韓國數學敎育學會誌 시리즈 A <數學敎育>
2010. 05. 제 49권, 제 2호, 259-265.

J. Korean Soc. Math. Ed. Ser. A: The Mathematical Education
May. 2010, Vol. 49, No. 2, 259-265.

무한에 대한 인식이 수학에 미치는 영향

신 현 용 (한국교원대학교)
이 경 언 (한국교원대학교)

들어가며[1)]

현대에 와서 상황이 달라지고 있지만 적어도 19세기까지는 동양과 서양은 사고의 대상이나 방식에서 큰 차이를 보였다. 이러한 차이는 동양 산학과 서양 수학의 형식이나 내용에 적지 않은 차이를 가져왔다.

20세기에 들어 서양에서는 무한을 적극적으로 논의하고 수용하기 시작하면서 수학과 철학에서 큰 변화를 초래하였다. 이는 동양 산학과 서양 수학의 차이를 더 두드러지게 하였다.

이 글에서는 동양과 서양에서 무한에 대한 인식의 차이를 간략히 고찰하고 이에 근거하여 동양 산학과 서양 수학의 현 상황을 살핀다.

이 글에서의 산학은 동양 산학을, 수학은 서양 수학을 지칭한다.

1

현대 수학은 약 2500년 전 그리스에서 융성한 수학에 그 뿌리를 두고 있다. 이런 의미에서 현대 수학은 서양 수학이라고 할 수 있을 것이다.

수학의 속성 상 무한은 수학에 내재되어야 한다. 왜냐하면, 수학에서 ‘수(數)’ 의 중요성은 언급할 필요가 없고, 모든 수는 자연수로부터 구성될 수 있으며, 자연수의 도입은 페아노의 공리(Peano axioms)에 의하는데, 이 공리체계의 다섯 번째 공리(수학적 귀납법 공리)에 무한이 개입되기 때문이다.

기하학의 모태로서 2300년 전에 쓰인 유클리드의 ‘원론(Elements)’에도 무한은 내재되어 있다. 수학사에서 오랜 기간 논란을 불러일으킨 ‘원론’의 다섯 번째 공리(제5 공준, 평행선공준)에 무한이 내재되어 있는 것이다. 한편, 직선과 삼각형을 논의하다가 곡선과 원을 논의하려면 무한이 개입하게 되고, 뿔(pyramid)의 부피는 기둥 부피의 $\frac{1}{3}$ 임을 보이는 과정에도 무한이 개입한다.

그러나 수학에서 무한을 적극적으로 논의하기 시작한 것은 19세기 말이다. 그때까지 최고의 수학자 중 한 명이라고 할 수 있는 가우스조차도 다음과 같이 말하며 무한에 관한 적극적인 논의를 경계하였다.

> I protest above all against the use of an infinite quantity as a completed one, which in mathematics is never allowed. The infinity is only a manner of speaking … .

수학의 경우와는 다르게 산학의 경우에는 앞 선 세대의 업적이 잘 정리되어 후대에 발전적으로 계승되지 않았거나 단절되었지만 산학의 역사는 수학의 역사에 결코 뒤지지 않는다. 그러나 산학에서는 무한에 관한 직접적인 언급은 물론이고 무한이 개입되는 내용을 찾기 어렵다.

수학은 ‘수(數, number)’라는 ‘개념(concept)’에 상대적으로 많은 무게가 실렸지만 산학에서는 ‘산(算, computing)’이라는 ‘기술(skill)’에 더 초점이 맞추어져 있었다고 볼 때, 수학에서는 무한의 상황을 피할 수 없으나 산학에서 무한이 대두되지 않았던 것은 충분히 납득할 수 있다.

---

* 접수일(2010년 3월 24일), 수정일(2010년 4월 20일), 게재확정일(2010년 5월 7일)
* ZDM분류 : E20
* MSC2000분류 : 97D20
* 주제어 : 산학, 수학, 무한, 집합론, 가무한, 실무한

1) 이 글의 수학 내용 일부는 다른 곳(신현용, 2010)에서 발표된 적이 있는 필자의 글이고, 동양 철학에 관한 일부 내용은 김진근 교수와의 대화에서 취한 것으로서, 오류가 있다면 그것은 필자의 천학으로 인한 오해에서 비롯된 것이다.

2

철학에서도 무한에 관한 한 동양은 서양보다 소극적이었던 것 같다. 동양의 철학에서 무한에 관한 직접적인 언급이 흔치 않다.

다음은 잘 알려진 이야기이다.

> 계로가 귀신 섬김을 묻자, 공자께서 "사람을 잘 섬기지 못한다면 어떻게 귀신을 섬기겠는가?"하셨다. "감히 죽음을 묻습니다"하자, 공자께서 "삶을 모른다면 어떻게 죽음을 알겠는가?"하셨다(성백효, 2008).[2)]

지나친 유추일 수 있으나 공자는 무한에 관해 심각한 사색은 하지 않은 것 같다.

동양에서 그나마 '무한'을 맨 처음 다룬 사람은 노자(老子)와 장자(莊子) 등 도가(道家)의 인물이다. 노자가 "천하 만물은 모두 '있는 것(有)'에서 생기고 있는 것은 '무(無)'에서 생긴다."고 한 것이 대표적이다(김진근, 2009). 여기서 '무'는 없다는 뜻이 아니라 유한한 인간의 인지 능력으로는 전체를 인식할 수 없다는 것이며, 말에 의해서 표현하거나 전달할 수 없다는 점에서 '무'이고, 그것이 곧 세상의 근본이라는 취지이다. 장자도 유한한 세상을 초월한 곳에 무한의 세계가 있다고 여기고, 거기에서는 유한 세계에서 발생하는 제반 문제가 해소된다고 설파하였다(김진근, 2009). 그러나 "장자" 천하편 제7장에 있는 다음 언급(김용운 · 김용국, 1996, 재인용) 등으로부터 장자의 무한에 관한 인식은 가무한(virtual infinity)적 입장에 머물렀음을 알 수 있다.

> 무한대는 이것을 바깥에서 쌓는 공간이 없으며, 무한소는 그 내부가 될 공간을 갖지 않는다.[3)]

한대(漢代)에 이르러서는 이러한 무한의 논리에 기철학(氣哲學)이 더해지며 그 논의가 좀 더 깊어졌다. '기(氣)'도 무한의 존재이기 때문이다. 그래서 이 세상과 인간의 몸을 이루는 것을 '기'로 환원하여 우리들이 무한에서 왔고, 무한 속에서 살며, 죽으면 무한으로 다시 돌아간다는 것을 말하였다. 송대(宋代)의 장재(張載)는 이러한 사상을 받아들여 그의 사상을 기일원론(氣一元論)으로 체계화 하였다.[4)]

송대의 일부 학자들은 이(理)라는 개념을 가지고 무한을 포괄하였다. 우주 전체와 그 작동 원리로서 이(理)를 상정하고 그것을 '태극(太極)'이라고 불렀다. 태극은 우주 내에 존재하였고, 존재하며, 앞으로 존재할 모든 존재들의 존재 근거인 이(理)의 총체로서 무한의 존재이다. 이러한 사상을 집성한 사람은 주자(朱子)이다. 주자는 이(理)에다 기일원론을 받아들여 이기철학의 체계를 세운 것이다.

그러나 동양에서의 무한에 대한 기본적인 태도는 '그대로 둔 채 논하거나 궁구하지 않는다(置之不論)'라고 할 수 있다. 이는 동양 철학으로 하여금 무한에 대해 깊이 논의하지 않게 하였다. 사실, 그들은 무한에 대해 깊은 논의는 많은 물의를 낳는다는 것을 알아차렸을 것이다. 장자도 인간의 인식능력과 제한된 언어로 무한에 대하여 논의하면 오류에 빠진다는 것을 지적하였다(김진근, 2009).

3

조선의 사상은 주자로부터 결정적인 영향을 받았다. 그 결과 이와 기에 관한 몇 개의 이론은 조선 철학자에게 중요한 논의의 주제가 되었다.

이기이원론(理氣二元論)은 이(理)와 기(氣)의 원리를 통해 모든 우주현상과 사물의 생성 및 유기적 관계를 설명하는 이론이다. 이(理)는 모든 사물의 생성과 변화를 가능하게 하는 필연적 이치이며, 기는 이의 원리를 기준으로 생성되는 사물의 현상적 요인으로서, 이와 기는 서로 떨어져 있을 수 없으면서 또 서로 섞일 수도 없는 것이라고 설명한다.

사단칠정(四端七情)에 관하여 이황(李滉)은 사단을 이(理)에서 나오는 마음, 칠정을 기(氣)에서 나오는 마음이라 하여, 인간의 마음에 대해 이기이원론(理氣二元論)을 주장하였다. 주리론(主理論)은 우주의 본체(理)와 작용(氣)을 설명할 때 이기이원론(理氣二元論)을 받아들이되

2) 季路問事鬼神. 子曰, "未能事人, 焉能事鬼?" 曰, "敢問死." 曰, "未知生, 焉知死?"(논어 선진(先進)장 제11절)

3) 至大無外 謂之大一 至小無內 謂之小一

4) 이 이론은 훗날 조선시대의 서경덕(徐敬德)에 의하여 받아들여졌고, 조선 후기에 최한기(崔漢綺)에 의해 더 발전되었다.

이(理)의 입장에서 설명하는 이론으로서 이황과 그를 계승한 영남학파에 의하여 전개된 이론이다. 이와 기는 서로 다른 것이면서 동시에 서로 의지하는 관계에 있지만 어디까지나 이가 기를 움직이는 본원이라고 하여 이선기후(理先氣後)를 강조하며 이존기비(理尊氣卑)를 주장하였다.

한편, 기대승(奇大升)은 사단과 칠정을 모두 기발(氣發)로 설명하였으며, 이 학설은 이이(李珥)에 의하여 계승되어 체계화되었다. 이이의 사상은 후대에 오면서 주기론(主氣論)으로 구체화되었으며 이이의 제자들에 의하여 계승되었다. 주기론을 이기일원론(理氣一元論)으로 이해할 수 있다. 이기일원론은 모든 사물이 이와 기의 상호 원리에 의해 생성· 변화한다고 설명하고 이와 기의 상호의존성· 동일성을 강조하는 이론이다. 이가 기보다 먼저 존재하여 기를 낳는다는 이기이원론(理氣二元論)과 달리, 이와 기는 어느 하나가 우선하거나 분리될 수 없는 하나의 존재로서 단지 각기 상이한 양상으로 인식될 수 있는 것뿐이라고 설명한다.

4

동양에서는 산학을 가끔은 '산경(算經)'이라고 하여 하나의 경전(經典)처럼 대함으로 기존의 이론을 분석하거나 변화하려는 자세는 대부분 제어될 수밖에 없었다. 경전의 내용에 어긋나는 자유스러운 상상을 억제하는 이러한 자세는 산학에서 '증명'에 대해 큰 가치를 부여하지 않게 하였으며 기존의 내용을 암기하는 결과를 초래하기도 하였다. 예를 들어, 최석정의 '구수략'에는 아름다운 마방진이 여럿 소개되어 있지만 어떻게 그러한 것을 얻을 수 있었는지에 관한 이론이나 설명은 거의 없다. 논증이나 증명보다 기술이나 해결이 더 가치 있었으므로 '증명'이 거의 없어 그 핵심 이론이 전수되지 아니함으로 인하여 그러한 마방진에 관심을 가진 후학은 다시 암기할 수밖에 없었다. '수학(數學)'이 아니라 '산경(算經)'이 되어 개념이나 이론보다 기술이 더 큰 가치를 부여받은 것이었다. 이러한 입장의 필연적인 결과이겠지만 산학에는 '무한'이 없다.

하도(河圖)와 낙서(洛書)는 역학(易學)에서 결정적인 역할을 한다. 하도는 1부터 10 까지 열 개 수의 배열이고 낙서는 1부터 9까지 아홉 개 수의 배열이다. 역학에서는 이 두 그림 사이의 밀접한 관계를 설명하고 이 두 그림 각각에 나타나는 수와 그 배열에 상당한 의미를 부여하고 있다. 더 나아가 주역(周易)에서 하도와 낙서는 수(數)의 조상 역할을 할 뿐만 아니라 팔괘와 64괘를 생성하는 기본 원리가 된다(김진근, 2008). 수에 관한 이와 같은 철학적 인식이 산학의 바탕을 이룰 때, 산학에서 자연수 이외의 수를 상상하는 데에는 상당한 조심성이 전제되었을 것이다. 물론 '두 자연수 비(比)'로서 유리수를 생각하는 것은 어렵지 않았겠지만 무리수 또는 초월수를 생각하는 것은 가능하지 않았을 것이다.

중국의 사상에 상당한 영향력을 행사한 주자의 '역학계몽(易學啓蒙)'에서 원주율은 3 이다. 그리고 이 '3'에 상당한 역학적 의미까지 부여하고 있다(김진근, 2008). 이는 현대 수학적 관점에서는 전혀 동의하기 어려운 부분이다. 원주율 π 는 무리수이며 더 나아가 초월수로서 자연수 '3'과는 아무런 수학적 관계를 가질 수 없기 때문이다.

일부 산학 책에서는 원주율 π 의 근삿값으로서 $\frac{22}{7}$ 또는 $\frac{355}{113}$ 를 제시하기도 하였지만 π 가 무리수인지 등의 문제에는 관심이 없었다. 그 결과 π 의 더 정밀한 근사값으로 $\frac{103993}{33102}$ 등은 결코 찾을 수 없었을 것이다.

홍정하의 '구일집'에는 중국의 사역(司曆) 하국주와 한국의 산학자(홍정하와 유수석) 사이의 대화가 기록되어 있는데 여기에 $\sqrt{2}$ 는 1.4 로 계산되어 있다(김용운·김용국, 2009). 수에 대한 이러한 자세로 인해 자연의 법칙에서 더 깊이 내재되어 있는 상수 e 는 발견할 수 없었을 것이다.

위와 같은 이유로 인해 산학을 보통의 의미에서 '수학'이라고 보기는 어렵다. 산학은 산법(算法)으로서 하나의 '기술' 또는 '예(藝, 技藝)' 또는, 좀 더 심하게 말하면, 하나의 '잡기'였다.

5

집합론(Set Theory)의 창시자 칸토어는 'The essence of mathematics lies in its freedom.' 라고 말한 바 있다. 수학에서의 자유의 중요성을 강조한 것이다.[5] 산학의 경

우와는 다르게 현대 수학의 큰 특징 중 하나는 '자유'인 것이다. 이러한 자유가 현대 수학으로 하여금 인간의 관찰과 실험을 거부하는 무한까지도 적극적으로 품게 한다. '무한의 이론(Theory of Infinity)'인 집합론은 '수학기초론(Foundations of Mathematics)'이 되었다. 현대 수학에서 무한을 제거하면 남는 부분이 많지 않다는 것에 대부분의 수학자는 쉽게 동의할 수 있다.

무한에 대한 입장은 두 가지로 볼 수 있다. 아리스토텔레스 이래로 칸토어 이전까지의 대부분의 수학자들의 무한에 대한 인식으로서 언제라도 충분히 크(작)게 할 수 있는 것이며, 끝남이 없는 것이므로 현실적으로는 존재하지 않는, 그래서 잠재적으로만 파악할 수밖에 없다는 것이 앞에서 언급한 바 있는 '가무한'적 입장이다. 가무한의 개념은 보통 사람이 가지고 있는 무한 개념이라고 할 수 있을 것이다.

수학은 수학적 명제에 관해 현실적인 관찰이나 실험적 뒷받침을 요구하지 않는다. 수학의 체계 안에서 모순이 없으면 된다. 따라서 수학에서 경험이나 상식은 고려대상이 아니다. 무한에 대한 기존의 소극적인 자세를 단호히 부정하고 적극적으로 접근한 칸토어는 조심스러워하면서도 분명하게 무한에 접근하였고, 그가 정립한 이론을 적용하여 무한을 효과적으로 다루었다. 그 결과 '실무한(actual infinity)'의 개념을 확립하여 수학의 지평을 크게 넓혔다.

앞서 언급하였듯이 가우스는 실무한적 입장을 거부하였다고 볼 수 있지만 힐베르트는 무한에 대한 칸토어의 적극적인 자세를 높이 평가하여 칸토어가 우리를 '수학의 낙원'으로 인도하였다고 했다. 칸토어나 힐베르트의 이러한 능동적이고 공격적인 접근으로 인하여 수학에서 추가적인 문제(선택 공리(axiom of choice)의 문제, 연속체 가설(continuum hypothesis)의 문제 등) 또는 다양한 역설(러셀의 역설(Russell's paradox) 등)이 등장했지만, 수학자들은 지속적으로 적극적 자세를 견지하며 대두된 문제를 해결하였고, 그러한 과정을 거쳐 수학은 발전하게 되며 현대 수학에 이르게 된 것이다.

5) 현대 수학이 상상(imagination)의 학문이라는 것은 이 때문일 것이다.

6

자연수로 유한 집합의 크기(원소의 개수) 즉 위수(order)를 나타낼 수 있다. 칸토어는 무한 집합도 그가 개발한 방법에 따라 분류하고 각각의 무한 집합에 크기를 정의하였다. 이 크기를 '농도(cardinality)'라고 부른다. 유한집합의 위수 개념을 무한집합의 경우로 일반화한 것으로 볼 수 있다. 그는 무한 집합 중에서 가장 중요한 역할을 하는 자연수 집합의 농도를 '$\aleph_0$(알레프 제로)'로 나타내면 실수 집합의 농도는 $2^{\aleph_0}$ 이고 $\aleph_0 < 2^{\aleph_0}$ 임을 보임으로써 실수 집합은 자연수 집합보다 더 큰 농도를 가짐을 증명하였다(신현용, 2009). 이것은 실무한적 입장이 거둔 개가라고 할 수 있다.

실무한 입장의 함의는 이 정도에 머물지 않는다. 무한이 실무한적 입장으로 개입되는 경우의 수학적 결론은 우리의 직관이나 상식 또는 경험과 전혀 일치하지 않거나 심지어는 모순적인 결과를 초래할 수 있다. 다음의 예는 그 중 하나이다.

주어진 구(球)를 선택공리에 의해 다섯 조각으로 분할 한 후 재결합하여 원래의 구와 같은 부피를 가지는 구를 두 개 만들 수 있다. 이는 선택공리를 적용하여 증명할 수 있는 수학적 정리(theorem)이지만 그 내용이 '역설'적이라고 여겨져서인지 보통 '바나흐-타르스키 역설(Banach-Tarski Paradox)'이라고 불린다.

7

무한을 품게 한 현대 수학의 '자유 본능'은 인간의 정신세계를 크게 넓혔다. 먼저, 유클리드기하학과 함께 비유클리드 기하학(Non-Euclidean Geometry)[6], 표준해석학과 비표준해석학(Non-standard Analysis)[7], 그리고 칸

6) 룬버그(R. K Luneburg)는 다음과 같이 말 한 바 있다(Greenberg, 1974, 재인용): 'Visual space, the space mapped on our brains through our eyes, is most conveniently described by hyperbolic geometry.'

7) 1961년 로빈슨(A. Robinson)에 의해 소개되었다. 괴델(Gödel)은 다음과 같이 말 한 바 있다: 'There are good reasons to believe that non-standard analysis, in some version or other, will be the analysis of the future.'

토어집합론과 함께 비칸토어집합론(Non-Cantorian Set Theory)이 존재한다는 것은 수학이 직관이나 경험으로부터 얼마나 자유로울 수 있다는 사실을 잘 설명한다.

현대 수학의 가장 두드러진 성과는 괴델의 정리일 것이다. 현대수학의 전형적인 형식은 공리적(axiomatic) 접근이다. 유클리드의 '원론'이 그 모형을 제공하였다고 볼 수 있다. 공리계에 요구되는 성질로서 무모순성(정합성, consistency)과 완전성(completeness)을 들 수 있다. 주어진 공리들로부터 모순인 명제가 유도되지 않을 때, 그 공리계는 무모순적(consistent)이라고 하고, 주어진 공리계의 용어로 기술되지만 공리계로부터 증명도 반증도 되지 않는 그러한 명제가 없을 때, 그 공리계를 완전하다(complete)고 한다.

무한이 개입되지 않는 공리계의 경우에는 무모순성이나 완전성을 확인하는 것과 이에 관련된 문제를 해결하는 것은 크게 어려운 일이 아니다. 그러나 무한이 개입되는 공리계의 경우에는 무모순성 또는 완전성을 증명하는 것조차 쉽지 않을 수 있다. 괴델의 '불완전성 정리(Incompleteness Theorem)'는 다음과 같이 선언한다.

> 산술을 포함하는 형식적 체계가 무모순적이고 그 체계의 공리를 판별할 수 있는 구현 가능한 방법[8](예를 들어, 컴퓨터 프로그램)이 존재하면 그 체계 내에서는 증명도 반증도 할 수 없는 명제가 있다.

실제로, 괴델은 증명도 반증도 할 수 없지만 참인 명제를 구성하였다. 또, 주어진 체계 내에서는 증명도 반증도 할 수 없는 명제가 존재하는 그러한 불완전한 공리체계에 새로운 공리를 첨가하여, 무모순적인 체계로 보강한다 하더라도 그 체계는 여전히 완전할 수 없다는 것을 알 수 있다.

수학에서 유의미한 공리계가 되기 위해서는 그 공리계는 산술공리계 즉 자연수 공리계를 포함하여야 하고, 이는 곧 무한을 필연적으로 내포하게 된다. 괴델의 정리에 따라, 이러한 공리계는 완전성에 관한 한 근본적인 한계를 가질 수밖에 없다는 것으로 이해할 수 있다.

8) 주어진 명제가 공리 중 하나인지 아닌지를 유한과정을 거쳐 유한 시간 내에 판별할 수 있어야 한다. 공리의 개수가 유한인 경우에는 문제가 되지 않는다.

8

서양수학은 수에 관한 호기심과 상상력으로 자유를 맘껏 구사하며 철학과 맞닿는다. '수학 철학'이라는 말이 어색하지 않고, 실제로, 수학과 철학이 맞물려 발전하여 왔다고 하여도 과언이 아니다.

어느 학문이 무한을 학문적 대상으로 품을 수 있을까? 적어도 자연과학에서는 무한이 의미 있는 화두가 되기 어렵다. 관찰과 실험이 필수인 과학에서 무한은 무의미하다. 무한은 속성상 관찰과 실험을 거부하기 때문이다. 이러한 의미에서 수학은 결코 과학이 아니다. 앞에서 언급한 바나흐-타르스키 역설처럼 과학적인 측면에서는 분명한 역설이지만 수학은 이를 수용한다. 무한은 수학에서 중요한 개념이며 수학이 다른 학문으로부터 구별되게 하는 특징이기도 하다. 도가와 불가의 경우에서처럼 사회·인문학에서는 무한은 의미 있는 화두가 될 수 있지만 수학에서와는 완전히 다른 틀과 수준에서 논의될 것이다.

자유로운 상상으로 무한을 품은 수학과는 달리, 산학은 전통적인 동양 철학의 틀에 매이고 '산(算)' 즉 기술에 치중함으로 자유와 상상은 애당초 억제되어 새로운 철학을 유발할 수 없었다. '산학 철학'이라는 말은 성립하기 어렵다.

9

요즈음 수학의 주류는 그리스 수학에 뿌리를 둔 서양수학이고 초·중등학교에서 배우는 수학의 내용이나 기본 틀도 그러하지만, 조선시대에도 '산학(算學)'이 있었고 여러 책도 전해지고 있다. 그러나 산학은 오늘날의 수학과는 거의 무관하여, 산학을 하던 선조들이 읽던 책을 수학을 하는 후손들조차 읽지 않는다.

왜 조선의 산학은 잊혀 졌을까? 일본어로 기술되어 나름대로 발전하던 일본의 와산(和算)도 수학적 가치보다 전통적 가치로 인해 보존되고 전해지는 것은 왜일까? 그 긴 역사를 가진 중국의 산학도 완전히 잊혀졌다. 왜 그랬을까?

산학서가 한자로 쓰였음이 한 가지 이유이겠지만, 이게 전부는 아닌 것 같다. 내용이 가치 있으으면 이집트 문

자와 설형문자도 해독해 내는 호기심 넘치는 후배들 아닌가?

19세기 까지 나름대로 독자적으로 발전한 산학과 수학의 우열을 가리고자 하는 시도는 무의미하다. 동양과 서양의 철학이 다르기 때문에 산학과 수학은 필연적으로 다른 형태를 띨 수밖에 없었기 때문이다.

현대에 산학이 그 자취를 감추게 된 이유 중의 하나는 대상에 대한 인식과 접근의 차이이다. 특히 동양 철학 또는 산학에서 무한에 대한 인식은 가무한의 입장에 머물렀지만, 서양 수학은 20세기에 들어 무한을 적극적으로 수용한 실무한의 입장을 취하였다. 동양과 서양의 무한에 대한 접근 방식의 이러한 차이로부터 오늘 날 산학과 수학의 처지를 어느 정도 이해할 수 있다. 산학(수학)을 하는 방식이 산학(수학)적 대상 모두에게 포괄적으로 비슷하게 적용되었을 것이기 때문이다.

10

사단칠정론에 관한 이론적 차이에 의하여 영남(嶺南)학파·기호(畿湖)학파, 주리파(主理派) · 주기파(主氣派) 등의 학파로 나뉘었다. 이황은 이를 보다 중요시하고 이기불상잡(理氣不相雜)을 강조하는 주리론을 편 데 반해, 이이는 이와 기의 통일성, 즉 이기불상리(理氣不相離)를 강조하는 주기론을 전개하여, 이후 성리학의 양대 주류로 계승· 발전되었다. 퇴계 이황의 학통을 이으며 주리론의 입장을 취하는 영남학파와 이이의 학통을 계승하여 주기론의 입장을 취하는 기호학파가 양립하였던 것이다. 이러한 학파 간의 논쟁은 훗날 목숨을 거는 당파 간의 논쟁으로 번지게 된다.

이나 기의 개념을 정립할 때, 상당 부분 언어의 힘을 빌리기는 하였지만, 모두가 공감할 수 있는 분명한 척도는 없었다. 이와 기에 관한 각 사람의 개념 정립은 상당 부분 오랜 세월 스승과의 만남을 통해 이심전심으로 이루어짐으로 관념적 수준이었다.

그러나 수학에서는 달랐다. 핵심 개념에 대해서는 누구나 동일하게 이해할 수 있는 정의(definition)가 필수적이었고, 이렇게 합의된 정의에 근거한다면 거침없는 상상과 자유스러운 이론 전개가 요구되었다. 더 나아가, 다양하게 제시된 상상이나 이론에 관하여 열띤 논쟁 또는 논박(refutation)[9]이 가능했고 이러한 과정을 거쳐 수학은 발전을 거듭할 수 있었던 것이다.

나오며

수학은 인간의 사고 지평을 크게 넓힌 것은 물론이고 인간의 정신 사조 형성에 적지 않은 영향을 끼친다. 포스트모더니즘 사조 형성에 도가나 불가의 사상이 큰 역할을 하였음은 잘 알려진 바이다. 그러나 1920년대에 발표된 괴델의 정리는 당시 정립되고 있던 불확정성원리(uncertainty principle) 등과 같은 양자역학(quantum mechanics) 이론과 함께 포스트모더니즘 사조 형성에 어느 정도의 역할을 하였음도 부인하기 어렵다. 수학적으로 의미 있는 공리체계에서 완전성의 확보는 근본적으로 가능하지 않고, 무모순성의 증명도 절대적 수준에서는 어렵다는 사실과 양자나 원자의 수준에서는 관찰의 불확정성은 피할 수 없다는 선언은 적지 않은 충격이었을 것이다.

무한에 대한 동양과 서양의 접근 방식의 차이는 무한을 인식하는 방식에서 두드러지게 드러났으며, 이는 산학과 수학 사이에 큰 간극을, 더 나아가, 산학과 수학의 현 상황을 초래하였다.

우리나라에서 현대 수학의 역사와 학교수학 교육과정의 역사는 약 50년이다. 그간 교육과정은 여덟 차례에 걸쳐 개정이 이루어졌다. 주목할 사실은 지난 50년간 수학은 매우 변했으나 우리나라 학교수학의 교육과정에서 수학 내용은 거의 그대로라는 것이다.

수학교육이 전통적인 틀에 갇히는 것은 위험하다. 수학의 본질과 박물관에서나 볼 수 있는 산학서가 그렇게 증언하고 있다.

참 고 문 헌

김용운 · 김용국 (1996). 중국수학사, 서울: 민음사.

______ (2009). 한국수학사, 경기: 살림 MATH.

김진근 옮김 (2008). 역학계몽, 청계.

김진근 (2009). 개인적 대화.

---

9) 집합론 형성 초기에 있었던 칸토어와 그의 스승 크로네커(Kronecker) 간의 논쟁은 잘 알려져 있다.

성백효 역주 (2008). 동양고전국역총서1 현토완역 논어집주. 서울: (사)전통문화연구회.
신현용 (2009). 집합론, 서울: 교우사.
신현용 (2010). 수학판타지, 한국수학교육학회 뉴스레터, 125, 서울: 한국수학교육학회.
Greenberg M. J. (1974). *Euclidean and Non-Euclidean Geometries*. CA: W. H. Freeman and Company.

Effect of Infinity Perception on Mathematics

Shin, Hyunyong
Dept. of Mathematics Education, Korea National University of Education, Chungbuk, 363-791, Korea
E-mail : shin@knue.ac.kr

Lee, Kyungeon
Dept. of Mathematics Education, Korea National University of Education, Chungbuk, 363-791, Korea
E-mail : earny0622@naver.com

Even though Sanhak has a long history, it has disappeared from the stage of modern mathematics. What happened to Sanhak? This article tries to answer the question. In fact, the authors argue that the oriental perception toward to infinity has played an important role in such situation.

The authors claim that actual infinity and virtual infinity have resulted in quite different types of mathematics, respectively.

* ZDM Classification : E20
* 2000 Mathematics Subject Classification : 97D20
* Key Words : Sanhak, mathematics, infinity, set theory, virtual infinity, actual infinity