

적층된 ACM 경사판의 기하학적 비선형 동적 해석

이상열¹ · 장석윤²

중부대학교 토목공학과 전임강사¹, 서울시립대학교 토목공학과 명예교수²

Geometrical nonlinear dynamic analysis of laminated skew plates made of advanced composite materials

Lee, Sang-Youl¹ · Chang, Suk-Yoon²

¹Full-time Lecturer, Department of Civil Engineering, Joongbu University
²Emeritus professor, Department of Civil Engineering, University of Seoul

Abstract: We performed a geometrical nonlinear dynamic analysis of laminated skew plates made of advanced composite materials (ACM) based on the first-order shear deformation plate theory (FSDT). The Newmark method and Newton-Raphson iteration are used for the nonlinear dynamic solution. The effects of skew angles and layup sequences on the nonlinear dynamic response for various parameters are studied using a nonlinear dynamic finite element program developed for this study. The several numerical results were in good agreement with those reported by other investigators for square composite and skew plates, and the new results reported in this paper show the significant interactions between the skew angle and layup sequence in the skew laminate. Key observation points are discussed and a brief design guideline is given.

Key Words: skew plates, advanced composite materials, nonlinear dynamic analysis, layup sequence

1. 서론

경사 각도를 갖는 ACM(Advanced Composite Materials) 경사판 구조는 다양한 구조에 적용이 가능하다. 적층된 ACM 판구조의 구조 성능은 적층개수, 섬유보강각도 및 판의 경사 각도를 변화시킴으로써 어느 정도 조절이 가능하다. 그러나 이러한 인자들이 서로 복합적으로 작용함에 따라 비등방성을 보이는 적층된 ACM 경사판의 거동 특성을 예측하는 것은 매우 난해하다 (Lee and Chang, 2010). 특히, 경사판의 동적거동은 경사각도의 변화 및 적층배열 형식에 따라 매우 민감한 특성을 보인다. ACM 경사판에 대한 연구는 그동안 여러 연구자들에 의하여 다양한 방법으로 수행되었다. 복합신소재 경사 판구조에 대한 선

형 자유진동 및 동적 해석은 다양한 판이론을 적용하여 수행되었다. 대표적으로 Wang (1997)은 1차항 판이론(FSDT, First Shear Deformation Theory)를 적용하여 섬유 보강된 적층 경사판의 자유진동 특성을 규명하였다. 또한 Park et al. (2008)은 고차항 판이론(HSDT, Higher-order Shear Deformation Theory)에 근간한 적층된 면판을 갖는 샌드위치 경사판의 선형 동적 해석을 수행하였다. 그러나 기존의 연구는 기하학적 선형 해석 이론에 근간한 한계를 가지고 있다.

사각형 형태의 복합신소재 적층판의 기하학적 비선형 정적 및 동적 해석은 그동안 많은 연구가 진행되었다 (Lam et al., 1993; Khalil et al., 1998; Chang and Huang, 1991). 선형 이론에 근간한 사각형 판의 비선형 동적해석은 선형해석과 유사한 거동특성을 보이는 경우도 있으나, 탄성계수, 전단탄성계수 비의 변화 및

주요어: 경사판, 복합신소재, 비선형 동적 해석, 적층 배열

Corresponding author: Lee, Sang-Youl

Department of Civil Engineering, Joongbu University, 101 Daehak-ro, Chungnam 312-702, Korea
Tel: +82-41-750-6678, Fax: +82-41-750-6391, E-mail: leesangyoul@hanmail.net

투고일: 2010년 11월 1일 / 수정일: 2010년 12월 2일 / 게재확정일: 2010년 12월 15일

경사각도에 따라 선형이론에 의한 결과와 비교했을 때 상이한 특성을 보이는 경우가 많다. 그러나, 기존 연구는 사각형 ACM 판의 비선형 동적 거동을 주로 규명하였으며, 경사각을 갖는 판의 경우에 대한 상세 분석은 상대적으로 미미한 실정이다. 따라서 본 연구에서는 경사 각도를 갖는 적층된 ACM 판구조에 대하여 적층 배열 형식 및 경사각도 변화에 따른 비선형 동적특성을 상세히 분석하도록 한다.

2. 기본 이론

본 절에서는 경사판의 비선형 변형률과 단면력을 요약하여 기술하기로 한다. 수식의 상세한 내용은 Reddy의 참고문헌을 참조하기로 한다 (Reddy, 2006). 직각 좌표계 (X_1, X_2, X_3) 와 경사 좌표계 (ξ_1, ξ_2, ξ_3) 에 대하여 Fig. 1를 참조하여 식(1)과 같은 관계에 의하여 경사진 판으로 변환할 수 있다. Fig. 1에서 ψ 는 경사각도 θ 는 섬유 보강각도를 각각 의미한다.

$$\xi_1 = x_1 - x_2 \tan \psi, \quad \xi_2 = \frac{1}{\cos \psi} x_2 \quad (1)$$

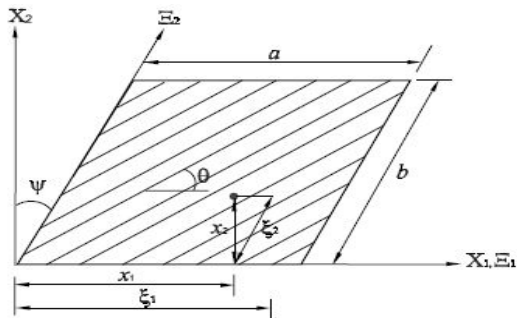


Fig. 1. Coordinates of composite skew plates

1차항 판이론에 대하여 Von Karman의 기하학적 비선형 변형률은 식 (2)와 같이 나타낼 수 있다 (Reddy, 2006). 식 (2)에서, u_0 , v_0 , 그리고 w_0 는 Cartesian 좌표계에서의 중립면 변위를, ϕ_1 과 ϕ_2 는 회전각을 각각 의미한다.

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_{\xi_1 \xi_1} \\ \epsilon_{\xi_2 \xi_2} \\ \gamma_{\xi_2 \xi_3} \\ \gamma_{\xi_1 \xi_3}^0 \\ \gamma_{\xi_1 \xi_2} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \epsilon_{\xi_1 \xi_1}^0 \\ \epsilon_{\xi_2 \xi_2}^0 \\ \gamma_{\xi_2 \xi_3}^0 \\ \gamma_{\xi_1 \xi_3} \\ \gamma_{\xi_1 \xi_2}^0 \end{Bmatrix} + \mathbf{z} \begin{Bmatrix} \epsilon_{\xi_1 \xi_1}^1 \\ \epsilon_{\xi_2 \xi_2}^1 \\ 0 \\ 0 \\ \gamma_{\xi_1 \xi_2}^1 \end{Bmatrix}$$

$$= \begin{Bmatrix} \frac{\partial u_0}{\partial \xi_1} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w_0}{\partial \xi_1} \right)^2 \\ \frac{\partial v_0}{\partial \xi_2} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w_0}{\partial \xi_2} \right)^2 \\ \frac{\partial w_0}{\partial \xi_2} + \phi_{\xi_2} \\ \frac{\partial w_0}{\partial \xi_1} + \phi_{\xi_1} \\ \frac{\partial w_0}{\partial \xi_2} + \frac{\partial v_0}{\partial \xi_1} + \frac{\partial w_0}{\partial \xi_1} \frac{\partial w_0}{\partial \xi_2} \end{Bmatrix} + \mathbf{z} \begin{Bmatrix} \frac{\partial \phi_{\xi_1}}{\partial \xi_1} \\ \frac{\partial \phi_{\xi_2}}{\partial \xi_2} \\ 0 \\ 0 \\ \frac{\partial \phi_{\xi_1}}{\partial \xi_2} + \frac{\partial \phi_{\xi_2}}{\partial \xi_1} \end{Bmatrix} \quad (2)$$

한편, 임의의 섬유 보강 각도로 적층된 ACM 경사판의 단면력은 식 (2)의 변형률의 항으로 표현하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{Bmatrix} N_{\xi_1 \xi_1} \\ N_{\xi_2 \xi_2} \\ N_{\xi_1 \xi_2} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_{\xi_1 \xi_1}^0 \\ \epsilon_{\xi_2 \xi_2}^0 \\ \gamma_{\xi_1 \xi_2}^0 \end{Bmatrix} \quad (3)$$

$$\begin{Bmatrix} M_{\xi_1 \xi_1} \\ M_{\xi_2 \xi_2} \\ M_{\xi_1 \xi_2} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_{\xi_1 \xi_1}^1 \\ \epsilon_{\xi_2 \xi_2}^1 \\ \gamma_{\xi_1 \xi_2}^1 \end{Bmatrix} \quad (4)$$

$$\begin{Bmatrix} Q_{\xi_2} \\ Q_{\xi_1} \end{Bmatrix} = K_s \begin{bmatrix} A_{44} & A_{45} \\ A_{45} & A_{55} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \gamma_{\xi_2 \xi_3}^0 \\ \gamma_{\xi_1 \xi_3}^0 \end{Bmatrix} \quad (5)$$

3. 비선형 동적 유한요소법

본 연구는 유한요소 해석을 위하여 1차 전단 변형 판이론에 근간하여 절점 당 5개의 자유도 $\{u, v, w, \phi_1, \phi_2\}$ 를 갖는 Non-conforming 요소를 사용하였다. 감쇠(damping) 효과를 포함하는 경우에 대한 일반화된 동적 방정식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$[M]\{\ddot{\Delta}\} + [C]\{\dot{\Delta}\} + [K]\{\Delta\} = \{F\} \quad (6)$$

여기서, $[M]$, $[C]$, 그리고 $[K]$ 는 시스템의 질량, 감쇠 및 강성 매트릭스를 각각 의미한다. 각 매트릭스에 대한 상세한 식의 기술은 생략하기로 한다. 식 (6)의 해를 구하기 위하여 Newmark 방법을 사용하는 경

우 식 (6)은 다음과 같은 방정식으로 표현할 수 있다.

$$[\hat{K}(\{\Delta\}_{s+1})]\{\Delta\}_{s+1} = \{\hat{F}\}_{s,s+1} \quad (7)$$

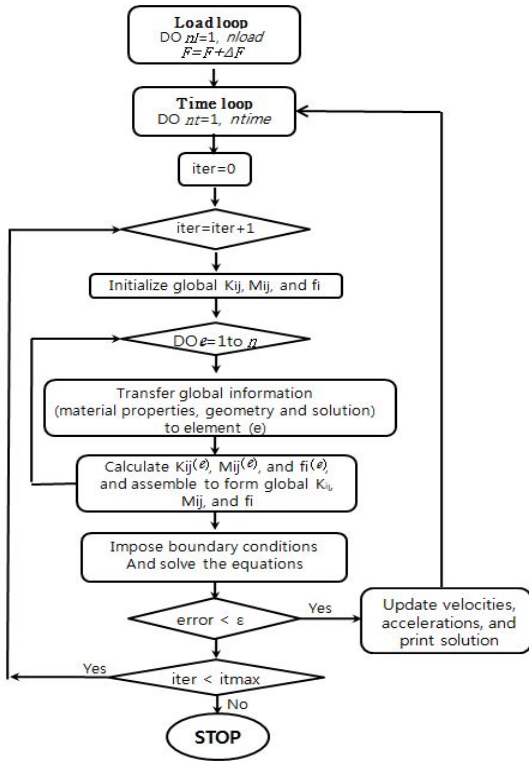


Fig. 2. Flow chart of nonlinear dynamic analysis

식 (7)에서

$$\begin{aligned} [\hat{K}(\{\Delta\}_{s+1})]\{\Delta\}_{s+1} &= [K(\{\Delta\}_{s+1})] + a_3[M]_{s+1} + a_6[C]_{s+1} \\ \{\hat{F}\}_{s,s+1} &= \{F\}_{s+1} + [M]_{s+1}\{\Phi\}_s + [C]_{s+1}\{\Omega\}_s \\ \{\Phi\}_s &= a_3\{\Delta\}_s + a_4\{\dot{\Delta}\}_s + a_5\{\ddot{\Delta}\}_s \\ \{\Omega\}_s &= a_6\{\Delta\}_s + a_7\{\dot{\Delta}\}_s + a_8\{\ddot{\Delta}\}_s \text{ 이고,} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a_3 &= \frac{1}{\beta(\Delta t)^2}, \quad a_4 = a_3\Delta t, \quad a_5 = \frac{1}{\gamma} - 1 \\ a_6 &= \frac{\alpha}{\beta\Delta t}, \quad a_7 = \frac{\alpha}{\beta} - 1, \quad a_8 = \Delta t\left(\frac{\alpha}{\gamma} - 1\right) \text{ 이며,} \\ \gamma &= 2\beta \text{ 이다.} \end{aligned}$$

다음으로, 식 (7)은 Newton-Raphson의 반복 방법에 의하여 (r+1)번째 반복에서의 증분 해를 위한 선형 방정식을 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\{\delta\Delta\} = -[\hat{K}^T(\{\Delta\}_{s+1}^r)]^{-1}\{R\}_{s+1}^r, \quad (8)$$

$$[\hat{K}^T(\{\Delta\}_{s+1}^r)] \equiv \left[\frac{\partial\{R\}}{\partial\{\Delta\}} \right]_{s+1}^r, \quad (9)$$

$$\{R\}_{s+1}^r = [\hat{K}^T(\{\Delta\}_{s+1}^r)]\{\Delta\}_{s+1}^r - \{\hat{F}\}_{s,s+1} \quad (10)$$

변위 증분방법에 의한 전체 해는 다음과 같다.

$$\{\Delta\}_{s+1}^{r+1} = \{\Delta\}_{s+1}^r + \{\delta\Delta\} \quad (11)$$

Newmark 방법과 Newton-Raphson 방법을 결합 사용하여 비선형 동적 해를 구하는 과정은 수치 해석적으로 다소 복잡한 과정을 거치게 된다. 수치해석 과정은 크게 하중 증분, 시간 증분, 그리고 비선형 반복계산의 3단계 계산 과정이 필요하다.

비선형 동적해를 구하는 수치해석 시 유의할 점은 접선강도 매트릭스는 가장 마지막으로 구한 해를 사용해야 하는 점이다. 반면, 잉여 벡터(Residual vector)는 $[\hat{K}^T(\{\Delta\}_{s+1}^r)]\{\Delta\}_{s+1}^r$ 과 $\{\hat{F}\}_{s,s+1}$ 의 전 분할 시간대에서의 해를 계산하는데 있어 가장 마지막으로 구한 해로부터 산정된 값을 사용해야 한다. 또한 속도 및 가속도 벡터들은 주어진 시간대에서 반복계산의 수렴이 이루어진 후에 최종 계산되어 다음 분할 시간대로 넘어가게 된다. Fig. 2는 Newmark 방법과 Newton-Raphson 방법이 결합된 비선형 동적해석의 수치해석 과정의 흐름도를 보여준다.

4. 해석 예 및 결과 분석

4.1 해석 모델

본 연구에서는 fortran 95를 사용하여 FSDT에 기반한 ACM 경사판의 기하학적 비선형 동적 해석 프로그램을 자체 개발하였다. 개발한 해석프로그램으로부터 수행한 수치해석은 다음과 같은 3가지 재료를 사용하며, 재료 II와 III는 무차원화 된 변위로 환산하여 사용하기로 한다.

<재료 I>

$$\begin{aligned} a &= b = 12\text{in}, \quad h = 0.138\text{in}, \quad E_1 = 3.0 \times 10^6\text{psi}, \\ E_2 &= 1.28 \times 10^6\text{psi}, \\ G_{12} &= G_{13} = G_{23} = 0.37 \times 10^6\text{psi} \\ \nu_{12} &= 0.32 \end{aligned}$$

<재료 II>

$$\begin{aligned} a &= b = 25\text{cm}, \quad E_1 = E_2 = 2.1 \times 10^6\text{N/cm}^2, \\ h &= 2.5\text{cm}, \quad \nu_{12} = 0.25, \quad \rho = 8 \times 10^{-6}\text{N}\cdot\text{s}^2/\text{cm}^4 \\ \bar{w} &= 10^3 w_0 E_2 h^3 / q_0 a^4, \end{aligned}$$

<재료 III>

$$a = b = 25\text{cm},$$

$$E_1 = 25E_2, E_2 = 2.1 \times 10^6 \text{N/cm}^2,$$

$$G_{12} = G_{13} = G_{23} = 0.5E_2,$$

$$h = 5\text{cm}, \nu_{12} = 0.25,$$

$$\rho = 8 \times 10^{-6} \text{N} \cdot \text{s}^2 / \text{cm}^4,$$

$$\bar{w} = w/h, q_0 = 100 \text{N/cm}^2$$

4.2 기존 연구 결과와의 비교

본 연구에서 개발한 해석 프로그램의 타당성을 검증하기 위하여 기존 연구결과와의 비교 분석을 실시하였다. Table 1은 등분포 하중 q_0 를 받는 4변 단순지지된 직교이방성 정사각형 판의 중앙점에서의 비선형 동적 변위를 비교한 것이다. 비교를 위하여 재료 I을 사용하였으며 비선형해석의 tolerance는 0.01로 정하였다. $q_0 = 0.05$ 에 대한 선형 변위는 약 0.01132로 계산되었다. Table의 결과로부터 일정하게 하중을 증가시키는 경우에 대한 비선형 변위는 Reddy의 결과와 잘 일치하는 것으로 나타났다.

Table 1. Comparison of nonlinear static displacements (in) of orthotropic square plates under distribution loads (q_0)(Material I,tolerance=0.01)

load (q_0)	Reddy (2006)		Present study (FSDT)
	CPT	FSDT	
0.05	0.0113	0.0113	0.0113
0.10	0.0224	0.0224	0.0224
0.20	0.0438	0.0439	0.0439
0.40	0.0812	0.0815	0.0809
0.60	0.1116	0.1122	0.1127
0.80	0.1367	0.1377	0.1387
1.00	0.1581	0.1594	0.1606
1.20	0.1767	0.1783	0.1792
1.40	0.1932	0.1951	0.1951
1.60	0.2081	0.2103	0.2089
1.80	0.2217	0.2241	0.2256
2.00	0.2343	0.2370	0.2392

Fig. 3은 등분포 하중 q_0 를 받는 4변 단순지지된 정사각형 판의 중앙점에서의 무차원화된 비선형 동적 변위 비교를 비교한 것이다. 해석 모델은 재료 II를 사용하였으며, 등분포 하중 q_0 를 3단계로 변화하였을 때 기존 연구로부터 얻어진 비선형 동적 변위와 비교 도시하였다. 도시된 결과로부터 개발된 프로그램으로부터 계산된 결과는 기존 연구 결과와 거의 정확하게 일치하고 있음을 관찰할 수 있다.

4.3 판의 경사각도 변화에 따른 분석

Fig. 3은 4변 단순지지된 ACM 적층판의 경사각도 변화에 따른 중앙점에서의 무차원화된 선형 및 비선형 동적 변위를 비교한 것이다. 해석 모델은 [0/90/90/0]으로 적층 배열하였으며 재료 III를 사용하였다. Fig. 3(a)와 같이 정사각형 판의 경우는 선형과 비선형 변위가 매우 큰 차이를 보임을 알 수 있다. 이러한 차이는 판의 경사각도가 증가함에 따라 점차 감소하는 것으로 나타났으며, $\psi = 45$ 의 경우는 선형과 비선형 동적 변위는 미소하며 동적 변위 값도 크게 감소함이 관찰되었다. 이러한 경향은 경사각도 증가에 의한 판의 기하학적 특성 변화가 구조체의 전체 강성을 증진시킴과 동시에 기하적인 비선형 특성을 감소시키는데 기여하였기 때문이다. 이러한 결과로부터 판의 경사각도는 동적 비선형 특성에 미치는 영향이 매우 크기 때문에, 경우에 따라 비선형 해석을 실시하여 동적 특성을 보다 정확하게 파악할 필요가 있다.

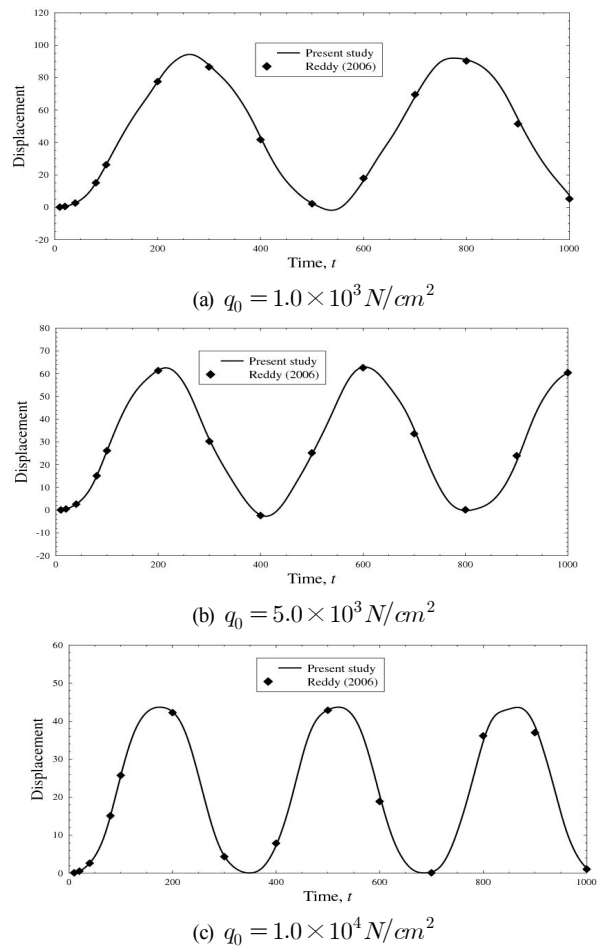


Fig. 3 Comparison of normalized nonlinear dynamic displacements (\bar{w}) of composite square plates under distribution loads (q_0)(Material III)

4.3 경사판의 적층 배열 변화에 따른 분석

Fig. 4로부터 재료 III의 경우 비선형 동적 거동은 선형과 크게 다른 특성을 보임을 알 수 있었다. 따라서 본 절에서는 비선형 동적 해석에 초점을 두고 수행하였으며 경사판의 적층 배열 형식과의 상호관계를 분석하기로 한다.

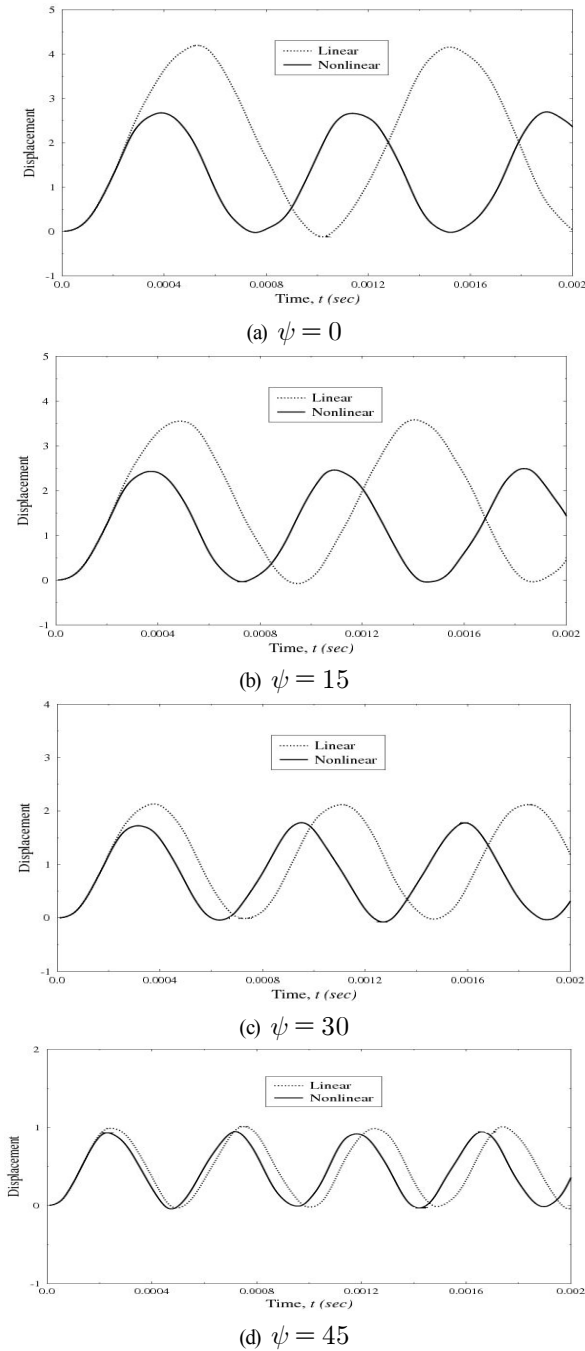


Fig. 4 Comparison of normalized nonlinear dynamic displacements (\bar{w}) of composite skew plates under distribution loads (q_0)(Material III, [0/90/90/0])

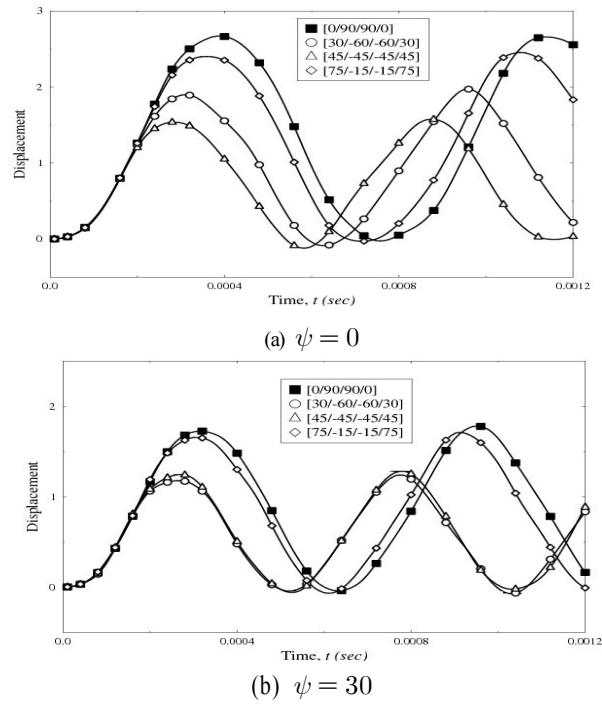


Fig. 5 Comparison of normalized nonlinear dynamic displacements (\bar{w}) of composite skew plates for different fiber angles (Material III)

Fig. 5는 4변 단순 지지된 ACM 적층판의 적층 배열 각도 변화에 따른 중앙점에서의 무차원화된 비선형 동적 변위 비교를 보여준다. 재료 III을 사용하였으며, 0과 30°의 두 종류의 정사각형 및 경사판에 대하여 해석하였다. 도시된 그림으로부터 정사각형 판의 경우는 적층된 섬유보강각도 변화에 매우 민감한 거동을 보임을 관찰할 수 있다. 반면, 30°의 경사 각도를 갖는 경우는 섬유보강각도 변화에 대하여 상대적으로 큰 영향을 받지 않음을 알 수 있다. 정사각형 판의 경우, [45/-45/-45/45]의 배열이 유리하며, 경사판의 경우는 [0/90/90/0]과 [45/-45/-45/45]와 [30/-60/-60/30]이 각각 서로 유사한 거동 특성을 보였다. 따라서 적절한 경사각도의 사용은 판의 강성 증진과 동시에 섬유 보강각도 변화에 따른 예측하지 못한 동적 변위의 변화를 감소시킬 수 있는 장점을 갖는다.

4.4 경사각 변화에 따른 변위 형상

Fig. 6은 판의 경사각도 변화에 따른 ACM 적층판의 중앙점에 대하여 충격 집중하중을 가한 경우에 대한 분할 시간대 별 동적 변위 형상을 비교하여 도시한 것이다.

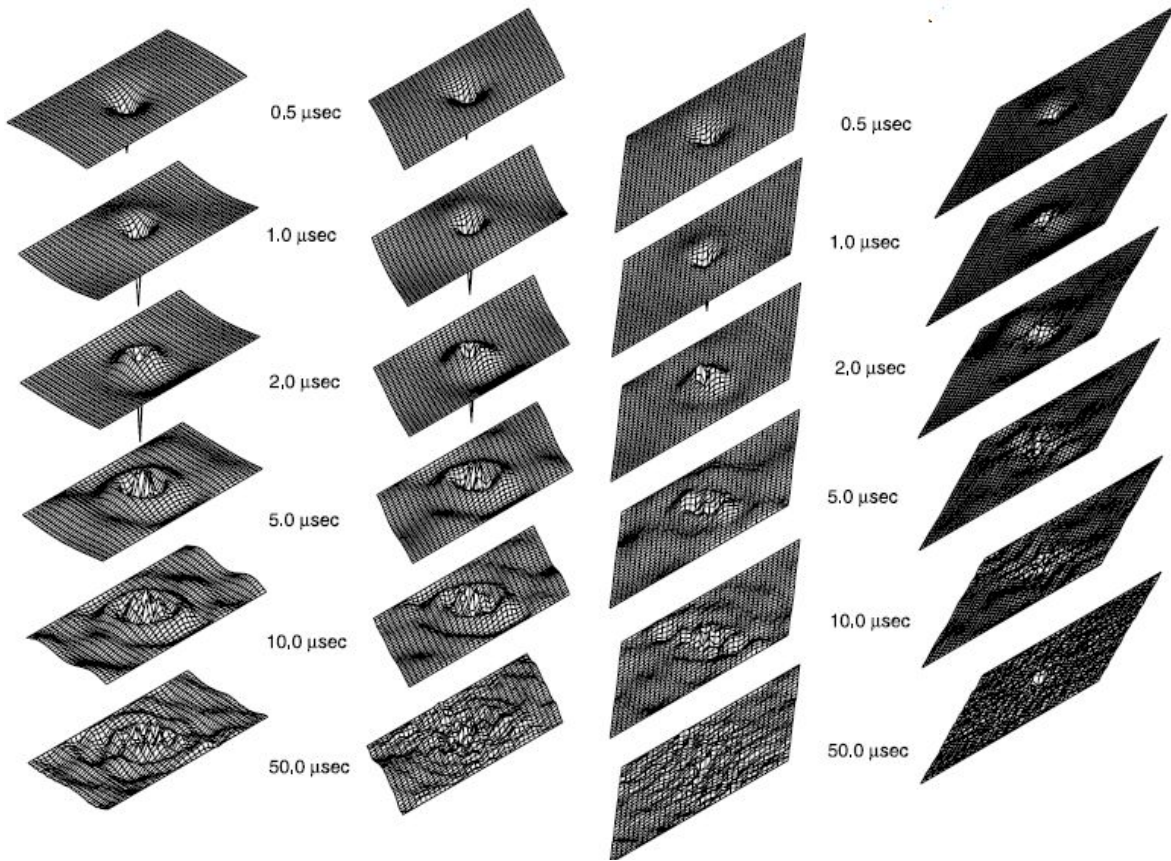


Fig. 6 Deformed shapes of skew plates

에 큰 영향을 받음을 알 수 있다. 특히 다른 분할 시간대에서의 변위 형상은 30° 이상의 경사각을 갖는 경우에 대하여 더욱 민감해짐을 관찰할 수 있다. 앞 절에서 분석한 대로 판의 경사각도가 큰 경우에 대한 전체적인 변위의 크기는 감소함을 알 수 있다.

5. 요약 및 결론

본 연구에서는 적층된 ACM 경사판의 기하학적 비선형 동적 해석을 수행하였다. 경사진 ACM 적층판의 경우, 경사각도 및 재료적 특성에 따라 기하학적 비선형 거동특성이 선형거동과는 큰 차이를 보일 수 있다. 특히 경사 각도의 변화는 선형과 비선형의 동적 거동차이에 큰 영향을 미치는 것으로 나타났다. 따라서, ACM 판구조의 경사각도 변화와 비선형 거동 특성 변화의 상관 관계는 상세히 분석할 필요가 있다. 본 연구에서 개발된 해석 프로그램으로부터 얻은 몇 가지 결과는 기존 연구결과와 잘 일치하는 것으로 나타났다. 또한, 수치해석 예제로부터 다음과 같은 몇 가지 결론을 도출하였다.

(1) 경사각이 0도인 정사각형 판의 경우는 선형과 비선형 변위가 매우 큰 차이를 보였으며, 이러한 차이는 판의 경사각도가 증가함에 따라 점차 감소하는 것으로 나타났다. 판의 경사각도는 동적 비선형 특성에 미치는 영향이 매우 크기 때문에 이를 무시해서는 안되며, 경우에 따라 비선형 해석을 실시하여 동적 특성을 보다 정확하게 파악할 필요가 있다.

(2) 정사각형 판의 경우는 섬유보강각도 변화에 민감한 거동을 보였다. 반면, 30°의 경사 각도를 갖는 경우는 섬유보강도 변화에 상대적으로 큰 영향을 받지 않았다. 따라서, 적절한 경사각도의 사용은 강성의 증진과 동시에 섬유 보강각도 변화에 따른 예측하지 못한 동적 변위의 변화를 감소시킬 수 있는 장점을 갖게 된다.

(3) 갑자기 가해진 중앙부의 집중하중에 의한 ACM 구조의 동적 거동의 변화는 경사각도에 큰 영향을 받는다. 특히 다른 분할 시간대에서의 변위 형상은 30° 이상의 경사각을 갖는 경우에 대하여 더욱 민감하며, 판의 경사각도가 큰 경우에 대한 전체적인 변위의 크기는 감소한다.

본 연구에서 제시한 몇 가지 수치해석 결과는 복합신소재 경사판 구조의 동적 성능을 향상시키는 데 있어서 기여할 수 있을 것으로 기대된다. 향후 더욱 다양한 형상 및 손상을 갖는 복합신소재 구조에 대한 비선형 동적 특성의 상세 규명이 필요하다.

References

- Chang, J. S. and Huang, Y. P. (1991). "Geometrically nonlinear static and transiently dynamic behavior of laminated composite plates based on a higher order displacement field." *Comp. Struct.*, Vol. 18, pp. 327-364.
- Khalil, M. R., Olson, M. D., Anderson, D. L. (1998). "Non-linear dynamic analysis of stiffened plates." *Comput. Struct.*, Vol. 29, pp. 929-941.
- Lam, S. S. E., Dawe, D. J., Azizian, Z. G. (1993). "Non-linear analysis of rectangular laminates under end shortening, using shear deformation plate theory." *Int. J. Num. Meth. Eng.*, Vol. 36, pp. 1045-1064.
- Lee, S. Y. and Chang, S. Y. (2010). "Dynamic instability of delaminated composite structures with various geometrical shapes." *J. Korean Soc. Adv. Comp. Struc.*, Vol. 1, No. 1, pp. 1-9.
- Park, T., Lee, S. Y., Seo, J. W. and Voyiadjis, G. Z. (2008). "Structural dynamic behavior of skew sandwich plates with laminated composite faces." *Comp. Part B*, Vol. 39, pp. 316-326.
- Reddy, J. N. (2006). *An Introduction to Nonlinear Finite Element Analysis*, Oxford University Press.
- Wang, S. (1997). Free vibration analysis of skew fibre-reinforced composite laminates based on first-order shear deformation plate theory, *Comput. Struct.*, 63, 525-538.