韓國數學敎育學會誌 시리즈 A <數學敎育>
2010. 05. 제 49권, 제 2호, 175-198.

J. Korean Soc. Math. Ed. Ser. A: The Mathematical Education
May. 2010, Vol. 49, No. 2, 175-198.

수학과학통합교육의 설계 및 실행에 대한 연구

이 혜 숙 (이화여자대학교)
임 해 미 (이화여자대학교 수리과학연구소)†
문 종 은 (이화여자대학교 대학원)

I. 서 론

실생활 속에서 경험하게 되는 자연 현상, 사회 현상을 이해하려면 다양한 정보와 지식, 그리고 사고 기술이 요구된다. 학교 교육에서 수학과 과학을 중요하게 다루는 이유는 이러한 현상에 대한 이해의 기반에 과학, 그리고 그 바탕에 수학이 있기 때문이다. 17세기 Galileo는 '자연은 수학적인 언어로 쓰여 있다(Nature is written in mathematical language)'고 했으며, Ziman(1991)은 과학적 의사소통을 위한 가장 이상적인 언어는 수학이라고 했다. 이는 물체의 운동을 연구하는 과정에서 미적분을 발견하거나, 공학과 경제학에서 다루어지는 많은 문제들이 수학적 지식을 기반으로 모델링되어 미분방정식 등으로 표현되고 해결되는 것을 통해서도 알 수 있다.

따라서, 학교 교육에서는 학생들이 수학과 과학에 대한 통합적 지식과 안목을 가질 수 있도록, 과학적 탐구를 통해 실제 현상을 수학적 도구로 표현하며, 현상에 내재된 수학적 개념을 파악하여 실세계의 문제 상황에 적용하는 과정이 강조되어야 할 것이다. 이러한 통합 과정은 수학적 모델링 자체로서도 의미가 있으며, 이때 수학적 진보가 일어나면 형식적 수학화 단계에 이를 수 있다는 점에서 더욱 강조될 필요가 있다.

그러나, 학교 교육과정에서 수학과 과학은 서로 다른 과목으로 구분되어있으며, 교사도 전공분야의 과목만을 분담하여 가르치게 됨으로써 학생들이 통합적인 시각을 가지고 현상을 이해하며 수학적인 아이디어를 발전시켜 가는 과정을 경험할 수 있는 학습 기회가 줄어들게 되었다(Huntley, 1998; Basista et al, 2001). 또한, 수학의 형성 과정에 대한 맥락을 배제한 채, 수학자들에 의해 이미 완성된 결과로서의 수학을 주로 강의식 수업을 통해 전달함으로써 학교수학에는 많은 문제점이 나타나게 되었다(Resnick, 1987; Michelsen, 2006).

역사발생적인 관점에서나 두 학문의 연계성에 있어서도 수학과 과학이 분리되어 지도되는 것은 바람직하지 못하다. 이러한 문제에 대한 인식은 수학과 과학을 통합하고자 하는 연구들로 구체화되었다. NCTM에서는 1989, 2000년의 규준집에서 연결성(connections)을 강조하고, 1995년 Yearbook을 통해 수학적 연결성에 대해 심도 있게 논의했으며(NCTM, 1989; 1995; 2000), IMSA (Illinois Mathematics and Science Academy) 등의 기관에서는 *수학과학통합교육*을 위한 실제적이고 이론적인 연구를 수행하였다(Nikitina, S. & Mansilla, V. B., 2003). Berlin(1991)과 Berlin & Lee(2003)가 정리한 *수학과학통합교육* 연구물 목록을 보면 1905년부터 1991년까지 관련 문헌이 총 555편이었던 반면, 1991년부터 2001년까지는 총 402편이 발표되었다. 이는 *수학과학통합교육*에 대한 연구의 중요성과 관심이 점차 높아지고 있음을 나타낸다.

그러나, 한국교육학술진흥원(KERIS)에서 제공하는 학술논문검색서비스를 통해 국내에서 이루어진 *수학과학통합교육* 관련 연구물을 조사한 결과, 총 30 여편의 연구만이 검색되었다. 또한 이 가운데 절반 이상이 유・초등 교육에 대한 것이고, 중등교육과 관련된 연구의 대부분은 통합이 가능한 단원과 주제에 관한 것이어서 실제 수

* 접수일(2010년 1월 18일), 수정일(1차 : 2010년 3월 15일, 2차 : 3월 29일), 게재확정일(2010년 5월 7일)
* ZDM분류 : D34
* MSC2000분류 : 97D40
* 주제어 : 수학과학통합교육, 점진적 수학화, 수학적 연결성, 그래픽계산기, 동작감지기, 교수학적 설계.
† 교신저자 : rhm@ewha.ac.kr

학과학통합수업을 어떻게 설계하고 실행할 것인지에 대해 연구가 이루어질 필요가 있을 것으로 보인다.

이에, 본 연구에서는 *수학과학통합교육*에 대한 문헌연구를 실시하고, 이를 바탕으로 수업설계모형을 제시하고자 한다. 그리고 이 모형을 기반으로 사례연구를 실시하여 *수학과학통합교육*의 설계와 실행에 대한 시사점을 도출하고자 한다.

한편, *수학과학통합교육*을 실행하는 주체는 수학 교사 또는 과학 교사가 될 수 있는데, 본 연구에서는 학생들이 이미 통합할 과학 개념을 배웠다는 전제 하에, 수학 교사가 주체가 되어 수학 수업시간에 실행할 수 있는 *수학과학통합교육*을 중심으로 논의하고자 한다. 이는 통합교육의 필요성을 인식하면서도 이를 실행하는 데 가장 큰 걸림돌이 되는 교육과정 및 수업시간 편성의 문제, 팀티칭의 문제 등을 넘어서서 현재의 교육과정과 수업편성 내에서 의미 있는 통합교육을 실행할 수 있도록 하기 위함이다.

Ⅱ. 이론적 배경과 수업설계모형

과학의 초기형태는 철학의 테두리 안에서 각종 자연현상에 대해 철학자, 예술가, 기술자들이 하나의 통합된 틀, 즉 총체적 관점에서 접근하는 방식으로 이루어졌다. 이후 자연현상의 주요 세부영역에 대한 탐구의 전문화가 빠르게 진행되면서 과학의 하위분야가 분화되어 체계화, 전문화의 방향으로 변화되어왔다. 그러나 20세기 후반부터 시작된 테크놀로지의 급속한 발달, 물리학과 생물학 및 유전학 연구의 급속한 발달, 인지과학의 형성과 발전은 전통적 과학에서는 예측하지 못했던 변화를 이끌어냈고, 과학 기술 분야에서는 학제간 협동 작업을 통해 새로운 이론의 발견과 발명, 새로운 영역을 창출하려는 움직임이 일어나고 있다. 이러한 시대적 변화에 대응하기 위해 교육은 기존의 분리된 영역을 수렴할 수 있도록 과학과 공학 교육 및 연구의 틀을 재구성하고 교육과정을 개혁하는 방향으로 변화될 필요가 있다(이정모, 2005).

수학과 과학교육에서는 이러한 시대적 요구에 적합한, 여러 학문에 대한 폭넓은 이해와 통합적 시각과 사고기술을 가진 학습자의 양성이라는 큰 틀과 더불어 수학과 과학의 개념 자체에 대한 이해와 지식의 발전을 위해서 교육과정이 통합될 필요성이 제기되어왔다. 통합 교육에 대한 필요성은 1900년대초 American Mathematical Society의 의장이었던 E. H. Moore에 의해 주장되었고, ICMI의 초대회장이었던 F. Klein도 *수학과학통합교육*을 강조하여 많은 성과를 거두었다. 이후에도 교육 분야 연구자들에 의해 통합에 대한 연구가 계속되고 있다.

Berlin(1991)과 Berlin & Lee(2003)는 현재까지 이루어진 *수학과학통합교육*에 대한 연구를 조사하고 분석하기 위하여 1905년부터 2001년까지의 연구물을 수집하고, 이를 교육과정, 수업, 연구, 교육과정-수업, 교육과정-평가의 다섯 영역으로 분류한 연구물 목록(bibliography)을 작성하였다. 첫째, 교육과정(curriculum) 영역에는 통합적인 강의에서 학생들에게 가르쳐지는 내용을 다룬 연구들이 포함된다. 둘째, 수업(instruction) 영역에는 교육학, 전략, 활동을 통해 교육과정이 어떻게 실행되는 지의 과정에 대한 연구들이 포함된다. 셋째, 연구(research) 영역에는 이론적 모델, 개념에 대한 논문, 경험적 연구와 그에 대한 고찰이 포함된다. 넷째, 교육과정-수업(curriculum-instruction)은 특정교과와 관련된 수업 활동 자료, 다섯째, 교육과정-평가(curriculum-evaluation)는 특정교과와 관련된 평가 정보에 대한 연구가 포함된다. 위의 다섯 영역 중 교육과정과 연구 영역은 이론적 연구, 나머지 세 영역은 학교에서 어떻게 수업을 할 것인지와 관련된 실제적 연구들로 볼 수 있다.

본 연구에서는 이 연구물 목록을 기초로 문헌연구를 실시하여 *수학과학통합교육*의 교수학적 연구에 대한 여섯 가지 기본원리(principles)를 추출했으며, 그 결과를 종합하여 수업설계모형을 제시하였다. 기본원리들은 P1부터 P6까지의 기호를 사용하여 나타낸다.

1. 문헌연구 및 논의

*수학과학통합교육*에 대한 연구와 실행을 위해서는 우선적으로 그 정의가 무엇인지에 대한 논의가 이루어져야 할 것이다. Berlin(1991)은 *수학과학통합교육*과 관련된 연구물을 조사하면서 integration, connections, fused, cooperation, interrelated, correlated, cross-disciplinary, interdisciplinary, multi-disciplinary, trans-disciplinary interdependent, alliance, interaction, linked, unified의 15

가지 용어를 중심으로 논문을 검색하였다. 이와 같이 관련 연구에서 사용된 용어의 수가 다양하다는 것은 교사, 교육행정가, 교사교육자, 교육연구자, 교육과정개발관련 연구자, 정책입안자들이 머릿속에서 떠올리는 통합에 대한 정의와 통합의 정도에 대한 관점이 다를 수 있음을 의미한다.

교육과정의 통합과 관련하여 Huntley(1998)는 특히 세 용어 intra-disciplinary, interdisciplinary, integrated를 구분할 필요가 있다고 언급하였다. intra-disciplinary는 하나의 학문에 초점을 두고 있는 것, interdisciplinary는 하나의 학문의 내용을 가르치기 위해 하나 또는 그 이상의 학문을 통합하는 것, 그리고 integrated는 두 교과 또는 그 이상의 교과가 동일한 정도의 중요성을 가지고 통합되는 것을 의미한다.

이와 유사하게, Nikitina와 Mansilla(2003)는 통합을 학문 내에서의 통합과 학문 간의 통합의 두 가지로 구분하였다. 첫째는 수학 내적 통합(internal integration within math) 또는 과학 내적 통합(internal integration within science)이다. 이는 동일한 개념적 근원을 갖는 나무에서의 나뭇가지들 사이의 연계성을 찾는 것이라고 볼 수 있으며, Huntley(1998)가 제시한 intra-disciplinary의 의미를 갖는다. 둘째는 수학과 과학이 각 영역에서의 과학적 또는 논리 분석적 방법의 패러다임을 벗어나서 수학과 과학의 개념과 도구를 통합하는 외적 통합(external integration)이다. 외적 통합은 두 학문 간의 연결이 이루어진다는 점에서 보다 의미 있는 통합이라고 볼 수 있으며, Huntley(1998)가 제시한 interdisciplinary 또는 integrated의 의미를 갖는다. 또한, NCTM에서 언급한 연결성 특히 수학외적연결성과도 유사한 의미를 갖는다. 즉, *수학과학통합교육*은 다음의 P1과 같은 교육 형태로 볼 수 있다.

> P1. 수학과학통합교육은 학생들이 수학과 과학 교과의지식과 방법에 대한 통합적 이해를 토대로, 현상을 해석하는 통합적 안목을 갖도록 하는 것을 목적으로 갖는 교육 형태이다.

한편, '통합' 수업은 두 교과의 교사가 팀티칭을 하거나, 수학교사와 과학교사가 두 교과를 모두 가르칠 때 가능할 것으로 여겨져 왔기 때문에 실행에 어려움이 있었다. 대부분의 중등 교사들은 대체로 한 교과에 대한 교과 전문성을 가지고 있으며, 사범대학에서의 예비교사 교육 또는 현직교사 연수에서도 통합교육에 대해 다루는 경우가 부족한 편이다. 그리고 교사가 둘 이상의 교과에 대한 전문성을 가지고 있다할지라도 교과간의 구분이 명확하고 시간 편제가 획일화된 학교 교육과정에서 통합교육을 실행하는 데에는 또 다른 어려움이 존재한다.

이에 본 연구에서는 *수학과학통합교육*을 필요성의 인식 수준을 벗어나 현재의 교육과정에 도입할 수 있는 방법 즉, 수학교사가 수학 수업시간 내에서 실행할 수 있는 방안을 제시하고자 한다. *수학과학통합교육*의 수업 주제는 수학과 과학 두 학문 분야에서 서로 동일한 역사적 기원을 갖거나, 밀접하게 관련된 개념과 관련된 것을 택하게 된다. 이때 통합하고자 하는 과학 개념을 수학교사가 직접 가르치는 것은 어려운 일이므로, 통합 수업을 위한 주제는 이미 가르쳐진 과학 개념 가운데 선택하도록 하면 통합 교육에서 오는 가장 큰 부담은 제거될 수 있다. 또한 통합을 위해 설계된 일련의 수업에서 지속적으로 수학과 과학 개념이 연결되도록 치밀하게 설계한다면, 통합수업의 목적이 달성될 수 있을 것으로 보인다.

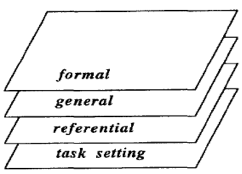
이때, *수학과학통합교육*은 학습 단원의 마지막 부분에서 이미 학습한 수학과 과학 개념을 통합하여 문제를 해결하는 응용문제의 범위를 넘어서서, 과학 개념을 토대로 새로운 수학 개념을 도입하고 가르치는 과정부터 적용되는 것이 바람직할 것이다. 이는 새로운 지식의 발생은 대체로 귀납으로부터 연역의 방향으로 이루어진다는 점, 그리고 현실상황으로부터의 수학화(mathematization)를 통한 수학 교수-학습을 강조한 Freudenthal(1973, 1991), Treffers(1987)의 주장과 일맥상통한다. 이상의 논의를 종합할 때, 수학교사가 주도하는 *수학과학통합교육* 의 형태는 P2와 같다.

> P2. 수학교사가 실행하는 수학과학통합교육은 이미 가르쳐진 과학 개념을 토대로, 이와 관련된 새로운 수학 개념을 도입하는 형태를 취한다.

P2를 반영하여 설계된 통합수업에서의 수학 개념은 이미 학습된 과학 개념과 관련된 맥락을 통해서 형식화되지 않은 상태로 도입된다. 아직 수학자의 손을 거치지 않은 비형식적인 수준의 수학 개념은 적절하게 설계된

수업을 통해 형식적인 수준에 도달할 수 있게 되는데, 이와 같은 bottom-up 방식의 수업은 학생들에게 수학자들이 연구하는 것과 흡사한 경험을 하도록 함으로써 학습의 의미와 동기를 유발할 수 있을 것으로 보인다.

그렇다면, 수학 개념을 비형식적인 수준으로부터 형식적인 수준으로 이르게 하는 교수학적 방법, 즉 점진적 수학화를 위한 수업은 어떻게 설계할 것인가? 이와 관련하여 Gravemeijer(1999)는 특정 상황에 대한 모델이 어떻게 형식적 추론을 위한 모델로 변화되어 가는지 즉, 상황적 추론으로부터 형식적 추론으로 발전해가는 과정을 발현 모델(Emergent Model)로 제시하였다(<그림Ⅱ-1>). 첫 번째, 상황적 수준(situational level)은 구체적이고 실제적인 상황에 대한 이해를 토대로 문제를 해석하고 해결하는 단계이다. 두 번째 수준인 관련적 수준(referential level)은 실제적인 상황과 관련된 교수학적 활동을 하는 단계이다. 세 번째 수준인 일반적 수준(general level)은 구체적인 상황과 관련된 수준을 벗어나, 상황과는 독립적인 수준의 문제를 해결하는 단계이다. 네 번째 수준인 형식적 수준(formal level)은 규범적이고 상징적인 추론에 도달하는 단계이다. Bakker(2004)는 첫 번째 수준으로부터 네 번째 수준에 이르는 학습활동을 적절히 제시하면 학생들의 점진적 수학화를 도울 수 있다고 보았다.



<그림 Ⅱ-1> Emergent Models (Gravemeijer, 1999)

점진적 수학화를 위한 수업에 대한 논의는 De Lange와 Verhage(1987)에 의해서도 이루어졌다. 그들은 학생들에게 현실 상황에서의 문제를 직관적으로 탐구하는 단계, 현실 상황으로부터 수학적 개념을 추출하는 단계, 수학적 개념에 대한 형식화와 추상화의 단계, 응용을 통해 개념을 강화하고 일반화하는 단계를 반영한 수업을 통해 점진적 수학화가 이루어질 수 있다고 하였다(조완영, 2006에서 재인용).

즉, 수학 개념은 점진적 수학화를 의도하여 설계된 수업을 통해 형식화의 수준에 이를 수 있다. 형식화된 수학 개념은 상황으로서 제시되었던 과학 개념과 통합되어 새로운 현상을 바라보고 해석하는 통합적 지식과 안목을 형성하도록 도와줄 것이다. 이상의 논의를 종합할 때, *수학과학통합수업*은 P3과 같이 설계되는 것이 바람직할 것으로 보인다.

> P3. 수학과학통합교육은 수학 개념의 점진적 수학화를 위한 단계를 반영하는 단위 수업들의 집합으로 설계한다. 이때, 두 개념의 통합을 위한 단위 수업들의 집합을 수업 모듈(module)이라 부르기로 한다.

P3에서의 수업 모듈은 수학 개념의 수학화를 직접적으로 의도하고 있다. 한편, 수학 개념에 대한 이해가 심화되면 수학 개념의 근원지인 과학 개념에 대한 이해도 함께 풍부해질 것으로 기대할 수 있다. 다시 말해, 수업 모듈을 통해 과학 개념과 수학 개념의 지속적인 통합이 이루어지게 되므로, 선행된 과학 개념도 수업이 진행되는 동안 개념의 이해가 심화되거나 응용력 및 적용력이 강화될 수 있을 것으로 보인다. 명확한 목표와 이론을 토대로 설계된 수업 모듈은 수학과 과학 지식의 통합뿐만 아니라 각각에 대한 심화된 이해를 가능하게 할 것이다. 다음의 P4는 *수학과학통합교육*의 목표를 세 가지로 구체화한 것이다.

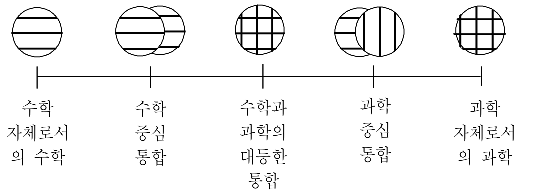
> P4. 수학과학통합교육은 통합적 이해 및 안목 형성을 위해 다음의 세 가지 목표를 갖는다. 첫째, 통합의 과정 속에서 점진적 수학화를 통해 수학적 지식을 형식화한다. 둘째, 수학적 지식의 발전을 통해 과학적 지식의 이해가 심화되도록 한다. 셋째, 형식화된 수학적 지식과 심화된 과학적 지식을 토대로 현상을 이해하는 능력과 안목을 넓힌다.

한편, 수업 모듈을 구성하는 단위 수업에서 나타나는 수학과 과학의 비중은 수업의 단계에 따라 차이가 나타날 수 있다. 예를 들어, 첫 번째 차시는 과학 개념을 토대로 수학 개념을 이끌어내야 하므로 수학보다는 과학 개념을 회상하고 학습하게 된다. 따라서, 과학의 비중이 수학의 비중보다 클 수 있다. 이와 같이 *수학과학통합교육*에서 이루어지는 단위 수업의 특성은 두 교과의 통합

정도(extend)에 따라 구별될 수 있다.

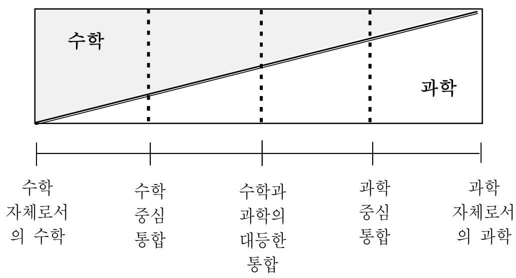
1967년 Cambridge Conference on Integration of Mathematics and Science Education에서는 두 교과의 통합 정도를 다섯 단계로 구분한 이론적 모형을 제시했는데, 이는 *수학과학통합교육*을 이론화 한 최초의 시도였다(Education Development Center, 1970). 이 연구에 이어서 Brown과 Wall(1976)은 두 교과의 통합 정도는 명확한 구분이 어렵기 때문에 순수 수학과 순수 과학을 양끝으로 하는 연속체 상의 한 부분으로 설명하는 것이 적합하다고 보고, 이전의 모형을 연결한 연속체 모형을 제시했다. 이후, Lonning과 DeFranco(1997), Huntley(1998), Roebuck과 Warden(1998)은 연속체 모형에서 각 단계에 해당하는 용어를 조금씩 수정하는 선에서의 이론적 모형을 제시하였다.

그 중에서 Huntley(1998)는 다음 <그림 Ⅱ-2>와 같은 수학/과학 연속체(Math/Science Continuum) 모형을 제시하였다. 첫째, 연속체의 왼쪽 끝에 해당하는 수학 자체로서의 수학(math for the sake of math)은 형식적인 체계로서의 수학을 제시하는 수업이다. 둘째, 수학 중심 통합(math with science)은 문제의 맥락을 적절히 제공하기 위해 과학을 사용하는 수학 수업을 의미한다. 셋째, 수학과 과학의 대등한 통합(math and science)은 현상을 이해함에 있어 두 교과의 내용과 방법이 서로 시너지 역할을 하는 형태의 수업, 넷째, 과학 중심 통합(science with math)은 과학적 문제를 해결함에 있어서 도구로서 수학이 강조되는 과학 수업을 뜻한다. 다섯째, 과학 자체로서의 과학(science for the sake of science)은 과학 분야의 내용과 방법을 다루는 과학 수업을 의미한다.



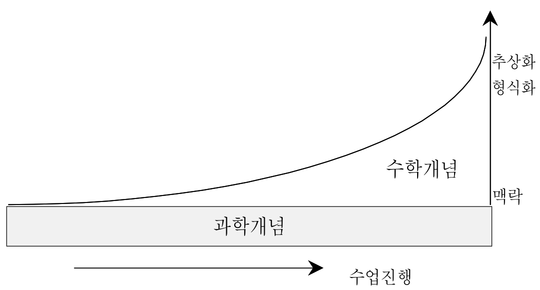
<그림 Ⅱ-2> 수학/과학 연속체(Huntley, 1998)

Huntley(1998)가 제시한 수학/과학 연속체 모형에서의 두 교과의 통합 정도는 다음의 <그림 Ⅱ-3>과 같이 나타내어보면 더 명확하게 알 수 있다. 예를 들어 수학중심통합에 해당하는 단위 수업에서의 수학과 과학의 비중은 해당 부분에서의 선분의 길이의 비와 같다. 그러나, 앞에서 언급된 바와 같이 통합의 정도를 3:7, 4:6 등으로 명확하게 구분하는 것은 어려우므로, 연속체의 의미를 반영하여, 적당한 구간에서의 면적의 비로 그 통합 정도를 판단할 수 있을 것으로 보인다.



<그림 Ⅱ-3> 수학/과학의 통합 정도

한편, 앞서 P2에서 언급한 바와 같이 수학교사에 의한 *수학과학통합교육*은 이미 가르쳐진 과학 개념을 토대로 실행되기 때문에 전체 수업 모듈에서 다루어지는 과학 개념은 거의 일정하다. 이때, 과학 개념을 맥락으로 하여 관련된 수학 개념을 발전시켜나가게 되므로 수학 개념은 수업이 진행됨에 따라 점차 풍부해지게 되는데, 이를 도식화하면 <그림 Ⅱ-4>와 같다.



<그림 Ⅱ-4> 수학교사중심 통합교육에서의 개념 통합

따라서, 수학교사에 의한 수학과학통합수업의 단위 수업은 P5와 같은 특성을 갖는다.

> P5. 수학교사에 의한 수학과학통합교육에서의 단위수업은 차시가 진행됨에 따라 과학중심통합으로부터 수학중심통합으로 특성이 변화된다.

한편, 수업 설계와 더불어 어떤 수업 방법을 택할 것인지, 수업에서 교사와 학생의 역할은 어떠해야하는 지 등에 대한 논의가 이루어질 필요가 있다. 이와 관련하여 Berlin과 White(1994)는 *수학과학통합교육*의 특징을 학습에 대한 관점, 지식을 만들어가는 방법, 과정과 사고 기술, 개념적 지식, 태도와 인식, 교수법의 측면에서 구체화한 BWISM(Berlin-White Integrated Science and Mathematics Models)을 제시하였다. 여섯 가지 측면이 분리되어 존재하는 것은 아니지만 각각의 측면을 구분하여 제시한 것은 통합을 정의하고 실행하며 평가할 때 필요한 특성들을 구체화하기 위한 것이다. 각 측면은 다양한 결합에 의해 실제적인 정의와 비교연구를 생성하는 기초가 될 수 있다. BWISM에 대한 내용은 다음과 같이 요약될 수 있다.

첫째, *수학과학통합교육*은 구성주의를 토대로 한다. 즉, 학습(learning) 과정에서 학습자의 능동적 참여를 강조하며, 지식은 사회적 담화를 통해 진보되어 시간이 흐르면서 사회적으로 조직된다는 입장을 갖는다.

둘째, *수학과학통합교육*은 귀납적-연역적, 양적-질적 세계관 사이의 순환적 관계를 강화하면서 지식을 만들어 간다(ways of knowing). *수학과학통합교육*은 모든 학생들에게 수학과 과학에서의 지식을 만들어가는 방법 사이의 관계를 이해할 수 있는 기회를 제공한다. 과학 수업에서는 수학적 모델링의 사용을 늘리고, 수학 수업에서는 학생들이 과학적 데이터를 생성하여 사용하는 방향으로 변화하는 것이 바람직하다.

셋째, 통합은 수학과 과학 두 학문 모두에서 가치를 두고 있는 과정 및 사고 기술(process and thinking skills)의 관점을 제시한다. NCTM에서 제시한 수학교육과정 규준의 문제해결, 추론, 의사소통, 연결성은 그 표현 방법만 다를 뿐 과학교육에서 강조하고 있는 바와 일치한다. 그리고 과학교육에서 강조하고 있는 관찰, 추론, 측정, 의사소통, 분류, 예측과 같은 기본 과정 기술, 변수제어, 조작적 정의, 가설 수립, 데이터 해석, 실험, 모델의 공식화 등과 같은 통합 과정 기술은 학교수학에서 강조하고 있는 문제해결의 기술과도 일맥상통한다. 이러한 과정 및 사고 기술을 신장하기 위해서 *수학과학통합교육*에서의 학습활동은 학생들이 고차원적 사고를 경험하고 적용할 수 있도록 도전적이고, 실제적인 과제에 참여하도록 구성되어야 할 것이다.

넷째, 통합은 수학과 과학의 개념적 지식(conceptual knowledge)이 교차하는 부분에 대한 관점을 제시한다. 어떤 아이디어가 수학과 과학에서 교차되는지 또는 특정 과목에서 독특한 것인지를 결정하기 위해서는 두 학문에서의 개념, 이론에 대한 검토가 이루어질 필요가 있다.

다섯째, 통합은 수학 및 과학적 소양의 개발과 관련된 태도와 인식(attitude and perceptions)에 대한 관점을 제시한다. 수학과 과학에 대해 갖고 있는 신념과 인식은 거의 유사하므로 수학과 과학에 대한 자기효능감을 높여주는 환경과 기회를 통해 둘 사이의 정의적인 관계가 발전할 수 있다.

여섯째, 통합은 수학과 과학에서 교차하고 서로를 지원할 수 있는 교수법과 전략(teaching methods and strategies)에 대한 관점을 제시한다. 통합 교수를 위해서는 보다 폭넓은 내용이 포함되고, 탐구기반학습과 문제해결을 위한 시간이 제공되어야 한다. 실험 도구 등을 사용할 수 있는 기회가 제공되고, 그래픽 계산기와 같은 적절한 테크놀로지가 제시되어야 한다. 이와 더불어 협동학습이 권장되고, 수업 내에서 평가가 이루어지며, 수학과 과학 간의 성공적인 연결을 위한 기회가 최대한 제공되어야 한다.

이와 관련하여 Pang과 Ron(2000)은 *수학과학통합교육*에서 테크놀로지는 두 학문을 연결 짓고, 실제적인 탐구가 이루어지도록 하는 매개체의 역할을 한다고 하였다. 즉, 테크놀로지는 수학과 과학의 경계를 허물기 위해 사용될 수 있고 학생들의 협력을 촉진시킬 수 있다. 지금까지의 논의를 토대로 *수학과학통합교육*의 특징을 정리하면 다음 P6과 같다. 이 특징들은 *수학과학통합교육*의 설계에 반영되어야 할 것이다.

> P6. 수학과학통합교육은 학생들의 능동적인 활동과 의사소통을 강조하는 구성주의를 기반으로 하여, 수학과 과학 분야의 지식뿐만 아니라 사고 기술과 가치가 통합되도록 한다. 이때, 테크놀로지를 수학과 과학간의 성공적인 연결을 위한 매개체로 사용한다.

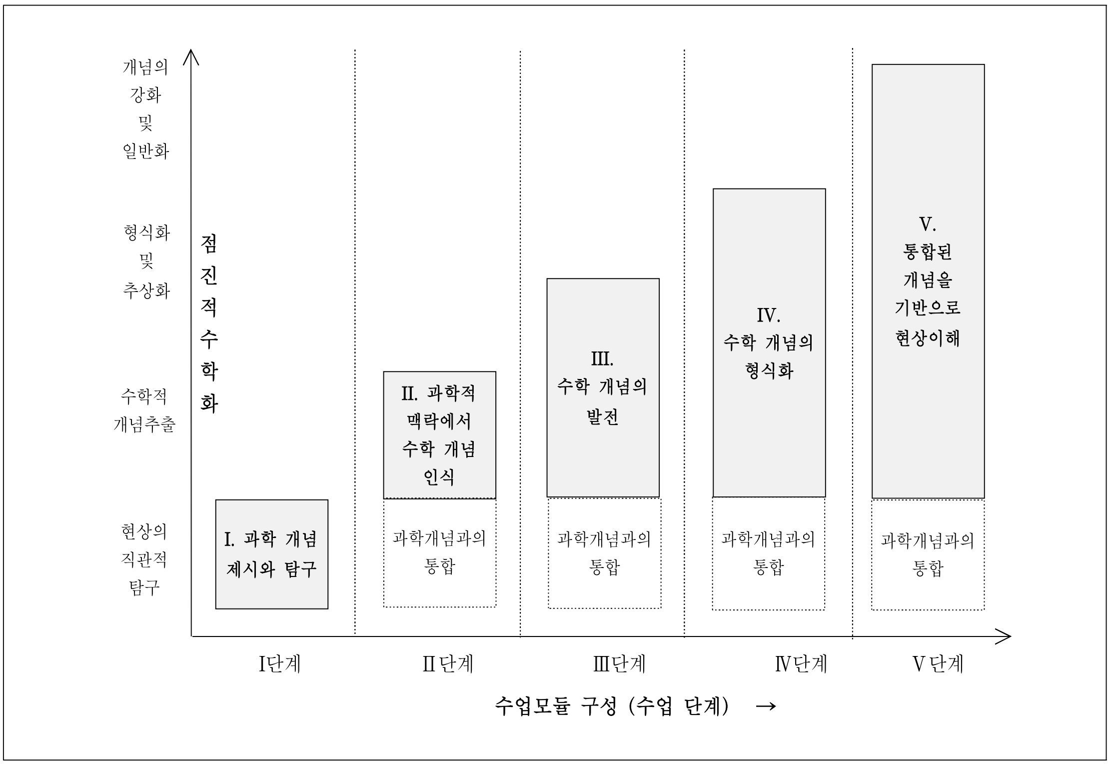
2. 수업설계모형 제안

지금까지 문헌연구를 토대로 *수학과학통합교육*의 목적, 목표, 특징 등에 대하여 논의하였다. 다음 <그림 Ⅱ-5>는 이상의 논의를 종합하여 *수학과학통합교육* 수업설계모형을 도식화한 것이다. 이는 *수학과학통합교육*의 교수학적 설계를 위한 틀로서, 수업모듈의 전체적인 목적, 단계별 학습목표, 단위 수업 설계 및 학습자료 개발 방향을 제시하는 역할을 하게 된다.

*수학과학통합교육*의 목적 P1과 목표 P4는 수업모듈의 모든 단계에서 지속적으로 수학과 과학의 통합을 의도하며(점선으로 연결된 과학개념과의 통합 부분), 수업설계의 최종단계를 '통합된 개념을 기반으로 현상을 이해하는 것'으로 설정함으로써 모형에 반영되었다.

수학과학통합교육 수업설계모형의 가로축은 수업 모듈을 구성하는 단위 수업의 배열순서 즉 수업 단계를 나타내며, 세로축은 P3에서 논의했던 점진적 수학화의 단계를 나타낸다. 가로축은 P2에서 제시한 수업의 시점과 P5에서 제시한 개념통합의 정도를 반영하여 크게 5단계로 구분할 수 있다.

수업설계의 Ⅰ단계는 P2에서 제시한 바와 같이 이미 가르쳐진 과학 개념을 제시하고 탐구하는 단계이다. 이 단계에서는 통합할 과학 개념에 대해 직관적으로 탐구하는 수업 활동이 구성되어야 한다. Ⅱ단계는 Ⅰ단계에서 제시한 과학 개념을 토대로 통합할 수학 개념을 인식하는 단계이다. 이 단계에서는 과학 개념과 관련된 수학 개념을 추출하는 수업이 설계되어야 한다. Ⅲ단계는 과학 개념을 토대로 수학 개념에 대한 탐구와 이해를 발전시키는 단계이다. Ⅳ단계는 과학 개념과 관련된 수학 개념을 형식화하고 추상화하는 단계이다. 따라서, 이전 단계보다 수업에서 수학을 다루는 비중이 높아지게 된다. Ⅴ단계는 학습한 과학 개념과 수학 개념에 대한 통합적



<그림 Ⅱ-5> *수학과학통합교육* 수업설계모형

이해를 바탕으로 현상을 이해하는 단계로서, 이때의 학습 활동은 학생들의 통합적 이해를 반영하여 해결할 수 있는 과제로 구성되는 것이 바람직하다.

Ⅲ. 수학과학통합수업 설계
- 순간속도와 순간변화율을 중심으로

본 연구에서는 앞에서 제시한 수업설계모형에 따라 수학과 물리 교과의 통합 수업을 설계하여 사례연구를 실시하였다. 이 장에서는 *수학과학통합수업* 설계 과정을 수업목표 제시, 수업자료 개발 과정으로 구분하여 서술하였다.

수업은 Newton이 물체의 운동에서 미적분학의 기본 개념을 찾아내던 상황을 배경으로, 평균속도 및 순간속도에 대한 탐구로부터 순간변화율과 도함수의 개념을 형식화하고 현상을 일반화할 수 있도록 설계되었다. 이처럼 물리와 수학의 통합이 자연스럽게 이루어지던 역사적 사건을 배경으로 한 학습주제는 학습할 개념의 통합뿐만 아니라, 통합의 필요성과 의미도 함께 깨달을 수 있는 기회를 제공할 수 있을 것으로 보인다.

위의 학습주제는 동일한 학년에서 지도되고 있으며, 교육과정상 해당 과학 개념이 먼저 지도된 후에 수학 개념에 대한 수업이 이루어지고 있다. 이는 본 연구에서 제시한 틀에 비추어 볼 때, 교육과정의 흐름에 따라 자연스럽게 통합할 수 있다는 점에서 의미를 갖는다.

한편, MBL(Microcomputer-Based Laboratory), CBL (Calculator-Based Laboratory), CBR(Calculator-Based Ranger) 등 자료 수집 장치는 자료를 실시간 그래프로 나타내줄 수 있기 때문에, 이를 활용하면 물리와 수학의 연결성이 향상될 수 있다(Bassok & Holyak, 1989; Lapp, 2000). 따라서, 본 연구에서는 학생들의 물리와 수학 연결성의 향상을 위해 그래픽 계산기와 CBR을 활용하였다. 또한, 학생들이 그래픽 계산기를 사용하는 패턴과 양식은 수치적 계산, 자료의 변환과 결과 해석, 자료 수집과 분석, 그래프의 적절한 모양을 찾고 방정식 풀기, 추측이나 예상이 적합한지 확인하기의 다섯 가지 범주로 분류할 수 있는데(Helen & Roxana, 2000), 본 연구에서는 학생들이 이 다섯 가지 범주를 모두 경험할 수 있도록 수업을 설계하였다.

1. 수업목표의 제시

앞에서 제시한 바와 같이, *수학과학통합수업*의 목표는 수학 개념과 과학 개념의 통합에 있으며, 그 최종목표는 통합된 개념을 통해 현상을 이해하는 능력과 안목을 넓히는 데 있다. 또한, 이러한 통합 과정을 통해서 수학 개념과 과학 개념에 대한 이해가 심화되고, 특히 수학 개념은 과학적 맥락을 토대로 출발하여 점진적인 수학화가 이루어질 것이 요구된다. 이와 같은 목표가 실현되기 위해서는 수업설계모형의 단계에 따른 수업이 설계되어야 할 것이다. *수학과학통합교육*의 목표와 수업주제를 반영한 사례연구의 수업목표는 다음과 같다.

수학 개념의 발전과 관련하여
- 물체의 운동에 대한 관찰로부터 순간속도, 순간변화율, 도함수의 개념으로 점진적 수학화를 이룬다.

물리 개념의 발전과 관련하여
- 수업을 통해 속도, 가속도와 관련된 물리 개념의 이해를 심화할 수 있다.

수학과 물리 개념의 통합 및 현상 이해와 관련하여
- (물리 → 수학) 속도, 가속도와 관련된 물리 개념을 수학적 표현으로 나타내고 해석할 수 있다.
- (수학 → 물리) 미분 개념을 사용하여 물체의 운동을 이해하고 설명할 수 있다.

2. 수업자료의 개발

위에서 수립한 네 가지 수업 목표를 구현하기 위해, 수업설계모형에서의 단계를 반영하여 다음 <표 Ⅲ-1>과 같이 수업자료를 개발하였다.

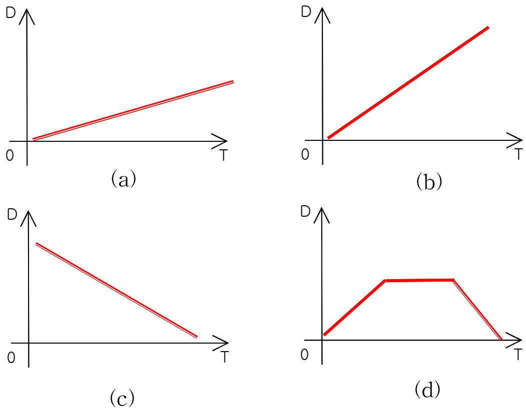
<표 III-1> 본 사례연구의 교수학습단계 설계

단계	학습주제
Ⅰ단계	**과학 개념 제시와 탐구**
	시간에 따른 위치, 속도의 관계에 대한 탐구 • 실험 1 : 등속 운동 • 실험 2 : 등가속 운동
Ⅱ단계	**과학적 맥락에서 수학 개념 인식**
	등속운동과 등가속운동의 그래프에 대한 탐구 • 탐구활동 1 : [시간-위치] 그래프의 기울기 • 탐구활동 2 : [시간-속도] 그래프의 기울기 • 탐구활동 3 : 평균속도와 순간속도
Ⅲ단계	**수학 개념의 발전**
	물체의 운동을 통한 순간변화율의 발견과정 탐구 • 탐구활동 1 : Newton의 연구 • 탐구활동 2 : 그래픽 계산기 활동
Ⅳ단계	**수학 개념의 형식화**
	순간변화율과 도함수에 대한 형식화 • 순간변화율(미분계수) • 도함수
Ⅴ단계	**통합된 개념을 기반으로 현상 이해**
	미분을 통한 물체의 운동 탐구 • Ball Bounce 실험 • 중력가속도, 다항함수의 미분

가. Ⅰ단계: 과학 개념 제시와 탐구

Ⅰ단계는 과학 개념을 제시하고 탐구하는 단계이다. 이 단계에서는 물리 교육과정에서 제시된 학습목표와 교과 내용을 토대로 물체의 등속 운동과 등가속 운동에서의 속력, 속도, 가속도에 대한 개념 정의를 확인하기 위하여 그래픽 계산기와 동작감지기를 사용하였다. 실제 움직임을 통해 나타나는 개념들을 그래프와 같이 수학적으로 모델링된 대상으로 확인하고 탐구하도록 하였다.

Ⅰ단계는 시간에 따른 위치, 시간에 따른 속도 각각에 대한 4가지 그래프를 나타내어보는 두 가지 실험으로 설계하였다. 우선, 실험 1에서는 [시간-위치] 그래프를 나타내고 그래프를 해석해보도록 하였다. 예를 들어 <그림 Ⅲ-1>의 (a)는 동작감지기로부터 점점 멀어지는 방향으로 일정한 속도로 걸어야 하고, (b)는 조금 더 빠른 일정한 속도로 걸어갈 때 나타낼 수 있다. 이를 통해 학생들은 기울기가 속도와 관련됨을 이해하게 될 것이다



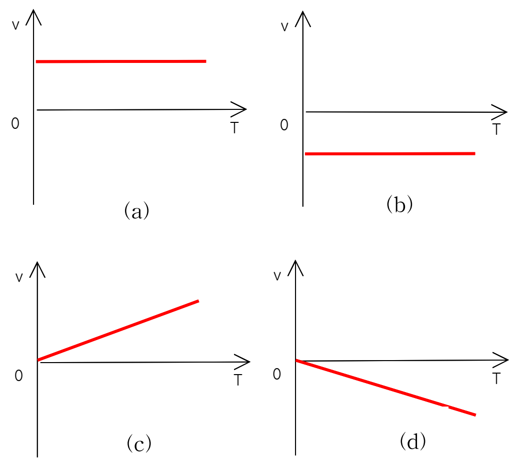
<그림 III-1> Ⅰ단계: [시간-위치] 그래프 탐구

이때, [시간-거리]가 아닌 [시간-위치]로 표현한 이유는, 본 사례연구가 물체의 정방향의 움직임뿐만 아니라 역방향의 움직임에 대한 위치도 수집할 수 있는 동작감지기를 사용한 실험을 토대로 하고 있기 때문이다.

본 사례연구의 설계를 위해 2002년 교육인적자원부의 검증을 받은 물리 Ⅰ 교과서 중 9종의 교과서를 분석한 결과, 물체의 움직임에 대한 서술에서 [시간-거리](1종), [시간-이동거리](4종), [시간-위치](4종)의 용어가 혼용되고 있었다. 이는 물리 교과서에서 제시하고 있는 실험이 평지와 경사면에서의 용수철 수레 실험과 같이 정방향의 움직임과 관련되어 있기 때문인 것으로 보인다. 이러한 경우, 정방향이라는 전제하에 속도와 속력을 구별하지 않고 제시한 교과서도 있었다.

그러나, 학생들이 수학 교과의 미분과 적분 단원에서는 시간에 대한 위치 함수와 [시간-위치] 그래프를 토대로 정방향과 역방향 모두의 물체의 움직임을 설명하고 있으며, 속도와 속력 개념 역시 명확하게 구분하여 제시하고 있다. 이와 같이 동일한 개념에 대해 두 교과의 서술 방식에 차이가 있는 경우 나타날 수 있는 학생들의 혼란을 막기 위해, 본 연구에서는 동작감지기를 사용하여 물체의 움직임과 관련된 자료를 수집하고 분석하도록 하였다.

실험 2는 <그림 Ⅲ-2>에 제시된 [시간-속도] 그래프를 나타내고, 이때의 [시간-위치] 그래프와 [시간-가속도]의 그래프를 예상하여 그려본 뒤, 실제 그래프를 비교하고 점검하는 활동이다. 이때, [시간-위치], [시간-속도], [시간-가속도]의 세 모드(mode) 중 한 모드의 자료만 수집하더라도 그래픽 계산기에 의해 다른 모드의 그래프로의 변환이 가능하다. 학생들이 속도와 관련된 다양한 상황을 탐구할 수 있도록, 방향이 다른 등속 운동의 예로 (a)와 (b)를, 방향이 다른 등가속 운동의 예로 (c)와 (d)를 제시하였다.



<그림 Ⅲ-2> Ⅰ단계: [시간-속도] 그래프 탐구

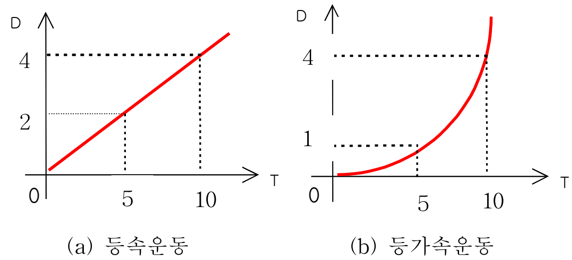
나. Ⅱ단계: 과학적 맥락에서 수학 개념 인식

Ⅱ단계는 과학적 맥락에서 수학 개념을 인식하는 단계이다. 이 단계에서는 Ⅰ단계에서 수집한 자료를 토대로 등속 운동과 등가속 운동에 대한 [시간-위치], [시간-속도], [시간-가속도] 그래프 간의 관계를 수학적으로 탐구하도록 하고, 그 과정을 통해 순간변화율에 대한 개념을 인식하도록 설계하였다. Ⅱ단계는 등속 운동과 등가속 운동에 대한 3개의 탐구활동을 제시하였다.

탐구활동 1은 등속운동에서 [시간-위치] 그래프에서의 일정한 기울기 값이 속도임을 확인하는 활동이다. 탐구활동은 <그림 Ⅲ-2 (a)>의 [시간-속도] 그래프에서 좌표를 읽어 대략적인 함수식을 구한 뒤, 변환한 [시간-위치] 그래프에서의 1초와 3초에서의 두 점을 지나는 직선의 기울기와 비교해보도록 하였다. 탐구활동 2는 등가속 운동에서 [시간-속도] 그래프에서의 일정한 기울기 값이 가속도임을 확인하는 활동으로 탐구활동 1과 동일한 형식으로 구성하였다.

탐구활동 3은 [시간-위치] 그래프를 통해 평균속도와 순간속도를 구해보는 활동이다. 이는 물체의 운동의 맥락에서의 그래프의 탐구 과정을 통해 수학 개념을 인식하여 Ⅲ단계와 연계가 이루어지도록 하는 활동이다. 미분을 배우기 전 단계인 학생들은, 등속 운동에서의 [시간-위치] 그래프에서 평균속도와 순간속도를 구할 수 있다. 그러나, 등가속 운동의 [시간-위치] 그래프에서는 평균속도는 구할 수 있지만, 접선의 기울기를 구하는 방법을 알지 못하므로 순간속도는 구하지 못하게 된다.

즉, <그림 Ⅲ-3>의 (a)와 같이 등속운동에서의 [시간-위치] 그래프에서 5초부터 10초까지의 평균속도를 구해본 뒤, 5초인 순간의 속도는 얼마인지 생각해보도록 하면, 등속운동의 그래프는 직선이므로, 평균속도와 5초인 순간의 속도가 동일한 값인 $\frac{2}{5}$가 된다. 그러나, <그림 Ⅲ-3>의 (b)와 같은 등가속 운동에서의 [시간-위치] 그래프에서 5초부터 10초까지의 평균속도와 순간속도를 구하도록 하면 평균속도는 $\frac{3}{5}$임을 구할 수 있지만, 5초인 순간의 속도는 구하지 못한다.



<그림 Ⅲ-3> Ⅱ단계: [시간-위치] 그래프에서의 순간속도

[시간-위치]의 그래프에서 한 점이 다른 한 점으로 한없이 접근하면 두 점을 연결한 직선은 그 점에서의 접선이 되고, 따라서 어떤 시각에서의 순간속도는 접선의 기울기임을 직관적으로 이해시킨 뒤, 곡선의 그래프에서의 접선의 기울기를 구하는 방법에 대해 연구할 필요성

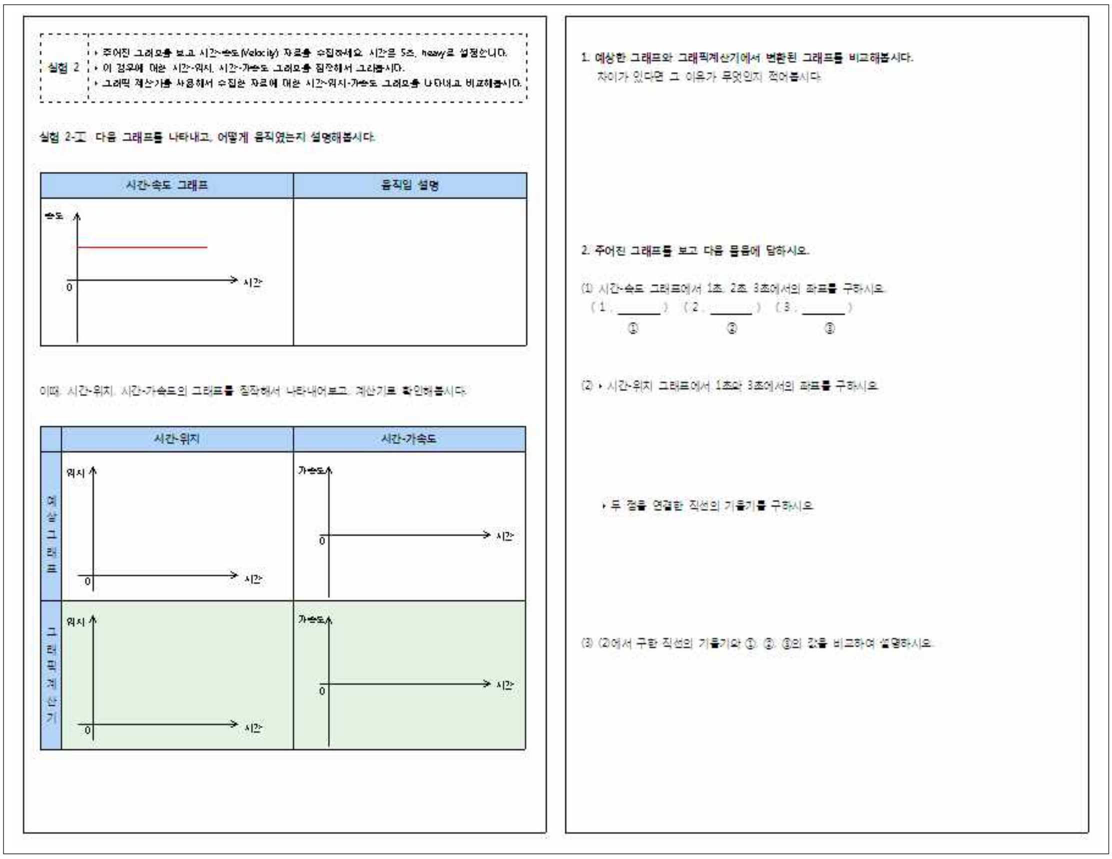
을 인식하도록 한다. Ⅱ단계의 탐구활동에 대한 학생용 활동지는 <그림 Ⅲ-4>와 같다.

다. Ⅲ단계: 수학 개념의 발전

Ⅲ단계는 수학 개념과 과학 개념을 발전시키는 단계이다. 이 단계는 Newton이 물체의 운동에 대한 연구과정에서 도함수를 계산하게 되는 과정을 간략하게 소개하고, 토론을 통해 순간변화율 및 도함수의 개념을 직관적으로 이해하는 것을 목표로 한다.

Newton의 유율이론(theory of fluxions)은 17세기 과학자들이 역사상 최초로 자연 세계를 무한히 정밀하게 묘사할 수 있는 수학적 언어를 갖게 되었다는 데에 의의가 있다. Newton은 스승인 Barrow가 자신의 저서 『기하학 강의』에 수록한 다음의 <그림 Ⅲ-5>를 보고 유율법의 아이디어를 발견하게 되었다고 한다. 이는 Ⅱ단계에서 제시된 등가속 운동의 [시간-위치] 그래프에서 순간속도를 구하는 방법에 대한 해답을 제시해준다.

<그림 Ⅲ-5>의 곡선 위의 점 P에서의 접선의 기울기를 구하기 위해 밑변의 길이가 e, 높이가 a인 삼각형 PQR을 무한히 작게 하면 미소삼각형(differential triangle)이 된다. 이때, Q는 곡선 위의 근접점이 되고, 삼각형 PQR은 삼각형RTM과 근사적으로 합동이므로, $\frac{PR}{QR}=\frac{MP}{TM}=\frac{a}{e}$가 된다. 이때, P를 $P(x,\ y)$라 두면 $Q(x-e, y-a)$가 되며 $f(x,y)=0$ 위에 놓이게 되므로 $\frac{a}{e}$가 접선의 기울기가 된다. 이 원리를 적용하여 $y=x^2$의 도함수를 구하기 위하여 x대신 $x-e$, y대신 $y-a$를 대입하고 정리하면 $y-a=x^2-2ex+e^2$가 된다. 이때, $y=x^2$이고, e^2은 아주 작은 값이므로 무시하면 $-a=-2ex$가 되어, 접선의 기울기 $\frac{a}{e}$는 $2x$가 됨을 알 수 있다.


실험 2
▸ 주어진 그래프를 보고 시간-속도(Velocity) 자료를 수집하세요. 시간은 5초, heavy로 설정합니다.
▸ 이 경우에 대한 시간-위치, 시간-가속도 그래프를 짐작해서 그려봅시다.
▸ 그래픽 계산기를 사용해서 수집한 자료에 대한 시간-위치-가속도 그래프를 나타내고 비교해봅시다.

실험 2-① 다음 그래프를 나타내고, 어떻게 움직였는지 설명해봅시다.

시간-속도 그래프	움직임 설명
속도, 0, 시간	

이때, 시간-위치, 시간-가속도의 그래프를 짐작해서 나타내어보고, 계산기로 확인해봅시다.

	시간-위치	시간-가속도
예상그래프	위치, 0, 시간	가속도, 0, 시간
그래픽계산기	위치, 0, 시간	가속도, 0, 시간

1. 예상한 그래프와 그래픽계산기에서 변환된 그래프를 비교해봅시다.
차이가 있다면 그 이유가 무엇인지 적어봅시다.

2. 주어진 그래프를 보고 다음 물음에 답하시오.

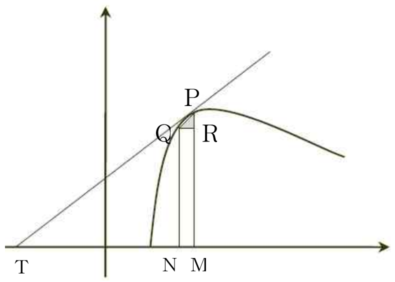
(1) 시간-속도 그래프에서 1초, 2초, 3초에서의 좌표를 구하시오.
(1, ____) (2, ____) (3, ____)
① ② ③

(2) ▸ 시간-위치 그래프에서 1초와 3초에서의 좌표를 구하시오.

▸ 두 점을 연결한 직선의 기울기를 구하시오.

(3) (2)에서 구한 직선의 기울기와 ①, ②, ③의 값을 비교하여 설명하시오.

<그림 Ⅲ-4> Ⅱ단계: 탐구활동 1의 활동지



<그림 III-5> Barrow's Diagram(Sparks, 2004).

Ⅲ단계에서는 Newton의 연구 과정과 이를 통한 도함수 계산을 제시하는 탐구활동 1과 도함수에 대한 직관적 이해를 토대로 $y=x^2$ 의 접선과 그래프를 나타내는 탐구활동 2를 제시하였다. 두 가지 탐구활동은 순간변화율 및 도함수에 대한 직관적인 이해를 도와서, Ⅳ단계에서의 수학 개념 형식화를 이룰 수 있는 발판이 될 것으로 기대된다.

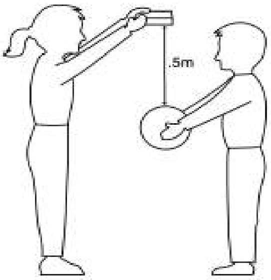
라. Ⅳ단계: 수학 개념 형식화

Ⅳ단계는 수학 개념의 형식화 및 과학 개념의 이해를 심화하는 단계이다. Barrow's Diagram에서의 비율 $\frac{a}{e}$ 를 현대적인 기호 $\frac{dy}{dx}$ 로 변환하고, 함수 $y=f(x)$ 에서의 순간변화율 $f'(a)$ 와 $f'(x)$ 를 형식적으로 정의하고 학습한다.

현행 교과서에서는 평균변화율, 순간변화율, 도함수의 순서로 학습내용을 제시하고 있으며, 본 연구에서도 학생들이 평균변화율을 배우고, 미분계수의 기하학적 의미(한 점에서의 접선의 기울기)를 이해한 뒤에 도함수를 형식적으로 정의하도록 하였다. 그러나 교과서에 소개된 도입법이 아닌 과학적 맥락을 토대로 수학적 개념을 직관적으로 이해하고, 이를 발전시켜서 형식화 한다는 점에서 차별성을 갖는다. 이는 본 연구가 과학 개념 속에서 수학 개념을 배우고, 이를 적용하여 과학적 현상을 이해하는 데 중점을 두고 있기 때문이다.

마. Ⅴ단계 : 통합된 개념을 기반으로 현상 이해

Ⅴ단계는 Ⅰ단계부터 Ⅳ단계까지의 과정을 통해 학습하고 통합된 과학과 수학 개념을 통해 새로운 현상을 파악하고 이해하는 것을 목적으로 한다. 이 단계에서는 물리 개념에 대한 이해와 순간변화율 및 도함수에 대한 수학적 이해를 토대로, <그림 Ⅲ-6>에서와 같이 떨어뜨린 공의 움직임에 대한 데이터를 수집하여 분석한다.



<그림 III-6> Ball Bounce 실험
(Texas Instruments Inc., 1997)

Ⅴ단계는 5개의 탐구활동으로 구성되었다. 탐구활동 1은 실험을 하기에 앞서, 학생들이 공의 움직임을 예상하여 [시간-위치] 그래프를 나타내고 팀별로 발표하는 것이다. 이는 이전에 학습한 개념을 환기하고, 동시에 새로운 상황에 적용할 수 있는 지를 확인하기 위함이다. 탐구활동 2는 실험을 통해 수집한 결과를 파일로 저장하고 [시간-위치] 그래프로 나타낸 후, 좌표를 기록하는 활동이다. 탐구활동 3에서는 [시간-위치] 그래프를 토대로 순간변화율의 개념을 적용하여 [시간-속도] 그래프를 예상하여 나타내고 팀별로 발표한다. 그 후, 그래픽 계산기의 모드를 변환하여 [시간-속도] 그래프가 예상 그래프와 일치하는 지를 확인하고, 좌표를 기록한다. 탐구활동 4는 [시간-속도] 그래프를 토대로 순간변화율의 개념을 적용하여 [시간-가속도] 그래프를 예상하여 나타내고 팀별로 발표하는 것이다. 발표 후, 탐구활동 3과 마찬가지로 그래픽 계산기의 모드를 변환하여 [시간-가속도] 그래프를 확인하고 좌표를 기록한다. 탐구활동 5에서는 수집한 자료를 토대로 [시간-위치] 함수, [시간-속도] 함수, [시간-가속도] 함수를 회귀 분석하여 함수식 사이의 관계를 탐구한다. 이 과정에서 학생들은 다항함수의 미분 공식과 중력가속도를 확인할 수 있다.

Ⅳ. 수학과학통합수업 실행 및 분석

1. 연구대상 및 연구일정

사례연구는 2009년 1학기, 서울시 소재 남녀공학고등학교의 수학사 탐구반에 소속된 이공계열 학생 10명(여학생 2명, 남학생 8명)을 대상으로 했다. 수업은 앞에서 제시한 P6을 반영하여, 모둠수업의 형태로 진행하였다. 5명씩 두 모둠으로 나누었는데 이 때, 모둠 편성은 선행 과학지식에 대한 사전평가를 실시하여, 모둠 간의 지식 편차가 최소화되도록 하였다. 학생들은 물체의 운동 단원은 이미 배웠지만, 미분 단원은 아직 배우지 않은 상태였고, 이들 가운데 미분에 대한 선행학습을 한 학생은 단 한 명뿐이었다. 수업 중에는 자료의 수집과 분석을 위해 그래픽 계산기 Voyage200과 동작감지기 CBR을 사용하였다.

<그림 Ⅳ-1> 사례연구 수업장면

연구는 2009년 3월부터 4월까지 문헌연구와 자료 수집 및 제작, 5월부터 7월까지 총 8차시의 수업 실행, 8월부터 10월까지 수업 분석의 순서로 진행되었다. 수업은 클럽활동이 있는 토요일에 2차시씩 4회에 걸쳐 이루어졌으며, 한 차시는 약 45분에서 50분 정도 소요되었다. 매 수업에는 연구자 2인과 연구조교 2인이 참여했으며, 연구자들이 직접 수업을 진행하였다. 특히 모둠별 탐구활동 시간에는 연구자 2인이 각 모둠을 담당하여 학생들의 활동을 안내하고, 질문에 답해 주며 그래픽 계산기를 통해 결과를 도출하는 과정에서 방향을 제시하였다. 그러나 학생들 간의 토론에는 최대한 개입하지 않았다. 연구조교들은 수학교육과 석사과정에 있는 학생들로서 각각 한 모둠을 담당하여 학생들의 활동을 촬영하였다. 그리고, 학생들이 탐구활동에서 어려움을 보일 때에는 직접 방향과 속도를 고려한 움직임을 보여줌으로서 수업의 진행을 도왔다.

사례연구를 위한 자료 수집은 다음과 같이 이루어졌다. 1~2차시 수업은 사진 촬영을 하였고 3~8차시 수업은 교사와 학생 전체 수업 장면의 녹화를 위해 교실 뒤에 한 대의 캠코더를 고정하여 설치하고, 모둠별 활동내용은 연구조교 두 명에 의해 비디오와 오디오로 녹화하였다. 문서 자료로는 1차시에 실시한 선행 과학지식에 대한 학생들의 사전평가 결과지, 각 차시마다 교사가 수업의 방향에 맞추어 미리 제작한 활동지 순서를 따라 학생들이 직접 도출한 결과를 정리해 놓은 학습지와 포트폴리오, 교실수업 녹화 테이프의 전사기록, 그래픽 계산기에 저장된 학생들이 수집한 자료와 그래프 파일, 매 차시 수업에 대한 연구자들의 연구 일지, 학생들이 마지막 차시에 기록한 *수학과학통합수업*에 대한 소감문 등을 수집하여 분석의 기초자료로 활용하였다.

사례연구를 위한 수업의 일정과 수업 주제는 다음의 <표 Ⅳ-1>과 같다.

<표 Ⅳ-1> 사례연구의 수업일정

수업일정			수업주제
단계	차시	날짜	
준비 단계	1	5월 16일	사전 평가
	2	5월 16일	그래픽 계산기의 사용법
Ⅰ단계 Ⅱ단계	3	5월 30일	움직임을 통한 등속 운동과 등가속도 운동에 대한 자료 수집, 분석 및 그래프 그리기
	4	5월 30일	
Ⅲ단계 Ⅳ단계	5	6월 20일	Newton과 미분법
	6	6월 20일	미분법의 기초개념
Ⅴ단계	7	7월 16일	공의 움직임에 대한 자료 수집 및 분석
	8	7월 16일	

2. 학생들의 수학화 및 통합과정 분석

본 연구의 목적은 *수학과학통합수업*에 대한 수업설계 모형을 제안하고자 한 것으로, 그 모형에 따라 설계된 수업이 학생들의 점진적 수학화와 개념 통합을 이끌어내

는 지를 분석하는 것이 사례연구의 목적이다. 따라서 II장에서 제안한 수업설계모형의 단계를 구체적으로 반영하여 <표 III-1>에서 제시한 교수학습의 각 단계에서 나타난 학생들의 이해 과정 즉, 점진적 수학화 및 통합과정의 변화를 중심으로 수집된 자료를 분석하였다.

우선, 전체 수업에서 나타난 학생들의 수학 개념에 대한 수학화 단계를 분석하였고, 다음으로 학생들이 수학과 물리 개념을 통합함으로서 어떻게 현상을 이해하고 해석했는지를 분석하였다. 그리고 이와 더불어, 학생들이 *수학과학통합수업*에 대해서 어떻게 생각하는지와 수업에서 도구로 사용한 그래픽 계산기가 학생들의 학습에 어떤 효과를 주었는지에 대해서도 살펴보았다.

본 연구에서는 연구의 내적타당도와 신뢰도를 보완하기 위해 900분 분량의 비디오테이프와 전사본, 학생들의 포트폴리오, 그래픽 계산기 화면을 저장한 파일 등의 다양한 자료를 연구자 3인의 공동 논의를 통해 분석하는 삼각검증법(triangulation)을 사용하였다.

가. 점진적 수학화에 따른 수학 개념의 발전

현실을 기초로 한 수학화 경험의 기회를 제공하기 위해, 학생들이 물체의 운동에 대한 관찰로부터 변화율을 인식하고, 점진적 수학화를 통해 도함수 개념으로 발전시킬 수 있도록 하는 것이 본 사례연구의 목표였다. 따라서 *수학과학통합교육* 수업설계모형에서 세로축에 해당하는 점진적 수학화의 네 단계에 따라 학생들의 수학 개념이 어떻게 발전되어갔는지를 살펴보았다.

1) 현상의 직관적 탐구 단계

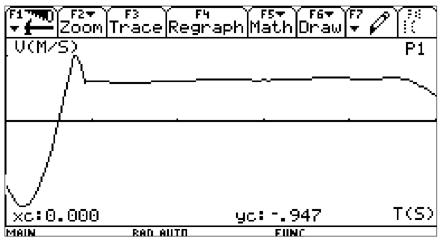
이 단계에서는 움직임을 통한 등속 운동과 등가속 운동의 탐구 과정을 통해 수학적 측면인 변화율을 인식하는 것이 목표였다. 학생들은 그래프로 주어진 현상에 대한 직관적인 탐구를 위해 동작감지기 앞에서 직접 움직여 자료를 수집하였고, 그래픽 계산기를 통하여 즉각적인 피드백을 받았다. 이는 그래픽 계산기가 가진 시각화의 효과와 실시간 그래프로의 변환이라는 장점을 이용한 결과였다.

학생들은 등속 운동의 [시간-속도] 그래프를 나타내기 위해 어떻게 움직여야 될 것인지를 논의하면서, 아래 대화와 같이 '단위 시간당 일정한 분량으로,' '일정 시간 동안 똑같은 거리를' 걸어야 한다는 것을 인식하였고, 이를 통해 변화율의 개념을 도출하였다.

2. 학생 A: 일정한 시간 동안 일정한 속도로?
3. 학생 B: 단위시간당 일정한 속도로. 일정한, 일정한 속도는 시간 분의 거리니까?
4. 학생 A: 시간당 똑같은, 일정한 거리로?
5. 학생 C: 단위시간당 일정한 분량으로
… (이하 중략) …
15. 교 사: 일정한 속도로 걸으면 어떻게 될까요? 위치는?
16. 학생 D: 음… 일정 시간 동안 똑같은 거리를 걸으니까 (그래프 용지에 기울기가 양인 직선을 나타낸다.)
17. 교 사: (그래프를 보면서) 똑같은 속도로 걸었으니까, 그러니까 거리는 일정하게 늘어날 거다…그럼 가속도가 뭐죠?
18. 학생 D: 속도의 변화율.
19. 교 사: 그렇죠? 여기서의 속도의 변화량은?
20. 학생 D: 제로.
21. 교 사: 음, 제로. 그래프는?
22. 학생 D: (가속도의 그래프를 활동지에 나타낸다.)
23. 교 사: (학생 D가 그리는 것을 보며) 그렇지…

[3차시: 2-5, 15-23]

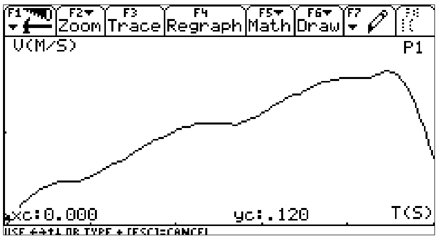
전략을 결정한 학생들은 몇 번의 시행착오를 통해 다음과 같은 그래프 자료를 수집하였다. 시행착오는 민감하게 작동하는 동작감지기로 인해 비롯된 문제였으며 학생들이 결정한 전략 자체에는 문제가 없었다. 그 결과 수집한 그래프는 <그림 Ⅳ-2>과 같다.



<그림 Ⅳ-2> 학생이 수집한 등속운동 그래프

이에 대한 논의를 확장하여 학생들은 등가속 운동에서의 [시간-속도] 그래프도 나타낼 수 있었다. 학생들은

‘일정한 시간동안 일정한 분량으로 속도를 늘여야 한다’는 것을 알았고, 그 값이 가속도임을 인식하였다. 이에 대한 이해를 토대로 나타낸 그래프는 <그림 Ⅳ-3>과 같다.



<그림 Ⅳ-3> 학생이 수집한 등가속 운동 그래프

2) 수학적 개념 추출 단계

학생들은 움직임을 통해 수집한 그래프를 보고 ‘이건 [시간-속도] 그래프이고 저건 [시간-위치] 그래프잖아? 여기 [시간-위치] 그래프에서 기울기는 속도를 의미하니까…’라고 하면서 변화율이 기울기로 나타남을 인식했다. 또한 [시간-속도] 그래프에서 두 좌표를 연결한 직선의 기울기를 구했고 이것이 가속도와 관계가 있음을 알았다.

46. 학생 B: 여기에서는 v-t 그래프고 여기는 s-t 그래프니까 여기에 나온 게 v 잖아? 그래서 이거랑 이거랑 비슷하다구.
47. 학생 D: 아～ 이거랑 이거?
48. 교 사: (학생 E에게) 들었어요?
49. 학생 E: (고개를 절레)
50. 학생 B: (학생E에게 설명) 이건 시간-속도 그래프고 이건 시간-위치 그래프잖아? 여기 시간-위치 그래프에서 기울기는 속도를 의미하니까 여기서 지금 y축이 속도니까 이 값이랑 이거랑 같지.
51. 학생 E: 아…
… (이하 중략) …
197. 교 사: 기울기를 구해 보세요.
198. 학생 A: 분모가 1.990, 분자가 0.629, 기울기는 0.316.
199. 교 사: (그래프가 그려져 있는 계산기를 가리키며) 여기서 가속도를 한 번 보세요. 지금 계산한 거는 시간-속도 그래프의 기울기를 구했죠? 그거랑 가속도 그래프랑 어떤 관련이 있을 거 같아요?
200. 학생 B: 비슷할 거 같아요.
201. 교 사: 어떤 값이?
202. 학생 B: y좌표랑 비슷하게…

[3차시: 46-51, 197-202]

그러나, 그래프간의 관계를 알아내는 것이 모든 학생들에게 쉬운 것은 아니었다. 학생 E의 경우, 사전검사 결과를 보면 $\frac{\text{위치}}{\text{시간}} = \text{속도}$ 라는 것을 알고 있었다. 그러나 위의 대화에서 알 수 있듯이 [시간-위치] 그래프에서의 기울기가 속도라는 것과, 이것이 [시간-속도] 그래프에서 어떤 요소에 대응되는 것인지는 쉽게 파악하지 못했다. 이는 이미 알고 있는 공식이라 하더라도 그래프와 연결하여 해석하는 것이 쉽지 않음을 보여준다. 하지만 모둠 수업을 통해 친구의 설명을 들으면서 학생 E는 그 관계를 알 수 있었다.

모둠 수업을 통해 학생들 간의 의사소통은 좀 더 활발하게 이루어졌다. 학생들은 다른 친구의 생각을 들으면서 자신이 예상한 것과 비교해 보았고, 서로 다른 부분에 대하여는 질문하고 답하면서 자신의 생각을 반성(reflection)하는 기회를 가졌다. 또한 자신의 생각을 수학적 언어로 표현할 수도 있었다.

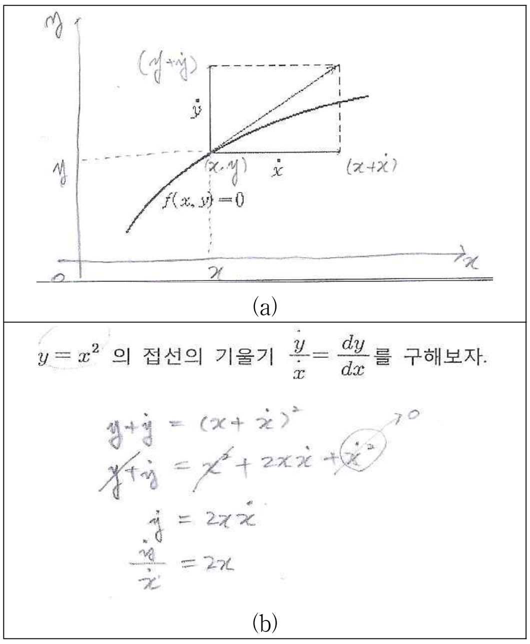
한편, 등속이나 등가속 운동에서 5초부터 10초까지의 평균속도를 구하는 문제에 대하여 학생들은 두 점을 연결한 직선의 기울기를 구함으로서 쉽게 찾아낼 수 있었다. 그러나 등가속 운동 탐구과정에서 5초일 때의 속도를 구하는 문제를 제시받은 학생들은 순간속도가 접선의 기울기라는 것까지는 인식했지만 그 값은 알 수 없었다. 다음 대화에서 아직 미분을 학습하지 않은 상태의 학생들은 지금까지 알고 있던 방법으로는 그 값을 구할 수 없음을 인정하고 있다.

301. 교 사: (시간-위치 그래프를 보고) 5초일 때의 속도는 얼마일까요?
302. 학생 A: (접선을 그리며) 접선
303. 학생 B: (역시 접선을 그린다)
304. 학생 C: (학생 B에게) 어떻게 구할 수 있냐

구? 답을 구하라는 게 아니라?
305. 교 사: 얼마인지 알 수 있을까? 지금 현재 이 상태에서? (학생 B에게) 알 수 있을까?
306. 학생 B: (웃으며) 모르겠어요.
[4차시: 301-306]

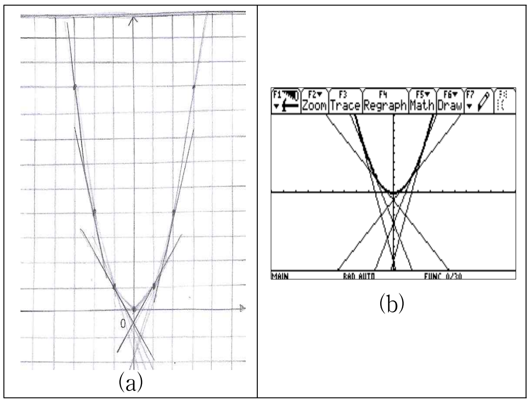
3) 형식화와 추상화의 단계

학생들은 수학적 개념을 기술하였고 보다 엄밀하고 형식적인 정의를 제시받았다. 먼저 학생들은 모든 점에서의 접선을 구하는 함수가 '도함수'라는 것과 도함수를 구하는 것이 '미분'이라는 수학적 개념을 학습하였다. 이후 직관적인 이해를 위해서 이차함수의 가장 기본적인 형태인 $y=x^2$에 대하여 Barrow의 다이어그램과 Newton의 유율법으로 직선의 기울기를 나타내는 함수를 구해보았다. 아래 <그림 IV-4>는 학생들의 활동 결과이다.



<그림 IV-4> Newton의 유율법에 따라 기울기 구하기

다음 단계로, 학생들은 <그림 IV-5>의 (a)에 나타난 것처럼 $y=x^2$에 대하여 x의 좌표가 각각 -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3일 때의 접선을 그려보았다. 이 활동을 통해 학생들은 $y=x^2$의 곡선 그래프를 직접 그리지 않아도 접선들을 통해 그래프의 개형을 짐작할 수 있음을 알게 되었다. 그 후, 학생들은 그래픽 계산기에 접선의 식을 입력하여 그려진 그래프와 직접 이차함수 $y=x^2$의 식을 입력하여 나타난 그래프를 같은 화면에 그려봄으로써 이를 확인하였다(<그림 IV-5 (b)>). 직관적인 이해의 단계를 거친 학생들은 임의의 점 $x=a$에서의 순간변화율을 구하였고 이를 일반화하여 도함수도 구해보았다.



<그림 IV-5> 학생들이 나타낸 그래프의 개형(a)과 그래픽 계산기에 나타난 그래프(b)

4) 개념의 강화 및 일반화의 단계

이 단계는 시간, 속도, 위치, 가속도 등 물리에서 배운 개념과 수업을 통해 새롭게 알게 된 수학에서의 순간변화율과 미분의 개념을, 새로운 문제 상황인 ball-bounce에 응용함으로서, 새로운 현상을 파악하고 일반화시키는 단계이다. 학생들은 여러 실험을 통해 새롭게 알게 된 개념을 연습함으로서 개념을 강화했다. 또한 실험을 하기 전에 먼저 예상을 해 보고 모둠에서뿐만 아니라 전체적으로도 발표하는 기회를 가졌다. 이는 모둠 토론만으로는 오개념이 고착될 수도 있기에 Hale(1996)이 제안한 것처럼 전체적인 토론도 함께 진행하려는 의도에서였다. 그리고 직접 수집한 자료를 토대로 함수를 회귀 분석하여 [시간-위치], [시간-속도], [시간-가속도]의 함수식 사이의 관계를 알아보았다. Lapp(2000)은 CBR과 학생들의 의사소통을 연결함으로서 학생들의 수학적, 과학적 개념

발달에 도움을 줄 수 있다고 하였는데, 이와 관련된 내용은 다음 절에서 상세하게 기술할 것이다.

나. 통합적인 개념 이해를 통한 현상의 해석

다음은 학생들의 5차시 수업에서의 문제해결과정을 조사하여 학생들이 통합적인 개념 이해를 가지고 현상을 해석할 수 있는 능력을 갖게 되었는지를 분석한 것이다. 학생들에게 제시된 문제 상황은 수직으로 떨어뜨린 공의 움직임을 관찰하고 해석하는 것이다. 이는 수평 방향의 움직임에 대해 학습한 이전 수업과 외형적으로는 차이가 있지만, 현상의 이해를 위해 사용되는 개념은 동일한 과제이다. 따라서 5차시 수업의 목표는 학생들이 과학과 수학 지식을 통합하여 공의 움직임이 중력에 의한 등가속도 운동임을 발견하고 중력가속도를 찾아내는 것이다.

1) 공의 움직임을 수학적 표현으로 나타내기

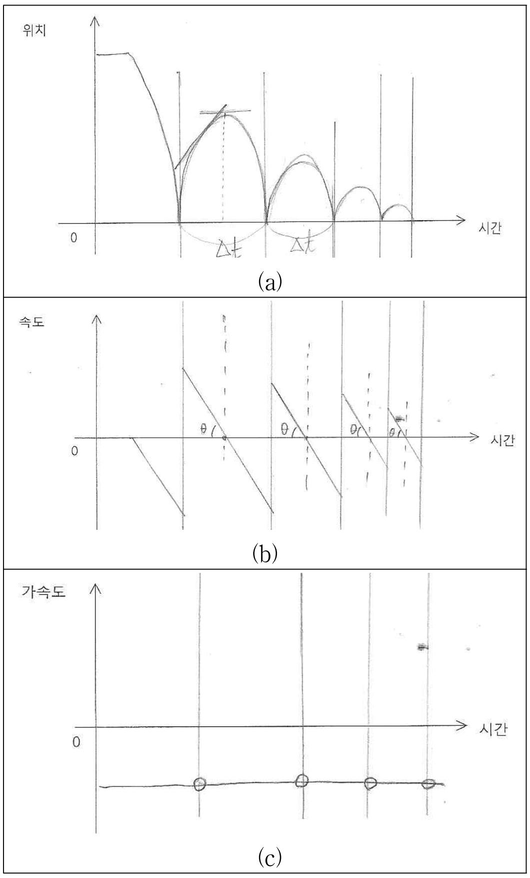
다음의 <그림 Ⅳ-6>은 학생 A의 활동 결과로서, 5차시 수업에서 진행된 학생들의 활동 순서를 보여준다. 학생들은 수직으로 떨어뜨린 공의 실제 움직임의 [시간-위치] 그래프를 그림 (a)와 같이 나타냈다. bounce가 반복되는 시간을 한 구간으로 보아 전체 시간을 구간별로 나누었고, 접선의 기울기의 변화를 조사하여 [시간-속도] 그래프를 나타냈다. 학생들은 실험을 통해 수집한 그래프와 자신들이 예상했던 그래프를 비교해 보았다.

공의 움직임을 예상하는 과정에서, 학생들은 공이 땅에 떨어졌다가 다시 튀어 오르는 부분을 [시간-속도] 그래프에서 어떻게 나타낼 것인지에 대하여 서로 의논하였다. 다음은 그 대화의 일부이다.

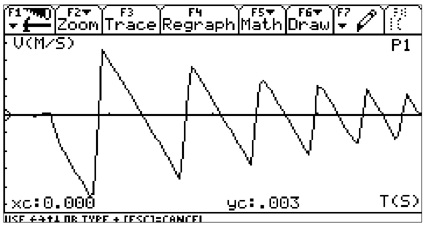
59. 학생 A: 어떻게 나올 거 같아?
60. 학생 B: (학생 A의 그래프를 보면서) 나도 그렇게 생각했어. 왜냐하면 이게 영점, 0위에 있을 때, 그 방향 전환점이잖아.
61. 학생 C: 이게 이렇게 된다고~?
62. 학생 A: 속도잖아. 방향!

[7차시: 59-62]

학생들은 물리 교과에서 학습한 방향성을 갖는 벡터로서의 속도 개념과 수학 교과에서 학습한 접선의 기울기의 부호를 관련지어 [시간-속도] 그래프를 작성하였다. 그러나 [시간-위치] 그래프에서 [시간-속도] 모드로 변환된 그래프는 학생들의 예상 그래프와 다르게 나타났다. 즉, 그래픽 계산기에는 <그림 Ⅳ-7>과 같이 모든 점에서 연속인 그래프가 제시되었다. 이러한 차이에 대해 Helen과 Roxana(2000)는 그래픽 계산기가 표현의 한계를 가지고는 있지만, 학생들은 그것을 이해할 수 있고, 그래픽 계산기를 자신들의 수학적 탐구를 확인하는 도구로 사용할 수 있다고 하였다. 본 수업에 참여한 학생들도 직접 그려본 예상 그래프와 그래픽 계산기에서 제시된 그래프 사이에 불연속과 연속의 차이가 있기는 하지만, 이는 단지 그래픽 계산기의 표현의 한계에 의한 것임을 인식하고, 예상 그래프가 바르게 제시되었음을 확인하였다.



<그림 Ⅳ-6> 학생A가 나타낸 그래프



<그림 Ⅳ-7> 공의 움직임의 [시간-속도] 그래프

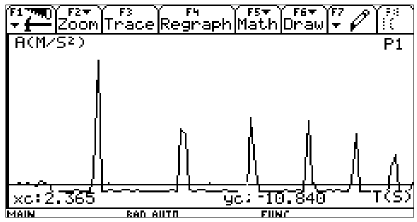
한편, 학생 A가 그린 그래프 (b)를 보면, 속도 그래프와 x축 사이에 모두 일정한 각 θ를 표시했는데, 이에 대한 교사의 질문에 학생은 다음과 같이 대답하였다.

143. 교 사: 저기에 θ를 다 표시한 이유가 뭐에요?
144. 학생 A: 기울기가 같아서요.
145. 교 사: 기울기가 왜 같다고 생각했죠?
146. 학생 A: 같아요. 가속도가 일정해요.
147. 교 사: (다른 학생들을 향해) 왜 기울기가 다 일정하다고 생각을 할 수 있을까? 시간에 따른 속도의 변화율이 뭐죠?
148. 학생 B: 가속도.
149. 교 사: 음, 가속도. 그럼 왜 가속도가 다 일정하다고 생각하나요?
150. 학생 C: 계속 일정한 값을 가지니까, 중력 가속도가 일정하니까…

[7차시: 143-150]

여기에서 몇몇 학생들이 공의 움직임이 중력에 의한 등가속도 운동임을 인식한 것으로 보여진다.

다음 단계로 학생들은 [시간-속도] 그래프와 순간변화율의 개념을 사용하여 [시간-가속도] 그래프를 예상해 보았다. 이 과정에서 학생들은 [시간-속도] 그래프의 기울기가 음의 방향임에 주목하였고, 따라서 [시간-가속도] 그래프를 <그림 Ⅳ-6>의(c)와 같이 $y=b(b<0)$의 개형으로 그렸다. 학생들은 x축에 평행한 직선을 그리되, 공이 튀어 오르는 부분에 대하여 불연속점을 나타냈다. 학생들이 예상했던 [시간-가속도]의 실제 그래프는 다음 <그림 Ⅳ-8>과 같이 나타났다.



<그림 Ⅳ-8> 공의 움직임의 [시간-가속도] 그래프

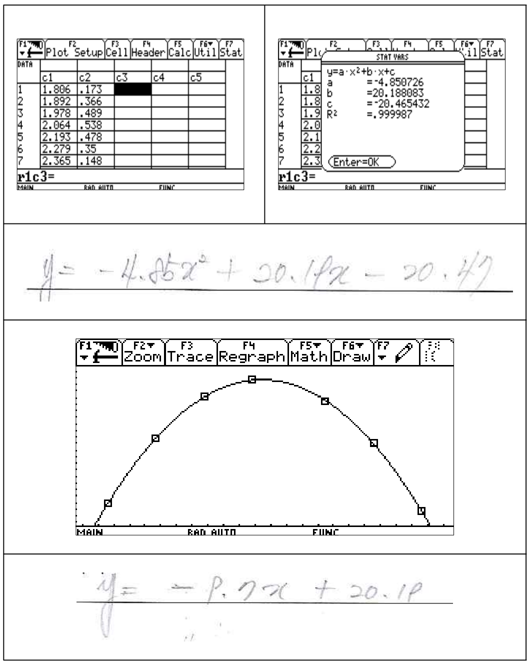
앞에서 언급한 바와 같이, 학생들은 그래픽 계산기의 표현의 한계를 인식하고 있었기 때문에, 자신들의 예상 그래프에서 불연속점으로 나타냈던 부분이 그래픽 계산기에서 왜 뾰족하게 연결되어 나타났는지를 이해하는 듯했다. 그러나, 왜 이 부분에서 불연속이 되는지에 대해서는 의문을 제기했다. 이것은 연구자가 의도한 것은 아니었지만 다음과 같이 미분 불가능을 소개하는 계기가 되었다.

196. 교 사: 그럼 넘겨서 이제 자료를 수집해 볼 거예요. 실제로 한번 해볼께요, enter눌러봐요
197. 학생 A: (자신의 그래프에 비어있는 점을 그리면서) 그러면 여기는 비는 거예요?
198. 교 사: 그렇지, 거기는 비는 거지. 실제로는 연속적이지만 미분이 정의되지 않기 때문에, 실제로는 연결된 순간이지만 미분에서는 정의가 안돼요.

[8차시: 196-198]

지금까지의 학생들의 활동과 대화를 살펴보면, 학생들이 현상의 이해를 위해 속도, 가속도와 같은 과학 개념을 변화율, 접선, 기울기와 같은 수학 개념으로 이해하여 사용하고 있는 것으로 보인다.

위의 과정을 통해 그래프의 개형을 확인한 학생들은, 각 그래프에서 좌표를 수집하여 회귀 분석을 수행하였다. 우선, 학생들은 [시간-위치] 그래프에서 수집한 자료를 토대로 <그림 Ⅳ-9>와 같이 이차함수식을 찾아낸 뒤, 그 식을 미분해 보았다.



<그림 Ⅳ-9> 공의 움직임의 [시간-위치] 그래프 분석

마찬가지로, [시간-속도] 그래프에서도 수집한 자료를 입력하고 분석하여 다음과 같은 일차함수식을 찾아냈다.

$$y = -9.69x + 20.17$$

이를 미분하니 다음과 같은 상수함수가 나왔다.

$$y = -9.69$$

이를 통하여 학생들은 공의 움직임으로부터 다항함수의 미분공식을 확인할 수 있었다.

202. 교 사 : 가속도는 우리가 아까 유추했던 것처럼 뭐가 나올까요?
203. 학생 B: 상수함수.
204. 교 사: 네. 상수함수인데 그 값은 -9.8 정도로 예상을 했죠…
205. 학생들: 음~
206. 교 사: 그럼 아까 미분을 배웠지만 미분하면 x^n에서 지수가 계수로 내려오고 차수가 하나 줄어들죠? 그럼 미분할 때 마다 차수가 어떻게 되나요?
207. 학생 A: 줄어들어요.
208. 교 사: 맞아요. 그럼 이 식은 지금 0차식이죠? 미분하기 직전 식은 몇 차식일까?
209. 학생들: 1차
210. 교 사: 1차, 그걸 미분하기 전의 식은?
211. 학생들: 2차

[8차시: 202-211]

이 과정을 통해 학생들은 [시간-위치]를 나타내는 이차함수, [시간-속도]를 나타내는 일차함수, [시간-가속도]를 나타내는 상수함수를 비교하면서, 다항함수의 미분공식을 확인해 보았다. 이상의 탐구를 통해 학생들은 속도, 가속도와 같은 물리적 현상이 수학적으로 어떻게 표현될 수 있는지를 확인하고 그들 사이의 관계를 수학적으로 해석할 수 있게 된 것으로 보인다.

2) 미분개념을 사용하여 물체의 운동 이해하기

공의 움직임에 대한 [시간-위치] 그래프를 예상하는 과정에서, 한 학생은 그 그래프가 뾰족한 삼각형 모양들로 이루어질 것이라고 추측했다.

13. 교 사: 혹시 [시간-위치] 그래프가 (칠판에 직선을 그리며) 이렇게 될 거라고 생각한 사람 있나요?
14. 학생 C: 저, 그렇게 생각했는데요?
15. 교 사: 아, 그래요? 왜 이렇게 될 거라고 생각했어요?
16. 학생 C: 가속도 붙어서 점점 빨라지고, 그리니까 내려올 때도 점점 더 빨라지니까…곡선인가?
17. 교 사: 내려올 때 점점 빨라지나요?
18. 학생 C: 그러니까 곡선은 아닐 거 같아요.
19. 교 사: 곡선이 아닐 거 같다고?
20. 학생 C: 예, 곡선은 속도가 점점 달라지는… 아, 그럼 곡선이 맞네?

[7차시: 13-20]

여기에서 학생 C는 [시간-위치] 그래프와 [시간-속도] 그래프를 구분하지 못하다가, 속도가 달라진다는 것

은 [시간-위치] 그래프에서의 접선의 기울기가 변화하는 것임을 떠올린 것으로 보인다. 즉, 물체의 움직임을 이해하기 위해 미분 개념을 활용한 것이다.

학생들이 변환한 [시간-가속도] 그래프에서 교사는 상수함수 부분의 좌표를 읽도록 하였는데, 그 결과, y값이 중력가속도와 유사한 -10.840, -9.348, -10.029 등의 값으로 나타남을 확인할 수 있었다. 이때, 한 학생은 다음과 같이 말하였다.

> 251. 학생 B: 중력이 되는 거는 너무 신기한 거 같아요. 중력이 진짜 있구나…
>
> [8차시: 251]

즉, 이론적으로 알고 있던 중력이 완전한 값은 아니지만 실제 실험을 통하여 구할 수 있음을 발견하면서, 실세계와 학문이 연결되어 있음을 깨닫게 된 것이다.

한편, 학생들은 <그림 IV-6>의 (b)인 [시간-속도] 그래프에서 속도 그래프의 길이가 시간이 지남에 따라 점점 짧아지는 것에 대하여, 즉 속도가 점점 줄어드는 이유를 궁금해 했다. 그리고 교사와의 대화를 통해서 중력의 작용에 대하여 다음과 같이 이해하게 되었다.

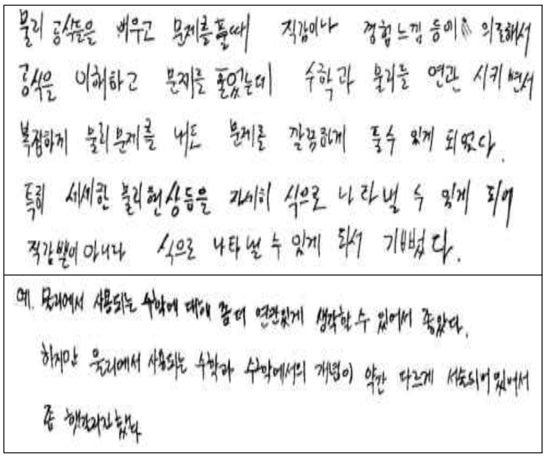
> 183. 학생 C: (시간-속도 그래프를 보면서) 그런데 이 그래프들 은 잘 모르겠어요.
> 184. 교 사: 얘들은 속도가? 속도가 점점 작아지고 있죠? 그러니까 어느 순간 멈추지.
> 185. 학생 C: 튀기는 순간에 높잖아요? 탁 올라가니까
> 186. 교 사: 탁 올라가는 순간이면, 올라가는 순간이(그래프를 가리키며) 자, 이 때인가보다, 그치? 올라가는 순간에 점점 약해지니까 얘가 점점 값을 잃게 되니까
> 187. 학생 C: 수긍이 되는 듯
> 188. 학생 B: 수학적으로 보면 무한대일 거 아니에요. 계속 작아지면서…
> 189. 교 사: 그래야 하지만, 어느 순간에는…
> 190. 학생 B: 실제로는 멈추죠. 중력의 영향을 받으니까…
> 191. 교 사: 멈추겠지.
> 192. 학생 B: 멈추죠.
>
> [7차시: 183-192]

학생들은 순간변화율을 계산함으로써 직선이나 곡선에서의 접선의 기울기를 구할 수 있음을 알고, 이를 토대로 물체의 움직임을 예상하거나 해석해 보았다. 그리고 공의 움직임에 대한 [시간-위치] 그래프가 이차함수로 표현되는 것을 통하여 각 bounce가 포물선을 나타냄을 알 수 있었다. 또한 위에서 구한 이차함수식에 대해 미분을 실시하여, [시간-속도]에 대한 일차함수식을 구하고, 이 함수식의 미분 결과가 상수함수가 되는 것을 통하여 일정한 값을 가진 중력가속도가 존재함도 알게 된 것으로 보인다.

다. 수업에 대한 학생들의 반응

Michelsen(2006)은 수학이 실제 세계와는 별개이고 다른 과목과도 상호관련성을 찾을 수 없는 고립된 학문이라는 선입견 때문에 수학이나 다른 과목 모두의 통합과 발전이 저해된다고 하였다. 이런 가운데, Karla와 동료들(2000)은 오클라호마 주립 대학생을 대상으로 전통적인 대학 대수 수강생들과 대수와 과학을 통합한 강좌의 수강생의 태도를 조사해 보았다. 그 결과, '강의가 재미있었다', '강의주제가 실제적인 상황과 관계있었다', '수학과 과학에 대한 태도가 개선되었다', '수학과 과학은 삶에서 중요하다'는 설문 문항에 대하여 *수학과학통합수업*을 받은 학생들의 긍정적인 반응이 압도적으로 높았다. Anderson(1994)도 *수학과학통합수업*을 받은 학생들이 자신들의 수학적인 사고와 신념을 변호하면서, 효과적으로 의사소통하고 합리적으로 말할 수 있다고 보고했다.

본 연구에 참여한 학생들은 속도와 변화율이 서로 관련이 있다는 것을 알고는 있었지만 물리와 수학 각각에서 사용하고 있는 용어와 개념의 차이 때문에 이 둘을 연결하여 생각하는 것을 어려워했다. 그러나 서로 유사한 개념을 연결해서 배우고 나니, 결과적으로 이해도 더 잘 되고 내용도 깊이가 있었다고 반응하였다. 다음 <그림 IV-10>은 학생들에게 이번 수업이 수학과 과학의 개념을 연결하는데 어떤 면에서 도움이 되었는지를 질문한 문항에 대해 학생들이 답변한 것의 일부이다.


물리 공식들을 배우고 문제를 풀때 직감이나 경험 느낌 등에 의존해서 공식을 이해하고 문제를 풀었는데 수학과 물리를 연관 시키면서 복잡하지 물리문제를 내도 문제를 깔끔하게 풀수 있게 되었다. 특히 세세한 물리현상들을 자세히 식으로 나타낼 수 있게 되어 직감뿐이 아니라 식으로 나타낼 수 있게 되서 기뻤다.

예. 문제에서 사용되는 수학에 대해 좀 더 연관있게 생각할 수 있어서 좋았다. 하지만 물리에서 사용되는 수학과 수학에서의 개념이 약간 다르게 사용되어 있어서 좀 헷갈리긴 했다.

<그림 Ⅳ-10> 학생들의 답변

V. 결론 및 시사점

학교수학에서는 교과서를 통해 완성된 형태의 수학적 지식을 전달한다. 그러나, 완성된 형태의 수학은 수많은 수학자와 과학자들의 직관과 통찰에 의해 발견되고 다듬어진 결과물이며, 완성에 이르기까지의 역사를 갖는다. 따라서, 수학에 대한 심도 있는 이해를 위해서 학생들에게 수학이 완성되기까지의 과정을 경험할 수 있는 탐구 기회를 제공하는 것이 바람직할 것이다. 특히, 그 수학적 개념의 바탕이 과학과 관련된 경우에는 두 학문의 연계를 통해 통합적 이해가 가능하다는 점에서 더욱 의미를 갖는다.

수학과 과학의 통합은 과학 분야에서도 강조되고 있다. Carson(1999)은 과학적 지식 역시 탐구의 과정에서 적합한 수학적 방법과 수학적 추론에 의해 다듬어져온 것이므로 학생들은 과학에서의 수학의 역할에 대해 이해할 필요가 있다고 하였다. 또한, 물리학자 Feynman은 모든 물리 법칙은 순수한 수학적 명제라고 하였으며, 수학에 대한 이해 없이는 자연법칙의 아름다움을 설명하거나 이해할 수 없다고 하였다.

수학과 과학의 학문적 발달과 더불어 더욱 그 중요성이 강조되고 있는 *수학과학통합교육*은 최근 다양한 연구와 장기 프로젝트를 통해 학교 교육과정에 도입되고 있다. 그러나, 국외의 연구 사례에 비추어 우리나라에서의 통합에 대한 연구는 매우 부족한 편이다. 여기에는 여러 가지 원인이 있겠지만, 가장 근본적인 이유는 우리나라에서의 학교 수학에 대한 완성된 결과물로서의 이미지, 그리고 이러한 인식과 환경에서 실현가능한 *수학과학통합수업*의 설계와 실행에 대한 구체적인 방안이 제시되지 못했기 때문인 것으로 보인다.

이에 본 연구에서는 우선 *수학과학통합교육* 관련 문헌연구를 실시하여 *수학과학통합교육* 연구를 위한 기본원리들(P1부터 P6)을 추출하고, 이러한 이론적 배경을 토대로 *수학과학통합교육*을 위한 수업설계모형을 제안하였다. 본 연구는 현재까지의 연구를 종합한 통합수업설계모형을 모형을 제시했다는 점에서 기존의 연구와 차별화되며, 실제 학교수학에서 *수학과학통합수업*을 설계하고 실행할 수 있는 틀을 제시하였다는 점에서 그 의의를 갖는다. 그리고 이 모형과 기본원리를 토대로 사례연구를 실시하여, 수업에서 나타난 점진적 수학화와 통합 과정에 대한 분석을 통해 수업설계모형의 적합성 및 통합수업의 의의를 찾고자 하였다.

사례연구에 대한 분석 결과, 학생들은 속도, 가속도와 같은 물리 지식과 개념을 토대로 현상을 직관적으로 탐구하고, 수학적 개념을 추출하여 형식화하고 추상화하면서 개념을 강화하고 그것을 일반화시키는 수학화의 단계를 거치면서 변화율, 순간변화율, 도함수와 같은 미분 개념에 대한 이해를 발전시켜갔다. 또한 학생들은 공의 움직임과 같은 물리적 현상을 수학적 표현으로 나타내고, 미분 개념을 사용하여 자신이 이해한 물체의 운동을 모둠에서 토론하고 전체적으로 발표하면서 중력가속도가 실제로 존재함을 알게 되었다. 즉, 본 연구에서 제시한 수업설계모형에 따라 설계된 수업이 학생들의 점진적 수학화와 개념 통합에 긍정적인 영향을 주었음을 알 수 있다.

본 연구에서는 수학과 물리, 특히 이 가운데에서도 순간속도와 순간변화율에 대한 주제를 중심으로 하는 수업사례를 제시했지만, 이밖에도 통합수업에서 다룰 수 있는 수업 주제는 무궁무진할 것으로 보인다. 교육과정과 관련하여 다양한 통합 주제에 대한 교수학습자료를 개발하는 것은 학교교육과정에 *수학과학통합교육*을 도입하고자 할 때, 매우 핵심적인 부분이라고 할 수 있다. 그리고 _본 연구는 소수의 인원을 대상으로 사례연구를 실

시했다는 제한점을 가지므로, 개발한 자료를 정규 수업에 적용하여 수업의 효과를 검증하는 연구도 함께 이루어지는 것이 바람직할 것으로 보인다.

또한, *수학과학통합교육*에서 테크놀로지의 역할과 의미를 구체화할 필요가 있다. 본 연구에서 그래픽 계산기와 동작감지기는 데이터의 수집과 탐구, 분석에 있어서 중요한 도구로 사용되었는데, 이때 테크놀로지의 사용이 두 학문의 통합에 어떤 역할을 하는 지에 중점을 두어 분석한다면, 효과적인 통합을 위한 구체적인 방안을 제시할 수 있을 것이다. 이와 더불어 Frykholm과 Glasson(2005)에 의해 제안된 바와 같이, 현직 교사 및 예비교사를 대상으로 수학과 과학을 연계하기 위한 PCK(Pedagogical Content Knowledge) 개발 연수에 대한 연구도 후속연구로 이루어질 필요가 있을 것이다.

참 고 문 헌

이정모 (2005). 미래 융합과학기술의 틀과 인지과학. 과학사상, 1, pp.22-42.

조완영 (2006). 고등학교 미적분에서의 수학화 교수·학습에 관한 연구. 대한수학교육학회지 <학교수학>, 8(4), pp.417-439.

Anderson, A. (1994). Mathematics in Context: Measurement, Packaging and Caring for Our Environment. *School Science and Mathematics,* 94(3), pp.146-150.

Bakker, A. (2004). *Design research in statistics education on symbolizing and computer tools.* Freudenthal Institute, Utrecht.

Bassok, M., & Holyoak, K. (1989). Interdomain Trasnfer between Isomorphic Topics in Algebra and Physics. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition,* 15. pp.153-166.

Bastia, B., Tomlin, J., Pennington, K., & Pugh, D. (2001). Inquiry-Based Integrated Science and Mathematics Professional Development Program. *Education,* 121(3), pp.615-624.

Berlin, D. F (1991). *Integrating science and mathematics teaching and learning. A bibliography.* Columbus, OH: ERIC Clearinghouse for Science, Mathematics, and Environmental Education.

Berlin, D. F., & White, A. L. (1991). *A Network for Integrated Science and Mathematics Teaching and Learning*(NCSTL Monograph Series 2). Columbus, OH: The National Center for Science Teaching and Learning.

Berlin, D. F., & Hyonyong, Lee. (2003). *A Bibliography of Integrated science and mathematics teaching and learning literature(School science and mathemtics association topics for teachers series number 7).* Columbus, OH: ERIC Clearing house for science, mathematics, and environmental education.

Brown, W. R., & Wall, C. R. (1976). A look at the integration of science and mathematics in the elementary school-1976. *School Science and Mathematics,* 76, pp.551-562.

Carson (1999). *Shaping the Future: Physics in Mathematical Mood.* Institute of Physics Publishing Bristol and Philadelphia.

Educational Development Center (1970). *Final report of Cambridge Conference on School Mathematics, January 1962-August 1970.* Cambridge, MA:Author.(ERIC Document Reproduction Service No. ED 188904)

Freudenthal, H. (1973). *Mathematics as an educational Task.* Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Freudenthal, H. (1991). *Revisiting mathematics education.* Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Frykholm, J., & Glasson, G. (2005). Connecting Science and Mathematics Instruction: Pedagogical Context Knowledge for Teachers. *School Science and Mathematics,* 105(3).

Gravemeijer, K. (1999). How emergent models may foster the constitution of formal mathematics. *Mathematical Thinking and Learning,* 1(2). pp.155-177.

Hale, P. L.(1996). *Building Conceptions and Reparing Misconceptions in Student Understanding of*

Kinematic Graphs: Using Student Discourse in Calculator-Based Laboratories. Oregon State University, Dissertation.

Helen M. D., & Roxana Z. (2000). Creating Meaning for and with the Graphing Calculator. *Educational Studies in Mathematics,* 41. pp.143-163

Huntley, M. A. (1998). Theoretical and Empirical Investigations of Integrated Mathematics and Science Education in the Middle Grades. the Annual Meeting of the American Educational Research Association.

Lapp, D. A., & Cyrus, V. F. (2000). Using Data-Collection Devices to Enhance Students' Unerstanding. *Mathemaitics Teacher,* 93(6). pp.504-510.

Lonning, R. A., & DeFranco, T. C.(1997). Integration of science and mathematics: A theoretical model. *School Science and Mathematics,* 97, pp.212-215

Michelsen, C. (2006). Functions: a modeling tool in mathematics and science. *ZDM,* 38(3), pp.269-280.

NCTM (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics.* Reston, VA: Author.

NCTM (1995). *1995 National Council of Teachers of Mathematics Yearbook.* Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

NCTM (2000). *Principles and standards for school mathematics.* Reston, VA : Author.

Nikitina, S., & Mansilla, V. B. (2003). *Three Strategies for Interdisciplinary Math and Science Teaching: A Case of Illinois Mathematics and Science Academy.* Goodwork Project Report Series 21.

Oty, K. J., Elliott, B. M., McArthur, J. M. & Clark, B. K. (2000). An Interdisciplinary Algebra/Science Course. PRIMUS

Pang, J., & Ron, G. (2000). A review of the integration or science and mathematics: Implications for further research. *School Science and Mathematics,*

Resnick, L. B. (1987). Learning In School and Out. *Educational Researcher,* 16, pp.13-20.

Roebuck, K. I., & Warden, M. A. (1998). Searching for the center on the mathematics-science continuum. *School Science and Mathematics,* 98(6), pp.328-333.

Sparks, J. C. (2004). *Calculus without limits.* Authorhouse, Bloomington, Indiana.

Texas Instruments Incorporated. (1997). Getting Started with CBR (Manual).

Treffers, A. (1987). *Three dimensions: A model of goal and theory description in mathematics education*-The Wiscobas project. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Ziman, J. (1991). *Reliable Knowledge: An exploration of the grounds for belief in science.* Cambridge: Cambridge University Press.

A Study on the Design and Implementation of Mathematics and Science Integrated Instruction

Lee, Heisook
Department of Mathematics, Ewha Womans University, Seoul, Korea.
E-mail : hsllee@ewha.ac.kr

Rim, Haemee
Institute of Mathematical Sciences, Ewha Womans University, Seoul, Korea.
E-mail : rhm@ewha.ac.kr

Moon, Jongeun
The Graduate School of Education, Ewha Womans University, Seoul, Korea.
E-mail : mje@ewhain.net

To understand natural or social phenomena, we need various information, knowledge, and thought skills. In this context, mathematics and sciences provide us with excellent tools for that purpose. This explains the reasons why there is always significant emphasis on mathematics and sciences in school education; some of the general goals in school education today are to illustrate physical phenomena with mathematical tools based on scientific consideration, to encourage students understand the mathematical concepts implied in the phenomena, and provide them with ability to apply what they learned to the real world problems.

For the mentioned goals, we extract six fundamental principles for the integrated mathematics and science education (IMSE) from literature review and suggest a instructional design model. This model forms a fundamental of a case study we performed to which the IMSE was applied and tested to collect insights for design and practice.

The case study was done for 10 students (2 female students, 8 male ones) at a coeducational high school in Seoul, the first semester 2009. Educational tools including graphic calculator(Voyage200) and motion detector (CBR) were utilized in the class. The analysis result for the class show that the students have successfully developed various mathematical concepts including the rate of change, the instantaneous rate of change, and derivatives based on the physical concepts like velocity, accelerate, etc. In the class, they described the physical phenomena with mathematical expressions and understood the motion of objects based on the idea of derivatives. From this result, we conclude that the IMSE builds integrated knowledge for the students in a positive way.

* ZDM Classification : D34
* 2000 Mathematics Subject Classification : 97D40
* Key Words : mathematics and science integrated instruction, progressive mathematization, mathematical connections, graphic calculator, CBR, instructional design.