield, Edwards & Bitter, 1997).

또한 계산하기 전에 먼저 몫이 얼마쯤 되는지 어림해 보게 해야 한다. 어림은 자신의 계산결과에 타당성을 갖게 한다. 자리값에 대한 오류나 0사용의 오류로 인해 어림한 값과 상이하게 다른 몫이 나왔을 때는 자신의 계산과정에 대한 반성적인 사고를 할 수 있기 때문이다. 따라서 어림의 과정을 통한 나눗셈의 계산은 조절단계가 필요하다. 조절 단계를 통해 추정한 몫에서 정확한 몫을 구할 수 있게 해야 한다.

검산해 보는 습관을 갖도록 해야 한다. 계산하기 전에 몫을 대강 어림해 보는 것이 중요한 것 처럼 계산 한 후에 검사하는 것도 중요하다. 학생들이 검산의 목적을 반드시 이해해야 하며 만약 검산 결과의 해가 원래의 해와 일치하지 않은 경우 학생들은 무엇을 해야 하는가에 대해서도 이해해야 한다(강문봉 외 18인 역, 1999).

표준적인 알고리즘의 형성도 중요하지만 대안 알고리즘을 개발하는것을 장려하는 것도 학생들의 사고를 자극하는 방법이다. 백선수(2002)는 알고리즘에 대한 전통적인 의미는 단순히 알고리즘을 수행하는 것을 강조하는 반면에 현대적인 알고리즘을 개발하고 그것을 이해하며, 똑같은 과제에 대하여 다양한 알고리즘들 중에서 현명하게 선택하는 것을 강조한다고 하였다. 대안 알고리즘의 지도는 표준 알고리즘의 지도와는 별개로 학생들의 사고를 자극할 것이며 자신의 사고 과정에 의미를 부여할 수 있고 형식화된 표준 알고리즘의 편리성을 느낄 수 있을 것이다.

2. 나눗셈 오류의 유형

나눗셈의 오류 유형과 관련해서 윤태희(2002)는 3, 4학년 학생을 대상으로 나눗셈 오류를 ① 곱셈구구의 오류, ② 알고리즘의 오류, ③ 기수법 오류, ④ 0처리 오류, ⑤ 뺄셈오류, ⑥ 가정법 오류, ⑦ 기술적 오류 등 7가지로 유형화 하였고, 김민정(2004)은 ① 알고리즘의 오류, ② 0처리 오류 ③ 기수법 오류, ④ 가정몫 오류, ⑤ 기초계산 오류 등 5가지로 유형화하였다. 또한 박현주(2007)는 ① 알고리즘의 오류, ② 0처리의 오류, ③ 뺄셈 오류,

④ 곱셈 구구 오류, ⑤ 어림셈 오류, ⑥ 기수법 오류 등 6가지로 유형화 하였다. 이 연구들이 제시하는 공통적인 오류는 알고리즘의 오류, 0처리 오류, 기초계산의 오류, 가정 몫 오류, 기수법 오류 등이었다. 이를 구체적으로 살펴보면 다음과 같다.

1) 알고리즘의 오류 : 자연수 나눗셈 알고리즘을 정확하게 사용하지 못하거나 나머지를 처리 못해서 발생하는 오류(① 몫을 일의자리부터 구함, ② 나머지를 처리하지 못하는 오류, ③ 제수를 십의 자리 수와 일의 자리 수로 분리해서 나누는 오류)

```
①              ②               ③
     39              5              31
 7 ) 84        15 ) 84        16 ) 38
     63             75              3
    ----           ----           ----
     21              9              8
     21              9              6
    ----           ----           ----
      0              0              2
```

2) 0처리의 오류 : 0처리의 오류는 몫에 0이 들어가는 경우 계산과정에서 0을 적절히 처리하지 못해서 발생하는 오류(① (몇 십)÷(몇)에서 십의 자리 수로만 나눈 오류, ② 몫에서 0을 빼 놓는 오류)

```
①              ②
     2              21
 4 ) 80         4 ) 804
     8              8
    ----           ----
     0                4
                      4
                   ----
                      0
```

3) 기초계산의 오류 : 피제수로부터 제수와 몫의 곱을 잘못 뺀 경우나 곱셈 구구를 정확하게 구사하지 못해서 발생하는 오류(① 뺄셈 오류, ② 곱셈 오류)

```
①              ②
     14             16
 6 ) 87         4 ) 52
     6              4
    ----           ----
     27             12
     24             12
    ----           ----
      2              0
```

4) 가정몫 오류 : 가정몫을 적게 취하거나 많게 취해서 발생하는 오류(①가정몫을 적게 취해서 발생하는 오류, ② 몫이 큰 경우에 앞에서부터 단계적으로 몫을 구하지 않고 한 번에 두 자리 몫을 구한 오류)

```
①              ②
     15              11
 4 ) 65        45 ) 576
     35             495
    ----           -----
     25              81
     20
    ----
      5
```

5) 기수법 오류 : 계산과정에서 몫과 부분 곱을 쓰는 위치가 바르지 못한 경우의 오류

Ⅲ. 연구방법 및 절차

1. 연구대상

본 연구의 목적은 단순 나눗셈의 계산이 아닌 나눗셈의 의미 및 나눗셈이 활용되는 상황의 문제에서 학생들이 보이는 오류의 사례를 분석하고 오류를 효과적으로 지도하는 방안을 제시하는데 있다. 이를 위해 본 연구의 대상은 한국수학학력평가 7회, 10회, 11회, 13회. 15회, 17회, 19회에 응시한 초등학교 3학년 학생들을 대상으로 하며 위와 관련하여 한국수학학력평가 시행 일자 및 응시 인원은 <표 1>과 같다.

<표 1> 연구대상

회	실시일자	응시인원	회	실시일자	응시인원
7	2002.11	7299(명)	15	2006.11	12391(명)
10	2004.05	13491(명)	17	2007.11	10429(명)
11	2004.11	12852(명)	19	2008.11	10140(명)
13	2005.11	12516(명)			

한국수학학력평가는 1회(1999년 11월 시행)부터 21회(2009.11월 시행)까지 시행되었으나 연구대상을 위와 같이 선정한 이유는 본 연구와 관련하여 나눗셈의 이해 및 활용의 내용이 출제된 문항이 7, 10, 13, 15, 17, 19회이기 때문이다.

2. 자료 수집 및 분석

본 연구의 자료 수집은 한국수학학력평가는 1회(1999년 11월 시행)부터 21회(2009.11월 시행) 중 자연수의 나눗셈의 이해 및 활용과 관련된 문항이 출제된 7, 10, 13, 15, 17, 19회의 결과 보고서를 수집 분석하였다.

분석 방법은 주어진 문항에 대한 오답 반응률에 근거하여 학생이 오답에 반응하게 된 사고 과정을 유추하여 오답 사례를 분석하고 잘못 유추된 사고의 과정을 바로 잡을 수 있는 지도 방법을 제시한다. 구체적인 문항 구성 및 문제유형은 다음과 같다.

<표 2> 문항구성

회	문항 번호	평가 요소	문제 유형
7	17	나눗셈의 몫과 나머지의 의미를 조건에 맞게 해석하기	주관식
10	6	나눗셈 식에 맞는 문장제 문제 찾기	객관식
11	3	나눗셈의 몫과 나머지의 의미를 조건에 맞게 해석하기	주관식
13	18	나머지의 활용	주관식
15	23	피제수와 나머지의 관계	주관식
17	21	나눗셈의 활용	주관식
19	18	나누어 떨어질 조건	주관식

Ⅳ. 연구결과 및 분석

1. 나눗셈의 몫과 나머지를 조건에 맞게 해석하기

7회 2002년 11월 시행 응시자 7299명

[문제] 아름이네 반은 남학생이 23명, 여학생이 18명입니다. 아름이네 반 전체 학생이 4명씩 앉는 긴 의자에 앉으려고 합니다. 긴 의자는 최소한 몇 개 있어야 합니까?

[문항반응률]

정답	정답자 수	정답률
11	4218	57.8%
오답(A)	오답자 수(A)	오답률(A)
10	1744	23.9%
오답(B)	오답자 수(B)	오답률(B)
164	197	2.7%

[오답 사례 분석]

10이라고 답한 학생들은 사탕 41개를 4로 나눈 후 그 몫 10을 답으로 생각한 경우이다. 이 방법은 가장 쉽게 생각할 수 있는 방법이지만 나눗셈을 구하고자 하는 것이 무엇이냐에 따라 그 몫을 달리 생각해야 한다. 본 문제에서는 구하고자 하는 것은 올림이 필요한 상황이기 때문에 나머지가 생길 경우 올림을 해야 한다.

164라고 답한 학생들은 나눗셈을 해야 함에도 불구하고 곱셈을 한 경우로 문제를 정확히 이해하지 못한 경우이다. 이것은 문장제 문제 해결에서 흔히 볼 수 있는 오류로 주어진 숫자만 적당히 조합해서 답을 구하기 때문이다.

11회 2004년 11월 시행 참여자수 12852명

[문제] 사탕이 10개씩 들어 있는 봉지가 있습니다. 16명에게 사탕을 4개씩 나누어주려면 사탕은 최소 몇 봉지가 있어야 합니까?

[문항반응률]

정답	정답자 수	정답률
7	6529	50.8%
오답(A)	오답자 수(A)	오답률(A)
4	2365	18.8%
오답(B)	오답자 수(B)	오답률(B)
40	667	5.3%
오답(C)	오답자 수(C)	오답률(C)
6	59	4.7%

[오답 사례 분석]

4라고 답한 18.8%의 학생들은 16명에게 4개씩 나누어 주려면 사탕은 16×4=64(개) 필요하고, 사탕이 한 봉지에 10개씩 들어 있다고 했으므로 6봉지이면 60개로 4개가 부족하기 때문에 부족한 개수 4를 답한 경우이다. 식으로 간단히 나타내면 64÷10=6…4에서 나머지 4를 답으로 나타낸 경우와 같다. 40이라고 한 5.3%의 학생들은 문제를 제대로 이해하지 않고 10(개)×4(개)=40(개)로 답한 경우이고, 6이라고 답한 4.7%의 학생들은 64÷10=6…4이므로 몫 6을 그대로 답으로 제시한 경우이다.

[지도 방법]

나눗셈을 정확하게 할 수 있는 능력도 중요하지만 더 중요한 것을 '나눗셈의 결과를 어떻게 해석하는가?'이다. 왜냐하면, 나눗셈은 계산기를 통해서도 쉽게 할 수 있지만 결과의 해석은 사람만이 사고를 통해서 할 수 있기 때문이다.

예를 들어 67÷4=16…3의 계산 결과는 경우에 따라서 10, 16, 17, 16…3와 같이 다양하게 해석할 수 있다. 그러나 교과서에서는 이러한 다양한 결과의 해석보다는 나눗셈을 할 수 있는지 그 기능에 초점을 맞추고 있다. 물론 3학년 수준에서는 나눗셈의 기능을 익히는 것도 중요하지만 결과를 다양하게 해석할 수 있도록 지도할 필요가 있다.

나눗셈의 몫과 나머지는 버림을 해야 할 경우, 올림을 해야 할 경우, 반올림을 해야 할 경우로 다양하게 해석할 수 있다. 그러나 학생들은 나눗셈의 몫과 나머지를 구하는 계산 기능의 일종으로 생각을 하는 경향이 있다. 그러나 실제 생활에서는 정확한 나머지를 구하는 경우보다는 나머지를 조건에 맞게 적절하게 버림, 올림, 반올림해야 하는 경우가 더 많다. 만약 사과 70개를 한 상자에 20개씩 담아서 팔 경우 모두 3상자의 사과를 팔 수 있다. 70÷20=3…10으로 나머지 10을 버린 경우에 해당하는 경우이다. 이 문제에서도 나눗셈의 결과에 대한 해석이 아주 중요하다는 것을 알 수 있다.

따라서 몫과 나머지를 구했다면 주어진 문제의 조건에 맞게 어떻게 해야 하는지 토론과 반성적 사고가 필요하다. 7회 문제의 경우 의자가 10개있다면 41명이 모두 앉을 수 있는지? 없다면 문제의 조건에 맞게 몇 개의 의자가 더 필요한지에 대한 토론과 반성적 사고를 통해 학생들은 올림과 버림, 반올림의 필요성을 절실하게 깨달을 수 있을 것이다. 그리고 이와 비슷하게 몫을 올림해야 하는 상황의 문제를 만들어 보게 하는 것도 좋은 방법이다.

일차적으로 나눗셈에 대한 계산 기능도 중요하지만 일상 생활에서 주어진 문제를 해결하기 위해서는 문제에 대한 풍부한 의미를 창출할 수 있어야 한다. 따라서 나눗셈 결과에 대한 다양한 의미를 창출할 수 있는 문제해결지도가 이루어질 필요가 있다.

2. 나눗셈 식에 맞는 문장제 문제찾기

10회 2004년 5월 시행 응시자 13491명

[문제] 다음 중 식 45÷5로 풀 수 있는 문제는 어느 것입니까?

① 사탕 45개가 있습니다. 동생에게 5개를 주면 몇 개가 남습니까?

② 45명에게 구슬을 5개씩 주려면 구슬은 모두 몇 개가 필요합니까?

③ 공책 45묶음이 있습니다. 한 묶음에 5권씩 있다면 공책은 모두 몇 권입니까?

④ 길이가 45m인 끈이 있습니다. 이 끈을 똑같이 5m씩 자르면 몇 도막이 됩니까?

⑤ 사과가 45개 있습니다. 아버지께서 5개를 더 사오셨다면 사과는 모두 몇 개 입니까?

[문항반응률]

정답	정답자 수	정답률
4	7919	58.7%
오답(A)	오답자 수(A)	오답률(A)
2	2833	21%
오답(B)	오답자 수(B)	오답률(B)
3	1726	12.8%

[오답 사례 분석]

이 문제는 나눗셈 식에 맞는 문장제 문제를 만들 수 있는 능력을 알아보기 위한 문제이다. 정답을 맞힌 학생들은 58.7%이지만 오답에 반응한 학생들도 많다는 것을 알 수 있다. 2번이 정답이라고 한 학생은 21%로 45×5라는 곱셈식을 나눗셈 식으로 잘못 인식한 학생들이고 3번 역시 실제 45×5라는 나눗셈 식을 곱셈식으로 잘못 인식한 경우로 12.8%이다. 2번이 3번에 2배정도의 오답률을 나타낸 이유는 문장제 문제의 특성상 학생들이 주어진 단어의 특성에 기안하여 문제를 해결하려는 경향이 강하기 때문이다. 2번 문장에서 "45명에게 구슬을 5개씩 나누어 주려면…"이라는 진술이 흔히 나눗셈 문장에서 많이 볼 수 있는 "사과 45개를 5명에게 나누어 주려면…" 문장과 비슷하기 때문이다. 이러한 학생들 중에는 정말 몰라서 틀리는 경우도 있지만 정확하지 않은 유추를 사용한 경우라고 볼 수 있다.

[지도 방법]

나눗셈 상황은 크게 포함제와 등분제로 구분될 수 있다. 포함제는 동수누감으로 문제를 해결하는 상황으로 몇 번 포함되어 있는가를 물어보는 문제이고 등분제는 정확하게 똑같은 양을 나눌 수 있는지를 물어보는 문제이다. 초등학생들에게 포함제와 등분제를 구별하여 지도하는 것은 쉽지 않다. 그러나 학생들에게 나눗셈이 발생하는 상황에 대해서 인식하고 이를 해결하기 위하여 나눗셈을 사용하는 것을 편리하다는 것을 먼저 인식시킬 필요가 있다. 학생들이 나눗셈이 발생하는 상황을 인식하기 위해서는 포함제의 경우 묶어세기, 등분제의 경우 한 번에 한 개씩 거래하기 등의 비형식적 방법의 조작활동을 통해 나눗셈 상황을 인식시킬 필요가 있다. 이러한 활동을 바탕으로 주어진 식을 다양한 상황으로 표현해 보는 활동은 학생들의 활동을 더욱 의미있게 만들어 줄 것이다. 그리고 똑같은 식에 대해서 서로 다른 문제 상황을 만들 수 있음을 통해서 유추적 사고를 길러 줄 수 있다.

3. 나머지의 활용

13회 2005년 11월 시행 참여자수 12516명

[문제] 영수는 사탕을 54개 가지고 있다. 친구 7명에게 남김없이 나누어 주려면, 최소한 사탕이 몇 개 더 필요합니까?

[문항반응률]

정답	정답자 수	정답률
2	7447	59.5%
오답(A)	오답자 수(A)	오답률(A)
5	2553	20.4%
오답(B)	오답자 수(B)	오답률(B)
8	513	4.1%
오답(C)	오답자 수(C)	오답률(C)
7	475	3.8%

[오답 사례 분석]

이 문제는 (두 자리 수)÷(한 자리 수)의 계산과 나머지를 실생활에 활용할 때 몫과 나머지의 관계에서 나머지에 얼마를 더 더하면 최소한으로 나누어 떨어지게 할 수 있는가를 묻는 문제이다. 오답 A와 같이 20.4%가 5라고 한 것은 54÷7=7…5에서 구하려고 하는 것을 똑같이 나누어주고 남는 것을 생각한 경우이고, 오답 B와 같이 4.1%가 8이라고 답한 경우는 사탕이 2개 더 있으면 사탕이 56개가 되므로 56÷7=8로부터 7사람에게 8개씩 나누어 줄 수 있는데 묻는 것이 필요한 최소한의 사탕의 개수가 아니라 한 사람에게 최소한 몇 개씩 나누어 줄 수 있는가를 파악한 것이다. 오답 C경우 54개를 7사람에게 몇 개씩 나누어 줄 수 있는가를 주어진 문제로 생각한 경우이다.

[지도 방법]

'사탕 54개를 7사람에게 남김없이 똑같이 나누어 주려면'이라는 조건으로부터 오답을 낸 학생들도 54÷7을 생각했을 것이다. 그렇다면 '54÷7=7…5'에서 나눗셈의 계산 원리와 방법을 잘 이해할 수 있어야 할 것이다. 그러

므로 사탕 54개를 7사람에게 7개씩 나누어주고 나면 사탕이 5개 남는 다는 것을 정확하게 지도하고 특히 나눗셈의 나머지를 이해해야 할 할 것이다. 그리고 남김없이 똑같이 나누어 준다는 의미를 분명하게 파악하도록 지도할 필요가 있다. 즉, 나머지가 5인데 여기에다 얼마를 더 더해야 7로 나누어 떨어지는가를 알아보려면, 7, 14, 21, …는 7로 나누어 떨어지므로 나머지가 5에다 2, 9, 16, …을 더하면 나누어떨어진다는 것을 알도록 해야 한다. 그리고 구하려고 하는 것에서 남김없이 나누어 주려고 할 때 '최소한'으로 필요한 사탕의 개수는 2, 6, 16, …중에서 2임을 깨우치게 한다. 즉 문제를 해결하기 위해 문제를 여러 부분으로 나누고 무엇을 구하는 문제인지를 먼저 이해하고 학생의 입장에서 문제를 재진술해 보는 경험을 통해 문제를 정확히 이해하도록 해야 한다. 그리고 문제를 해결했다면 문제의 조건에 부합하는 답을 구했는지 풀이과정을 점검하는 반성적 사고가 필요하다. 이런 과정을 통해 문제를 해결할 때는 구하려고 하는 것을 분명히 파악한 다음에 문제를 풀도록 하는 수학적 사고와 태도를 지속적으로 길러줄 필요가 있다.

4. 피제수와 나머지와의 관계

15회 2006년 11월 시행 참여자수 12391명

[문제] 다음은 (두 자리 수)÷(한 자리 수)의 나눗셈입니다. 나머지가 2가 될 수 있는 식은 모두 몇 개입니까?

1□÷2	□7÷8	4□÷4	3□÷7
□9÷9	□3÷5	□2÷1	□3÷6

[문항반응률]

정답	정답자 수	정답률
3	2713	21.9%
오답(A)	오답자 수(A)	오답률(A)
6	3011	24.3%
오답(B)	오답자 수(B)	오답률(B)
2	1623	13.1%
오답(C)	오답자 수(C)	오답률(C)
4	1486	12.0%

[오답 사례 분석]

이 문제는 (두 자리 수)÷(한 자리 수)의 나눗셈에서 나머지에 대한 이해를 묻는 문제이다. 정답률보다 높게 6이라고 답한 24.3%는 나머지가 될 수 있는 수는 나누는 수보다 작은 수라는 것만 적용하여 주어진 8개의 나눗셈 식 중에서 나누는 수가 2보다 큰 나눗셈 식을 모두 세어서 6개라고 답하였다. 그리고 2라고 답한 13.1%와 4라고 답한 12%는 □안에 학생 자신이 무작위로 적당한 수를 넣고 나머지가 2가 되는 경우를 찾아서 답한 것이다.

[지도 방법]

학생들은 나눗셈 식 중에 미지수가 있기 때문에 나눗셈의 의미인 포함제나 등분제의 의미만으로 해결이 곤란하다. 즉 나눗셈의 표준 알고리즘과 유추적 사고를 통해 문제에 접근하도록 해야 한다.

나눗셈 식에서 나머지가 될 수 있는 수는 나누는 수보다 작은 수라는 사실만을 이용하여 주어진 8개의 나눗셈 식 중에서 나누는 수가 2보다 큰 6개의 나눗셈 식의 나머지가 2가 될 수 있다고 답한 경우 예를 들어 '□3÷5인 경우 나누는 수가 2보다 크지만 □안에 어떤 수가 들어가더라도 나머지는 3뿐이다'와 같은 예를 통해 그렇지 않은 경우가 있다는 것을 파악하도록 해야 한다. 또한 이와 같은 미지수가 있는 나눗셈 문제를 해결하기 위해서는 정보를 조직화하는 능력과 수감각이 중요하다. 주어진 조건에 따라 미지수에 0부터 9까지의 수를 모두 넣어 나머지를 확인할 수도 있고 직관적인 수감각을 통해 적당한 수를 넣어 나머지가 2가 되는 경우를 찾을 수도 있을 것이다. □7÷8의 경우 □안에 0~9까지의 수를 넣어 나머지가 2가 되는 경우인지를 찾아야 할 것이고, 4□÷4의 경우 □=2일 때, 42÷4=10…2에서 나머지가 2가 될 수 있음을 직관적으로 파악할 수 있을 것이다. 따라서 정보를 조직화하는 방법과 수감각을 기르기 위한 다양한 전략들을 평소 지도해야 할 것이다.

5. 나눗셈의 활용

17회 2007년 11월 시행 참여자수 10429명

[문제] 민수네 반 학생들을 똑같이 4모둠으로 나누었습니다. 사탕 51개를 한 모둠 학생들에게만 모두 6개씩

나누어 주려고 하였더니 3개가 모자랐습니다. 민수네 반 학생들은 모두 몇 명입니까?

[문항반응률]

정답	정답자 수	정답률
36	1866	17.9%
오답(A)	오답자 수(A)	오답률(A)
54	1418	13.6%
오답(B)	오답자 수(B)	오답률(B)
32	1022	9.8%
오답(C)	오답자 수(C)	오답률(C)
48	782	7.5%

[오답 사례 분석]

이 문제는 실생활에서 곱셈과 나눗셈을 적용하는 문제로 먼저 한 모둠의 학생이 몇 명인지 구해야 한다. 51개를 나누어 줄 때 3개가 부족했으므로 필요한 사탕의 수는 51+3=54(개)이며, 사탕을 주려고 한 학생은 54÷6=9(명)이다. 오답 A와 같이 54라고 답한 13.6%의 학생들은 두 가지 경우인데, 한 경우는 구하라고 한 것을 민수네 반 학생의 수가 아닌 사탕 개수로 잘못 파악하였거나 또 한 경우는 문제에 나와 있는 일부 조건들(반 학생을 4모둠으로 나눈다, 사탕을 한 모둠 학생들에게만 6개씩 준다)을 무시하고 사탕 51개를 한 개씩 나누어 주려고 하였더니 3개가 모자라니까 학생 수를 54명이라고 답한 것이다. 오답 B의 9.8%는 전체 사탕 개수를 51-3=48(개)로 한 모둠 학생 수는 48÷6=8로부터 8명이고 4모둠, 전체 학생 수는 4×8=32(명)이라고 잘못 답한 경우이다. 오답 C의 7.5%는 문제를 전혀 이해하지 못한 채로 단순히 문제에서 제시된 51과 3이라는 수로부터 51-3=48로 답한 것이다.

[지도 방법]

문제해결과 추리는 과정 기능이다. 과정은 처음에 만나서 이루어질 때 시작하고, 얻은 답을 주어진 정보에 비추어 재검토할 때 끝난다. 학생들이 문제 상황을 성공적으로 다룰 수 있기를 원하다면 과정을 배워야 하고 과정을 배우기 위해서는 먼저 문제를 이해해야 한다. 위의 문제는 실생활 문제에 곱셈과 나눗셈을 적용할 때, 상황에 따라 나누어야 하는지 곱해야 하는지를 구별하도록 지도할 필요가 있으며 나누어야 하는 경우에도 나누고 남거나 모자라는 경우 더해야 하는지 빼야 하는지의 과정을 이해할 수 있어야 한다. 이 문제를 3가지 조건이 복합적으로 제시되어 있는데 모든 조건을 고려해서 문제를 풀도록 해야 한다. 즉 사탕 51개를 나누어 주려고 하는데 3개가 부족하다는 조건에서 51+3=54로부터 필요한 사탕의 개수는 54개, 6개씩 나누어준다는 조건에서 54÷6=9로부터 한 모둠의 수가 9명, 반을 똑같이 4모둠으로 나눈다는 조건에서 4×9=36(명)과 같이 조건을 단계적으로 나누어 해결할 수 있도록 지도해야 한다. 그리고 해결이 되었다면 답이 타당한지? 다른 해결방법은 없는지? 원래 문제를 흥미있는 변화로 문제를 재조명하기 등 숙고하고 확장해 보는 습관을 갖도록 지도해야 할 것이다.

6. 나누어 떨어질 조건

19회 2008년 11월 시행 참여자수 10140명

[문제] 수지가 색종이를 10장씩 6묶음 가지고 있습니다. 모둠원 7명에게 꼭 맞게 똑같이 나누어 주려면, 색종이는 최소한 몇 장이 필요합니까?

[문항반응률]

정답	정답자 수	정답률
3	5100	50.3%
오답(A)	오답자 수(A)	오답률(A)
4	2849	28.1%
오답(B)	오답자 수(B)	오답률(B)
10	659	6.5%
오답(C)	오답자 수(C)	오답률(C)
9	283	2.8%

[오답 사례 분석]

이 문제는 나눗셈을 기본 지식으로 나누어 떨어지도록 하려면 색종이가 몇 장 더 필요한가를 묻는 문제이다. 오답 A와 같이 4라고 답한 28.1%는 주어진 문제를 ‘10장씩 6묶음을 모둠원 7명에게 똑같이 나누어 주면 몇 장이 남는가?’라고 구하려는 것을 잘못 파악한 경우이다. 오답 B의 6.5%는 색종이가 10장씩 한 묶음으로 되어 있다는 것을 사는 경우로 실제로는 3장이 더 필요한데 한 묶음을 더 사야 하기 때문에 10장이 더 필요하다고 답한

것이다. 오답 C와 같이 9라고 답한 것은 주어진 문제를 이미 풀어본 비슷한 문제 중에서 색종이 60장에 최소한 몇 장이 더 있으면 모둠원 7명에게 똑같이 몇 장 씩 나누어 줄 수 있는가로 해결한 경우이다.

[지도방법]

전에 풀어본 문제 중에서 관련된 문제가 있구나! 그것을 활용할 수 있을까? 그 결과를 활용할 수 있을까? 그 방법을 활용할 수 있을까? 어떤 보조 요소를 도입하면 그것을 활용할 수 있을까? 새로운 수학문제를 해결할 때, 이미 풀어본 비슷한 문제가 있다면 그 문제의 해결 방법을 새로운 문제의 해결에 이용하는 유추적 사고는 매우 유용한 수학적 사고이다. 하지만 문제마다 조건이나 구하려고 하는 것이 약간씩 차이가 나는 경우가 있다. 위의 문제에서도 7명에게 똑같이 나누어 주기 위해서 60장에 몇 장이 더 있으면 되는가라는 문제와 60장으로 나누어 주고 나면 몇 장이 남는가를 알아보는 문제를 비교해 보도록 할 필요가 있다. 또한 묶음으로 되어 있는 물건을 사는 경우와 낱장으로 살 수 있는 경우를 구별할 수 있어야 하며 묻는 것이 몇 장씩 나누어 줄 수 있는 것인지, 몇 장이 더 필요한지도 비교해서 풀 수 있도록 지도해야 할 것이다.

Ⅴ. 요약 및 결론

본 연구는 나눗셈의 의미 및 나눗셈이 활용되는 상황의 문제에서 학생들이 보이는 오류의 사례를 분석하고 오류를 효과적으로 지도하는 방안을 제시하는데 있다. 이를 위해 한국수학학력평가 1회부터 21회까지의 결과 보고서를 수집, 나눗셈의 활용과 관련된 문항을 추출하여 오답사례를 분석하고 지도 방안을 제시하였다. 학생들이 오답사례에서 추출한 학생들의 나눗셈 활용 문제의 해결경향을 제시하면 다음과 같다.

첫째, 학생들은 나눗셈의 개념적 지식보다는 절차적 지식의 습득으로 문제를 해결하려는 경향이 많았다. 나눗셈의 개념적 지식은 나눗셈과 곱셈 그리고 나눗셈과 뺄셈 사이의 관계에 대한 지식을 포함한다. 나눗셈의 개념적 지식은 나눗셈의 여러 가지 표현($a \div b$, $\frac{b}{a}$, $a:b$ 등), 나머지의 사용, 그리고 제수의 크기가 나머지에 어떤 영향을 주는지에 대한 정보를 수반한다. 또한 결합법칙, 교환법칙과 같은 수학적 원리의 이해와 나눗셈에서 참이 되게 하는 어떤 원리에 관한 지식을 포함한다. 학생들이 나눗셈의 개념적 지식을 가질 때, 학생들은 그러한 관계에 대해 말하거나 쓸 수 있고, 나눗셈을 사용하여 풀 수 있는 문제와 과제의 예를 만들 수 있다, 한편, 절차적 지식은 기초셈, 기호, 규칙 절차에 관한 지식을 포함한다. 나눗셈의 경우에 절차적 지식을 가진 학생들은 기본적인 나눗셈 구구를 기억할 수 있고, 나눗셈을 나타내기 위해 사용된 기호를 알고, 짧거나 긴 나눗셈 계산을 수행할 수 있을 것이다. 그러나 중요한 개념과 아이디어에 관한 지식없이 그 주제를 제대로 이해하는 것은 불가능하다. 나눗셈에 대한 개념적 지식이 부족한 학생들은 나눗셈을 문제 상황에 적용하여 계산한 답이 합리적이지 않을 때 이를 인식하는데 어려움이 있고 계산과정에 막혔을 때 무엇을 해야 할지 생각해 내는데 어려움을 겪을 수 있다. 이종욱(2008)은 3학년때 나눗셈에 큰 어려움을 가지지 않았던 학생들이 4학년 때 어려움을 갖게 되는 이유 중의 하나로 학생들이 경험하는 비형식적 지식과는 동떨어진 형식적 수학을 학습하면서 발생하는 문제라고 지적하고 있다. 나눗셈을 해결하는 비형식적 지식은 나눗셈을 도입하는 초등학교 이전에 형성되므로 나눗셈을 좀 더 쉽게 학생들이 이해하도록 돕기 위해서 교사는 학생들이 나타내는 비형식적 지식을 형식적 지식과 연결시켜 개념적으로 이해하도록 지도해야 한다.

둘째, 학생들은 나눗셈의 몫과 나머지를 적절히 활용하지 못하고 있다. 나눗셈은 계산기를 통해서 쉽게 할 수 있지만 결과의 해석은 사람만이 사고를 통해서 할 수 있기 때문에 나눗셈을 정확하게 할 수 있는 능력도 중요하지만 더 중요한 것은 나눗셈의 결과를 상황에 맞게 해석하는 능력도 더 중요하다. 나눗셈의 몫과 나머지는 버림을 해야 할 경우, 올림을 해야 할 경우, 반올림을 해야 할 경우로 다양하게 해석할 수 있다. 그러나 학생들은 나눗셈의 몫과 나머지를 구하는 계산 기능의 일종으로 생각한다. 그러나 실제 생활에서는 정확한 나머지를 구하는 경우보다는 나머지를 조건에 맞게 적절하게 버림, 올림, 반올림해야 하는 경우가 더 많다. 교과서는 물론 교실수업에서도 몫과 나머지의 다양한 해석보다는 나눗셈을 할 수 있는지 그 기능에 맞추고 있는 실정이다. 일

상생할에서 주어진 문제를 해결하기 위해서는 문제에 대한 다양하고 풍부한 의미를 창출할 수 있어야 한다. 따라서 나눗셈의 결과에 대한 다양한 의미를 지도하고 적절히 활용할 수 있도록 지도되어야 할 것이다.

셋째, 나눗셈의 개념, 기능 및 문제해결이 통합적으로 지도되지 않고 있다. 조두경 외 1인(2008)은 일반적으로 학교현장에서 교사들은 수학적 개념, 절차, 문제해결을 개별적으로 생각하여 각각 분리하여 지도되고 있다고 하였다. 15회 피제수와 나머지와의 관계와 19회의 나누어 떨어질 조건과 관련된 문제에서 보듯이 나눗셈의 개념을 이해하고 알고리즘이 형성되어 있으나 문제를 이해하는 능력이나 문제 해결을 위한 정보를 조직하는 능력이 부족하여 문제 해결에 어려움을 겪는 경우이고, 17회 나눗셈의 활용의 경우 문제를 바르게 이해하고 해결전략도 적절히 갖추고 있으나 나눗셈 계산에 어려움이 있어 문제를 해결하지 못한 경우이다. 개념이나 기능, 문제해결을 통합적으로 지도하지 않으면 학생들은 관계적이고 통합적인 수학적 지식을 활용한 사고를 할 수 없고 이미 배운 내용을 새로운 상황에서의 문제를 해결하는데 실패하게 하는 요인으로 작용한다고 볼 수 있다. 교사는 학생들이 자신들에게 익숙한 문제 해결 방법만을 활용하는 경향이 있으므로 다양한 전략을 사용해 보도록 격려할 필요가 있고 문제에 따라서 다른 전략을 사용할 필요성을 느낄 수 있도록 해야 할 것이다.

현재의 교과서는 등분제와 포함제의 의미 및 계산 기능에 촛점을 두고 전개되고 있다. 몫과 나머지의 다양한 해석과 관련된 교과서 내용 구성에 대한 연구가 요구되고 나눗셈과 관련된 개념, 기능과 통합적 문제 해결을 위한 연구가 더 필요하다고 하겠다.

참 고 문 헌

강문봉・강완・김남희・김수환・나귀수・・박경미・박영배・백선윤・송상헌・유현주・이경화・이중권・임문규・임재훈・장혜원・정동권・정영옥・정은실・허혜자 (1999). 초등수학학습지도의 이해. 양서원

교육과학부 (2009). 초등학교 수학 3-1. (주) 두산.

교육인적자원부 (2006). 초등학교 수학 3-가. (주) 천재교육.

교육인적자원부 (2006). 초등학교 수학 3-가 교사용 지도서. (주) 천재교육.

구광조・오병승・전평국 (2001). 수학학습심리학. 서울: 교우사

권혁진・김민경・이은영 (2006). 학습부진아 수학 클리닉 운영 사례, 한국학교수학회논문집. 9(1). pp.19-40.

김민정 (2004). 자연수 나눗셈 오류유형 진단 및 교정. 경인교육대학교 석사학위논문.

김선옥 (2002). 초등학생의 수학 요류분석 및 교정을 통한 효과적인 교수・학습 지도 방안. 진주교육대학교 석사학위논문.

김진호・김인경・남미선(역) (2009). 수학교실에서 말하기. 경문사.

박경오 (2004). 나눗셈 지도에 관한 실행연구. 청주교육대학교 석사학위논문.

박현주 (2007). 3-나 단계 나눗셈의 오류 유형 분석 및 지도 방안에 대한 연구. 광주교육대학교 석사학위논문.

배종수 (1999). 제7차 교육과정으로 중심으로 초등수학교육 내용 지도법. 서울: 경문사.

백선수 (2002). 초등수학교실에서 알고리즘 지도 방안 탐색. 청람수학교육:수학교육학 세미나, 10, pp.153-171.

윤희태 (2002). 초등학생들의 기초 계산 오류에 대한 분석적 연구.-곱셈과 나눗셈을 중심으로-. 인천교육대학교교육대학원 석사학위논문.

이은란 (2001). 수연산감각 발달을 위한 학습 프로그램 개발 연구. 서울교육대학교 석사학위논문.

이종률 (2001). 지도내용의 핵심과제 99. 서울: 경문사.

이종욱 (2008). 자연수 나눗셈에 관한 비형식적 지식과 형식적 지식의 연결방안, 한국수학교육학회지 시리즈 A <수학교육>, 47(1), pp.91-105.

조두경・박만구 (2008). 수학문제 해결과정에서 나타나는 초등학생들의 수학적 사고 분석, 한국수학교육학회지 시리즈 A <수학교육>, 47(2), pp.169-180.

한국수학학력평가연구원 (2002). 제 7회 한국수학학력평가 결과보고서. 연구보고 RR 02-Ⅰ-2.

한국수학학력평가연구원 (2004). 제 10회 한국수학학력평가 결과보고서. 연구보고 RR 04-Ⅰ-1.

한국수학학력평가연구원 (2004). 제 11회 한국수학학력평

가 결과보고서. 연구보고 RR 04- I -2.
한국수학학력평가연구원 (2005). 제 13회 한국수학학력평가 결과보고서. 연구보고 RR 05- I -2.
한국수학학력평가연구원(2006). 제 15회 한국수학학력평가 결과보고서. 연구보고 RR 06- I -2.
한국수학학력평가연구원(2007). 제 17회 한국수학학력평가 결과보고서. 연구보고 RR 07- I -2.
한국수학학력평가연구원(2008). 제 19회 한국수학학력평가 결과보고서. 연구보고 RR 08- I -2.
Hatfield, M. M., Edwards, N. T., & Bitter, G. G. (1997). *Mathematics methods for elemantary and middle school teachers.3rd.* Allyn and Bacon.

Analysis of the examples of incorrect answers of division and a study on methods of how to instruct

Yim Geun Gwang
GwangJu NongSung elementary school, GwangJu, Korea
E-mail : math-119@hanmail.net

Mathematics is the subject which is distinctive in logical hierarchy, so the dificiency of prior learning or lack of understanding can result in learning disabilities of follow-up study.

To minimize the learning disabilities, we should percieve student's problems and correct them through "Error Analysis" so that they can make up meaningful learning.

Especially, in the case of division, its meaning is various, and the interpretation of the quotient and the remainder is the difference according to the caculation results, so students are likely to make errors often.

Therefore, in this study, I presented the measures of how to instruct them under the circumstances in which division is applied by analyzing examples of incorrect answers.

* ZDM Classification : D72
* 2000 Mathematics Subject Classification : 97C30
* Key Words : division, Analysis of the examples of incorrect answers